Електростатика. Магнітостатика

4.1 Електрична взаємодія

Існування електричних зарядів - одна з основних властивостей природи. Поняття про електричні заряди і взаємодію зарядів виникло, очевидно, ще у древніх греків, коли було виявлено, що скло, наелектризоване тертям об шовк, може відштовхувати легкі порошини, що знаходяться поблизу скла, а сургуч, наелектризований тертям об шерсть, навпаки, притягує порошинки, що потрапляють у сферу впливу наелектризованого сургучу. Таким чином, виникло поняття електричного заряду двох типів, причому було умовно прийнято заряд натертого скла називати позитивним, а заряд натертого сургучу – від'ємним, і встановлено, що однойменні заряди відштовхуються, а різнойменні – притягуються. Послідовні дослідження електричних (і магнітних) взаємодій було розпочато англійським лікарем В. Гільбертом (1544 – 1603 рр.). Хоча природа електризації тертям може бути зрозуміла тільки на основі атомної теорії, яка почала розвиватися у XX столітті.

Дійсно поверхневий шар будь-якого твердого тіла містить атомні шари, які легко руйнуються при терті іншим тілом, причому, залежно від типу атомів, атоми порушеного шару іонізуються і здобувають некомпенсований від'ємний або позитивний заряд (рис. 4.1)

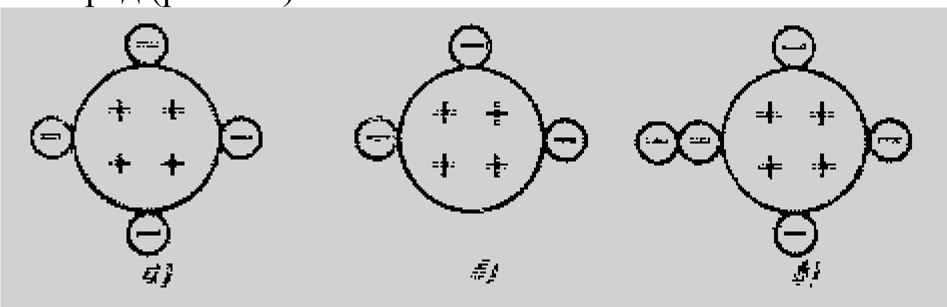


Рис. 4.1. Схеми: а) нейтрального атома; б) позитивного іона; в) від'ємного іона [11].

У результаті тісного зіткнення при терті двох різних тіл частина електронів переходить з одного тіла на інше (рис. 4.2)

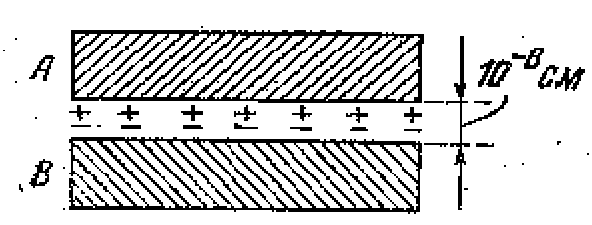


Рис. 4.2. Виникнення подвійного електричного шару при тісному зіткненні двох різних тіл A і B [11].

У результаті цього на поверхні одного тіла збирається позитивний заряд (нестача електронів), а на поверхні іншого тіла – від'ємний заряд (надлишок електронів). Зсув електронів при цьому дуже малий і дорівнює міжатомній відстані, тобто приблизно 10^{-10} м. Тому на границі тіл, між якими відбувається тертя, виникає подвійний електричний шар. Якщо тіла розсунути, то на кожному з них опиниться заряд одного знаку (рис. 4.3)

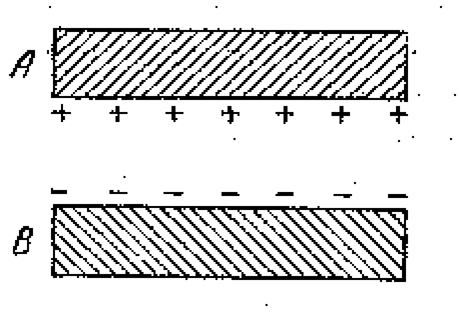


Рис. 4.3. Після розсування тіл А і В кожне з них виявиться зарядженим [11].

Крім електризації тертям, можлива електризація через вплив (електрична індукція) і під дією іонізуючих випромінювань.


Рис. 4.4 Крутильні ваги Кулона [11].

Закон взаємодії двох точкових зарядів, розміри яких нехтовно малі у порівнянні з відстанню між ними, був установлений Ш. Кулоном у 1785 р. Пристрій приладу, на якому Кулон провів свої досліди, показано на рис. 4.4.

На тонкій срібній нитці λ підвішена легка ізолююча стрілка с, яка має на одному з кінців бузинну кульку *а*, а на другому – противагу *б*. Верхній кінець нитки закріплений на обертовій голівці приладу, кут повороту якого можна точно відраховувати. Всередині приладу є ще друга, такого ж розміру, кулька d, нерухомо закріплена на ізолюючій ніжці e. Весь прилад розміщений у великому скляному циліндрі, який захищає стрілку від руху повітря. На поверхню циліндра нанесена шкала, яка дозволяє визначити відстань між кульками *а* і d при різних їх положеннях.

Свої досліди сам Кулон описує наступним чином [11]: "Заряджають маленький провідник, який представляє собою звичайну шпильку з великою головкою, уткнутою у паличку сургучу. Цю шпильку розміщують в отворі приладу і приводять у зіткнення з кулькою d, яка, у свою чергу, торкається кульки *а*. Після видалення шпильки обидві кульки мають однакові заряди і відштовхуються на деяку відстань, яку вимірюють, відзначаючи відповідну поділку шкали. Обертаючи потім покажчик головки у напрямку стрілки, закручують нитку підвісу λ і відзначають ті відстані, до яких наближаються кульки при різних кутах закручування нитки. Порівнюючи потім різні значення сили крутіння з відповідними їм відстанями між кульками, одержують закон відштовхування”.

