

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Затверджено

Вченою радою математичного факультету

назва фак.-ту

протокол № 3 від 20 вересня 2024 р.

Голова Вченої ради, декан



С. І. Гоменюк

підпис

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

підготовки здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти
ступеня доктора філософії

зі спеціальності 113 Прикладна математика

освітньо-наукова програма Прикладна математика

Укладач:

Клименко М. І., доцент кафедри фундаментальної та прикладної математики, кандидат
фізико-математичних наук, доцент

Погоджено:

Гарант освітньо-наукової програми

С. М. Гребенюк

Запоріжжя 2024

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
		Денна, вечірня, заочна форми навчання
Кількість кредитів – 4	Галузь знань 11 Математика та статистика	нормативна
		Цикл професійної підготовки
Змістових модулів – 6	Спеціальність 113 Прикладна математика	Рік підготовки:
Загальна кількість годин – 120		2-й
		Лекції 30 год.
Освітньо-наукова програма Прикладна математика		Самостійна робота 90 год.
Рівень вищої освіти: третій (доктор філософії)		Вид підсумкового контролю: залік

2. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою викладання навчальної дисципліни «Математичні моделі оптимізаційних задач» є ознайомлення аспірантів з теоретичними основами та алгоритмами математичного моделювання задач оптимізації, що надає можливості застосування набутих знань у якості інструменту для розв'язання конкретних прикладних задач. Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Математичні моделі оптимізаційних задач» є формування у аспірантів цілісної системи знань та навичок щодо теорії та практики математичного моделювання у задачах оптимізації, необхідної для подальшої наукової та професійної діяльності фахівців з прикладної математики.

Вивчення аспірантами дисципліни «Математичні моделі оптимізаційних задач» ґрунтується на ознайомленні їх з дисциплінами «Математичне моделювання складних систем» та «Чисельні методи розв'язання механічних задач».

Згідно з вимогами освітньо-наукової програми аспіранти повинні досягти таких програмних **компетентностей і програмних результатів навчання**:

Програмні компетентності	
ЗК1	Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу
ЗК2	Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел
ЗК3	Здатність виявляти, ставити та вирішувати проблеми
ЗК5	Здатність розв'язувати комплексні проблеми прикладної математики на основі системного наукового світогляду та загального культурного кругозору із дотриманням принципів професійної етики та академічної доброчесності
СК1	Здатність до розуміння основних концепцій, історичних витоків, сучасного стану та тенденції розвитку прикладної математики; оволодіння термінологією з досліджуваного наукового напрямку

СК3	Здатність виявляти, ставити та вирішувати проблеми дослідницького та/або інноваційного характеру; оцінювати та забезпечувати якість виконуваних досліджень; комерціалізувати їх результати; здійснювати захист прав інтелектуальної власності
СК4	Здатність використовувати сучасні методології, методи та інструменти емпіричних і теоретичних досліджень у галузі, методи комп'ютерного моделювання, сучасні цифрові технології, бази даних та інші електронні ресурси, спеціалізоване програмне забезпечення у науковій та науково-педагогічній діяльності
СК5	Здатність усно і письмово презентувати та обговорювати результати наукових досліджень та/або інноваційних розробок українською та іноземною мовами, демонструвати глибоке розуміння іншомовних наукових текстів за напрямом досліджень; володіти навичками академічного письма
СК8	Здатність розробляти нові та вдосконалювати існуючі моделі та методи математичного та комп'ютерного моделювання природних та інженерно-технічних систем та процесів, а також критично оцінювати отримані результати
Програмні результати навчання	
ПРН1	Мати передові концептуальні та методологічні знання з предметної області та на межі предметних галузей, а також дослідницькі навички, достатні для проведення наукових і прикладних досліджень на рівні останніх світових досягнень з відповідного напрямку, отримання нових знань та/або здійснення інновацій
ПРН3	Застосовувати сучасні інструменти і технології пошуку, оброблення та аналізу інформації, зокрема, статистичні методи аналізу даних великого обсягу та/або складної структури, спеціалізовані бази даних та інформаційні системи
ПРН4	Формулювати і перевіряти гіпотези; використовувати для обґрунтування висновків належні докази, зокрема, результати теоретичного аналізу, експериментальних досліджень, спостережень, математичного та комп'ютерного моделювання, наявні літературні дані з метою розв'язання значущих наукових та науково-прикладних проблем
ПРН6	Вільно презентувати та обговорювати з фахівцями і нефахівцями результати досліджень, наукові та прикладні проблеми зі спеціальності прикладна математика державною та іноземною мовами; оприлюднювати результати досліджень у наукових публікаціях у провідних вітчизняних та міжнародних наукових виданнях з дотриманням правил академічного письма; здійснювати ефективну міжособистісну комунікацію; демонструвати навички публічних виступів, аргументації та риторики
ПРН7	Критично аналізувати та узагальнювати результати власних досліджень і результати інших дослідників у контексті всього комплексу сучасних знань щодо досліджуваної наукової проблеми, визначати перспективи подальших наукових розвідок
ПРН8	Демонструвати системний науковий світогляд та загальний культурний кругозір; володіти техніками і технологіями критичного мислення; дотримуватися принципів академічної доброчесності та професійної етики; забезпечувати безперервний саморозвиток та самовдосконалення протягом життя
ПРН11	Розробляти та досліджувати концептуальні, математичні і комп'ютерні моделі процесів і систем, ефективно використовувати їх для отримання нових знань та/або створення інноваційних продуктів у сфері прикладної математики та дотичних міждисциплінарних напрямках

3. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Змістовий модуль 1. Варіаційні принципи механіки

Тема 1. Необхідні та достатні умови екстремуму функціоналів. Варіаційні задачі з фіксованими та рухомими межами. Задачі на умовний екстремум. Задача Больца та задача Майєра. Слабкий екстремум. Умова Якобі. Інваріантний інтеграл Гільберта. Сильний екстремум. Варіаційне рівняння. Приклади побудови функціонала за варіаційним рівнянням. Розв'язання задачі про власні значення лінійного оператора. Двоїсті варіаційні задачі. Прямі методи варіаційного числення.

Тема 2. Основні варіаційні принципи механіки. Принцип Гамільтона. Задачі про коливання струни та мембрани. Аеродинамічна задача Ньютонів. Рівняння руху ідеальної рідини. Функціонал енергії деформованого тіла. Варіаційні принципи Лагранжа. Рейснера, Кастильяно. Функціонал Ху-Вашіцу. Зв'язок між диференціальним та варіаційним формулюваннями задач теорії пружності. Варіаційні принципи термопружності.

Змістовий модуль 2. Задача оптимального керування. Принцип максимуму

Тема 3. Принцип максимуму. Постановка задачі оптимального керування. Типи задач оптимального керування. Принцип максимуму. Розв'язання задачі оптимального керування на основі принципу максимуму. Оптимальне керування з повним та неповним зворотним зв'язком. Лінійна задача оптимальної швидкодії. Задача синтезу оптимального керування. Неавтономні системи. Поняття особливого керування. Стохастичні задачі оптимального керування.

Змістовий модуль 3. Оптимізація у задачах динамічного програмування

Тема 4. Неперервні задачі динамічного програмування. Рівняння Беллмана. Принцип Беллмана. Застосування принципу Беллмана до розв'язання задачі оптимального керування. Рівняння Беллмана у задачі швидкодії. Зв'язок принципу Беллмана з принципом максимуму. Синтез оптимальних лінійних регуляторів. Задача оптимальної стабілізації.

Тема 5. Дискретні задачі динамічного програмування. Формулювання принципу Беллмана для дискретних задач динамічного програмування. Рекурентні співвідношення задачі дискретного динамічного програмування. Обчислювальний алгоритм розв'язання задачі дискретного динамічного програмування. Задача дискретного динамічного програмування за наявності двох обмежень. Задача про розподіл інвестицій. Задача про заміну обладнання. Стохастичні дискретні задачі динамічного програмування.

Змістовий модуль 4. Оптимізаційні моделі теорії масового обслуговування

Тема 6. Математичні моделі систем масового обслуговування. Поняття, структура та класифікація систем масового обслуговування (СМО). Мета та задачі теорії масового обслуговування. Марківські випадкові процеси. Багатоканальна СМО з відмовами. Багатоканальна СМО з очікуванням та обмеженням на довжину черги. Багатоканальна СМО з обмеженням на час очікування. Замкнута багатоканальна СМО. Взаємодія між каналами СМО. Багатоканальні СМО з очікуванням, обмеженням на довжину черги та взаємодією між каналами.

