

**Лабораторна робота №6**  
**Генерування тривимірних чисельних даних та їх первинна обробка**  
**(max=5 б.).**

1. Згенерувати чисельні результати

$$z_{i,j} = f(x_i, y_j), i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

розв'язання рівняння у частинних похідних методом кінцевих різниць (готова програма для генерування надається в Maple). Рівняння вибрати відповідно до варіанту **(2б)**.

2. Побудувати графік функції отриманої дискретної залежності (2), застосовуючи Microsoft Excel, Maple, Mathcad, Mathematica або інший програмний пакет **(3б)**.

**Варіанти рівнянь лабораторної роботи № 6**

Розв'яжіть змішану задачу для хвильового рівняння різницеvim методом при наступних значеннях вихідних параметрів для варіантів 1-30, причому

$$T = 0,5; h = 0,25; \tau = 0,1.$$

№ 1.  $f(x, t) = 1 + 0,2t \sin x - t^2$ ,  
 $p(x) = x(x+1)$ ,  
 $q(x) = \cos x$ ,  
 $\varphi(t) = 0$ ,  
 $\psi(t) = 2(t+1)$ .

№2.  $f(x, t) = \cos(x+t) + 0,5(x-t)$ ,  
 $p(x) = x \cos \pi x$ ,  
 $q(x) = x(2-x)$ ,  
 $\varphi(t) = 2t$ ,  
 $\psi(t) = -1$ .

№ 3.  $f(x, t) = \frac{\cos x}{x+1} - 0,5t^2$ ,  
 $p(x) = \cos \frac{\pi x}{2}$ ,  
 $q(x) = x^2$ ,  
 $\varphi(t) = 1 + 2t$ ,  
 $\psi(t) = 0$ .

№ 4.  $f(x, t) = (1-t^2) \cos x + 0,6t$ ,  
 $p(x) = (x+0,5)(x-1)$ ,  
 $q(x) = \sin(x+0,2)$ ,  
 $\varphi(t) = t - 0,5$ ,  
 $\psi(t) = 3t$ .

№ 5.  $f(x, t) = 1 + 0,4t \sin x - 1,5t^2$ ,  
 $p(x) = 2x(x+1) + 0,3$ ,  
 $q(x) = 2 \sin x$ ,  
 $\varphi(t) = 0,3$ ,  
 $\psi(t) = 4,3 + t$ .

№ 6.  $f(x, t) = \frac{\cos t}{x+2} + 0,3t^2$ ,  
 $p(x) = (x+0,2) \sin \frac{\pi x}{2}$ ,  
 $q(x) = 1 + x^2$ ,  
 $\varphi(t) = 0$ ,  
 $\psi(t) = 1,2(t+1)$ .

№ 7.  $f(x, t) = \cos(1,5x+t) + (x-t)$ ,  
 $p(x) = x \sin \pi x$ ,  
 $q(x) = (x+1)^2$ ,

№ 8.  $f(x, t) = 1 - \sin(x+t) + \frac{0,5t}{x+2}$ ,  
 $p(x) = 3x(1-x)$ ,  
 $q(x) = \cos(x+0,5)$ ,