Досліди привели Кулона до встановлення наступного закону:

Сила взаємодії двох точкових зарядів спрямована вздовж прямої лінії, яка з’єднує заряди. Її величина прямо пропорційна добутку обох зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані між ними.

Шарль Кулон (1736 – 1806) – французький фізик. Відкрив закон взаємодії точкових зарядів – один з фундаментальних законів природи. Встановив неможливість поділу позитивного і від’ємного полюсів магніту, що визначає принципову різницю електричного і магнітного полів.

Позначаючи через f коефіцієнт пропорційності, можна записати математично закон Кулона наступним чином:

$$F = f\frac{q_1q_2}{r^2}.$$

В системі СІ заряд вимірюється у Кулонах (Кл), а стала f дорівнює:

$$f = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0},$$

де ε_0 – електрична стала. Тоді закон Кулона має вигляд

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1q_2}{r^2}\cdot\vec{e}.$$

Закон припускає, що однойменні заряди відштовхуються, а різнойменні притягуються, r - відстань між зарядами,

$$\vec{e} = \frac{\vec{r}}{r},$$

$\vec{e}$ - одиничний вектор, який спрямований від заряду 1 до заряду 2,

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9\cdot10^9\,\frac{Нм^2}{Кл^2},$$

ε_o - електрична стала $\varepsilon_o = 8.85\cdot10^{-12}\,\frac{Кл^2}{Нм^2}.$

Кулон – одиниця заряду в системі СІ: 1 Кулон - це заряд, що проходить за 1с через поперечний переріз провідника при силі струму 1 Ампер (А)

1Кл = 1А•С

4.1.1 Електричне силове поле. Напруженість поля. Характеристики електричного поля

Для дослідження електричної взаємодії вводять поняття електричного поля, яке має значні переваги у порівнянні з прямим використанням закону Кулона. Під електричним полем у фізиці розуміють простір, кожній точці якого властива силова характеристика, яка називається напруженістю поля $\vec{E}$, яка визначає силу, що діє на точковий заряд. Тоді сила, що діє на деякий “пробний” заряд q дорівнюватиме

$$\vec{F} = q\vec{E}, \tag{4.1}$$

де сила визначається за законом Кулона

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qQ}{r^2}\cdot\vec{e}. \tag{4.2}$$

Прирівнявши вирази (4.1) і (4.2), одержимо визначення для напруженості електричного поля $\vec{E}$:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}\cdot\vec{e}. \tag{4.3}$$

Ця формула дає напруженість поля точкового заряду.

Таким чином, електричне поле є векторним полем. Це поле підлягає ***принципу суперпозиції:*** поле системи зарядів дорівнює векторній сумі полів, створених кожним з цих зарядів окремо:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N}\vec{E}_i, \tag{4.4}$$

де

$$\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_i}{r^2}\cdot\vec{e}, \tag{4.5}$$

E_i - напруженість поля i-го заряду в заданій точці простору.

Електричне поле можна зобразити графічно за допомогою силових ліній. Силова лінія – це лінія, дотична до якої в кожній точці збігається з напрямком вектора напруженості електричного поля $\vec{E}$.

4.1.2 Теорема Гаусса

Інтеґрал $\oint_S E_n dS = \phi_E$,

де En - нормальна складова напруженості до поверхні S (рис.4.5), а S - поверхня – називається потоком вектора E через замкнену поверхню.

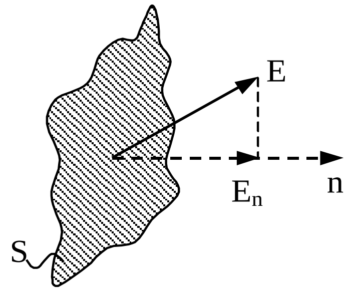


Рис.4.5. До визначення потоку поля E .

Знайдемо потік поля, створений точковим зарядом q.

Карл Гаусс (1777-1855) – німецький математик і фізик. Роботи з теорії електромагнітного поля, оптики, магнетизму.

Для цього охопимо заряд поверхнею S у вигляді сфери. Потік поля через сферичну поверхню (у кожній точці силова лінія спрямована по нормалі до поверхні, а напруженість

$$E_n = E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2}$$

стала у кожній точці поверхні) має вигляд

$$\phi_E = \oint_s E_n dS = \oint_s \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2} \cdot dS = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2} \oint_s dS = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_o}$$

Таким чином, потік поля не залежить від радіуса сфери, а визначається тільки зарядом, зосередженим усередині поверхні сфери.

Цей результат справедливий не тільки для сферичної поверхні, але й для будь-якої іншої замкненої поверхні.

Теорема Гаусса у загальному випадку формулюється таким чином.

Потік напруженості електричного поля через довільну замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі всіх зарядів, що охоплюються замкненою поверхнею:

$$\oint_s E_n dS = \frac{\Sigma q_i}{\varepsilon_o}. \qquad (4.6)$$

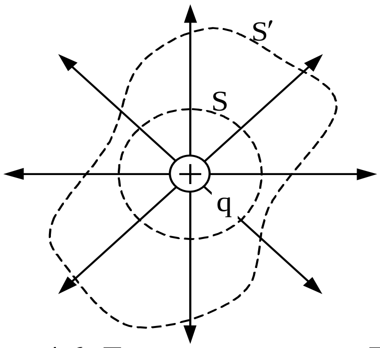


Рис.4.6. До виводу теореми Гаусса.

4.1.3 Потенціал

Електростатичне поле – це поле нерухомих зарядів. Напруженість такого поля не залежить від часу. Це свідчить про те, що електростатичне поле – це поле консервативних сил.

Робота з переміщення заряду в такому полі не залежить від форми шляху, а залежить від місця розташування початкової та кінцевої точки шляху. Введемо роботу з переміщення точкового заряду.

Робота з переміщення заряду q дорівнює

$$A_{12} = \int_1^2 F_e d\lambda,$$

де $F_e = qE_e$ - проекція електричної сили на напрямок руху.

