

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 5

## Тема: Реалізація методу аналізу ієрархій

Метод аналізу ієрархій (Analytic Hierarchy Process (АНП)) був запропонований Томасом Сааті і тому має альтернативну назву - Метод Сааті. Цей метод широко застосовується у різних сферах діяльності людини і став особливо популярним в бізнес-аналізі для обґрунтованого прийняття рішень у ситуаціях з кількома критеріями оцінки. Метод представляє певний математичний інструмент для системного підходу до прийняття складних рішень, коли суб'єктивні відчуття та експертні оцінки перетворюються у конкретні цифри, щоб вирахувати найкращий варіант. Також його використання доцільне тоді, коли потрібно надати інтегральну оцінку об'єктам або альтернативам за різними характеристиками, що мають різну важливість.

Сутність методу полягає в декомпозиції складної проблеми на простіші складові та їх попарному порівнянні. Його основу складають:

1. Побудова ієрархії. Певну проблему можна розкласти на рівні: мета (що ми хочемо отримати?), критерії (за якими параметрами оцінюємо?), альтернативи (які є варіанти вибору?). Так, при побудові ієрархії для аналізу фондових активів (акцій, облігацій тощо) за методом Сааті, важливо розділити об'єктивні фінансові показники та ризикові очікування. Адаптація тривірневої моделі під інвестиційну стратегію може виглядати наступним чином:

1. Мета (Goal): Формування оптимального інвестиційного портфеля або вибір найбільш перспективного активу для купівлі.

2. Критерії (Criteria): параметри, за якими порівнюються активи:

- Дохідність (Profitability):
  - очікуване зростання курсової вартості;
  - дивідендна дохідність (для акцій) або купонний дохід (для облігацій).
- Ризикованість (Risk):
  - волатильність (коефіцієнт Beta);
  - кредитний рейтинг емітента;
  - геополітичні та галузеві ризики.
- Ліквідність (Liquidity):
  - обсяги торгів на біржі;
  - спред (різниця між ціною купівлі та продажу).
- Фундаментальні показники (Fundamental Health):
  - мультиплікатори (P/E, P/S, EV/EBITDA);
  - рівень боргового навантаження (Debt/Equity).

3. Альтернативи (Alternatives): конкретні тикери або інструменти, які розглядаються. Наприклад: акції технологічного сектора (AAPL, MSFT, NVDA); акції енергетичного сектора (XOM, CVX); індексні фонди (S&P 500 ETF).

2. Попарне порівняння (принцип відносної важливості). Людині важко оцінити 10 факторів одночасно. Але вона може сказати, наприклад, що важливіше ціна чи якість смартфона. Ідея компромісу або урівноваження може бути проілюстрована на принципі архімедового важелю: співвідношення ваги урівноважується зворотнім відношенням довжин плечей важелів  $w_1 l_1 = w_2 l_2$ .

Процедура попарного порівняння застосовується до пар однорідних елементів. Неоднорідні елементи поділяються на взаємозв'язані групи (кластери), що вміщують однорідні елементи. Це фундаментальний принцип методу — принцип гомогенності (однорідності). Без дотримання цієї умови метод втрачає свою математичну точність і перетворюється на порівняння «теплого з м'яким». Найпростіше зробити адекватне порівняння об'єктів, коли вони лежать на одній вісі. Сааті запропонував шкалу відносної важливості, де ступінь значущості поділяється за балами від 1 до 9:

Таблиця 1. Значення коефіцієнтів матриці парних порівнянь

Бал	Ступінь значущості	Пояснення
1	Рівна значущість	Обидва елементи однаково сприяють досягненню мети
3	Помірна перевага	Досвід та судження свідчать на користь одного з елементів (слабка перевага)
5	Істотна перевага	Один елемент значно важливіший за інший
7	Значна (явна) перевага	Перевага одного елемента дуже очевидна і практично доведена
9	Абсолютна перевага	Свідчення на користь одного елемента настільки сильні, що не викликають сумнівів
2, 4, 6, 8	Проміжні значення	Використовуються, коли важко вибрати між двома сусідніми категоріями (компроміс)

Градація з одного боку базується на психологічній межі людини, яка надійно здатна одночасно утримувати в пам'яті та якісно порівнювати лише обмежену кількість градацій. Більше ніж 9 категорій призводять до плутанини та різкого зростання помилок (неузгодженості). З іншого боку важливою є і чутливість - різниця між 1 та 9 є достатньою, щоб охопити розрив між «однаково» та «небо і земля», але не настільки великою, щоб втратити сенс порівняння. Наприклад, порівнювати дохід звичайного робітника в певній країні та суцільний дохід цієї країни, як правило, немає сенсу — занадто великий розрив.