$$\varphi(t) = 2t,$$

$$\psi(t) = 0.$$

$$\text{№ 9. } f(x, t) = \frac{\cos t}{1,5 + x} + 0,1t^2,$$

$$p(x) = x(2x - 0,5),$$

$$q(x) = \cos 2x,$$

$$\varphi(t) = t^2,$$

$$\psi(t) = 1,5.$$

$$\varphi(t) = 2t,$$

$$\psi(t) = 0.$$

$$\text{№ 10. } f(x, t) = 0,6 \sin x - 1,25t^2 + 1,$$

$$p(x) = (x + 1) \sin \pi x,$$

$$q(x) = x^2 + x,$$

$$\varphi(t) = 0,$$

$$\psi(t) = 0,5t.$$

$$\text{№ 11. } f(x, t) = \cos(2x + t) + 1,5(x - t),$$

$$p(x) = (1 - x) \cos \frac{\pi x}{2},$$

$$q(x) = 2x + 1,$$

$$\varphi(t) = 2t + 1,$$

$$\psi(t) = 0.$$

$$\text{№ 12. } f(x, t) = 1 - \frac{0,1t}{x + 2} - \sin(2x + t),$$

$$p(x) = 0,5x(x + 1),$$

$$q(x) = x \cos x,$$

$$\varphi(t) = 2t^2,$$

$$\psi(t) = 1.$$

$$\text{№ 13. } f(x, t) = \frac{\cos t}{1,25 + x} - 0,1t^2,$$

$$p(x) = 0,5(x^2 + 1),$$

$$q(x) = x \sin 2x,$$

$$\varphi(t) = 0,5 + 3t,$$

$$\psi(t) = 1.$$

$$\text{№ 14. } f(x, t) = 1 + 0,8t \sin x - 2t^2,$$

$$p(x) = (x + 1) \sin \frac{\pi x}{2},$$

$$q(x) = 1 - x^2,$$

$$\varphi(t) = 0,5t,$$

$$\psi(t) = 2.$$

$$\text{№ 15. } f(x, t) = \cos(1,5x + t) + 1,5(x - t),$$

$$p(x) = x^2 \cos \pi x,$$

$$q(x) = x^2(x + 1),$$

$$\varphi(t) = 0,5t,$$

$$\psi(t) = t - 1.$$

$$\text{№ 16. } f(x, t) = 1 - \sin(2x + t) + \frac{0,3t}{x + 2},$$

$$p(x) = (1 - x^2) \cos \pi x,$$

$$q(x) = 2x + 0,6,$$

$$\varphi(t) = 1 + 0,4t,$$

$$\psi(t) = 0.$$

$$\text{№ 17. } f(x, t) = \frac{\cos t}{1,75 + x} - 0,5t^2,$$

$$p(x) = (x + 0,5)^2,$$

$$q(x) = (x + 1) \sin x,$$

$$\varphi(t) = 0,5(0,5 + t),$$

$$\psi(t) = 2,25.$$

$$\text{№ 18. } f(x, t) = 1 + (1 - x) \sin t - (2 + x)t,$$

$$p(x) = 1,2x - x^2,$$

$$q(x) = (x + 0,6) \sin x,$$

$$\varphi(t) = 0,$$

$$\psi(t) = 0,2 + 0,5t.$$

$$\text{№ 19. } f(x, t) = (0,8 - t^2) \cos t + 0,3t,$$

$$p(x) = (x + 0,5)(x + 1),$$

$$q(x) = \cos(x + 0,3),$$

$$\varphi(t) = 0,5,$$

$$\psi(t) = 3 - 2t.$$

$$\text{№ 20. } f(x, t) = 1 + 2,2 \sin x + 1,5t^2,$$

$$p(x) = 0,5(x + 1)^2,$$

$$q(x) = (x + 0,5) \cos \pi x,$$

$$\varphi(t) = 0,5,$$

$$\psi(t) = 2 - 3t.$$

$$\begin{aligned}\text{№ 21. } f(x,t) &= \cos(x+t) + 0,75(x-t), \\ p(x) &= (x+0,4)\sin \pi x, \\ q(x) &= (x+1)^2, \\ \varphi(t) &= 0,5t, \\ \psi(t) &= 0.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{№ 22. } f(x,t) &= 1 - \sin(1,25x+t) + \frac{0,5t}{x+2}, \\ p(x) &= (2-x)\sin \pi x, \\ q(x) &= (x+0,6)^2, \\ \varphi(t) &= 0,5t, \\ \psi(t) &= 0.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{№ 23. } f(x,t) &= \frac{\cos t}{x+2} - 0,3t^2, \\ p(x) &= x \cos \frac{\pi x}{2}, \\ q(x) &= 2x^2, \\ \varphi(t) &= 0, \\ \psi(t) &= t^2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{№ 24. } f(x,t) &= 1 - \sin(1,75x+t) + \frac{0,1t}{x+2}, \\ p(x) &= (x+0,4)\cos \frac{\pi x}{2}, \\ q(x) &= 0,3(x^2+1), \\ \varphi(t) &= 0,4, \\ \psi(t) &= 1,2t.