4.2 Закон Ома

Георг Ом (1787-1854) – німецький фізик. Установив залежність між величиною електричного струму і напругою на кінцях ділянки ланцюга, що стало основою електротехніки.

Електричний струм – це спрямований рух електронів у провіднику. Для характеристики електричного струму вводять дві основні величини – густина струму та сила струму.

Густина стуму дорівнює величині заряду, який проходить за одиницю часу крізь одиничний поперечний переріз провідника. Якщо n - це концентрація електронів, V - їх швидкість у напрямку струму, то вектор густини струму дорівнюватиме

$$\vec{j} = ne\vec{V}.$$

Силою струму називають потік вектора густини струму крізь поперечний переріз площею S:

$$J = \int_S j_n dS.$$

Одиницею сили струму є ампер (А). Один ампер – це сила струму, при якій крізь поперечний переріз провідника проходить заряд 1Кл за час 1с.

Якщо провідником тече струм, то потенціал в різних точках провідника неоднаковий, а поверхня не є еквіпотенціальною. Якщо між точками *a* і *b* (рис. 4.25) тече струм, то між цими точками існує напруга, яка тим більша, чим ближча точка c до другого кінця дроту. Тобто за наявності струму існує спад напруги вздовж провідника. Спад напруги означає, що існує тангенційна складова напруженості електричного поля $E\tau$, спрямована вздовж провідника (рис. 4.26). Для підтримки електричного струму треба постійно виконувати роботу з подолання сил опору, які виникають при спрямованому русі електронів через зіткнення електронів з атомними залишками та атомами домішок у провіднику.

Для провідників існує однозначна залежність між напругою U, прикладеною до кінців

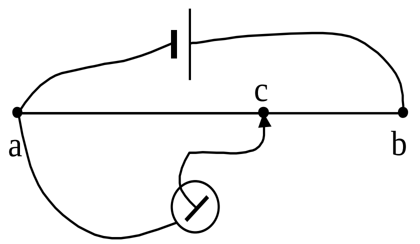

Рис.4.25. Падіння напруги повздовж провідника з струмом.

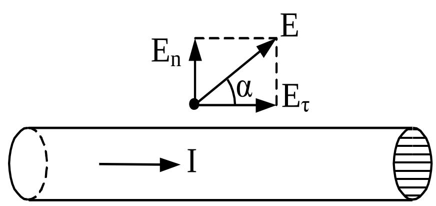

Рис. 4.26. Електричне поле провідника з струмом.

провідника, та силою струму в ньому:

$$J = f(U).$$

Ця залежність називається вольт-амперною характеристикою даного провідника. Для металів ця залежність пропорційна і має назву ***закону Ома***:

$$J = \Lambda U .$$

Коефіцієнт пропорційності Λ називається ***електропровідністю*** провідника, а величина обернена електропровідності називається електричним опором R :

$$R = \frac{1}{\Lambda} .$$

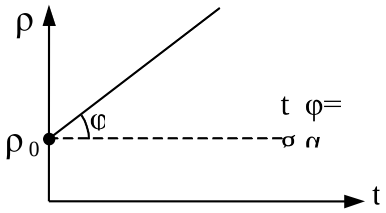

Рис.4.27. Температурна залежність питомого опору.

Одиниця опору називається Омом. 1 Ом – це опір такого провідника, в якому при напрузі між його кінцями в 1 В виникає струм силою 1А:

$$1 Ом = 1 \frac{B}{A} .$$

Для провідників у вигляді циліндра опір визначається за формулою

$$R = \rho \frac{\lambda}{S} ,$$

де λ - довжина провідника, S - його поперечний переріз, ρ - питомий опір даної речовини.

Питомий опір залежить від температури. Приблизно для невисоких температур температурна залежність опору має лінійний вигляд: (рис.4.27)

$$\rho = \rho_o (1 + \alpha t) ,$$

де ρ_o - питомий опір при 0^0C, α - температурний коефіцієнт опору.

