

**Практичне заняття № 8. Операційний метод розв'язання диференціальних рівнянь з частинними похідними параболічного типу**

1. Температура  $u(x,t)$  у тонкому стержні задовольняє рівняння  $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ,  $a^2 = \text{const}$ . Знайти розподіл температур у півпросторі  $x > 0$ , якщо є відомим закон зміни температури його лівого кінця, а початкова температура стержня дорівнює нулю:  $u|_{t=0} = 0$ ,  $u|_{x=0} = f(t)$ .
2. Знайти розв'язок рівняння теплопровідності  $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  при наступних крайових та початкових умовах:
  - а)  $u(0,t) = u(l,t) = 0$ ,  $u(x,0) = \sin \frac{\pi x}{l}$ ;
  - б)  $u(0,t) = 0$ ,  $\frac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0$ ,  $u(x,0) = x$ .

**Практичне заняття № 9. Операційний метод розв'язання диференціальних рівнянь з частинними похідними гіперболічного типу**

1. Один кінець стержня, довжина якого дорівнює  $l$ , закріплений, на інший кінець діє сила  $f(t) = A \sin \omega t$ , спрямована вздовж осі стержня. Знайти переміщення  $u(x,t)$  при повздовжніх коливаннях цього стержня.
2. Знайти розв'язок хвильового рівняння  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  при наступних крайових та початкових умовах:
  - а)  $u(0,t) = u(l,t) = 0$ ,  $u(x,0) = Ax(l-x)$ ,  $\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0$ ,  $0 \leq x \leq l$ .
  - б)  $\frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0$ ,  $u(x,0) = 0$ ,  $\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0$ .

**Практичне заняття № 10. Операційний метод розв'язання інтегральних рівнянь.**

1. Розв'язати операційним методом інтегральне рівняння:

$$f(t) = \sin t + \frac{1}{2} \int_0^t (t-\tau)^2 f(\tau) d\tau.$$

2. Розв'язати інтегральне рівняння  $\sin t = \int_0^t \cos(t-\tau) f(\tau) d\tau$ .

3. Розв'яжіть інтегральні рівняння:

а)  $x(t) = \sin t + \frac{1}{2} \int_0^t (t - \tau)^2 x(\tau) d\tau$ ; б)  $1 - \cos t = \int_0^t \operatorname{sh}(t - \tau) x(\tau) d\tau$ .

4. Розв'яжіть інтегро-диференціальне рівняння:

а)  $x'(t) - \int_0^t (t - \tau) x(\tau) d\tau = \cos t$ ,  $x(0) = 1$ ,

б)  $x''(t) + \int_0^t \sin(t - \tau) \cdot (x''(\tau) + x(\tau)) d\tau = 2 \cos t$ ,  $x(0) = x'(0) = 0$ .

в)  $x''(t) - 4 \int_0^t e^{-(t-\tau)} (x'(\tau) + x(\tau)) d\tau$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 12$ .