У методі Сааті надзвичайно важливою є властивість зворотної симетричності. При порівнянні двох активів, наприклад, акції А та акції Б, якщо А має перевагу над Б із значенням 5 (істотна перевага), тоді Б автоматично отримує значення 1/5 (0.2) відносно А. Це забезпечує математичну цілісність матриці: при множенні оцінки  $a_{ij}$  на  $a_{ji}$  завжди повинні отримувати 1, умова, яке слідством математичного обґрунтування методу Сааті.

3. Математичний синтез. На основі оцінок будуються матриці. Шляхом обчислення власних векторів цих матриць метод визначає вагові коефіцієнти. У результаті отримують рейтинг кожної альтернативи.

### Аналіз активів методом Сааті

До аналізу декількох активів (акцій) може бути застосована ієрархічна аналітична процедура Сааті, яка базується на визначенні вагових коефіцієнтів певних критеріїв задля отримання інтегрального показника.

#### Етап 1. Побудова ієрархії та критеріїв

В обраних до розгляду акцій технологічного сектору з Yahoo Finance визначаємо такі показники:

1. A1: Дохідність (Return) — річне зростання ціни.
2. A2: Дивідендна дохідність (Dividend Yield).
3. A3: Коефіцієнт P/E (Price-to-Earnings) — оцінка вартості.
4. A4: Волатильність (Beta) — міра ризику.
5. A5: Капіталізація (Market Cap) — показник масштабу компанії.

Як правило, обрані показники є характерними для більшості фінансових активів і їх пріоритетність може бути встановлено відповідними експертами. Кількість критеріїв визначає ступінь інтегральності порівняння. Заповнення матриці парних порівнянь виконується на базі таблиці 1.

#### Етап 2. Матриця парних порівнянь критеріїв

Для інвестора, що орієнтується на зростання капіталу, Дохідність (A1) є пріоритетною. Матрицю парних порівнянь, середнє геометричне та вагу критеріїв представлено у таблиці:

Таблиця 2

Критерії	A1	A2	A3	A4	A5	Середнє геометричне	Вага критеріїв $\hat{k}_i$
A1 (Return)	1	3	5	7	9	3.936	0.5100
A2 (Div Yield)	1/3	1	3	5	7	2.036	0.2638
A3 (P/E)	1/5	1/3	1	3	5	1.00	0.1296
A4 (Beta)	1/7	1/5	1/3	1	3	0.491	0.0636
A5 (Mkt Cap)	1/9	1/7	1/5	1/3	1	0.254	0.0329

Оцінка важливості критеріїв визначається як середнє геометричне за значеннями парних порівнянь у рядках матриці:

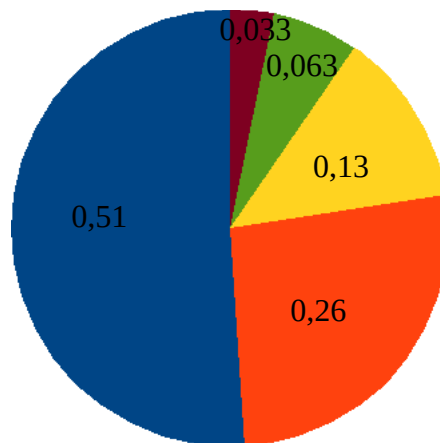
$$k_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n x_{ij}},$$

де  $x_{ij}$  — значення у  $i$ -тому рядку у  $j$ -тому стовпчику;  
 $n$  — кількість критеріїв.