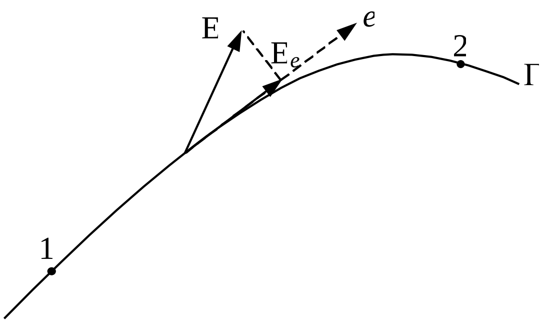


Рис.4.7. До визначення різниці потенціалів.

Тоді роботу можна записати у вигляді

$$A_{12} = q\int_1^2 E_e d\lambda = qU_{12}$$

Тут використана різниця потенціалів або напруга

$$U_{12} = \int_1^2 E_e d\lambda, \qquad (4.7)$$

яка має сенс роботи з переміщення точкового заряду з точки 1 у точку 2.

Умову консервативності електричного поля визначає рівняння

$$\oint_{\Gamma} E_e d\lambda = 0 \ ,$$

де E_e - тангенціальна складова напруженості електричного поля (рис.4.7).

Справді, умова (4.8) означає, що різниця потенціалів не залежить від форми шляху (рис.4.8), що дає можливість ввести поняття потенціалу електричного поля.

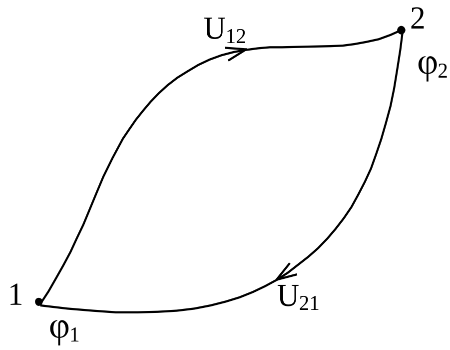


Рис.4.8. До визначення потенціалу електричного поля.

З рівняння (4.8) виходить, що кожна точка електричного поля характеризується потенціалом φ, який чисельно дорівнює роботі з переміщення точкового заряду, взятого зі знаком мінус, з нескінченності у задану точку простору:

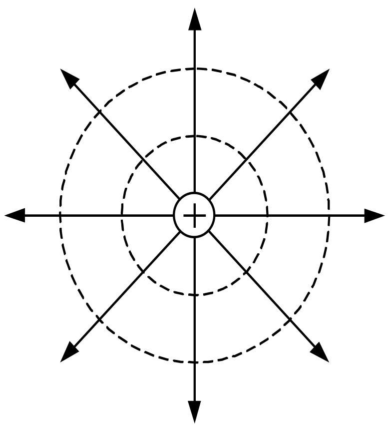


Рис.4.9. Силові лінії та еквіпотенціальні поверхні точкового заряду.

$$\varphi(r) = -\int_{-\infty}^{r} E_e d\lambda . \qquad (4.9)$$

Завдяки невизначеності початку відліку, фізичний зміст має лише різниця потенціалів (напруга) U_{12}:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = -\int_{-\infty}^{1} E_e d\lambda + \int_{-\infty}^{2} E_e d\lambda = \int_{1}^{2} E_e d\lambda \qquad (4.10)$$

Одиниця різниці потенціалів у системі СІ є вольт (В):

$$[U_{12}] = B = \frac{Дж}{Кл} .$$

Поверхні, що мають однакові потенціали, називаються еквіпотенціальними поверхнями. Робота з переміщення заряду по такій поверхні не виконується. Це означає, що силові лінії завжди перпендикулярні до еквіпотенціальної поверхні (рис.4.9)

Використовуючи зв'язок сили та потенціальної енергії

$$F = -\frac{dU}{dr} ,$$

і враховуючи, що в електричному полі $F = qE$, а $U = q\varphi$, одержимо зв'язок між напруженістю та потенціалом:

$$E_r = -\frac{d\varphi}{dr}. \qquad (4.11)$$

У векторній формі ця залежність має вигляд

$$\overline{E} = -\vec{\nabla}\varphi ,$$

де $\vec{\nabla} = \vec{i}\frac{d}{dx} + \vec{j}\frac{d}{dy} + \vec{k}\frac{d}{dz}$ - векторний оператор диференціювання, а $\overline{\nabla}\varphi = \mathrm{grad}\varphi$ - градієнт потенціалу.

Поле диполя

Знайдемо електричне поле диполя. Потенціал точкового заряду дорівнює

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r}.$$

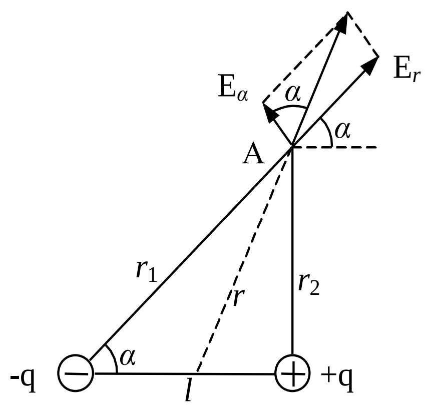


Рис.4.10. Поле диполя.

Тоді в точці А потенціал зарядів (+q) і (-q) дорівнює

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r_2} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r_1} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right). \qquad (4.12)$$

Якщо врахувати, що довжина диполя λ набагато менше відстані r_1 і r_2, то можна одержати

$$r_1 - r_2 = \lambda\cos\alpha,$$

$$r_1 \cdot r_2 \cong r^2. \qquad (4.13)$$

і вираз для потенціалу диполя прийме вигляд:

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = \frac{q\cdot(r_1 - r_2)}{4\pi\varepsilon_o r_1 r_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q\cdot\lambda\cos\alpha}{r^2}. \qquad (4.14)$$

або, вводячи дипольний момент $p = q\lambda$, для потенціалу диполя одержимо

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{p\cos\alpha}{r^2}. \qquad (4.15)$$

де α - кут між напрямком дипольного моменту $\vec{p}$ і радіусом-вектором $\vec{r}$, проведеним з диполя в точку поля A.

