

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Затверджено
Вченою радою
Запорізького національного університету
протокол № 2 від 29.09.2022р.
Голова Вченої ради, ректор
М. О. Фролов

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ МЕХАНІКИ СУЦІЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
підготовки здобувачів третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти
ступеня доктора філософії

Укладач:

Зіновсєв І. В., завідувач кафедри загальної математики, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Погоджено:

Проректор з наукової роботи

Проректор з науково-педагогічної роботи

Зав. відділу аспірантури і докторантури

Г. М. Васильчук

Ю. О. Каганов

О. П. Єфіменкова

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
		Денна, вечірня, заочна форми навчання
Кількість кредитів – 4	Галузь знань 11 Математика та статистика	вибіркова
		Цикл професійної підготовки
Змістових модулів – 6	Спеціальність 113 Прикладна математика	Рік підготовки:
Загальна кількість годин – 120		2-й
		Лекції 32 год.
		Практичні 0 год.
Освітньо-наукова програма Прикладна математика		Самостійна робота 88 год.
Рівень вищої освіти: третій (доктор філософії)		Вид підсумкового контролю: залік

2. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою викладання навчальної дисципліни «Математичні моделі механіки суцільного середовища» є формування у аспірантів уявлень про основні моделі та методи механіки суцільного середовища, ознайомлення аспірантів з теоретичними основами та підходами до математичного моделювання пружних середовищ, оволодіння окремими математичними моделями механіки суцільного середовища (МСС) та їх застосуванням до розв’язання науково-дослідницьких та практичних задач.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Математичні моделі механіки суцільного середовища» є формування у аспірантів цілісної системи знань та навичок щодо теорії та практики побудови математичних

моделей задач теорії пружності для однорідних та неоднорідних матеріалів, зокрема для багатошарових середовищ.

Вивчення аспірантами дисципліни «Математичні моделі механіки суцільного середовища» ґрунтується на ознайомленні їх з дисциплінами «Математичне моделювання складних систем» «Чисельні методи розв'язання механічних задач».

Згідно з вимогами освітньо-наукової програми аспіранти повинні досягти таких програмних **компетентностей і програмних результатів навчання:**

Програмні компетентності (за ОНП 2020-2021 рр.)	
ЗК 1	Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу нових та комплексних ідей
ЗК 2	Здатність вчитися, оволодівати сучасними знаннями, застосовувати їх у практичних ситуаціях
ЗК 4	Здатність до критичного мислення
ЗК 6	Здатність до пошуку, оброблення та аналізу наукової інформації з різних джерел; використання інформаційно-комунікаційних технологій у дослідницькій та викладацькій діяльності
СК1	Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності
СК3	Здатність до оволодіння методологією та методами наукових досліджень у галузі 11 Математика та статистика
СК4	Здатність вдосконалювати існуючі методи та підходи до математичного та комп'ютерного моделювання природних та технічних систем та процесів
СК5	Здатність до планування і виконання комп'ютерного експерименту та управління ним.
СК6	Здатність застосовувати сучасні інформаційні технології, бази даних та інші електронні ресурси, спеціалізоване програмне забезпечення у науковій та навчальній діяльності.
СК7	Здатність виявляти, ставити та вирішувати дослідницькі науково-прикладні задачі та/або проблеми в сфері прикладної математики, оцінювати та забезпечувати якість виконуваних досліджень.
СК8	Здатність розробляти підходи до математичного моделювання у різних сферах та створювати відповідне програмне забезпечення.
СК9	Здатність до продукування нових ідей і розв'язання комплексних проблем у галузі прикладної математики, а також до застосування сучасних методологій, методів та інструментів наукової діяльності в галузі прикладної математики.