4.2.1 Сторонні сили. Електрорушійна сила

Електростатичне поле завжди переміщує заряди так, щоб різниця потенціалів зменшувалась. В результаті цього електростатичне поле (поле конденсаторів) не може бути джерелом постійного струму. Справді, наявність струму буде супроводжуватись переходом зарядів з однієї обкладки на іншу так, що заряди обкладок будуть зменшуватись. При замкненні такого кола різниця потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$ дорівнюватиме нулю:

$$\oint E d\lambda = 0 .$$

Для того, щоб одержати постійний струм, на заряди в електричному колі повинні діяти сили, які відрізнялись би від сил електростатичного поля. Такі сили називаються ***сторонніми силами.*** Будь-який пристрій, в якому виникають сторонні сили, називається джерелом струму. Якщо позначити напруженість поля сторонніх сил E^x , то робота з переміщення точкового заряду в замкненому контурі під дією сторонніх сил, називається ***електрорушійною силою*** та дорівнюватиме

$$\varepsilon = \oint_{\Gamma} E_{\lambda}^{x} d\lambda.$$

Електрорушійна сила вимірюється за напругою на клемах розімкненого джерела струму. Тоді на ділянці кола (рис.4.28) на заряд діятиме сила

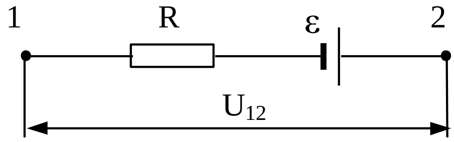

Рис. 4.28. Напруга на ділянці кола.

$$F = eE_{\tau} + eE^{x},$$

де E_{τ} - електростатичне поле, а E^{x} - поле сторонніх сил. Робота, що виконується з переносу заряду на ділянці кола дорівнюватиме

$$A_{12} = e\int_1^2 E_{\tau} d\lambda + e\int_1^2 E^{x} d\lambda = e\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) + e \cdot \varepsilon_{12} = eU_{12},$$

де $\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_{\tau} d\lambda$ - різниця потенціалів на ділянці кола,

$$\varepsilon_{12} = \int_1^2 E^{x} d\lambda,$$

E^{x} - е.р.с. сторонніх сил, а

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}$$

- спад напруги на ділянці кола.

Очевидно, що для замкненого кола різниця потенціалів дорівнює нулю:

$$\oint E_{\tau} d\lambda = 0,$$

а спад напруги дорівнюватиме е.р.с.:

$$U = \varepsilon.$$

Таким чином, спадом напруги на ділянці кола називається величина, яка чисельно дорівнює роботі електростатичних та сторонніх сил при переміщенні точкового позитивного заряду.

За відсутності сторонніх сил на ділянці кола напруга U_{12} співпадає з різницею потенціалів

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Закон Ома для розімкненого кола має вигляд

$$J = \frac{U_{12}}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}}{R},$$

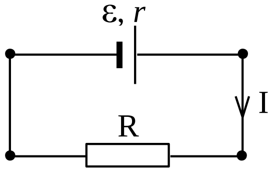

Рис.4.29. Замкнене коло.

де R - повний опір кола, який включає внутрішній опір джерела струму.

Якщо розглянути коло, в якому діє е.р.с. (рис.4.29), то закон Ома для замкненого кола набуває вигляду:

$$J = \frac{\varepsilon}{R + r}, \qquad (4.40)$$

де r - внутрішній опір джерела струму.

4.2.2 Робота і потужність постійного струму. Закон Джоуля -Ленца

Електричний струм виконує роботу при переміщенні заряду по колу. Якщо на деякій ділянці кола (рис. 4.30) існує напруга U , то за час t через цю ділянку кола пройде заряд $q = Jt$, і робота електричного струму на цій ділянці дорівнюватиме

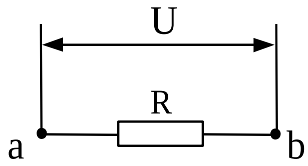

Рис.4.30. До обчислення роботи електричного поля.

