Лекція 4. Моделювання соціально-економічних систем в умовах невизначеності цілей (прийняття рішень в умовах багатокритеріального оцінювання)

Мета: оволодіння знаннями щодо постановки багатокритеріальної задачі та її розв’язку, а також методів розробки рекомендацій щодо прийняття рішень в умовах невизначеності цілей на базі багатокритеріального оцінювання.

План:

4.1. Сутність та витоки проблеми прийняття рішень в умовах багатокритеріального оцінювання.

4.2. Особливості моделювання багатокритеріальних задач.

4.3. Математична постановка (модель) багатокритеріальної задачі та її особливості.

4.4. Поняття розв’язку багатокритеріальної задачі (паретовська множина, паретовський оптимум, множина ефективних розв’язків, повна множина альтернатив).

4.5. Проблеми, пов’язані із частковими критеріями оцінки якості рішень у багатокритеріальній задачі. Процедури нормалізації критеріїв.

4.6. Правила вибору рішення, прийнятного для ОПР. Форми завдання переваг ОПР.

Перелік ключових термінів і понять: *особа, що приймає рішення (ОПР), багатокритеріальний вибір, паретовська множина, паретовський оптимум, повна множина альтернатив, нормалізація критеріїв, вирішальне правило.*

4.1. Сутність та витоки проблеми прийняття рішень в умовах багатокритеріального оцінювання

Проблеми, пов’язані з прийняттям рішень, виникали завжди, але ще порівняно недавно вважали, що прийняття рішень є мистецтвом, заснованим тільки на досвіді та інтуїції. Проте високі темпи науково-технічного прогресу, виявлення залежності між окремими процесами і явищами, які раніше здавалися не пов’язаними один з одним, вимога до прозорості рішень призводять до різкого зростання труднощів у прийнятті обґрунтованих рішень.

Необхідність прийняття обґрунтованих рішень виникає в різноманітних сферах: при проєктуванні складних технічних і організаційних систем; при плануванні розвитку міст та громад; при виборі програм розвитку регіонів, підприємств та галузей; при виборі інвестиційних проєктів тощо. Витрати на здійснення рішень, пов’язаних з такими складними об’єктами і процесами, безперервно зростають, а наслідки невдалих рішень стають усе серйозніше.

У сучасних умовах досвід та інтуїція не завжди здатні забезпечити вибір найкращого рішення. У зв’язку з цим стали інтенсивно розвиватися наукові методи прийняття рішень, виник новий науковий напрям – теорія прийняття рішень, важливість якого постійно зростає.

Під ***прийняттям рішень*** розуміють вибір найбільш прийнятного рішення (способу досягнення поставленої мети) з множини припустимих альтернативних рішень або, взагалі, деяке впорядкування цієї множини рішень.

Необхідність проведення вибору зумовлюється виникненням проблемної ситуації, в якій є два стани – існуючий та бажаний, причому існує більше за один спосіб досягнення бажаного стану (цілі). У особи, що опинилася в такій ситуації, є певна «свобода вибору», тобто існує деяка множина (скінченна або нескінченна) альтернативних варіантів рішень, вибір з яких цілком залежить від цієї особи (особи, що приймає рішення – ОПР).

Альтернативні варіанти різняться результатами (наслідками), до яких вони приводять.

Наслідки вибору різних варіантів рішень характеризуються певною мірою досягненням мети вибору і не байдужі особі, що приймає рішення. У неї є свої уявлення про переваги та недоліки окремих результатів, своє власне відношення до них, а отже, і до відповідних варіантів рішень, тобто існує певна *система переваг*. Тому людина зацікавлена у виборі таких альтернативних варіантів, які представляються їй найкращими відповідно до цієї системи.

Проте в складних реальних ситуаціях уявлення ОПР зазвичай виявляються неповними і нечіткими. Вони не дозволяють їй апріорі повністю проаналізувати різні аспекти наслідків порівнюваних варіантів рішень, встановити їх істотність при виборі, сформувати цілісне відношення до альтернативних варіантів, і, в наслідок цього, сформулювати критерій вибору або цільову функцію.

Іншими словами, система переваг ОПР є *слабоструктурованою*.

Принципова важкість здійснення вибору в слабо структурованих задачах прийняття рішень полягає в невизначеності поняття «найкращий альтернативний варіант».

