

Лекція 2. Побудова динамічних моделей машин

2.1. Побудова динамічних моделей

При переході від реальної механічної системи (машини) до її динамічної моделі нехтують тими фізичними факторами, які несуттєві для даного розрахунку або дослідження. В загальному випадку при складанні динамічної моделі механічної системи необхідно враховувати зосереджені маси, розподілені маси по довжині елементів, пружність елементів, залежності рушійних та гальмівних сил двигунів від частоти обертання ротора, зміну приведених мас тощо. У кожному конкретному випадку одні фізичні фактори є головними, а інші – другорядними. Динамічна модель повинна задовольняти дві головні вимоги:

- 1) бути в необхідній мірі адекватною реальній механічній системі й, наскільки це можливо, відобразити основні її фізичні властивості;
- 2) бути не дуже складною, щоб розв'язування не було досить трудомістким.

Усяке ускладнення розрахункової схеми повинне бути виправдане одержанням більш точного розв'язку. У той же час спрощення розрахункової схеми не повинно приводити до викривлення реального фізичного процесу.

Критерієм вірогідності прийнятої розрахункової схеми (динамічної моделі) є збіг результатів, отриманих теоретичним і експериментальним шляхами. Слід підкреслити, що сам експеримент повинен бути поставлений правильно, тобто відбивати ті умови роботи машини, які вивчаються й порівнюються з результатами теоретичних розрахунків.

Розглянемо процес розробки динамічної моделі механічної системи на прикладі механізму підйому вантажу вантажопідйомного крана, кінематична схема якого показана на рис. 1.3.

За окремі маси механізму приймаємо ротор електродвигуна 1, муфту з гальмівним шківом 2, редуктор 3, барабан 4 та вантаж 5. Тут не враховані окремі маси валів і канатів, оскільки їх маси приводяться до відповідних

елементів, які на них закріплено. Наприклад, маси вхідного й вихідного валів редуктора приведені відповідно до маси редуктора, а маса канату – до вантажу 5. У цьому механізмі маси 1, 2, 3 і 4 здійснюють обертальний рух, а маса 5 – поступальний.

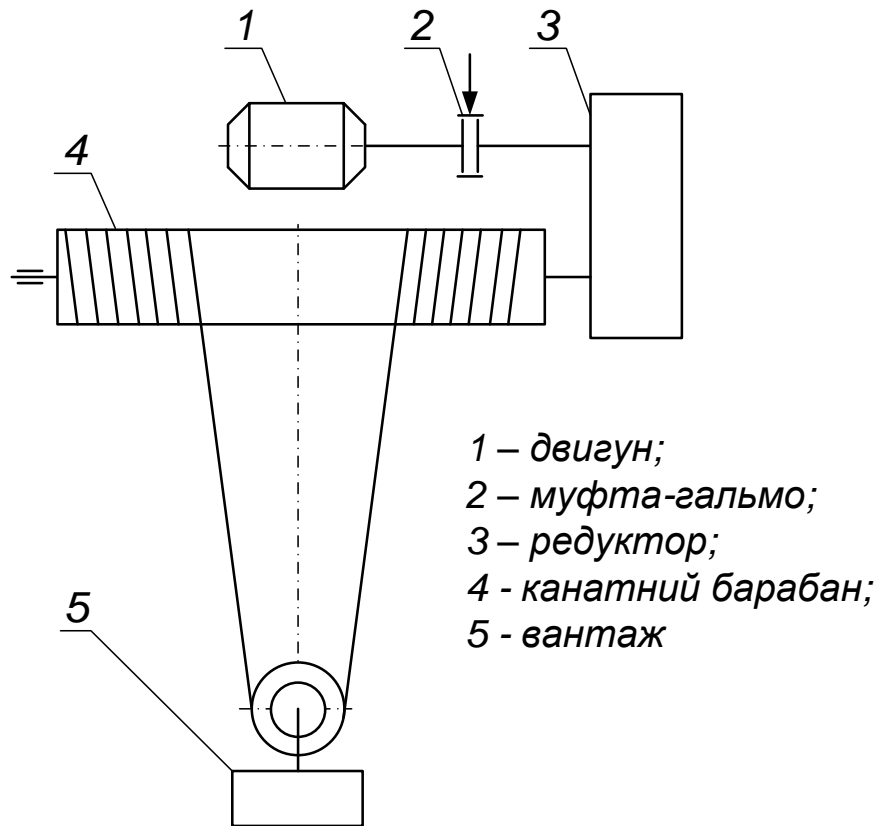


Рис. 1.3. Кінематична схема механізму підйому вантажу

Складемо з цих мас динамічну модель, з'єднавши їх між собою інерційними пружними елементами і приклавши діючі навантаження до мас, що розглядаються (рис. 1.4).

