

## **Лекція 1. Основні положення динаміки машин**

### **1.1. Вибір кількості ступенів вільності механічних систем**

Одне із завдань динаміки машин полягає у визначенні руху системи. Після цього по відомих формулах опору матеріалів визначаються внутрішні зусилля, напруження й деформації в елементах коливного тіла. Для того, щоб описати рух машини чи механізму необхідно вибрати координати, які будуть відповідати тому чи іншому стану машини.

**Числом ступенів вільності** механічної системи називається число координат, які однозначно визначають її стан. Усі реальні тіла деформуються і тому мають нескінченне число ступенів вільності. Однак залежно від характеру досліджуваного явища й необхідної точності розрахунків можна обмежити число ступенів вільності, вибираючи в якості розрахункової схеми реальної конструкції систему, яка має декілька або навіть один ступінь вільності.

Обмеження числа ступенів вільності, які враховуються в розрахунках, може бути виконане різними способами. Часто в реальній конструкції можна виділити масивні елементи, деформацією яких можна знехтувати, і пружні елементи, масу яких можна не враховувати. У цьому випадку розрахункова схема являє собою ряд масивних тіл, з'єднаних пружними зв'язками. Так, наприклад, система, представлена на рис. 1.1 а, може розглядатися як система з одним ступенем вільності, якщо маса пружини мала в порівнянні з масою вантажу і якщо нас не цікавить поведінка окремих витків пружини, а вантаж може переміщатися тільки у вертикальному напрямку.

Інший спосіб полягає в тому, що розподілену по всьому об'єму системи піддатливість (або пружність) зосереджують у кінцевому числі точок або ліній. При цьому система представляється у вигляді сукупності пружно-зчленованих абсолютно жорстких елементів. Наприклад, пружна балка із неперервно розподіленою масою та пружністю може бути приблизно замінена рядом абсолютно жорстких мас, з'єднаних пружними елементами,

кількість яких визначається необхідним рівнем точності розв'язування задачі (рис. 1.1, б, в, г).