Основна складність у прийнятті рішень у детермінованих ситуаціях пов’язана з апріорною *відсутністю* таких *скалярних показників*, якими може бути оцінена якість альтернативних варіантів рішень.

Причиною відсутності цих показників у більшості складних і важливих практичних задач є багатоаспектність поняття «Мета прийняття рішень» (а отже, і поняття «Якість варіанту рішення»). При цьому виявляється можливим провести змістовну декомпозицію мети по її окремих аспектах на підцілі і ввести показники (критерії), що характеризують міру досягнення цих підцілей у межах цієї задачі.

У таких ситуаціях виникає проблема оцінки і порівняння переваг різних варіантів рішень з урахуванням *декількох критеріїв* – **багатокритеріальна задача прийняття рішень.**

4.2. Особливості моделювання багатокритеріальних задач

Важливою особливістю розробки багатокритеріальної моделі задачі прийняття рішень є *необхідність одержання необхідної інформації в людей* – особи, що приймає рішення, або експертів, що є фахівцями в певній області знань.

Ця особливість задач прийняття рішень вимагає спеціальної організації всієї діяльності з розробки багатокритеріальної моделі, її дослідженню, використанню формалізованих методів порівняння варіантів рішень.

Організація процесу прийняття рішень є специфічною діяльністю, що вимагає спеціальних знань. Тому в процесі розробки й дослідження багатокритеріальної моделі поряд з особою, що приймає рішення, і експертами в тих областях знань, з якими пов’язана задача, як правило, бере участь і консультант - фахівець з теорії прийняття рішень.

Отже, сама ***процедура розробки моделі*** й вибору на її основі варіантів рішень набуває характер *діалогу між консультантами й особою, що приймає рішення* (а при необхідності – між консультантом і експертами).

Консультант організує різні процедури збору й обробки необхідної інформації, перевіряє одержану інформацію, досліджує її несуперечність, встановлює необхідність в одержанні додаткової інформації, визначає її види й, нарешті, розробляє й використовує формалізовані методи порівняння варіантів рішень.

Отже, ***процедура розробки й дослідження багатокритеріальної моделі***, по суті, є *діалоговою ітеративною процедурою прийняття рішень*

При постановці й розв’язанні багатокритеріальних задач надзвичайно важливу роль грає врахування великої кількості змістовних обставин і представлень, яким важко дати строге математичне обґрунтування.

Питання про те, які критерії варто враховувати в конкретній задачі, чи всі припустимі рішення прийняті до уваги, які переваги особи, що приймає рішення тощо, перебувають поза математичною постановкою задачі.

У той же час розробка методів виділення кращих рішень неможлива без використання точних методів, які застосовуються не до реальних задач, а до їхніх формалізованих моделей.

Отже, *модельний підхід до розв’язання конкретних багатокритеріальних задач пов’язаний з тим, що змістовні міркування, що не піддаються строгої формалізації, і формалізовані моделі повинні використовуватися спільно; тільки такий підхід може привести до практично корисних результатів.*

Розглянемо **основні положення, які повинні враховуватися при побудові багатокритеріальних моделей задач прийняття рішень**. Ці положення підкреслюють найважливіші специфічні властивості моделей.

1. Модель створюється дослідником для структуризації й уточнення переваг особи, що приймає рішення, що безпосередньо бере участь в її розробці.

2. Модель повинна бути логічно несуперечливою.

3. Модель повинна містити опис усіх найважливіших елементів задачі прийняття рішення, їхніх властивостей.

4. Модель повинна давати можливість використати реальну інформацію про задачу, яка одержується від експертів і особи, що приймає рішення.

5. Модель повинна бути простою і зручною для аналізу й використання особою, що приймає рішення.

Успішна формалізація слабоструктурованих задач прийняття рішень пов’язана з необхідністю обліку великої кількості факторів з області теорії вимірів, соціології, психології й інших дисциплін. Зневага до цих факторів при формалізації багатокритеріальних задач прийняття рішень неминуче відбивається на відношенні осіб, що приймають рішення, до одержуваних результатів і знецінює ці результати.

Основні елементи моделі

Багатокритеріальна модель задачі прийняття рішень може бути представлена в такому вигляді:

$$< t, S, K, X, F, P, r >$$

де t – постановка (тип) задачі;

X – множина припустимих розв’язків (рішень);

K – множина критеріїв;

S – множина шкал критеріїв;

F – відображення множини припустимих рішенні в множину векторних оцінок;

P – система переваг особи, що приймає рішення;

r – вирішальне правило.