Модель складається з трьох ділянок безінерційного вала, кожна з яких обертається з кутовими швидкостями ω_1 , ω_2 і ω_3 , а також безінерційного канату, що намотується на барабан зі швидкістю v . Маси елементів двигуна 1, гальмівного шківів 2, передавального механізму 3 і барабана 4 показані на рис. 1.4 у вигляді умовних дисків з моментами інерції J_1 , J_2 , J_{31} , J_{32} , J_{33} , J_{34} та J_4 , вантаж 5 – у вигляді матеріальної точки масою m_5 . Умовні диски зв'язані між собою пружними безінерційними ділянками валів із

коефіцієнтами крутильної жорсткості $c_1, c_2, c_{31}, c_{32}, c_{34}, c_4$. Диск з моментом інерції J_4 зв'язано з вантажем масою m_6 пружним безінерційним канатом з лінійною жорсткістю c_5 через поліспастову систему із кратністю n . Кутові швидкості валів із зубчастими колесами 3.1 і 3.4 зв'язані між собою передавальним відношенням $u = \omega_1 / \omega_3$. На рис. 1.4: M_p – рушійний момент на валу двигуна, $m_5 g$ – вага вантажу.

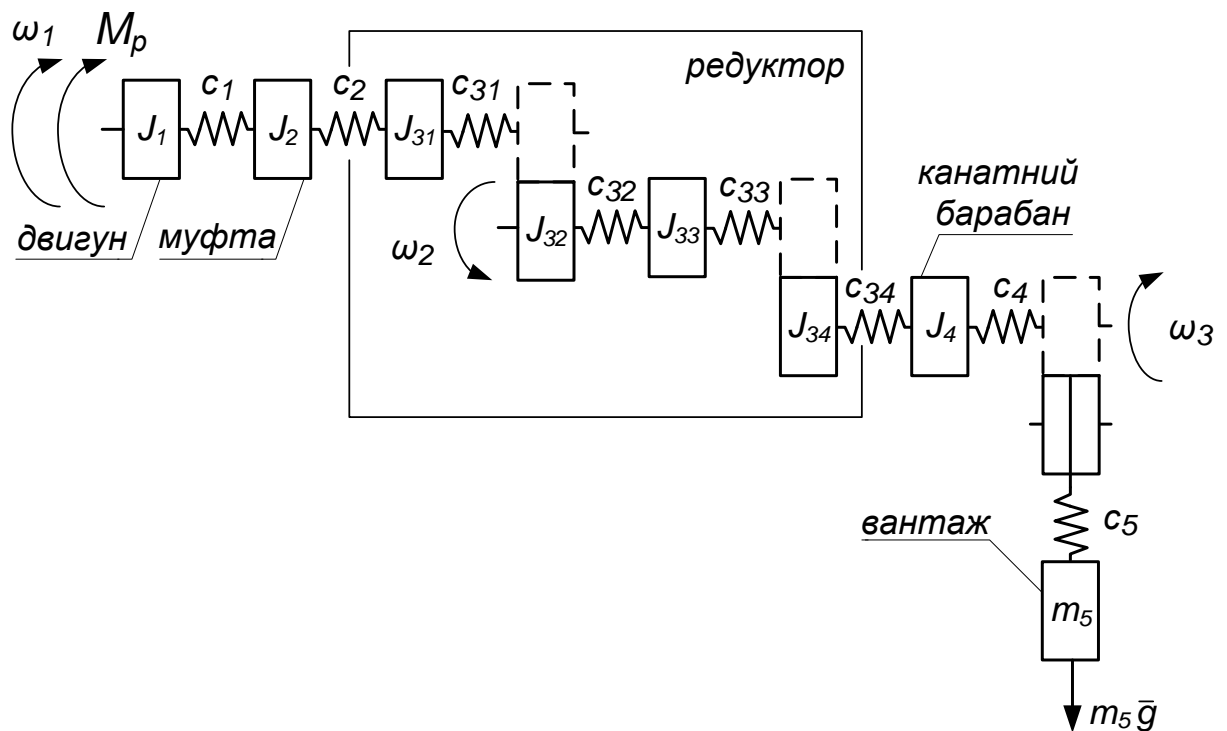


Рис. 1.4. Динамічна модель механізму підйому вантажопідйомного крана

За допомогою побудованої динамічної моделі можна створити математичну модель, яка дасть можливість визначити динамічні навантаження в елементах безінерційних пружних валів між двигуном і гальмівним шківом, шківом та зубчастими колесами й барабаном, а також у канаті, який з'єднує барабан із вантажем через поліспастову систему. Одночасне визначення цих навантажень у рамках однієї математичної моделі приводить до значного ускладнення останньої.

У ряді випадків немає потреби розглядати таку складну математичну модель, її можна замінити рядом простих моделей, кожна з яких враховує

тільки одну пружну ділянку вала або канату. Так, якщо виникає потреба визначення динамічних навантажень у пружному канаті, то використовується динамічна модель, у якій усі ділянки валів вважаються жорсткими, а канат – пружним.