Знаючи залежність U від координат, можемо розрахувати напруженість поля E_r за формулою

$$E_r = -\frac{dU}{dr} = \frac{p\cos\alpha}{2\pi\varepsilon_o r^3}. \qquad (4.16)$$

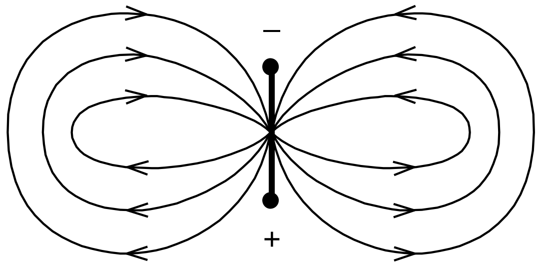


Рис.4.11. Силові лінії диполя.

4.1.4 Розподіл електричних зарядів на провіднику

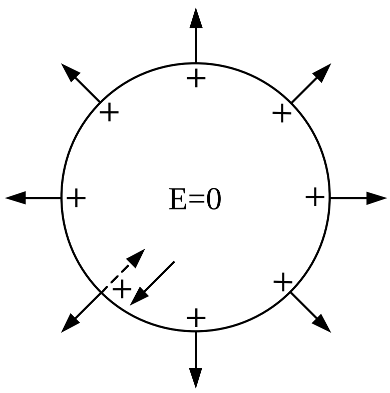


Рис. 4.12. Поле зарядженого провідника.

Тверді тіла можна поділити на дві групи за їх властивостями щодо електропровідності – провідники та діелектрики. Провідники відрізняються тим, що їх атоми мають властивість втрачати електрони, які майже вільно рухаються вздовж провідника. У цілому провідник електрично нейтральний, через те, що заряд електронного газу скомпенсований зарядом позитивних атомних залишків. Заряди в провіднику знаходяться у рівновазі і напруженість електричного поля в будь-якій точці всередині провідника дорівнює нулю. Якби ця умова не виконувалася, то електрони під дією внутрішнього поля почали б рухатися і рівновага зарядів порушилась. Умова рівноваги зарядів вимагає того, щоб зовнішній заряд, наданий провіднику, розподілявся тільки по поверхні провідника. При цьому силові лінії електричного поля повинні бути перпендикулярні до поверхні провідника, а сама поверхня провідника є еквіпотенціальною поверхнею (рис. 4.12).

Поле зарядженої поверхні в кожній точці співпадає з полем площини

$$E_{лок} = \frac{\sigma_{лок}}{2\varepsilon_o},$$

де $\sigma_{лок}$ - локальна густина заряду в точці поверхні.

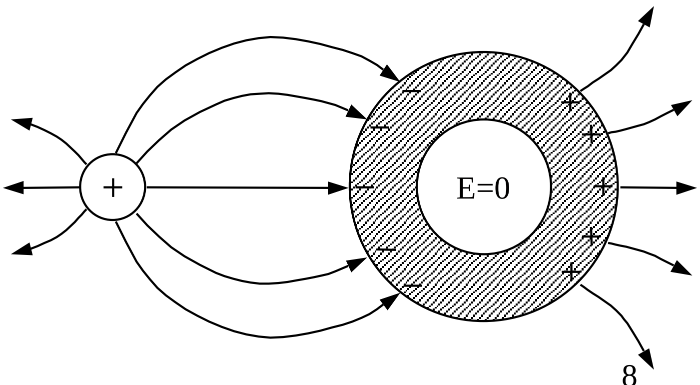


Рис.4.13. Розподіл зарядів у провіднику, що знаходиться в електричному полі.

Враховуючи умови рівноваги зарядів у провіднику та умови згідно якої поле E дорівнює нулю всередині провідника, заряд на поверхні провідника перерозподіляється таким чином, щоб компенсувати поле, створене поверхнею всередині. Тобто, поле внутрішніх зарядів повинно дорівнювати $E_{лок} = \frac{\sigma_{лок}}{2\varepsilon_o}$ та повинно бути спрямоване протилежно до поля поверхні. При цьому поле всередині провідника дорівнює нулю, а поле зовні провідника зростає вдвічі від поля ізольованої зарядженої поверхні. Отже, поле зарядженого провідника біля його поверхні дорівнює

$$E = \frac{\sigma_{лок}}{\varepsilon_o}. \qquad (4.16)$$

Заряди в стані рівноваги розподіляються по поверхні провідника незалежно від того, як вони виникли.

Якщо замкнений провідник, який має порожнину, знаходиться у зовнішньому електричному полі (рис. 4.13), то на ньому з'являються індуковані заряди.

Ці заряди також будуть зосереджені тільки на зовнішній поверхні, а електричне поле як у товщині металу, так і всередині порожнини, дорівнюватиме нулю. Тому порожній металевий провідник екранує електричне поле усіх зовнішніх зарядів. Замкнений порожній провідник екранує поле тільки зовнішніх зарядів. Якщо електричні заряди знаходяться всередині порожнини, то індуковані заряди виникнуть як на зовнішній поверхні провідника, так і на внутрішній (рис. 4.14).

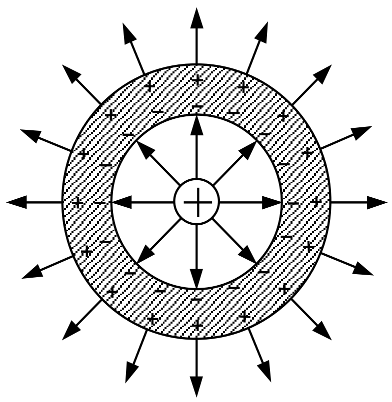


Рис.4.14. Розподіл зарядів, коли заряд всередині порожнини.