У теорії прийняття рішень передбачається, що кожна особа, що приймає рішення (ОПР), має деяку *систему переваг*.

Під ***системою переваг ОПР***, розуміють сукупність зазвичай не структурованих (тим більше не формалізованих) його уявлень, пов’язаних із перевагами та недоліками рішень, що порівнюються.

Така сукупність уявлень, як правило, буває неповною, вона формується в результаті накопичення досвіду (зокрема, при розв’язанні аналогічних задач) і відбиває загальну стратегію, яку має ОПР. Переваги ОПР структуруються, виявляються й формалізуються (а іноді й остаточно формуються) зазвичай тільки в ході спеціального дослідження, спрямованого на побудову моделі.

У багатокритеріальній моделі система переваг описується сукупністю P деяких множин із відношеннями переваги (наприклад, множин критеріїв, інтервалів між оцінками припустимих розв’язків певного виду тощо).

Основні проблеми, що виникають при побудові моделей багатокритеріальних задач, пов’язані з труднощами одержання інформації, необхідної для розробки таких моделей.

Як правило, при аналізі конкретних багатокритеріальних задач виявляється, що:

- відсутній повний перелік припустимих варіантів рішень;
- невідомий або не є повним перелік критеріїв, що характеризують якість рішень;
- не побудовані всі або деякі шкали критеріїв;
- не отримані оцінки всіх варіантів рішень по шкалах критеріїв;
- не сформоване вирішальне правило, що дозволяє одержати необхідне в задачі впорядкування.

Побудова моделей багатокритеріальних задач прийняття рішень є складною процедурою, що складається з формалізованих і неформалізованих етапів. Результати дослідження моделі дозволяють одержати впорядкування множини припустимих рішень, погоджене з прийнятими припущеннями й використаною інформацією.

Оскільки завжди є можливість відобразити ситуацію за допомогою різних моделей, переваги та недоліки цих моделей можуть бути виявлені тільки на основі їхнього порівняльного аналізу й практичного використання в реальних ситуаціях.

4.3. Математична постановка (модель) багатокритеріальної задачі та її особливості

Постановка і математична модель задачі багатокритеріального вибору містить **3 складові**:

I – Визначення множини припустимих розв’язків задачі (МПР).

Ця множина може бути заданою явно (через перелік альтернативних варіантів – припустимих рішень) або неявно (через формулювання умов, аналогічно задачам математичного програмування).

II – Завдання визначеної на МПР X **векторної цільової функції (ВЦФ)**

$$F(x)=\big(F_1(x),F_2(x),...,F_N(x)\big), \tag{4.1}$$

де $F_k(x),\ k=\overline{1,N}$ – **часткові (**скалярні**) критерії:**

$$F_k(x)\to extr,\ k=\overline{1,N} \quad ,\ extr\in\{\max,\ \min\}. \tag{4.2}$$

III – Визначення поняття **розв’язку задачі.**

Зауваження 1.

Необхідність складової **III** у постановці задачі пов’язана з такою проблемою.

Якщо розглядати задачу прийняття рішення з одним ***скалярним*** критерієм – *цільовою функцією* (ЦФ) виду (4.2) (у цьому випадку задача називається ***оптимізаційною***), то її розв’язком вважається такий припустимий розв’язок $x^*\in X$, на якому ЦФ $F(x)$ досягає екстремального значення, тобто

$F(x^*) = \underset{x\in X}{extr}\, F\left(x\right), \quad extr \in \{\max, \min\}$. Цей розв'язок називається ***оптимальним розв'язком*** задачі.

Задача з векторною цільовою функцією (ВЦФ) (4.1) – (4.2) називається **векторною** або **багатокритеріальною** задачею і для неї такий підхід до визначення поняття «розв'язок задачі» **неможливий**.

Це зумовлено тим, що серед припустимих розв'язків задачі (альтернатив) можуть існувати такі, що є ***непорівнюваними***. Тобто, з двох альтернатив за одним критерієм кращою є перша, а за іншим – друга альтернатива.

Тому в разі наявності ВЦФ під розв'язком **багатокритеріальної задачі** розуміється деяка множина альтернатив.

До таких множин належать **паретовська множина** (позначають як X) та **повна множина альтернатив** (X^0).