СК10	Здатність інтегрувати знання з інших дисциплін, застосовувати системний підхід при розв'язанні інженерних задач та проведенні досліджень.
Програмні результати навчання (за ОНП 2020-2021 рр.)	
ПРН 1	Демонструвати системний науковий світогляд та загальний культурний кругозір; володіти техніками і технологіями критичного мислення
ПРН 7	Оволодіти сучасними знаннями та застосовувати їх у практичній діяльності; здійснювати абстрактний аналіз, оцінку і синтез нових та комплексних ідей; демонструвати відданість їх розвитку у передових контекстах професійної та наукової діяльності
ПРН 11	Здійснювати пошук, оброблення та аналіз наукової інформації, її систематизацію та узагальнення; використовувати інформаційно-комунікаційні технології у дослідницькій та викладацькій діяльності
ПРН 19	Володіти методологією, методами та термінологічним апаратом наукового дослідження у галузі математики та статистики
ПРН 20	Формулювати і перевіряти гіпотези; використовувати для обґрунтування висновків належні докази, зокрема, результати теоретичного аналізу, експериментальних досліджень і математичного та/або комп'ютерного моделювання, наявні літературні дані.
ПРН 21	Розробляти та досліджувати концептуальні, математичні і комп'ютерні моделі процесів і систем, ефективно використовувати їх для отримання нових знань та/або створення інноваційних продуктів у прикладній математиці та дотичних міждисциплінарних напрямках.
ПРН 22	Застосовувати сучасні інструменти і технології пошуку, оброблення та аналізу інформації, зокрема, статистичні методи аналізу даних великого обсягу та/або складної структури, спеціалізовані бази даних та інформаційні системи.
ПРН 23	Розробляти математичні моделі об'єктів, явищ та процесів у різних сферах.
ПРН 24	Застосовувати сучасні аналітичні та чисельні методи розв'язання крайових та початкових задач при математичному моделюванні процесів та явищ.
ПРН 25	Самостійно проводити обчислювальні експерименти та застосовувати дослідницькі навички.

3. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Змістовий модуль 1. Основи фізичного та математичного моделювання.

Тема 1. Натурне та математичне моделювання. Об'єкти дослідження. Методи математичного моделювання. Основні вимоги до математичних моделей. Класифікація математичних моделей. Класифікація моделей в залежності від складності об'єкта моделювання, параметрів та операторів. Класифікація математичних моделей в залежності від мети моделювання та методів реалізації. Застосування методів математичного

моделювання при проведенні наукових досліджень.

Тема 2. Побудова та формалізація математичних моделей. Етапи побудови фізичних та математичних моделей. Визначальні чинники побудови математичної моделі. Постановка дослідження та розв'язання обчислювальних задач. Формалізація математичної моделі. Приклади математичних моделей однорідних та неоднорідних, багат шарових матеріалів.

**Змістовий модуль 2. Предмет механіки суцільного середовища (МСС).
Основні поняття, визначення та гіпотези МСС. Властивості суцільних середовищ.**

Тема 3. Механіка суцільного середовища (МСС): предмет; основні методи та напрямки досліджень. Визначення МСС. Аксиоматика механіки суцільних середовищ. Основні методи та напрямки досліджень різних об'єктів МСС (твердих тіл, рідин та газів). Загальна характеристика фізичних явищ та процесів, що протікають у твердих тілах, рідинах та газах. Фізичні моделі МСС. Закони термодинаміки.

Тема 4. Основні поняття, визначення та гіпотези МСС. Гіпотези МСС та їх роль при розробці математичних моделей. Задачі механіки суцільного середовища

Змістовий модуль 3. Необхідні відомості тензорного числення.

Тема 5. Вектори. Представлення векторів у системах координат. Коваріантні і контраваріантні компоненти вектора. Поняття вектора. Координатні системи. Представлення векторів у прямокутних і косокутних прямолінійних системах координат. Основний і взаємний векторні базиси. Властивості змішаного добутку векторів. Німий, вільний, коваріантний і контраваріантний індекси. Коваріантні і контраваріантні компоненти

вектора. Дії над векторами.