Розподіл цих індукованих зарядів буде таким, щоб сумарне поле дорівнювало сумі полів, створених зарядом всередині порожнини та індукованими зарядами в будь-якій точці в товщині металу і дорівнювало нулю. Зовні провідника поле E виникає за рахунок індукованих зарядів на зовнішній поверхні.

Тому замкнена провідна порожнина не екранує поле електричних зарядів, розміщених всередині неї.

Електроємність. Конденсатори

Електроємністю називають здатність провідника накопичувати електричні заряди. Виявлено, що заряд, накопичений на поверхні провідника, пропорційний різниці потенціалів (спаду напруги) між поверхнею даного провідника і найближчими провідниками, розташованими у просторі:

$$Q = CU. \qquad (4.17)$$

Коефіцієнт пропорційності C у співвідношенні (4.17) називається ємністю. Ємність провідника вимірюється у фарадах

$$[C]=\frac{Кл}{В}=Ф,$$

та чисельно дорівнює заряду, який необхідно надати провіднику, щоб змінити його потенціал на одиницю.

Фарада – ємність такого провідника, потенціал якого змінюється на 1 В при наданні йому заряду в 1 Кл.

Поняття ємності використовують для характеристики конденсаторів.

Пару провідників, між якими існує напруга, а силові лінії, що виходять із одного провідника, закінчуються на іншому, називають конденсатором.

Конденсатор, що складається з двох провідників у вигляді концентричних сфер, називається сферичним конденсатором. Дві паралельні провідні пластини називають плоским конденсатором. При цьому припускається, що розсіюванням поля на межі конденсатора можна знехтувати. Провідники, що створюють конденсатор, називають його обкладками.

Ємність конденсатора простої форми можна обчислити. Для цього припускають, що на кожній з обкладок знаходиться деякий заряд q, і обчислюють різницю потенціалів між обкладками.

Обчислимо енергію зарядженого конденсатора (рис. 4.15).

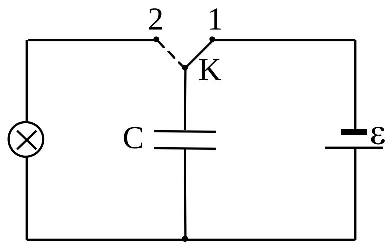


Рис.4.15. Схема розряду конденсатора.

При замиканні ключа в положення 2 конденсатор розряджається. Позначимо через U миттєве значення напруги на його обкладках у процесі розрядки. Робота електричних сил при цьому дорівнює

$$dA=U\quad dq,$$

де dq - кількість заряду.

Використовуючи визначення $q=CU$, $dq=CdU$, для роботи dA одержимо

$$dA=CUdU. \qquad (4.18)$$

Повну роботу, що дорівнює енергії конденсатора, знайдемо, проінтеґрувавши вираз (4.18):

$$A=W=C\cdot\int_0^U udu=\frac{1}{2}CU^2 . \qquad (4.19)$$

Користуючись співвідношенням (4.17), вираз для енергії зарядженого конденсатора можна подати в одному з таких виглядів:

$$W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2C}q^2=\frac{1}{2}qU .$$

Енергія конденсатора зосереджена в його електричному полі, тобто у просторі між його обкладками. Розглянемо плоский конденсатор. Його енергія

$$W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}(\frac{\varepsilon_o s}{d})U^2 . \qquad (4.20)$$

Вважаючи, що напруженість поля конденсатора дорівнює

$$E = \frac{U}{d},$$

приведемо (4.20) до вигляду

$$W = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_o s \cdot U^2 \cdot d}{d^2} = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2 \cdot s \cdot d\ .$$

Враховуючи, що $s \cdot d = V$ - об’єм між обкладками, знайдемо густину енергії поля $u = \frac{W}{V}$:

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2\ . \tag{4.21}$$

Тоді повну енергію можна записати через об’ємний інтеґрал

$$\mathrm{W} = \int \frac{\varepsilon_0 \mathrm{E}^2}{2}\mathrm{dV} \tag{4.22}$$

Якщо заряд розподілений по об’єму з густиною ρ, то повна енергія визначається інтеґралом

$$\mathrm{W} = \frac{1}{2}\int \mathrm{U}\rho \cdot \mathrm{dV}\ . \tag{4.23}$$

Силу взаємодії між обкладками конденсатора можна визначити з рівняння

$$F = -\frac{\mathrm{dW}}{\mathrm{dz}} = \frac{1}{2}q^2\,\frac{d(\frac{1}{c})}{dz}, \tag{4.24}$$

де z - напрямок нормалі до пластин.

З’єднання конденсаторів

Паралельне з’єднання

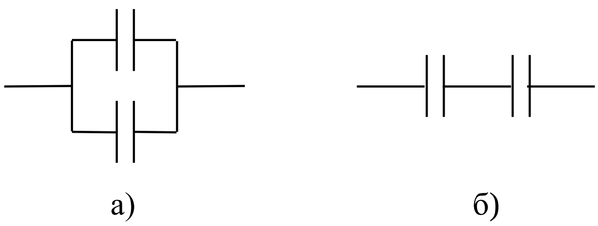


Рис. 4.16. Паралельне (a) і послідовне (b) з’єднання конденсаторів.