Вага критеріїв обчислюється як нормалізована величина:

$$\hat{k}_i = \frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j},$$

тобто значення оцінки важливості кожного критерію приводиться до загальної “маси” (суми оцінок). Сума ваги критеріїв повинна дорівнювати 1.

Рис.1. Діаграма вагових коефіцієнтів для критеріїв A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, A<sub>4</sub>, A<sub>5</sub>

### Етап 3. Перевірка на несуперечливість

Для даного методу важливо виконати перевірку експертних оцінок на несуперечливість. Перевірка дозволяє виявити помилки, які міг зробити експерт при заповненні матриці парних порівнянь. При значній кількості критеріїв можлива поява суперечливості, що порушує транзитивність в попарному порівнянні критеріїв: якщо A<sub>i</sub> важливіше за A<sub>j</sub>, а A<sub>j</sub> важливіше за A<sub>k</sub>, то як наслідок цього повинно бути A<sub>i</sub> важливіше за A<sub>k</sub>, але при ручному заповненні матриці експерт може задати значення, що вказують A<sub>k</sub> важливіше за A<sub>i</sub>. Зрозуміло, що експерт вносить

відношення через систему коефіцієнтів попарного порівняння для критеріїв, які можуть не мати числових характеристик. Особливо часто помилки виникають, коли експерт намагається виконати попарне порівняння декількох складних критеріїв, наприклад, поточну ліквідність, дивідендну дохідність за минулий рік та дохідність в поточному році: поточна ліквідність — це показник фінансової стійкості (статичний), дивідендна дохідність — це грошовий потік для акціонера (ретроспективний), дохідність у поточному році — це динаміка ціни активу (прогностичний). Метод Сааті базується на тому, що експерт може порівнювати елементи лише одного порядку значущості, в даному випадку експерт може вирішити, що ліквідність важливіша за дивіденди, а дивіденди важливіші за поточну дохідність, а далі помилково надати перевагу поточній дохідності над ліквідністю. Математично це призведе до високого значення відношення погодженості ( $CR$ ), яке перевищить допустиму межу (0.1–0.2), і результати стануть недостовірними. Крім того, кожен з критеріїв у цьому прикладі має різну природу і несумісність одиниць виміру.

Для перевірки на несуперечність виконують наступне:

1. Знаходимо суми стовпців матриці парних порівнянь

$$M_j = \sum_{k=1}^n x_{kj},$$

$$M_1=1,787 ; M_2= 4,676; M_3= 9,533; M_4= 16,333; M_5=25.$$

2. Визначаємо максимальне власне значення матриці  $\lambda_{max}$  за формулою

$$\lambda_{max} = \sum_{i=1}^n \hat{k}_i \cdot M_i,$$

де  $\hat{k}_i$  — вага критеріїв;

$M_i$  — суми стовпців матриці.

Таким чином у нашому прикладі отримуємо

$$\lambda_{max} = (0.510 \cdot 1.787) + (0.2638 \cdot 4.676) + (0.1296 \cdot 9.533) + (0.0636 \cdot 16.333) + (0.0329 \cdot 25) \approx 5.242$$

3. Знаходимо величину, що зветься індексом погодженості ( $CI$ )

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$$

$$\text{Для нашого прикладу } CI = \frac{5.242 - 5}{5 - 1} = 0.0605$$

4. Величина випадкової погодженості ( $RI$ ) залежить від розмірності матриці парних порівнянь, її значення для матриць розмірності від 3 до 10 наведено у таблиці 3.

Таблиця 3. Значення випадкової погодженості ( $RI$ ) для матриць певної розмірності

Розмірність матриці	3	4	5	6	7	8	9	10
$RI$	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49

5. Знаходимо відношення погодженості за формулою

$$CR = \frac{CI}{RI}$$

Якщо відношення погодженості перевищує 0.2, то необхідно провести уточнення матриці парних порівнянь. У прикладі, що розглядається, розмірність матриці 5, тому  $RI = 1.12$

$$CR = \frac{0.0605}{1.12} \approx 0.054$$

Таким чином, уточнення експертних оцінок не потрібне.