Тема 6. Тензори. Фундаментальні тензори систем координат. Визначення тензора. Представлення тензорів через вектори основного і взаємного базисів, векторний супровід. Фундаментальні тензори систем координат: метричний, перетворення координат, Леві-Чівіти. Компоненти метричного тензора. Компоненти тензора перетворення координат.

Змістовий модуль 4. Фізичні та геометричні рівняння однорідного середовища.

Тема 7. Фізичні рівняння однорідного середовища. Фізичні рівняння стану. Фізичні закони для твердих тіл. Девіатор деформації і напруження. Ізотропні, ортотропні і анізотропні матеріали. Представлення фізичних рівнянь стану в тензорній формі. Тензор 4-го рангу фізичних констант. Властивості компонент тензорів фізичних (пружних) констант. Перехід з однієї системи координат в іншу.

Тема 8. Зовнішні сили на поверхні тіла. Зв'язок між тензором напруження і вектором напруження. Нормальне зусилля і напруження на поверхні. Дотичне напруження на поверхні. Принцип Даламбера.

Тема 9. Основні рівняння МСС. Закони збереження. Формула Остроградського-Гауса. Теорема про дивергенцію. Основні рівняння механіки суцільних середовищ. Закон збереження маси. Вивід рівняння нерозривності. Інваріантна форма рівняння збереження маси. Форма запису рівняння нерозривності в ейлеревій і лагранжевій системах координат.

Закони збереження кількості руху (імпульсу). Кількість руху, імпульс. Закон збереження механічної енергії. Симетричність тензорів напруження. Закон збереження повної енергії.

Змістовий модуль 5. Інтегральні перетворення. Дослідження станів пружних шарів в просторах інтегральних перетворень.

Тема 10. Основи постановки задач механіки суцільних середовищ у декартових координатах. Геометричні рівняння. Фізичні рівняння. Рівняння рівноваги, енергії, деформації і фізичне рівняння відносно компонент. Рівняння рівноваги, енергії і закон Гука в декартовій системі координат. Побудова рівнянь механіки суцільних середовищ у криволінійних координатах. Визначення геометричних характеристик циліндричної системи координат.

Тема 11. Інтегральні перетворення та їх застосування для дослідження станів пружних шарів. Функції Бесселя першого роду. Властивості функцій Бесселя цілого та дробового порядку. Інтегральне перетворення Ханкеля. Інтегральне перетворення Фур'є та його властивості.

Тема 12. Моделювання пружного стану суцільного шару в умовах вісесиметричної та плоскої деформації. Вісесиметрична деформація пружного ізотропного шару. Виведення основних рівнянь. Приклад застосування. Плоска деформація пружного ізотропного шару. Виведення основних рівнянь. Приклад застосування.

Змістовий модуль 6. Математичні моделі механіки багатошарових середовищ.

Тема 13. Моделювання пружного стану багатошарових основ в умовах плоскої деформації. Плоска деформація багатошарової основи з пружними ізотропними шарами. Метод функцій податливості. Виведення основних рівнянь. Приклад застосування.

Тема 14. Моделювання пружного стану багатошарових основ в умовах просторової деформації. Просторова деформація багатошарової основи з пружними ізотропними шарами. Метод функцій податливості. Виведення основних рівнянь. Приклад застосування.

Тема 15. Дослідження просторової деформації багатошарових

плит. Постановка основних граничних задач для багатошарової плити з ізотропними шарами. Функції податливості для багатошарової плити зі зчепленими шарами. Алгоритми розв'язання першої та другої основних граничних задач для багатошарової трансверсально-ізотропної плити.

Тема 16. Застосування методу скінченних елементів до розв'язання граничних та контактних задач для багатошарових середовищ з ізотропними та ортотропними шарами. Методика розв'язання граничних та контактних задач на основі метода скінченних елементів. Особливості застосування метода скінченних елементів до багатошарових плит та основ з ізотропними, трансверсально-ізотропними та ортотропними шарами.

4. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назви тематичних розділів і тем	Кількість годин			
	усьо го	у тому числі		
		л.	практ.	сам. роб.
1	2	3	4	5
Змістовий модуль 1. Основи фізичного та математичного моделювання.				
Тема 1. Натурне та математичне моделювання.	8	2	-	6
Тема 2. Побудова та формалізація математичних моделей	8	2	-	6
Разом за змістовим модулем 1	16	4	-	12
Змістовий модуль 2. Предмет механіки суцільного середовища (МСС). Основні поняття, визначення та гіпотези МСС. Властивості суцільних середовищ.				
Тема 3. Механіка суцільного середовища (МСС): предмет; основні методи та напрямки досліджень.	8	2	-	6
Тема 4. Основні поняття, визначення та гіпотези МСС.	8	2	-	6
Разом за змістовим модулем 2	16	4	-	12
Змістовий модуль 3. Необхідні відомості тензорного числення.				

Тема 5. Вектори. Представлення векторів у системах координат. Коваріантні і контраваріантні компоненти вектора.	8	2	-	6
Тема 6. Тензори. Фундаментальні тензори систем координат.	8	2	-	6
Разом за змістовим модулем 3	16	4	-	12
Змістовий модуль 4. Фізичні та геометричні рівняння однорідного середовища.				
Тема 7. Фізичні рівняння однорідного середовища.	8	2	-	6
Тема 8. Умови на поверхні.	8	2	-	6
Тема 9. Основні рівняння МСС. Закони збереження.	8	2	-	6
Разом за змістовим модулем 4	24	6	-	18
Змістовий модуль 5. Інтегральні перетворення. Дослідження станів пружних шарів в просторах інтегральних перетворень.				
Тема 10. Основи постановки задач механіки суцільних середовищ у декартових координатах.	8	2	-	6
Тема 11. Інтегральні перетворення та їх застосування для дослідження станів пружних шарів.	8	2	-	6
Тема 12. Моделювання пружного стану суцільного шару в умовах вісесиметричної та плоскої деформації.	8	2	-	6
Разом за змістовим модулем 5	24	6	-	18
Змістовий модуль 6. Математичні моделі механіки багатошарових середовищ.				
Тема 13. Моделювання пружного стану багатошарових основ в умовах плоскої деформації.	6	2	-	4
Тема 14. Моделювання пружного стану багатошарових основ в умовах просторової деформації.	6	2	-	4
Тема 15. Дослідження просторової деформації багатошарових плит.	6	2	-	4

Тема 16. Застосування методу скінченних елементів до розв'язання граничних та контактних задач для багат шарових середовищ з ізотропними та ортотропними шарами.	6	2	-	4
Разом за змістовим модулем 6	24	8	-	16
Усього годин	120	32	-	88

5. ТЕМИ ЛЕКЦІЙНИХ ЗАНЯТЬ

№ теми	Назва теми	Кіл-ть годин
Змістовий модуль 1. Основи фізичного та математичного моделювання		
1	Натурне та математичне моделювання.	2
2	Побудова та формалізація математичних моделей	2
	Разом за змістовим модулем 1	4
Змістовий модуль 2. Предмет механіки суцільного середовища (МСС). Основні поняття, визначення та гіпотези МСС. Властивості суцільних середовищ		
3	Механіка суцільного середовища (МСС): предмет; основні методи та напрямки досліджень.	2
4	Основні поняття, визначення та гіпотези МСС.	2
	Разом за змістовим модулем 2	4
Змістовий модуль 3. Необхідні відомості тензорного числення		
5	Вектори. Представлення векторів у системах координат. Коваріантні і контраваріантні компоненти вектора.	2
6	Тензори. Фундаментальні тензори систем координат.	2
	Разом за змістовим модулем 3	4
Змістовий модуль 4. Фізичні та геометричні рівняння однорідного середовища		
7	Фізичні рівняння однорідного середовища.	2
8	Умови на поверхні.	2
9	Основні рівняння МСС. Закони збереження.	2
	Разом за змістовим модулем 4	6
Змістовий модуль 5. Інтегральні перетворення. Дослідження станів пружних шарів в просторах інтегральних перетворень		