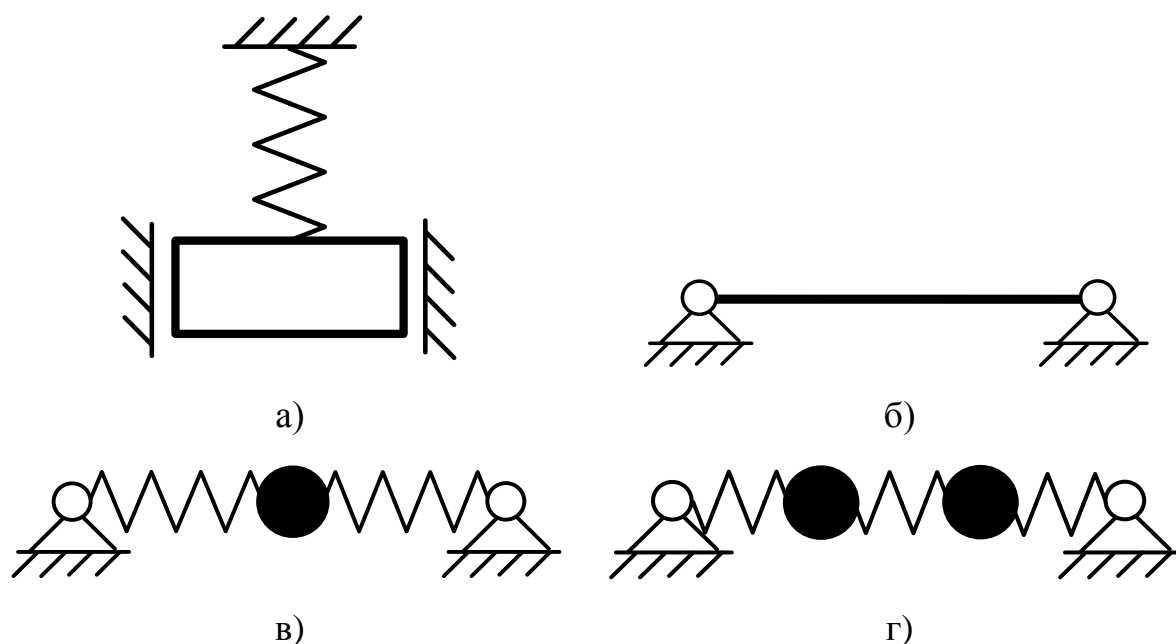


Рис. 1.1. Системи із різною кількістю ступенів вільності: а) маса на пружині (один ступінь вільності); б) балка на опорах; в) динамічна модель балки на опорах з одним ступенем вільності; г) динамічна модель балки на опорах з двома ступенями вільності

Вище були розглянуті приклади, у яких обмеження числа ступенів вільності досягалося шляхом нехтування масою одних частин системи (пружин, балок) і жорсткістю інших (вантаж). Третій спосіб визначення числа ступенів вільності системи полягає в тому, що на основі тих або інших міркувань заздалегідь задається форма її руху. Так, наприклад, при згині балки її положення в деякий момент часу визначається безліччю координат. Однак, використання гіпотези плоских перерізів дозволяє зменшити кількість ступенів вільності балки. Згідно із цією гіпотезою, положення всіх точок балки визначається положенням точок, що лежать на її осі. Завдяки прийняттю гіпотези плоских перерізів задача аналізу руху балки під час її згину суттєво спрощується (стає одномірною), але число ступенів вільності залишається нескінченним. Подальше спрощення досягається на основі припущення, що в процесі руху співвідношення між відхиленнями від

положення спокою різних точок балки не змінюються. У цьому випадку приймають, що відхилення  $\xi$  точок балки визначаються рівністю:

$$\xi(z, t) = x(t)f(z), \quad (1.1)$$

де  $x(t)$  – невідома функція часу,  $f(z)$  – задана функція абсциси  $z$ . Оскільки переміщення будь-якої точки балки визначається тепер єдиною змінною  $x(t)$ , отримана розрахункова схема має одну ступінь вільності.

Необхідно мати на увазі, що можливість схематизувати реальну динамічну систему й представити її у вигляді системи з однією, двома й більшим числом ступенів вільності залежить не тільки від виду системи, але й від характеру сил, що діють на неї.

Так, наприклад, якщо в системі, зображеній на рис. 1.1, а, відтягнути пружину убік, а потім відпустити, то виникнуть її бічні коливання, при яких не можна знехтувати власною масою пружини, якою б малою вона не була. При дослідженні такого роду коливань систему вже не можна розглядати як систему із одним ступенем вільності.

Існує цілий ряд прикладів, для яких не можна виконувати розрахунки спираючись на моделі із зосередженими параметрами. У цих випадках необхідно використовувати розподілені характеристики елементів машини і будувати динамічні моделі із розподіленими параметрами. Інколи у розрахунках динамічних навантажень в машинах використовують моделі із зосередженими та розподіленими параметрами.

Динамічні моделі із зосередженими параметрами інколи називають дискретними, із розподіленими параметрами – континуальними, а моделі із зосередженими та розподіленими параметрами – дискретно-континуальними.

Таким чином, вибір тієї або іншої розрахункової схеми може бути зроблений тільки в результаті вивчення фізичної природи розглянутих явищ і залежно від вимог до точності розрахунків.

## 1.2. Моделювання динаміки машин

Розв'язування задач динаміки машин починається зі збору фактів та даних наукових спостережень. На їх основі проводиться формалізація роботи машини чи механізму і будується її математична модель, тобто виділяються її найбільш суттєві риси та властивості й проводиться їх опис за допомогою рівнянь і формул.

Розглянемо основні етапи моделювання роботи машин (рис. 1.2).

Етап 1. При постановці задачі на фізичному рівні проходить процес схематизації та ідеалізації машини, тобто виділення її суттєвих факторів, що впливають на її функціонування. Деякі риси і фактори машини можуть виявитися важливими, інші – несуттєвими.