При паралельному з’єднанні конденсаторів загальною є напруга U .

$$q_1 = C_1 U,\ \ q_2 = C_2 U\ .$$

Повний заряд дорівнює

$$q = \Sigma q_i = U \Sigma C_i\,. \tag{4.25}$$

Порівнюючи (4.25) з визначенням

$$q = U \cdot C,$$

для ємності паралельних конденсаторів маємо

$$C = \Sigma C_i\,. \tag{4.26}$$

При послідовному з’єднанні конденсаторів заряд однаковий для всіх конденсаторів, і можна записати

$$U_1 = q/C_1,\ \ U_2 = q/C_2 .$$

Напруга батареї дорівнює сумі напруг на окремих конденсаторах, тобто

$$U = \Sigma U_i = q\Sigma\frac{1}{C_i} = q \cdot \frac{1}{C}. \qquad (4.27)$$

Отже, ємність послідовно з’єднаних конденсаторів дорівнює

$$\frac{1}{C} = \Sigma\frac{1}{C_i}. \qquad (4.28)$$

4.1.5 Поляризація діелектриків

Діелектрики відрізняються від провідників тим, що у них відсутні вільні заряди. Діелектрики, потрапляючи в електричне поле, призводять до зменшення зовнішнього поля. Це відбувається за рахунок того, що при внесенні діелектрика в електричне поле, виникає поляризаційний заряд, зв’язаний із зміщенням центрів позитивного та негативного зарядів діелектрика. Поляризаційні заряди діелектрика зв’язані один з одним і мають можливість зміщуватись, на відміну від провідників, лише на малу відстань в межах однієї молекули. При поляризації діелектрика заряди в кожній молекулі (рис. 4.17) зміщуються в протилежні боки.

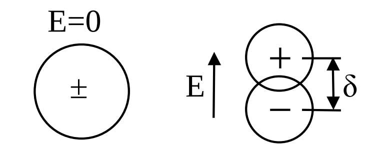


Рис.4.17. Поляризація молекули в діелектрику.

При цьому кожна молекула перетворюється в електричний диполь, а поле діелектрика спрямоване завжди проти зовнішнього поля (рис.4.18).

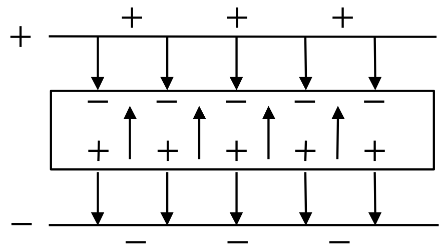


Рис.4.18. Поле в діелектрику.

Для кількісної характеристики поляризації діелектрика вводять величину, яка називається ***вектором поляризації*** $\vec{P}$. Вектором поляризації називають дипольний момент одиниці об’єму діелектрика

$$\vec{P} = \frac{1}{V}\Sigma\vec{p}_i .$$

де V - об’єм діелектрику, а $\vec{p}_i = q\delta$ - дипольний момент молекули, q - заряд молекули, δ - зміщення центрів позитивного та негативного зарядів у молекулі.

Поляризаційний заряд, тобто зв’язаний заряд, при поверхневій поляризації дорівнює нормальній складовій вектора поляризації:

$$\delta_{пов} = P_n .$$

При об'ємній поляризації зв'язаний заряд визначається потоком вектора поляризації

$$q_{св} = -\oint_S P_n dS,$$

де враховано, що поляризаційні заряди завжди створюють поле, протилежне зовнішньому.

В лінійному наближенні вектор поляризації пропорційний прикладеному полю:

$$\vec{P} = \chi\varepsilon_o\vec{E},$$

де χ - діелектрична сприйнятливість, яка визначає властивість речовини поляризуватися та залежить від природи речовини.

4.1.6 Напруженість електричного поля всередині діелектрика

Розглянемо плоский конденсатор, заповнений однорідним діелектриком. Напруженість поля E всередині діелектрика складається з суми двох полів: поля E_o, створеного зарядами на металевих обкладках конденсатора

$$E_o = \frac{\sigma}{\varepsilon_o},$$

де σ - поверхнева густина зарядів на металевих обкладках, та поля E' поляризованого діелектрика, яке залежить від поляризаційних зарядів, що виникають на його поверхні

$$E' = -\frac{\sigma_{пов}}{\varepsilon_о},$$

де

$$\sigma_{пов} = P_n = \chi\varepsilon_o E.$$

Тоді напруженість поля всередині діелектрика дорівнює

$$E = E_o + E_1 = \frac{\sigma - \sigma_{пов}}{\varepsilon_о} = \frac{\sigma}{\varepsilon_o} - \chi E.$$

Перетворивши цей вираз, одержимо остаточно

$$E + \chi E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o},$$

або

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o(1+\chi)} = \frac{\sigma}{\varepsilon_o\varepsilon} = \frac{E_o}{\varepsilon} = \frac{E_o}{1+\chi}. \qquad (4.29)$$

Тут введена ε - діелектрична проникність

$$\varepsilon = 1 + \chi,$$

яка має такий же фізичний зміст, як і діелектрична сприятливість χ.

Отже, результат (4.29) показує, що поле всередині діелектрика зменшується в ε або в $(1+\chi)$ разів.

Вектор електричної індукції D (електричне зміщення)

Розглянемо теорему Гаусса для середовища, заповненого діелектриком з об'ємною поляризацією. Тоді сумарне поле діелектрика буде визначатися вільними зарядами q, що знаходяться у просторі, який обмежений поверхнею інтеґрування S та об'ємним поляризаційним (зв'язаним) зарядом

$$q_{зв} = -\oint P_n dS.$$

Теорема Гаусса має вигляд:

$$\oint_S E_n dS = \frac{q + q_{зв}}{\varepsilon_o} = \frac{q}{\varepsilon_o} - \frac{1}{\varepsilon_о}\oint_S P_n dS.$$

Це рівняння можна привести до вигляду:

$$\oint_S E_n dS + \frac{1}{\varepsilon_о}\oint_S P_n dS = \frac{q}{\varepsilon_o},$$

або

$$\frac{1}{\varepsilon_o}\oint_S (\varepsilon_o \vec{E} + \vec{P})_n dS = \frac{q}{\varepsilon_o}. \qquad (4.30)$$

Якщо в (4.30) увести вектор електричної індукції $\vec{D}$

$$\vec{D} = \varepsilon_o \vec{E} + \vec{P},$$

то це рівняння набуває вигляду теореми Гаусса для вектора електричної індукції:

$$\oint_S D_n dS = q.$$

Отже, вектор електричної індукції (або електричного зміщення) $\vec{D}$ має сенс поля вільних зарядів, тоді як вектор поляризації $\vec{P}$ визначає поле поляризаційних зарядів, а напруженість поля E має сенс сумарного поля – вільних та поляризаційних зарядів. Враховуючи зв'язок вектора поляризації та напруженості E:

$$\vec{P} = \chi\varepsilon_o \vec{E},$$

визначимо зв'язок $\vec{D}$ і $\vec{E}$:

$$\vec{D} = \varepsilon_o \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_o \vec{E} + \chi\varepsilon_o \vec{E} = \varepsilon_o (1+\chi)\vec{E} = \varepsilon_o \varepsilon \vec{E}.$$

Цей вираз

$$\vec{D} = \varepsilon_o \varepsilon \vec{E} \qquad (4.31)$$

є основним у теорії електричного поля у середовищі.