Змістовий модуль 5. Оптимізаційні моделі управління підприємством

Тема 7. Математичні моделі оптимізації управління підприємством. Оптимізація виробничої програми підприємства. Оптимізація часу виконання проекту. Задачі

оптимального розподілу ресурсів. Оптимізація програми оптових поставок. Модель управління кредитними ресурсами підприємства. Задача оптимізації інвестиційного портфеля. Оптимізація економічних ризиків.

Змістовий модуль 6. Логістичні оптимізаційні моделі

Тема 8. Математичні моделі оптимізації логістичної діяльності. Класифікація математичних моделей логістичної діяльності. Моделі вибору логістичних посередників. Оптимізація кількості та розташування складів. Статичні моделі управління запасами. Оптимальний розмір замовлення. Динамічні моделі управління запасами. Застосування методів прогнозування у логістиці. Стохастичні моделі управління запасами: одноетапні та багатоетапні моделі. Оптимізація страхового запасу.

4. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назви тематичних розділів і тем	Кількість годин			
	усього	у тому числі		
		л.	практ.	сам. роб.
1	2	3	4	5
Змістовий модуль 1. Варіаційні принципи механіки				
Тема 1. Необхідні та достатні умови екстремуму функціоналів	9	2		7
Тема 2. Основні варіаційні принципи механіки	12	4		8
Разом за змістовим модулем 1	21	8		13
Змістовий модуль 2. Задача оптимального керування. Принцип максимуму				
Тема 3. Принцип максимуму	19	4		15
Разом за змістовим модулем 2	19	4		15
Змістовий модуль 3. Оптимізація у задачах динамічного програмування				
Тема 4. Неперервні задачі динамічного програмування	11	4		7
Тема 5. Дискретні задачі динамічного програмування	10	4		6
Разом за змістовим модулем 3	21	8		13
Змістовий модуль 4. Оптимізаційні моделі теорії масового обслуговування				
Тема 6. Математичні моделі систем масового обслуговування	19	4		15
Разом за змістовим модулем 4	19	4		15
Змістовий модуль 5. Оптимізаційні моделі управління підприємством				
Тема 7. Математичні моделі оптимізації управління підприємством	19	4		15
Разом за змістовим модулем 5	19	4		15
Змістовий модуль 6. Логістичні оптимізаційні моделі				
Тема 8. Математичні моделі оптимізації логістичної діяльності	21	4		17
Разом за змістовим модулем 6	21	4		17
Усього годин	120	32		88

5. ТЕМИ ЛЕКЦІЙНИХ ЗАНЯТЬ

№ теми	Назва теми	Кіл-ть годин
Змістовий модуль 1. Варіаційні принципи механіки		
1	Необхідні та достатні умови екстремуму функціоналів	2
2	Основні варіаційні принципи механіки суцільного середовища	2
2	Застосування принципів Лагранжа, Рейснера, Кастильяно	2
	Разом за змістовим модулем 1	6
Змістовий модуль 2. Задача оптимального керування. Принцип максимуму		
3	Принцип максимуму	2
3	Застосування принципу максимуму до розв'язання задачі оптимального керування	2
	Разом за змістовим модулем 2	2
Змістовий модуль 3. Оптимізація у задачах динамічного програмування		
4	Принцип Беллмана у неперервних задачах динамічного програмування	2
4	Розв'язання неперервних задач динамічного програмування	2
5	Принцип Беллмана у дискретних задачах динамічного програмування	2
5	Розв'язання дискретних задач динамічного програмування	2
	Разом за змістовим модулем 3	8
Змістовий модуль 4. Оптимізаційні моделі теорії масового обслуговування		
6	Математичні моделі систем масового обслуговування	2
6	Оптимізація багатоканальних систем масового обслуговування	2
	Разом за змістовим модулем 4	4
Змістовий модуль 5. Оптимізаційні моделі управління підприємством		
7	Математичні моделі оптимізації управління підприємством	2
7	Задача оптимізації виробничої програми підприємства	2
	Разом за змістовим модулем 5	4
Змістовий модуль 6. Логістичні оптимізаційні моделі		
8	Математичні моделі управління запасами	2
8	Оптимізаційні моделі управління запасами	2
	Разом за змістовим модулем 6	4
Усього годин		30