Етап 2. Після виявлення суттєвих факторів ставляться задачі моделювання й вибирається схема взаємодії між елементами машини, тобто будується динамічна модель, яка відображає суттєві фактори. Більш детально про побудову динамічних моделей буде сказано у п.п. 1.2.1.

Етап 3. Надалі здійснюється переведення необхідних характеристик на мову математичних понять і величин. Складається система параметрів, які описують основні фактори, й здійснюється формування співвідношень та рівнянь між цими параметрами і величинами (математичне моделювання). Отже, **математична модель** – це результат формалізації реальної машини. Це найбільш складна й важка стадія процесу моделювання. Тут використовують фундаментальні фізичні закони і принципи. Більш детально про методи математичного моделювання машин буде сказано у п.п. 1.2.2.

Етапи 4. Після побудови моделі (третьої етап) необхідно проводити перевірку суперечності моделі реальній машині і конкретності постановки задачі. Тут можна використати досить просте й завжди ефективне правило фізичної розмірності всіх членів рівняння-моделі машини.

Етапи 5, 6. Перевіряється справедливість моделі за результатами розв'язування теоретичної задачі у відповідності з математичною моделлю, які зіставляються з реальними результатами роботи машини. На основі цих

результатів перевіряється адекватність математичної моделі реальній машині. Глибина відображення моделлю реальної машини залежить від мети дослідження.

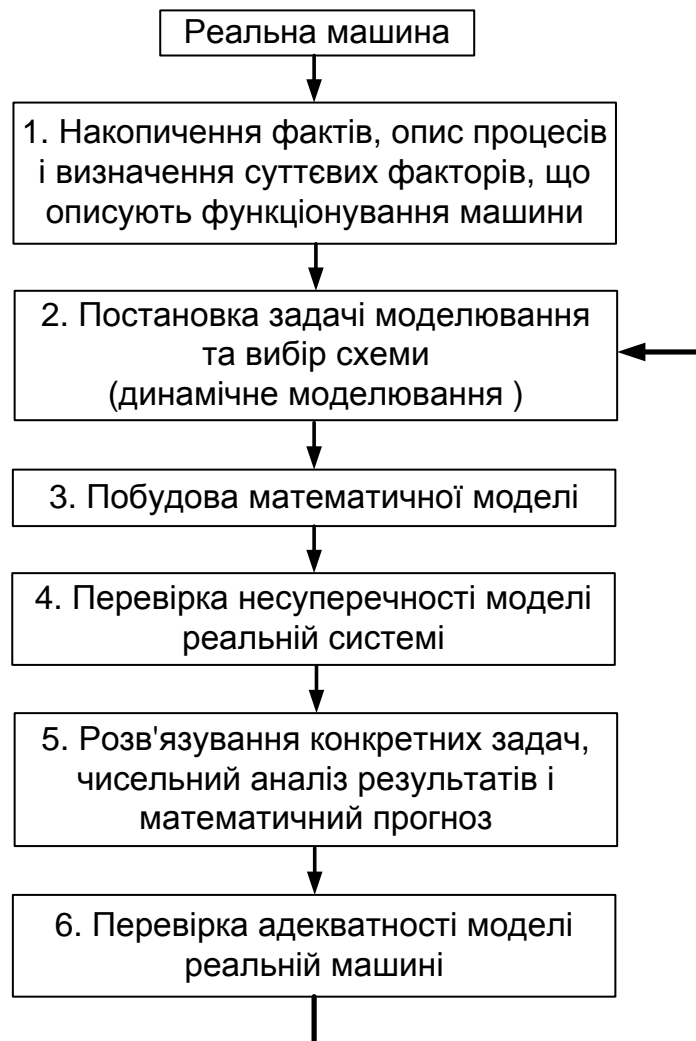


Рис.1.2. Етапи моделювання машини

Відповідно до принципів ієрархії моделей кожна модель нижчого рівня не повинна суперечити моделі вищого рівня.