4.4. Поняття розв'язку багатокритеріальної задачі (паретовська множина, паретовський оптимум, множина ефективних розв'язків, повна множина альтернатив)

Означення 4.1. ***Паретовською множиною*** (ПМ) (або *множиною Парето*, або *множиною ефективних розв'язків*) $\tilde{X}$ задачі з ВЦФ (4.1) – (4.2), що визначена на множині припустимих розв'язків X, називають таку підмножину множини X, яка складається з паретовських оптимумів.

Нехай для визначеності будемо вважати, що $F_k(x) \to \max,\ k = 1, 2$.

Означення 4.2 (формальне). Припустимий розв'язок $\tilde{x} \in X$ називається ***паретовським оптимумом*** (ПО) (або *оптимальним за Парето*, або *недомінованим*), якщо не існує такого припустимого розв'язку $x \in X$, для якого виконуються нерівності

$$F_k(x) \geq F_k(\tilde{x}),\ k = 1, 2,$$

серед яких хоча б одна є строгою $F_{k_0}(x) > F_{k_0}(\tilde{x}),\ k_0 \in \{1, 2\}$.

Означення 4.3 (неформальне). ***Паретовські оптимуми*** (розв'язки) – це векторно непорівнювані розв'язки: якщо один розв'язок є кращим за одним із часткових критеріїв, то він є гіршим за іншим, і немає такого розв'язку, який би був краще одразу за всіма частковими критеріями.

Зауваження 2.

Якщо такий розв'язок існує, то проблеми багатокритеріального вибору немає. У цьому випадку до множини припустимих розв'язків належить так звана «***ідеальна точка***» (позначимо її x^{id}) – припустимий розв'язок, на якому всі часткові критерії набувають найкращого значення:

$$F(x^{id}) = (F_1(x^{id}),\ F_2(x^{id})),\ \ F_k(x^{id}) = \underset{x\in X}{extr}\, F_k(x),\ \ k = 1, 2.$$

Приклад.

I. Нехай задано дискретну скінчену множину $X=\{x_1,x_2,...,x_i,...,x_{10}\}$ як множину альтернатив – припустимих розв'язків, з яких необхідно здійснити вибір. Для кожної альтернативи – припустимого розв'язку – x_i відомі значення часткових критеріїв $F_k(x_i),\ k=1,2$, які розміщено в таблиці 4.1.

II. На множині X визначена векторна цільова функція (ВЦФ)

$$F(x)=\left(F_1(x),F_2(x)\right), \tag{4.3}$$

яка містить два часткових критерія

$$F_k(x)\to\max,\ k=1,2 \quad . \tag{4.4}$$

III. Необхідно з метою звуження множини альтернатив X виділити в ній ***паретовську множину*** X та ***повну множину альтернатив*** X^0.

Розв'язання.

Результати виділення паретовської множини $\tilde{X}$ для множини альтернатив X (табл.4.1) представлено в табл. 4.2.

Таблиця 4.1. Значення часткових критеріїв $F_k(x_i),\ k=1,2$ для множини альтернатив X

x_i	$F(x)$	
	$F_1(x)$	$F_2(x)$
x_1	12	15
x_2	5	22
x_3	10	22
x_4	11	20
x_5	8	21
x_6	9	16
x_7	8	17
x_8	5	14
x_9	7	20
x_{10}	11	20

Таблиця 4.2. Виділення паретовської множини $\tilde{X}$ для множини альтернатив X (табл.4.1) (за умови $F_k(x)\to\max,\ k=1,2$)

x_i	$F(x)$		*ПМ* $\tilde{X}$
	$F_1(x)$	$F_2(x)$	
x_1	12	15	+
x_2	5	22	– (домінує x_3)
x_3	10	22	+
x_4	11	20	+

x_5	8	21	– (домінує x_3)
x_6	9	16	– (домінує x_3, x_{10})
x_7	8	17	– (домінує x_3)
x_8	5	14	– (домінує x_7)
x_9	7	20	– (домінує x_{10})
x_{10}	11	20	+

Означення 4.4. Множина $F(X) = \{F(x) = (F_1(x), F_2(x)): \ x \in X\}$ називається ***множиною досяжності*** ВЦФ на множині альтернатив X у критеріальному просторі $(F_1(x),\ F_2(x))$.

Тобто *множина досяжності* ВЦФ є відображенням множини альтернатив X у критеріальний простір – простір значень часткових критеріїв.