6. САМОСТІЙНА РОБОТА

№ теми	Назва теми	Кіл-ть годин
Змістовий модуль 1. Варіаційні принципи механіки		
1	Інваріантний інтеграл Гільберта	3
1	Розв'язання задачі про власні значення лінійного оператора	4
2	Принцип Гамільтона	2
2	Аеродинамічна задача Ньютона	3
2	Функціонал Ху-Вашіцу	3
	Разом за змістовим модулем 1	15
Змістовий модуль 2. Задача оптимального керування. Принцип максимуму		
3	Лінійна задача оптимальної швидкодії	4
3	Поняття особливого керування	6
3	Стохастичні задачі оптимального керування	5
	Разом за змістовим модулем 2	15

Змістовий модуль 3. Оптимізація у задачах динамічного програмування		
4	Зв'язок принципу Беллмана з принципом максимуму	3
4	Задача оптимальної стабілізації	4
5	Задача дискретного динамічного програмування за наявності двох обмежень	3
5	Задача про заміну обладнання	3
	Разом за змістовим модулем 3	13
Змістовий модуль 4. Оптимізаційні моделі теорії масового обслуговування		
6	Марківські випадкові процеси	3
6	Багатоканальна СМО з обмеженням на час очікування	5
6	Замкнута багатоканальна СМО	3
6	Практичні застосування теорії масового обслуговування	4
	Разом за змістовим модулем 4	15
Змістовий модуль 5. Оптимізаційні моделі управління підприємством		
7	Задачі оптимального розподілу ресурсів	3
7	Оптимізація програми оптових поставок	4
7	Модель управління кредитними ресурсами підприємства	4
7	Задача оптимізації інвестиційного портфеля	4
	Разом за змістовим модулем 5	15
Змістовий модуль 6. Логістичні оптимізаційні моделі		
8	Оптимізація кількості складів	3
8	Оптимізація розташування складів	4
8	Динамічні моделі управління запасами	3
8	Застосування методів прогнозування у логістиці	3
8	Багатоетапні стохастичні моделі управління запасами	4
	Разом за змістовим модулем 6	17
Усього годин		90

7. ВИДИ КОНТРОЛЮ І СИСТЕМА НАКОПИЧЕННЯ БАЛІВ

№ змістового модуля	Вид контролю	Кіл-ть балів
ПОТОЧНИЙ		
1	<i>Контрольна робота № 1. Основні варіаційні принципи моделювання</i>	10
2	<i>Контрольна робота № 2. Принцип максимуму</i>	10
3		
3	<i>Контрольна робота № 3. Дискретні задачі динамічного програмування</i>	10
4	<i>Контрольна робота № 4. Задачі масового обслуговування</i>	10
5	<i>Контрольна робота № 5. Оптимізаційні моделі управління підприємством</i>	10
6	<i>Контрольна робота № 6. Оптимізаційні моделі управління запасами</i>	10
	<i>Разом:</i>	60

ПІДСУМКОВИЙ		
<i>Залік, у тому числі</i>		40
	Індивідуальне завдання	30
	Залікове тестування	10
Усього		100

8. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

№	№	Контрольні заходи	Критерії оцінювання
ПОТОЧНИЙ			
1		Контрольна робота №1	Максимальна кількість балів – 10. Контрольна робота містить 3 теоретичні питання та 2 практичні завдання. Розгорнута відповідь на кожне питання та та виконання кожного завдання оцінюється у 2 бали.
2		Контрольна робота № 2	Максимальна кількість балів – 10. Контрольна робота містить 3 теоретичні питання та 2 практичні завдання. Розгорнута відповідь на кожне питання та та виконання кожного завдання оцінюється у 2 бали.
3		Контрольна робота № 3	Максимальна кількість балів – 10. Робота складається з 2 теоретичних питань та 3 практичних завдань, розгорнута відповідь на кожне питання та виконання кожного завдання максимально оцінюється у 2 балів.
4		Контрольна робота № 4	Максимальна кількість балів – 10. Робота складається з 2 практичних завдань, виконання та захист кожного з них максимально оцінюється у 5 балів.
5		Контрольна робота № 5	Максимальна кількість балів – 10. Робота складається з 2 теоретичних питань та 3 практичних завдань, розгорнута відповідь на кожне питання та виконання кожного завдання максимально оцінюється у 2 балів.
6		Контрольна робота № 6	Максимальна кількість балів – 10. Робота складається з 2 практичних завдань, виконання та захист кожного з них максимально оцінюється у 5 балів.
ПІДСУМКОВИЙ			
5		Тестування	Максимальна кількість балів – 10. Тест складається з 10 питань. Кожна правильна відповідь оцінюється в 1 бал.
6		Індивідуальне завдання	Максимальна кількість балів – 30. Завдання складається з 6 практичних завдань, кожне з яких за матеріалом одного з змістових модулів курсу. Виконання та захист кожного з завдань оцінюється у 5 балів.

Шкала оцінювання: національна та ECTS

<i>За шкалою ECTS</i>	<i>За шкалою університету</i>	<i>За національною шкалою</i>
A	90 – 100 (відмінно)	5 (відмінно)
B	85 – 89 (дуже добре)	4 (добре)

C	75 – 84 (добре)	
D	70 – 74 (задовільно)	3 (задовільно)
E	60 – 69 (достатньо)	
FX	35 – 59 (незадовільно – з можливістю повторного складання)	2 (незадовільно)
F	1 – 34 (незадовільно – з обов'язковим повторним курсом)	

Оцінка 5 (відмінно) (90 – 100 балів) виставляється, якщо здобувач у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано викладає його під час усних виступів та надання письмових відповідей; демонструє високий рівень застосування отриманих умінь і навичок, а також оригінальний підхід під час виконання практичних завдань.

Оцінка 4 (добре) (75 – 89 балів) виставляється, якщо здобувач достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає під час усних виступів та надання письмових відповідей; в основному розкриває зміст теоретичних питань, використовуючи при цьому обов'язкову літературу; демонструє високий рівень застосування отриманих умінь і навичок під час виконання практичних завдань. Проте, при викладенні деяких теоретичних питань та вирішення практичних завдань може припускатися окремих несуттєвих неточностей та незначних помилок.

Оцінка 3 (задовільно) (60 – 74 бали) виставляється, якщо здобувач в цілому володіє навчальним матеріалом, демонструє середній рівень застосування отриманих умінь і навичок під час виконання практичних завдань, припускаючись при цьому суттєвих неточностей та окремих помилок.

Оцінка 2 (незадовільно з можливістю повторного складання) (35 – 59 балів) виставляється, якщо здобувач слабо володіє навчальним матеріалом. Демонструє низький рівень застосування отриманих умінь і навичок під час виконання практичних завдань, припускаючись суттєвих помилок та неточностей.

Оцінка 1 (незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни) (0 – 34 бали) виставляється, якщо здобувач майже не володіє навчальним матеріалом, не вміє застосовувати отримані уміння й навички під час виконання практичних завдань.

9. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА ТА ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ

ОСНОВНІ ДЖЕРЕЛА

до змістового модуля 1

1. Перестюк М. О., Станжицький О. М., Капустян О. В., Ловейкін Ю. В. Варіаційне числення та методи оптимізації. Київ : Київський національний університет імені Т. Шевченка, 2010. 121 с.
2. Моклячук М.П. Збірник задач з варіаційного числення та методів оптимізації. Київ : ВПЦ «Київський університет», 2017. 256 с.
3. Клименко М.І., Швидка С.П., Кондрат'єва Н.О. Варіаційне числення та методи оптимізації. Запоріжжя : ЗНУ, 2020. 93 с.

4. Ващук Ф. Г., Лавер О. Г., Шумило Н. Я. Математичне програмування та елементи варіаційного числення. Київ : Знання, 2008. 368 с.
5. Miersemann E. Calculus of Variations. Lecture Notes. Leipzig : Leipzig University, 2012. 195 p.
6. Van Brunt B. The Calculus of Variations. New York Berlin Heidelberg: Springer-Verilog, 2004. 293 p.
7. Rindlender F. Introduction to the Modern Calculus of Variations. Coventry : Springer Term. 2015. 133 p.
8. Гребенюк С.М., Гоменюк С.І., Клименко М.І. Напружено-деформований стан просторових конструкцій на основі гомогенізації волокнистих композитів. Монографія. Херсон: Видавничий дім «Гельветика», 2019. 350 с.