#### Етап 4. Інтегральний показник для фондових активів

Для обчислення інтегральних показників якості ( $Q_j$ ) для трьох популярних активів, використовуємо шкалу від 0 до 7 (де 0 — найнижчий, а 7 — найкращий показник на ринку). Отримані значення ваги критеріїв  $a_i$  відповідають певним показникам обраних для розгляду активів: дохідність, дивіденди, Р/Е, ризик/beta, капіталізація. Для розрахунку інтегральних показників якості обраних активів за обраною шкалою визначаємо кількісні значення певних показників  $x_{ij}$ , для чого необхідно проаналізувати поточні дані фондового ринку і зафіксувати їх по відношенню до певного показника обраного активу за шкалою від 0 до 7 (табл. 4, стовпчики активів).

Таблиця 4. Інтегральні показники якості

Критерії	Вагові коефіцієнти ( $a_i$ )	Активи			Базові значення
		AAPL	MSFT	TSLA	
A1 (Дохідність)	0.5100	7	6	5	6
A2 (Дивіденди)	0.2638	3	4	0	2.33
A3 (Р/Е)	0.1296	5	5	2	4
A4 (Ризик/Beta)	0.0636	6	6	3	5
A5 (Капіталізація)	0.0329	7	7	6	6.67
Інтегральні показники якості Q		5.6213	5.3751	3.1974	4.73

де  $Q_j = \sum_{i=1}^n a_i \cdot x_{ij}$ , – інтегральний показник якості для  $j$ -го активу.