$$A = qU = UJt.$$

Потужність струму, тобто робота за одиницю часу, дорівнює

$$P = \frac{A}{t} = JU.$$

Якщо врахувати закон Ома, то робота електричного струму дорівнюватиме

$$A = RJ^2 t. \qquad (4.41)$$

Цей закон називається ***законом Джоуля -Ленца.***

При проходженні струму через нерухомі провідники, робота струму витрачається на нагрів провідника. Кількість теплоти, що виділяється у провіднику при проходженні через нього електричного струму, згідно з законом Джоуля-Ленца, дорівнює

$$Q = 0.24 \cdot RJ^2 t \text{ калорій.} \qquad (4.42)$$

Тут враховано, що

1Дж = 0,24 кал,

а одиниця потужності – Ват (Вт)

$$[P] = \text{Ват} = \frac{Дж}{с}.$$

Використовуючи закон Ома $J = \frac{U}{R}$, вираз (4.42) можна подати у вигляді

$$Q = 0.24 \cdot \frac{U^2}{R} \cdot t \text{ калорій.} \qquad (4.43)$$

Формули (4.42) і (4.43) дають можливість розрахувати кількість теплоти, що виділяється у провідниках, приєднаних до джерела струму паралельно або послідовно. При послідовному з’єднанні в усіх провідниках тече струм однієї величини. Тому для визначення кількості теплоти зручна формула (4.42): ***при послідовному з’єднанні декількох провідників у кожному виділяється кількість теплоти прямо пропорційна опорові провідника.***

При паралельному з’єднанні струм у провідниках різний, але напруга на їх кінцях однакова. Тому зручно користуватись формулою (4.43): ***при паралельному з’єднанні у кожному провіднику виділяється кількість теплоти, обернено пропорційна опорові провідника.***

4.2.3 Послідовне і паралельне з’єднання провідників

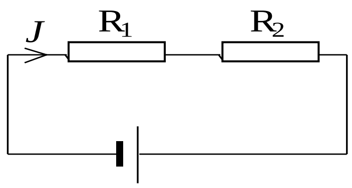

Рис. 4.31. Послідовне з’єднання провідників.

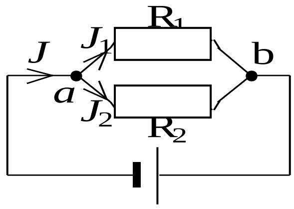

Рис. 4.32. Паралельне з’єднання провідників.

Розглянемо послідовне з’єднання опорів (рис.4.31). Струм J в усіх резисторах однаковий, спад напруги на кожному опорі дорівнює

$$U_1 = JR_1, \quad U_2 = JR_2.$$

Повний спад напруги дорівнює сумі:

$$U = U_1 + U_2 = J(R_1 + R_2).$$

Порівнюючи з законом Ома $U = JR$, одержимо повний опір при послідовному з’єднанні

$$R = R_1 + R_2.$$

При паралельному з’єднанні (рис.4.32) напруга між точками a і b однакова $U_1 = U_2 = U$, а струм у точці a розгалужується

$$J = J_1 + J_2. \qquad (4.44)$$

Тоді спад напруги на опорах R_1 і R_2 дорівнює

$$U_1 = J_1 R_1, \quad U_2 = J_2 R_2, \qquad (U_1 = U_2 = U) \quad (4.45)$$

Враховуючи визначення струмів із (4.44)

$$J_1 = \frac{U}{R_1}, \quad J_2 = \frac{U}{R_2},$$

для повного струму (4.44) одержуємо

$$J = J_1 + J_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = U(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}) = \frac{U}{R},$$

де R - повний опір паралельного кола:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

4.2.4 Зарядка і розрядка конденсатора з ємністю С

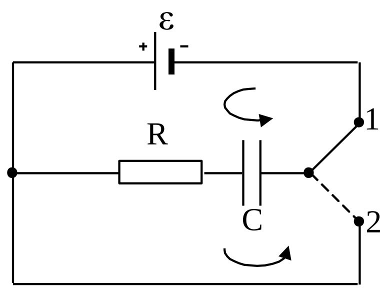

Рис. 4.33. Зарядка і розрядка конденсатора.

де $\mathcal{E}$ - е.р.с. джерела, R - опір.