10	Основи постановки задач механіки суцільних середовищ у декартових координатах.	2
11	Інтегральні перетворення та їх застосування для дослідження станів пружних шарів.	2
12	Моделювання пружного стану суцільного шару в умовах вісесиметричної та плоскої деформації.	2
	Разом за змістовим модулем 5	6
Змістовий модуль 6. Математичні моделі механіки багатошарових середовищ		
13	Моделювання пружного стану багатошарових основ в умовах плоскої деформації.	2
14	Моделювання пружного стану багатошарових основ в умовах просторової деформації.	2
15	Дослідження просторової деформації багатошарових плит.	2
16	Застосування методу скінченних елементів до розв'язання граничних та контактних задач для багатошарових середовищ з ізотропними та ортотропними шарами.	2
	Разом за змістовим модулем 6	8
Усього годин		32

6. САМОСТІЙНА РОБОТА

№ теми	Назва теми	Кіл-ть годин
Змістовий модуль 1. Основи фізичного та математичного моделювання		
1	Натурне та математичне моделювання.	6
2	Побудова та формалізація математичних моделей	6
	Разом за змістовим модулем 1	12
Змістовий модуль 2. Предмет механіки суцільного середовища (МСС). Основні поняття, визначення та гіпотези МСС. Властивості суцільних середовищ		
3	Механіка суцільного середовища (МСС): предмет; основні методи та напрямки досліджень.	6
4	Основні поняття, визначення та гіпотези МСС.	6
	Разом за змістовим модулем 2	12
Змістовий модуль 3. Необхідні відомості тензорного числення		

5	Вектори. Представлення векторів у системах координат. Коваріантні і контраваріантні компоненти вектора.	6
6	Тензори. Фундаментальні тензори систем координат.	6
	Разом за змістовим модулем 3	12
Змістовий модуль 4. Фізичні та геометричні рівняння однорідного середовища		
7	Фізичні рівняння однорідного середовища.	6
8	Умови на поверхні.	6
9	Основні рівняння МСС. Закони збереження.	6
	Разом за змістовим модулем 4	18
Змістовий модуль 5. Інтегральні перетворення. Дослідження станів пружних шарів в просторах інтегральних перетворень		
10	Основи постановки задач механіки суцільних середовищ у декартових координатах.	6
11	Інтегральні перетворення та їх застосування для дослідження станів пружних шарів.	6
12	Моделювання пружного стану суцільного шару в умовах вісесиметричної та плоскої деформації.	6
	Разом за змістовим модулем 5	18
Змістовий модуль 6. Математичні моделі механіки багатошарових середовищ		
13	Моделювання пружного стану багатошарових основ в умовах плоскої деформації.	4
14	Моделювання пружного стану багатошарових основ в умовах просторової деформації.	4
15	Дослідження просторової деформації багатошарових плит.	4
16	Застосування методу скінченних елементів до розв'язання граничних та контактних задач для багатошарових середовищ з ізотропними та ортотропними шарами.	4
	Разом за змістовим модулем 6	16
Усього годин		88

7. ВИДИ КОНТРОЛЮ І СИСТЕМА НАКОПИЧЕННЯ БАЛІВ

№ змістового модуля	Вид контролю	Кіл-ть балів
ПОТОЧНИЙ		
1	Теоретичне опитування	5
	Перевірка виконання самостійної роботи	5
2	Теоретичне опитування	5
	Перевірка виконання самостійної роботи	5
3	Теоретичне опитування	5
	Перевірка виконання самостійної роботи	5
4	Теоретичне опитування	5
	Перевірка виконання самостійної роботи	5
5	Теоретичне опитування	5
	Перевірка виконання самостійної роботи	5
6	Теоретичне опитування	5
	Перевірка виконання самостійної роботи	5
Разом:		60
ПІДСУМКОВИЙ		
	Індивідуальне завдання	20
	Залік	20
Усього		100