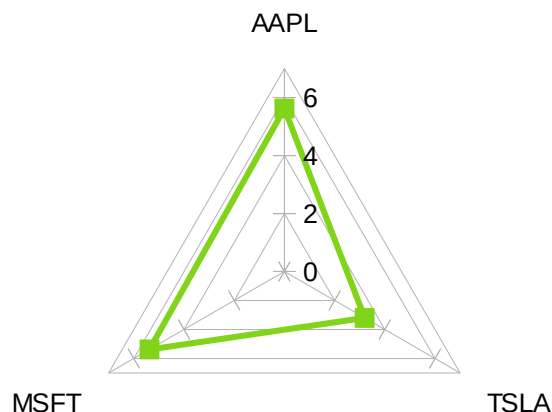


Рис.2. Пелюсткова діаграма інтегральних показників якості активів

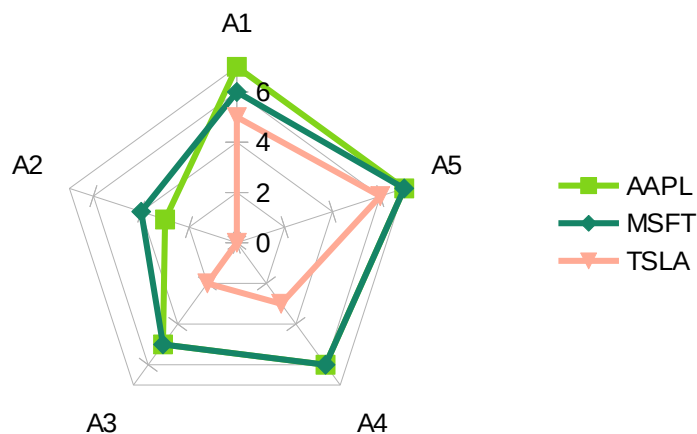


Рис.3. Пелюсткова діаграма характеристик активів

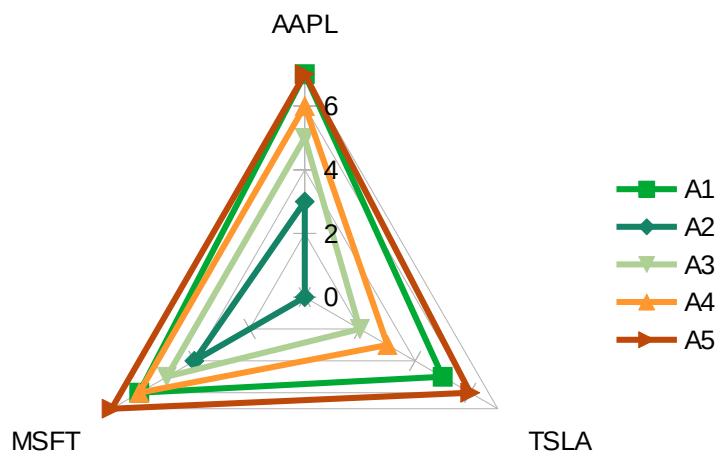


Рис.4. Пелюсткова діаграма значень критеріїв

### Застосування методу Сааті до даних з Yahoo Finance

Для того, щоб дані з Yahoo Finance (через бібліотеку ufinance) коректно відповідали моделі Сааті, необхідно вибрати конкретні ключі з об'єкта «.info». Важливо, щоб для методів прийняття рішень дані були односпрямованими, тобто коли більше значення завжди означає «краще». Тому для P/E та Beta слід використовувати інверсію або спеціальну обробку. Нижче наведено відповідність критеріїв, що було розглянуто вище в методі Сааті та параметрів активів, які можна отримати за допомогою бібліотеки ufinance:

#### 1. A1 — Дохідність (Return)

Найкраще використовувати показник ефективності за останній рік або очікуване зростання.

Параметр: «52WeekChange» - зміна ціни за останні 52 тижні у відсотках.

Також, в якості альтернативи, можна застосувати параметр «trailingPegRatio» - коефіцієнт PEG, який враховує прибуток відносно зростання.

#### 2. A2 — Дивіденди (Dividends)

Показує відсоток прибутку, який компанія виплачує акціонерам.

Параметр: «dividendYield» - дивідендна дохідність у десятковому форматі, наприклад, 0.015 для 1.5%. Якщо компанія не платить дивіденди, наприклад, як Tesla, то значенням параметру буде або None, або 0.

#### 3. A3 — P/E (Ціна / Прибуток)

Цей показник відображає, наскільки «дорогою» є акція. У фінансах нижчий P/E часто вважається кращим, бо вказує, що акція недооцінена і є перспективи її зростання, а значить і

статків власника цих акцій.

Параметр: «trailingPE» - поточний P/E за останні 12 місяців.

Оскільки менше значення P/E є найкращим, то для моделі Сааті та у коді його реалізації варто використовувати зворотну величину:  $1 / \text{trailingPE}$ .

#### 4. A4 — Ризик / Beta (Volatility)

Коефіцієнт Бета показує волатильність акції відносно ринку. Beta = 1 означає рух разом із ринком. Beta > 1 — акція ризикована. В Yahoo Finance це параметр: «beta».

Для моделі Сааті менше значення Beta вказує на стабільність, тобто на менший ризик, тому слід використовувати зворотне значення:  $1 / \text{beta}$ . Інколи інвестором ставиться задача знайти драйвові акції задля отримання прибутку на їх подальшому зростанні. У цьому випадку в моделі Сааті використовується пряме значення beta.

#### 5. A5 — Капіталізація (Market Cap)

Загальна ринкова вартість компанії, як правило, є показником її масштабу та надійності.

В Yahoo Finance це параметр: «marketCap». Основним недоліком цього параметру для прямого застосування в методі Сааті є його величина — мільярди, а інколи трильйони, тому їх обов'язково треба нормалізувати до шкали 0–7.

Таблиця 5. Відповідність критеріїв табл.4 та параметрів Yahoo Finance

Критерій	Ключ у yfinance.info	Тип даних	Логіка для шкали 0–7
A1	52WeekChange	float	пряма (чим більше, тим вищий бал)
A2	dividendYield	float	пряма (чим більше, тим вищий бал)
A3	trailingPE	float	обернена (чим менше PE, тим вищий бал)
A4	beta	float	обернена (чим менше Beta, тим вищий бал)
A5	marketCap	int	пряма (чим більше, тим вищий бал)

Приклад отримання значень згадуваних критеріїв для тікеру «AAPL» з Yahoo Finance:

```
import yfinance as yf
stock = yf.Ticker("AAPL")
info = stock.info

a1 = info.get('52WeekChange', 0)
a2 = info.get('dividendYield', 0)
a3 = 1 / info.get('trailingPE', 1) # Інверсія значення
a4 = 1 / info.get('beta', 1)      # Інверсія значення
a5 = info.get('marketCap', 0)
```

Результатом для  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ , буде щось подібне до

0.123499274

0.42

0.03189644525600342

0.8960573476702508

3644938780672

Це сирі дані з серверів Yahoo Finance. Кожне з цих чисел має свою розмірність - відсотки, долари, коефіцієнти, тому вони виглядають різноманітно.