У випадку двох часткових критеріїв можна навести геометричну інтерпретацію множини досяжності в загальному випадку (рис. 4.1) та для задачі, розглянутої в прикладі (рис. 4.2).

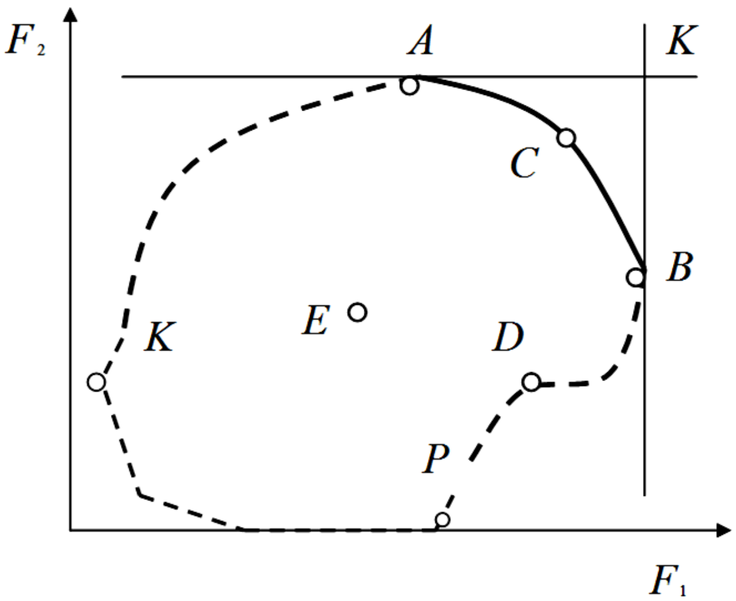

Рис. 4.1. Графічне зображення множини досяжності багатокритеріальної задачі (N=2) у критеріальному просторі $(F_1(x),\ F_2(x))$ та його паретовської границі (ACB – за умови $F_k(x) \to \max,\ k = 1,2$)

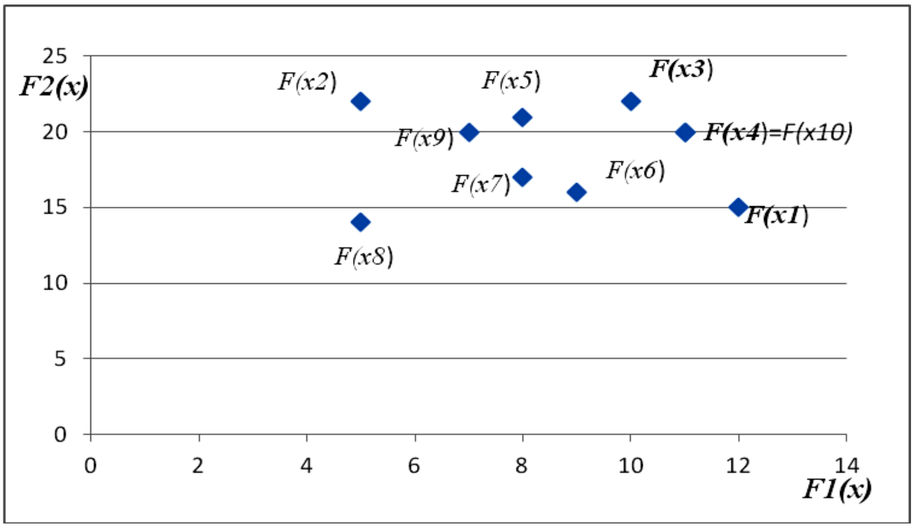

Рис. 4.2. Множина досяжності ВЦФ (4.3)-(4.4) на множині альтернатив X, що задана табл. 4.1

Паретовська множина $\tilde{X}=\{x_1,x_3,x_4,x_{10}\}\subset X$.

Означення 4.5. Образ паретовської множини в критеріальному просторі $F(X)$ називають ***паретовською границею множини досяжності*** в критеріальному просторі.

Означення 6. Підмножина $X^0\subseteq\tilde{X}$ називається ***повною множиною альтернатив*** (ПМА), якщо при виконанні рівності

$$F\left(X^0\right)=F\left(\tilde{X}\right),$$

де $F\left(X^*\right)=\left\{F(x)=\left(F_1(x),F_2(x),...,F_N(x)\right):\ x\in X^*\right\}$, її потужність $\left|X^0\right|$ мінімальна, тобто $\left|X^0\right|=\min\limits_{X^*\subseteq X}\left|X^*\right|$.