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{№ 25. } f(x,t) &= \frac{\cos t}{1,25+x} - 0,5t^2, \\ p(x) &= (1-x^2)+x, \\ q(x) &= 2\sin(x+0,4), \\ \varphi(t) &= 1, \\ \psi(t) &= (t+1)^2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{№ 26. } f(x,t) &= \cos(1,5x+t) - 2,25(x+t), \\ p(x) &= 0,4(x+0,5)^2, \\ q(x) &= x\sin(x+0,6), \\ \varphi(t) &= 0,1+0,5t, \\ \psi(t) &= 0,9.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{№ 27. } f(x,t) &= \frac{\cos t}{1,5+x} - 1,25t^2, \\ p(x) &= (x^2+0,5)\cos \pi x, \\ q(x) &= (x+0,7)^2, \\ \varphi(t) &= 0,5, \\ \psi(t) &= 2t-1,5.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{№ 28. } f(x,t) &= 1 - (x-1)\sin t + 2(x+t), \\ p(x) &= (x+2)(0,5x+1), \\ q(x) &= 2\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right), \\ \varphi(t) &= 2, \\ \psi(t) &= 4,5-3t.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{№ 29. } f(x,t) &= 1 - \sin(0,75x-t) + \frac{1,75t}{x+1}, \\ p(x) &= (x^2+1)(1-x), \\ q(x) &= 1 - \sin x, \\ \varphi(t) &= 1, \\ \psi(t) &= 0,5t.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{№ 30. } f(x,t) &= \cos(x-t) + \frac{1,25t}{1,5+x}, \\ p(x) &= (x+0,2)\sin \frac{\pi x}{2}, \\ q(x) &= 1+x^2, \\ \varphi(t) &= 0,6t, \\ \psi(t) &= 1,2.\end{aligned}$$

### Шаблон програми в Maple для генерування даних.

- > restart
- > p := (x + 0.2) · sin $\left(\frac{\text{Pi} \cdot x}{2}\right)$ ; q := 1 + x<sup>2</sup>;
- > φ := 0.6 · t; ψ := 1.2;

```

> f := cos(x - t) +  $\frac{(1.25 \cdot t)}{1.5 + x}$ ;
> T := 0.5;
> y := matrix(6, 5); xx := array(1..5); tt := array(1..6); pp := array(1..5)
> h :=  $\frac{1}{4}$ ;  $\tau := \frac{T}{5}$ ;
>
> for k to 5 do
  xx[k] := 0 + h · (k - 1) :
  pp[k] := evalf(subs(x = xx[k], p)) :
  y[1, k] := pp[k] : #print(y[1, k]) :
od:
>
> for v to 6 do
  tt[v] := 0 +  $\tau \cdot (v - 1)$  :
  y[v, 1] := evalf(subs(t = tt[v],  $\varphi$ )) : #print(1, y[v, 1]) :
  y[v, 5] := evalf(subs(t = tt[v],  $\psi$ )) : #print(5, y[v, 5]) :
od:
>
> for k from 2 to 4 do
  qk := evalf(subs(x = xx[k], q), 20) :
  fk := evalf(subs(x = xx[k], t = tt[1], f), 20) :
  y[2, k] := pp[k] +  $\tau \cdot qk + \frac{\tau^2}{2} \cdot \left( fk + \frac{pp[k - 1] - 2 \cdot pp[k] + pp[k + 1]}{h^2} \right)$  :
  #print(y[2, k]) :
od:
>
> for v from 2 to 5 do
  for k from 2 to 4 do
    fkv := evalf(subs(x = xx[k], t = tt[v], f)) :
    y[v + 1, k] :=  $\tau^2 \cdot \left( fkv + \frac{(y[v, k - 1] + y[v, k + 1])}{h^2} \right) + 2 \cdot \left( 1 - \frac{\tau^2}{h^2} \right) \cdot y[v, k] - y[v$ 
      - 1, k] :
    #print(v + 1, fkv, y[v + 1, k]) :
  od:
od:
> print(y);
> data := [seq([seq([xx[jj], tt[ii], y[ii, jj]], ii = 1..6)], jj = 1..5)] :
> with(plots) :

```

### Теоретичні питання для підготовки до змістового модуля №6:

- Генерування тривимірних чисельних даних як результат чисельного розв'язання диференціального рівняння в частинних похідних другого порядку методом кінцевих різниць.
- Первинна обробка тривимірних чисельних даних щодо їх упорядкування.