1. A1: 0.123499... (52WeekChange)

Значення 0.1235 вказує, що за рік ці акції зросли на 12.35 %.

2. A2: 0.42 (dividendYield)

Це дивідендна дохідність. Важливим нюансом бібліотеки yfinance є те, що значення може бути або у відсотках, або на суму в доларах на акцію. Значення 0.42 зазвичай вказує на 0.42%.

3. A3: 0.031896... (1 / trailingPE)

Це інвертований показник P/E (ціна/прибуток). Оригінальний P/E Apple становить приблизно 31.3\$. Це означає, що інвестори платять \$31.3 за кожен \$1 прибутку компанії. Оскільки в методі Сааті потрібно використати "кращий" результат, а низький P/E — це краще за високе значення, то використовуємо обернене значення і тепер чим більше це число (менший реальний P/E), тим вищим буде підсумковий бал.

4. A4: 0.896057... (1 / beta)

Реальна Beta Apple становить приблизно 1.11\$. Це означає, що акція на 11% волатильніша (ризикованіша) за ринок у цілому. Якщо використати обернене значення, то пріоритет буде мати "стабільність". Число 0.896 вказує на помірний ризик. Чим ближче це число до 1 (або більше 1), тим стабільнішим вважається актив у моделі.

5. A5: 3644938780672 (marketCap)

Ринкову капіталізацію подано в абсолютних одиницях (доларах). Значення відповідає 3.64 трильйона доларів. Це занадто велике число порівняно з іншими показниками, наприклад, 0.12 або 0.03. Тому, якщо просто перемножити ці числа на відповідні ваги, показник капіталізації затьмарить усі інші критерії і метод Сааті в такому вигляді працювати не буде.

Один із виходів — виконати лінійне масштабування (Min-Max) для всієї групи акцій обраних активів на діапазон від 0 до 7:

1. Знайти максимальне значення капіталізації серед обраних акцій і поставити йому значення 7.
2. Знайти мінімальне і поставити 0.
3. Всі інші значення розподілити між ними за формулою:

$$Score = \frac{X - X_{min}}{X_{max} - X_{min}} \cdot 7$$

Очевидно, що цю формулу є сенс застосовувати, якщо кількість активів для порівняння 3 та більше. В табл. 6 наведено приклад розрахунків значень параметрів капіталізації для тикерів AAPL, MSFT, TSLA.

Таблиця 6

Компанія	Капіталізація (X)	Розрахунок	Бал (0-7)
AAPL	3.64 T ( $X_{max}$ )	$\frac{3.64 - 0.8}{3.64 - 0.8} \cdot 7$	7.0
MSFT	3.10 T	$\frac{3.10 - 0.8}{3.64 - 0.8} \cdot 7$	5.67
TSLA	0.80 T ( $X_{min}$ )	$\frac{0.8 - 0.8}{3.64 - 0.8} \cdot 7$	0.0

## Практичні завдання

1. Вивчіть теоретичний матеріал лабораторної роботи.
2. Розробіть програму, що дозволяє користувачу обирати 3-9 критеріїв для тикерів Yahoo Finance та будувати матрицю попарних порівнянь (див. табл. 2). Для матриці автоматично має виконуватись перевірка на несуперечливість. Значення CR має виводитись.
3. Напишіть метод (методи), що дозволяють для заданих тикерів (відповідно до свого варіанту) розраховувати таблицю інтегрального показника якості (табл. 4). Кількісні значення показників для табл.4 необхідно розраховувати автоматизовано на основі даних Yahoo Finance. Алгоритм реалізуйте на основі лінійного масштабування (Min-Max) (табл.6).
4. Для візуалізації результату програма має будувати пелюсткові діаграми.

5. Написати функцію, яка аналізує, наскільки сильно має змінитися вага певного критерію, наприклад, «Дохідність», щоб лідер поступився місцем другому активу.
6. Підготуйте звіт з виконання практичних завдань.