Тобто ПМА – це така мінімальна за потужністю підмножина паретовської множини, образ якої в критеріальному просторі збігається із паретовською границею множини досяжності.

Для задачі, що розглядається в прикладі, за ПМА можна обрати множини $X^0=\{x_1,x_3,x_4\}\subset\tilde{X}$ або $X^0=\{x_1,x_3,x_{10}\}\subset\tilde{X}$, оскільки їх образи збігаються з образом паретовської множини $F(X)$.

4.5. Проблеми, пов’язані із частковими критеріями оцінки якості рішень у багатокритеріальній задачі. Процедури нормалізації критеріїв

Кожний розв’язок x приводить до певного результату, наслідки якого оцінюються за критеріями K_1, K_2,..., K_N, які формалізуються у вигляді часткових критеріїв $F_1(x),F_2(x),...,F_N(x)$.

Критеріями називають такі показники, які:

– визнаються ОПР як характеристики ступеня досягнення підцілей поставленої мети;

– є загальними й вимірними для всіх припустимих рішень;

– характеризують загальну цінність рішень таким чином, що в ОПР є прагнення одержати по них найбільш кращі оцінки (тобто вони не можуть бути представлені у вигляді обмежень).

Іншими термінами, використовуваними для позначення ***критеріїв*** або ***часткових критеріїв***, є локальні критерії, показники або показники якості, ***цільові функції***, фактори тощо.

Векторний критерій або ***векторна цільова функція*** (ВЦФ) $F(x)=\left(F_1(x),F_2(x),...,F_N(x)\right)$ у деяких задачах буває заданою, але, зазвичай, формується в процесі дослідження.

Для кожного з часткових критеріїв повинна бути задана або побудована ***шкала***, що представляє собою множину впорядкованих оцінок.

Шкали $S_1, S_2, ..., S_N$, що утворюють множину S, можуть бути числовими й нечисловими; числові шкали можуть бути дискретними й неперервними. Множина S може містити шкали різних типів.

Нагадаємо, що існують 3 типи шкал для вимірювання показників:

- відношень;
- інтервалів;
- порядкові.

Тому в разі необхідності доцільно застосувати ***процедуру нормалізації часткових критеріїв***.

Необхідність нормування часткових критеріїв зумовлена тим, що

1) задача, що розв’язується, може вимагати пошуку різноспрямованих цілей (максимізації або мінімізації показників, які відображають ступінь досягнення цілей). Тобто, часткові критерії $F_k(x)\to extr,\ k=\overline{1,N}$ можуть мати різний градієнт (напрям: max або min);

2) часткові критерії $F_k(x)\to extr,\ k=\overline{1,N}$ можуть мати різні одиниці виміру (грошові одиниці, одиниці виміру ваги, довжини, об’єму, рейтингові оцінки тощо);

3) часткові критерії $F_k(x)\to extr,\ k=\overline{1,N}$ можуть вимірюватися в різних шкалах.

Тому метою ***процедури нормалізації***, тобто приведення значень часткових критеріїв $F_k(x),\ k=\overline{1,N}$ до виду $F_k^н(x),\ k=\overline{1,N}$, є

1) приведення всіх часткових критеріїв до одного виду екстремуму (максимуму або мінімуму);

2) приведення всіх часткових критеріїв до однієї одиниці вимірювання або до безвимірної величини.

Основні способи нормалізації часткових критеріїв наведено в табл. 4.3.

Таблиця 4.3. Способи нормалізації часткових критеріїв

Методи	Формули
Зміна градієнту	$F_к^н(x)=C - F_k(x)$ або $F_к^н(x)=1/F_k(x)$, де C – достатньо велике додатнє число (зокрема, $C=\max_x F_k(x)$ або $C=1+\max_x F_k(x))$
Зведення до безвимірної величини (загальний вид)	$F_к^н(x)=F_k(x)/\rho(F_k(x))$, де ρ – деяка функція, наприклад, $\rho(F_k(x))=max\ F_k(x)$
Зведення до однієї розмірності	$F_к^н(x)= F_k(x)/\lambda_k$, де λ_k – деяка вагова функція
Природна нормалізація	$F_к^н(x)=(F_k(x) - minF_к(x))/(maxF_k(x)-minF_к(x))$
Нормалізація порівняння	$F_к^н(x)=F_k(x)/maxF_k(x)$
Нормалізація усереднення	$F_к^н(x)= F_k(x)/\sum_{k=1}^{K} F_k(x)$

4.6. Правила вибору рішення, прийнятного для ОПР. Форми завдання переваг ОПР.