Якщо діелектрична проникність $\varepsilon = 1$ (середовище – вакуум), напруженість поля у вакуумі дорівнює електричній індукції: $E_o = \frac{D}{\varepsilon_o}$. Напруженість поля в середовищі менша за напруженість поля у вакуумі:

$$E = \frac{E_o}{\varepsilon} = \frac{D}{\varepsilon_o \varepsilon}. \qquad (4.32)$$

Діелектрична проникність ε (або сприйнятливість χ) залежить від будови речовини – від типу молекул (атомів), їх взаємодії, та є фундаментальною характеристикою діелектриків.

4.1.7 Електронна поляризація

Електронна поляризація виникає в неполярних діелектриках, тобто в речовинах, що складаються з неполярних молекул, в яких центри позитивних та негативних зарядів за відсутності зовнішнього поля співпадають. Електронний механізм поляризації полягає в тому, що центри зарядів в електронному полі зміщуються (рис.4.19).

При такому зміщенні виникає наведений дипольний момент

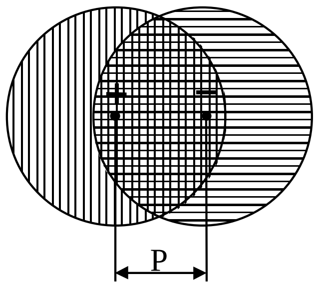


Рис.4.19. Схема електронної поляризації.

$$p = q\delta,$$

де δ - величина зміщення, q - заряд. При зміщенні зарядів виникають пружні сили, які змушують заряди коливатися навколо положення рівноваги

$$Fnp = \text{-kx},$$

де пружна стала зв'язана з власною частотою коливань зарядів

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Пружна сила при рівновазі дорівнює силі електричного поля:

$$kx = qE \quad \text{або} \quad m\omega_o^2 x = qE,$$

звідси одержимо величину зміщення зарядів δ: $\delta = x = \dfrac{qE}{m\omega_o^2}$.

Тоді дипольний момент молекули дорівнює $\text{p} = q\delta = \dfrac{q^2 E}{m\omega_o^2}$,

а вектор поляризації для неполярних молекул

$$P = Np = \frac{Nq^2 E}{m\omega_o^2}. \qquad (4.33)$$

Враховуючи зв'язок вектора поляризації та поля E: $P = \chi\varepsilon_o E$, з (4.33) одержуємо вираз для діелектричної сприйнятливості неполярного діелектрика

$$\frac{Nq^2 E}{m\omega_o^2} = \chi\varepsilon_o E,$$

звідки остаточно $$\chi = \frac{Nq^2}{m\omega_o^2\varepsilon_o}. \qquad (4.34)$$

Вираз (4.34) показує, що для неполярних діелектриків сприйнятливість не залежить від температури, та визначається частотою коливань ω_0 зв'язаного заряду молекул відносно центра молекули.

4.1.8 Поляризація полярних молекул. Орієнтаційна поляризація. Закон Кюрі

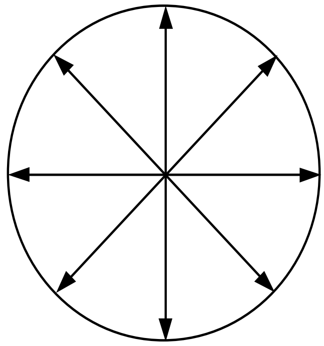


Рис. 4.20. Орієнтація дипольних моментів за відсутності поля: E=0

Полярними молекулами називаються несиметричні молекули, в яких центри позитивного та негативного зарядів зміщені за відсутності поля. Такі молекули мають власний дипольний момент.

Однак, за відсутності зовнішнього поля хаотичний рух молекул призводить до рівномірного розподілу векторів дипольних моментів у просторі. При цьому вектор поляризації як сума всіх дипольних моментів дорівнює нулю (рис.4.20). Якщо полярні молекули потрапляють в електричне поле, напрямок якого заданий (рис.4.21), то дипольні моменти розвертаються в полі на деякий кут θ, величина якого визначається запасом енергії диполя

$$W = -p \bullet E \bullet \cos\theta .$$

Число молекул, орієнтованих під деяким кутом θ, визначається розподілом Больцмана

$$n(\theta) = Ne^{\frac{-\mathrm{u}(\theta)}{\mathrm{kT}}} = Ne^{\frac{pE\cos\theta}{kT}},$$

де N - загальне число молекул. Скориставшись розкладом експоненти в ряд

$$e^x = 1 + x + \ldots,$$

дійсним за умови, що

$$\frac{\mathrm{p}E}{kT} < 1,$$

одержимо наближене значення числа молекул $n(\theta)$:

$$n(\theta) \cong N\left(1 + \frac{\mathrm{p}E\cos\theta}{kT}\right). \qquad (4.35)$$

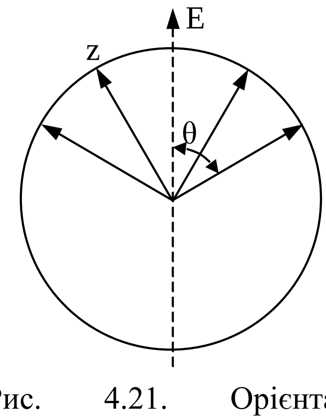


Рис. 4.21. Орієнтація дипольних моментів в електричному полі E: θ -кут орієнтації

Перший доданок в (4.35) $n(\theta) \sim N$ відповідає насиченню дипольних моментів, коли поле настільки велике, а температура настільки мала, що всі дипольні моменти розвертаються тільки у напрямі поля E.