Шкала оцінювання: національна та ECTS

<i>За шкалою ECTS</i>	<i>За шкалою університету</i>	<i>За національною шкалою</i>
A	90 – 100 (відмінно)	Зараховано
B	85 – 89 (дуже добре)	
C	75 – 84 (добре)	
D	70 – 74 (задовільно)	
E	60 – 69 (достатньо)	
FX	35 – 59 (незадовільно – з можливістю повторного складання)	Незараховано
F	1 – 34 (незадовільно – з обов'язковим повторним курсом)	

8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА ТА ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ

Основна:

1. Ванін В.А. Математичні моделі та чисельні методи в задачах механіки суцільного середовища: Навчальний посібник – Харків : НТУ «ХП», 2018. – 209 с.
2. Гоменюк С. І., Спиця О. Г. Аналітичний та чисельний підходи до розв'язання задач теорії пружності для багат шарових середовищ : монографія. Херсон : Видавничий дім «Гельветика», 2018. – 128 с.
3. Карвацький А.Я. Метод скінченних елементів у задачах механіки суцільних середовищ. Програмна реалізація та візуалізація результатів: навч. посіб. – Київ: НТУУ «КПІ», 2015. – 391 с.
4. Механіка суцільних середовищ – 1. Механіка суцільних середовищ в інженерних розрахунках: / Уклад.: О. С. Сахаров, А. Я. Карвацький – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. – 233 с.
5. Механіка суцільних середовищ – 2. Нелінійні задачі механіки суцільних середовищ. Практикум. / А. Я. Карвацький. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 390 с.
6. Механіка суцільних середовищ. Розв'язання задач: навч. посіб. – Київ : НТУУ «КПІ», 2016. – 391 с.
7. Мусіяка В.Г. Основи чисельних методів механіки: підручник / В.Г. Мусіяка — Київ : Вища освіта, 2004. — 240 с.

Додаткова:

1. Величко І. Г., Приварников А. К., Спиця О. Г. Перша основна гранична задача для багат шарової трансверсально-ізотропної плити. Вісник Київського університету. 2002. № 2. С. 163–168.
2. Зіновєєв І. В. Плоска деформація пружних багат шарових основ складної структури [Текст] : дис. ... канд. фіз.-мат. наук : 01.02.04 / Зіновєєв Ігор Валерійович ; ДВНЗ "Запоріж. нац. ун-т". - Запоріжжя, 2010. - 165 арк. - Бібліогр.: арк. 145-165.
3. Величко И. Г., Приварников А. К. Решение основных граничных задач для многослойных оснований с трансверсально-изотропными слоями. Вопросы механики деформирования и разрушения твердых тел : сб. науч. трудов ДГУ. 1999. С. 50–59.
4. Мусіяка В. Г. Розв'язання задач механіки числовими методами у пакеті

- Scilab: посібник/ В.Г. Мусіяка – Д.: РВВ ДНУ, 2012. – 64 с.
5. Спиця О. Г. Аналітико-чисельний підхід до розв'язання основних граничних задач для багат шарових плит. Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки. 2017. Вип. 2. С. 266–277.
 6. Muskhelishvili N. I. Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity: Fundamental Equations Plane Theory of Elasticity Torsion and Bending / N. I. Muskhelishvili translated from the russian by J. R. M. Radok SPRINGER-SCIENCE+BUSINESS MEDIA, B.V., 1976. – 746 p.
 7. Sptysia O., Gomenyuk S., Zinoveyev I., Tkachenko I. The Analytical and Numerical Approaches to Solve the Axisymmetric Contact Problem of Pressing a Stamp into an Elastic Multilayer Plate. International Journal of Mechanical Engineering and Information Technology. 2017. Vol. 05, Issue 12. P. 1750–1754.

Електронні ресурси:

1. Система електронного забезпечення навчання ЗНУ.
URL: <https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=13308>
2. Бібліотека сайту EqWorld.
URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm..>