Вирішальне правило – є одним із методів прийняття рішення та є принципом порівняння векторних оцінок і винесення суджень про перевагу одних із них стосовно інших; воно може бути задане у вигляді аналітичного вираження, алгоритму або словесного формулювання. Наприклад, із двох векторних оцінок переважніше та, котра має хоча б один більший компонент, і не має ні однієї меншої. Ще приклад: одна векторна оцінка переважніше іншої, якщо сума її компонентів більше (передбачається однакова розмірність різних компонентів).

Зрівняння векторних оцінок на основі вирішального правила дає змогу задати на множині *векторних оцінок* $F(X)$ бінарне відношення переваги *R*. Вирішальне правило може забезпечувати порівняння всіх припустимих векторних оцінок (як, наприклад, друге з наведених вище правил) або лише якої-небудь частини з них (як, наприклад, перше).

Розглянемо приклади вирішальних правил, що застосовуються найчастіше для вибору одного з множини непорівнянних розв’язків (паретовської множини).

Правило 1 – Вирішальне правило зваженої суми

$$f_1(x_i)=\sum_{k=1}^{3}\lambda_k F_k^{н}(x_i)\to extr,$$

де $0\le\lambda_k\le 1,\ k=\overline{1,3};\ \sum_{k=1}^{3}\lambda_k=1$ – коефіцієнти важливості часткових критеріїв $F_k(x)$.

Правила 2 та 3 – Вирішальні правила виду MINMAX і MAXMIN:

$$f_2(x_i)=\min_{k=1,2,3}\lambda_k F_k^{н}(x_i)\to\max,\qquad f_3(x_i)=\max_{k=1,2,3}\lambda_k F_k^{н}(x_i)\to\min,$$

де $0\le\lambda_k\le 1,\ k=\overline{1,3};\ \sum_{k=1}^{3}\lambda_k=1$ – коефіцієнти важливості часткових критеріїв.

Правило 4 – Вирішальне правило виду «відстань до ідеальної точки»

$$f_4(x_i)=(\lambda_1(F_1^{н}(x_i)-c_1)^2+\lambda_2(F_2^{н}(x_i)-c_2)^2+\lambda_3(F_3^{н}(x_i)-c_3)^2)^{1/2}\to\min,$$

де $c=(c_1,\ c_2,\ c_3)$ – «ідеальна точка» – точка, у якій всі критерії досягають найкращого значення.

Правило 5 – Мультиплікативне вирішальне правило

$$f_5(x_i)=(F_1^{н}(x_i))^{\lambda_1}(F_2^{н}(x_i))^{\lambda_2}(F_3^{н}(x_i))^{\lambda_3}\to extr,$$

де $0\le\lambda_k\le 1,\ k=\overline{1,3};\ \sum_{k=1}^{3}\lambda_k=1$ – коефіцієнти важливості часткових критеріїв.

Вирішальне правило повинне приводити до такого ***впорядкування множини*** припустимих рішень, що відповідає змістовній постановці задачі, узгоджується з прийнятими в моделі припущеннями й системою переваг ОПР.

До прийнятих припущень відносяться припущення про повноту множини рішень і набору критеріїв, про однозначність відповідності множини шкал множині критеріїв, про достатню точність оцінки розв’язків за шкалами критеріїв, про систему переваг, можливостях її виявлення тощо.

Залежно від прийнятих припущень, а також від цілей і переваг особи, що приймає рішення, можуть бути побудовані різні вирішальні правила.

Питання для самоконтролю:

1. Що таке паретовська множина?
2. Дайте визначення паретовських оптимумів.
3. Якщо існує розв’язок, при якому всі часткові критерії набувають найкращих значень, чи є цей розв’язок паретовським оптимумом?
4. Поясність необхідність нормування часткових критеріїв.
5. Назвіть відомі вам вирішальні правила.
6. Поясність зміст вирішального правила MINIMAX.

7. Які значення обираються як координати ідеальної точки при вирішальному правилі «відстань до ідеальної точки»?