а) Розглянемо спочатку процес розрядки зарядженого конденсатора у схемі (рис. 4.33) – ключ переключається у положення 2. Тоді через опір R потече струм. Нехай J, q, U - миттєві значення струму, заряду і напруги на конденсаторі.

Падіння напруги на опорі JR дорівнює напрузі на конденсаторі

$$U = JR, \qquad (4.46)$$

де

$$J = -\frac{\mathrm{dq}}{\mathrm{dt}}, \qquad (4.47)$$

знак «-» враховує, що напрямок струму відповідає зменшенню заряду конденсатора, а напруга на конденсаторі дорівнює

$$U = \frac{q}{C}. \qquad (4.48)$$

Тоді, підставляючи ці значення у закон Ома, маємо

$$\frac{q}{C} = -\mathrm{R}\frac{\mathrm{dq}}{\mathrm{dt}},$$

або

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0. \qquad (4.49)$$

Розв’язок рівняння (4.49) дозволяє привести його до вигляду

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{\mathrm{RC}} \cdot dt, \qquad (4.50)$$

звідки, інтегруючи, одержуємо залежність заряду від часу при розрядці:

$$\mathrm{q} = \mathrm{q_o} \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{RC}}}. \qquad (4.51)$$

Якщо ввести сталу часу τ, яку називають часом релаксації, і яка дорівнює часу, за який заряд зменшується в "е" разів:

$$\tau = RC,$$

результат (4.51) представимо у вигляді

$$q = q_o e^{-\frac{t}{\tau}} = q_0 \exp\left[-\frac{t}{\tau}\right]. \quad (4.52)$$

Залежність струму у ланцюзі від часу знаходимо з (4.47):

$$J = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_o}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = J_o e^{-\frac{t}{\tau}}, \qquad (4.53)$$

де $J_o = \frac{q_o}{RC} = \frac{q_o}{\tau}$ - струм у початковий момент $t = 0$.

Падіння напруги на обкладках конденсатора знаходимо з рівняння (4.48):

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_o}{C} e^{-\frac{t}{\tau}} = \mathcal{E} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (4.54)$$

де е.р.с. у початковий момент $t = 0$ дорівнює $\mathcal{E} = \frac{q_o}{C}$.

Графіки залежності заряду, струму і напруги від часу приведені на рис. 4.34.

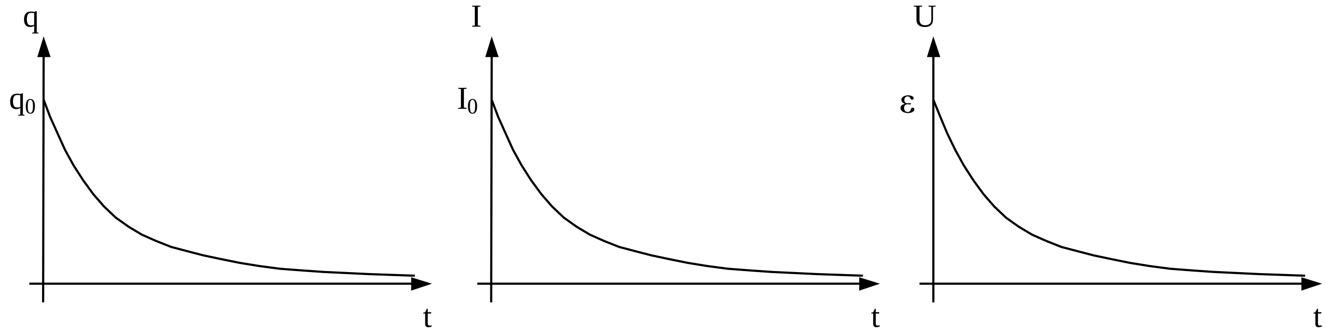

Рис. 4.34. Залежність заряду, струму і падіння напруги при розрядці конденсатора.