до змістового модуля 2

1. Перестюк М. О., Станжицький О. М., Капустян О. В., Ловейкін Ю. В. Варіаційне числення та методи оптимізації. Київ : Київський національний університет імені Т. Шевченка, 2010. 121 с.
2. Ладієва Л. Р. Оптимальне керування системами. Київ : КПІ ім. І. Сікорського, 2019. 187 с.
3. Моклячук М. П. Збірник задач з варіаційного числення та методів оптимізації. Київ : ВПЦ «Київський університет», 2014. 256 с.
4. Evans L. C. An Introduction to Mathematical Optimal Control Theory. Barkley : Universe of California, 2014. 126 p.
5. Kirk Donald E. Optimal Control Theory: An Introduction. Mineola, New York : Courier Corporation, Dover Publications, 2012. 480 p.

до змістового модуля 3

1. Клименко М. І., Швидка С. П., Кондрат'єва Н. О. Варіаційне числення та методи оптимізації. Запоріжжя : ЗНУ, 2020. 93 с.
2. Перестюк М. О., Станжицький О. М., Капустян О. В., Ловейкін Ю. В. Варіаційне числення та методи оптимізації. Київ : Київський національний університет імені Т. Шевченка, 2010. 121 с.
3. Kirk Donald E. Optimal Control Theory: An Intrpduction. Mineola, New York : Courier Corporation, Dover Publications, 2012. 480 p.
4. Athans M., Falb P. L. An Intrpduction to Theory and lets Application. Mineola, New York : Courier Corporation, Dover Publications, 2013. 896 p.

до змістового модуля 4

1. Мартинюк П. М., Мічута О. Р. Методи оптимізації та дослідження операцій. Рівне : НУВГП, 2015. 283 с.
2. Ржевський С. В., Александрова В. М. Дослідження операцій. Київ : Академвидав, 2017. 560 с.
3. Швець С. В., Швець У. С. Основи системного аналізу. Суми :СДУ, 2017. 126 с.
4. Глушик М. М., Копич І. М., Пенцак О. С., Сороківський В. М. Математичне програмування. Львів : Новий Світ-2000, 2016. 216 с.

до змістового модуля 5

1. Швець С. В., Швець У. С. Основи системного аналізу. Суми :СДУ, 2017. 126 с.
2. Моклячук М. П., Ямненко Р. Є. Теорія вибору та прийняття управлінського рішення. Київ : ВПЦ «Київський університет», 2013. 527 с.
3. Махней О. В. Математичне моделювання. Івано-Франківськ : Супрун, 2015. 372с.
4. Економіко-математичне моделювання / за ред. О. Т. Іващука. Тернопіль : Економічна думка, 2018. 704 с.
5. Diewert W. E., Spremann K., Stheling F. Mathematical Modelling in Economics. Berlin Heidelberg: Springer-Verilog, 2012. 713 p.

до змістового модуля 6

1. Глушик М. М., Копич І. М., Пенцак О. С., Сороківський В. М. Математичне програмування. Львів : Новий Світ-2000, 2016.216 с.
2. Математичне та комп'ютерне моделювання економічних процесів. / Соколовська М.З. та ін. Одеса : Астропринт, 2016. 308 с.
3. Гамалій В. Ф. та інші. Математичні моделі в маркетингу та менеджменту. Кропивницький : ЦУНТУ, 2017. 136 с.
4. Сікора Я. Б., Шехорський А. Й., Якимчук Б. Л. Методи оптимізації та дослідження операцій. Житомир : ЖДУ, 2019. 264 с.

Інформаційні ресурси:

1. Система електронного забезпечення навчання ЗНУ. URL: <https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=12870>
2. <https://uk.wikibooks.org/wiki/>
3. <https://elearn.nubip.edu.ua/mod/book/tool/print/index.php?id=45358>
4. <http://matmod.dstu.dp.ua/issue/view/16054>