Вектор поляризації при цьому не залежить від температури середовища та дорівнює максимальному значенню

$$P_{нас} = Np\,. \qquad (4.36)$$

Тепловий рух руйнує насичення, та число молекул, що орієнтовані під деяким кутом θ, дорівнює

$$n(\theta) \sim \frac{NpE\cos\theta}{kT},$$

а вектор поляризації тоді дорівнює

$$\mathrm{P} = 2\pi \cdot \int_0^{\pi} \mathrm{p} \cdot \cos\theta \cdot \mathrm{n}(\theta) \cdot \sin\theta \cdot \mathrm{d}\theta \cong \frac{\mathrm{Np}^2\mathrm{E}}{3\mathrm{kT}},$$

де проведено інтеґрування по всіх кутах θ.

Вираз
$$P = \frac{Np^2E}{3kT} \qquad (4.37)$$

називається законом Кюрі. Закон Кюрі, разом з результатом (4.36), дозволяє одержати криву поляризації полярних молекул (рис.4.22).

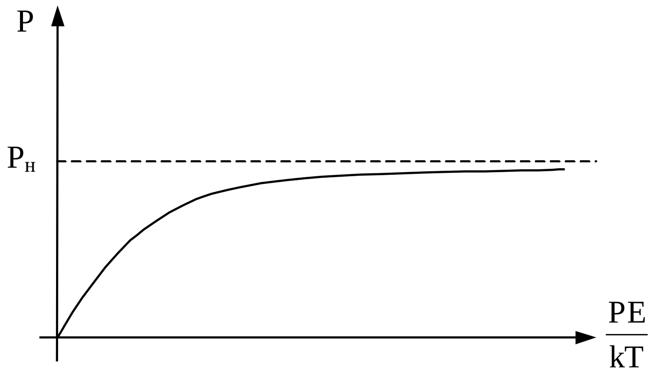


Рис.4.22. Крива насичення поляризації полярних молекул.

Таким чином, при умовах, далеких від насичення ($\frac{PE}{kT}$<1), поляризація полярного діелектрика лінійно зростає при збільшенні напруженості поля E або при зменшенні температури. Останній факт пояснюється тим, що при зниженні температури хаотичний тепловий рух вимерзає і не перешкоджає повороту дипольних моментів вздовж електричного поля E.

Сприйнятливість полярних діелектриків

$$\chi = \frac{Np^2}{3\varepsilon_o kT} \qquad (4.38)$$

відображає залежність поляризації від температури.

4.1.9 Сегнетоелектрики. Закон Кюрі-Вейсса. Гістерезис

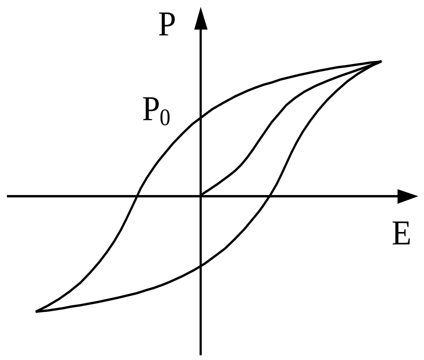


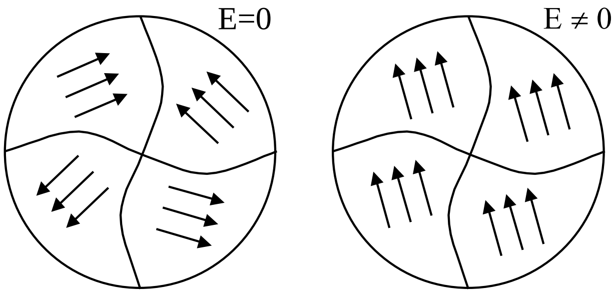
Рис.4.23. Діелектричний гістерезис в сегнетоелектриках.

Деякі полярні діелектрики мають дивовижні властивості – при температурах, нижчих так званої температури Кюрі T_C, ці діелектрики мають діелектричну сприйнятливість, що перевищує сприйнятливість у звичайному стані у тисячі разів. Крім того, у такому стані спостерігається залишкова поляризація, яка не зникає при зникненні поля. Залежність вектора поляризації від напруженості (або електричної індукції від напруженості) має вигляд петлі гістерезису (рис.4.23).

Такі діелектрики називаються сегнетоелектриками. Типовий приклад – титанат барію $BaTiO_3$. Температура Кюрі для нього $Tc=118^oC$. Сприйнятливість сегнетоелектриків визначається законом Кюрі-Вейсса

$$\chi = \frac{N\mathrm{p}^2}{3\varepsilon_o k(T - Tc)}. \qquad (4.39)$$

Причиною сегнетоелектричних властивостей є самовільна поляризація сегнетоелектриків при температурах $T \leq T_c$, яка виникає внаслідок взаємодії між молекулами. Під впливом цієї взаємодії в сегнетоелектриках виникають області самовільної поляризації, які називаються доменами (рис.4.24).



а) б)

Рис.4.24. Орієнтація доменів: поле відсутнє ($а$), орієнтація в полі ($б$).

Наявність доменів пояснює петлю гістерезису і залишкову поляризацію.

Якщо зовнішнє поле $\vec{D}$ відсутнє, то домени в речовині орієнтовані хаотично і сегнетоелектрик неполяризований. Але, якщо ввімкнути електричне поле, то домени починають розвертатись по полю, і внесок кожного домену в поляризацію буде в тисячі разів більшим, ніж внесок однієї молекули. Петля гістерезису показує, що при вимиканні поля домени не одночасно повертаються в попереднє положення – для цього необхідно витратити додаткову енергію, яка черпається з електричного поля.