б) Розглянемо тепер зарядку конденсатора – ключ переведений у положення 1 (рис. 4.33). Тоді у ланцюзі сума падінь напруг на опорі і ємності дорівнює е.р.с. джерела:

$$RJ + U = \mathcal{E}. \qquad (4.55)$$

Тому що тепер напрямок струму пов'язаний з збільшенням заряду на конденсаторі, він позитивний:

$$J = \frac{dq}{dt}, \quad (4.56)$$

а падіння напруги на конденсаторі

$$U = \frac{q}{C}. \quad (4.57)$$

Підставляючи значення (4.56) і (4.57) у (4.55) одержуємо

$$\frac{dq}{dt}+\frac{q}{RC}=\frac{\varepsilon}{R}, \qquad (4.58)$$

або

$$\frac{dq}{dt}+\frac{1}{R}(q-\varepsilon C)=0. \qquad (4.59)$$

Вводячи позначення $q-\varepsilon C=\mathrm{Q}$, (4.60)

одержуємо рівняння для Q:

$$\frac{dQ}{dt}+\frac{Q}{RC}=0, \qquad (4.61)$$

звідки $Q=A\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{RC}}}$, або

$$q=\varepsilon C+A\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{RC}}}. \qquad (4.62)$$

Використовуючи початкові умови $t=0$, $q=0$, одержуємо сталу інтегрування

$$A=-\varepsilon C=-q_{\infty},$$

де $q_{\infty}=\varepsilon C$ - заряд конденсатора при нескінченно великому часі зарядки. Остаточно заряд конденсатора при зарядці з (4.62) дорівнює:

$$q=q_{\infty}\cdot\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{RC}}}\right). \qquad (4.63)$$

Струм при зарядці дорівнює

$$J=\frac{dq}{dt}=\frac{q_{\infty}}{RC}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}=\frac{\varepsilon}{R}\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}=J_o\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}, \qquad (4.64)$$

де $J_o=\dfrac{\varepsilon}{R}$ - струм у початковий момент $t=0$.

Падіння напруги на конденсаторі дорівнює

$$U=\frac{q}{C}=\varepsilon(1-\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}}{\tau}}). \qquad (4.65)$$

Графіки цих залежностей при зарядці приведені на рис. 4.35.

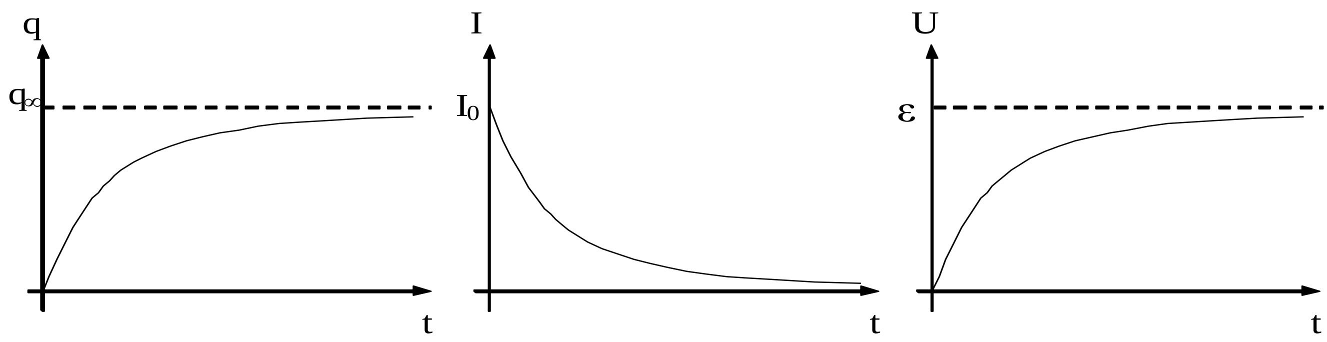

Рис. 4.35. Процес зарядки конденсатора.

Якщо розглядати послідовний процес зарядки і розрядки, то зміна, наприклад, заряду буде мати вигляд:

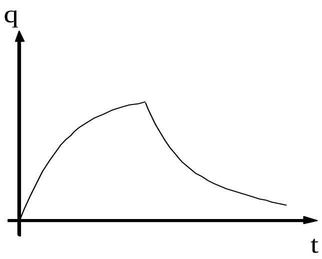

Рис. 4.36. Послідовний процес зарядки і розрядки конденсатора.