При приведенні мас ротора двигуна, гальмівного шківа, зубчастих коліс, барабана і вантажу до гілок канату, які намотуються на барабан, динамічна модель механізму підйому вантажу має вигляд, показаний на рис. 1.5. Тут прийняті такі позначення: m_{n1} – приведена маса ротора двигуна, гальмівного шківа, зубчастих коліс та барабана до гілок канату; m_{n2} – приведена маса вантажу до гілок канату; F_{n1} , F_{n2} – приведені до канату сили від дії відповідно рушійного моменту на валу двигуна й ваги вантажу; c_n – приведена жорсткість гілок канату; x_1 , x_2 – координати центрів мас відповідно m_{n1} і m_{n2} .

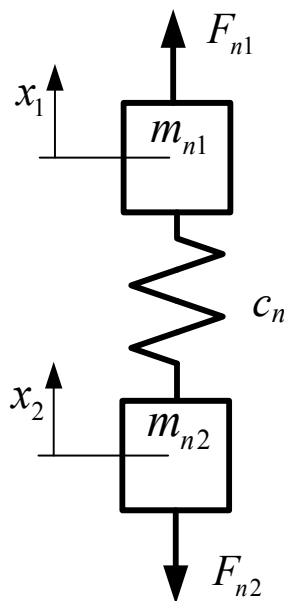


Рис. 1.5. Спрощена динамічна модель механізму підйому вантажопідйомного крана

Приведення мас та моментів інерції тіл системи базується на рівності кінетичної енергії заданої й приведеної систем; приведення сил і моментів сил – на рівності робіт (потужностей), які виконують ці сили й моменти та їх

приведені величини; приведення жорсткостей – на рівності потенціальних енергій, якими володіють пружні елементи заданої і приведеної систем.

Здійснимо приведення мас, діючих сил та жорсткостей до гілок канату, що намотується на барабан для механізму підйому вантажопідйомного крана (рис. 1.6). Оскільки виникає потреба визначення динамічних навантажень у гілках канату, то приведення здійснюється з двох боків, до верхньої частини канату приводяться всі елементи від двигуна до барабана включно, а до нижньої частини – вантаж і канат (рис. 1.4).

Визначимо кінетичну енергію системи „двигун-барабан” (рис.1.4):

$$T_1 = \frac{\omega_1^2}{2}(J_1 + J_2 + J_{31}) + \frac{\omega_2^2}{2}(J_{32} + J_4), \quad (1.2)$$

де ω_1 і ω_3 – кутові швидкості обертання відповідних валів; $J_1, J_2, J_{31}, J_{32}, J_4$ – моменти інерції відповідних елементів (рис. 1.4).

Кінетична енергія приведеної системи розглянутих елементів має вигляд:

$$T_{n1} = \frac{m_{n1}v^2}{2}, \quad (1.3)$$

де v – швидкість намотування канату на барабан.

Виходячи з умов приведення мас, прирівнюємо праві вирази залежностей (1.2) і (1.3). У результаті отримаємо:

$$\frac{\omega_1^2}{2}(J_1 + J_2 + J_{31}) + \frac{\omega_2^2}{2}(J_{32} + J_4) = \frac{m_{n1}v^2}{2}. \quad (1.4)$$

Враховуючи те, що $\omega_2 = 2v/D$ (D - діаметр барабана), а $\omega_1 = u\omega_2$, D , $\omega_2 = 2vu/D$ та проводячи математичні перетворення, знаходимо в кінцевому вигляді вираз приведеної маси системи „двигун-барабан”:

$$m_{n1} = \frac{4}{D^2}((J_1 + J_2 + J_{31})u^2 + J_{32} + J_4). \quad (1.5)$$

Аналогічно визначається приведена маса системи „вантаж–канат” (рис. 1.5). У цій системі враховується маса тільки тієї частини канату, яка здійснює рух.

При довжині H рухомих гілок канату від осі блока до осі барабана кінетична енергія системи „вантаж–канат” визначається залежністю:

$$T_2 = \frac{1}{2} 2H\rho v^2 + \frac{1}{2} m_5 \frac{v^2}{n^2}, \quad (1.6)$$

де ρ – маса одиниці довжини канату; n – кратність поліспасової системи.

Кінетична енергія приведеної системи цих елементів визначається наступним виразом:

$$T_{n2} = \frac{1}{2} m_{n2} v^2. \quad (1.7)$$

Прирівнявши праві частини залежностей (1.6) і (1.7), отримаємо:

$$\frac{1}{2} 2H\rho v^2 + \frac{1}{2} m_5 \frac{v^2}{n^2} = \frac{1}{2} m_{n2} v^2. \quad (1.8)$$

З одержаного рівняння знаходимо приведену масу системи „вантаж–канат”:

$$m_{n2} = 2H\rho + \frac{m_5}{n^2}. \quad (1.9)$$

Для визначення приведеної сили F_{n1} визначимо її потужність у приведеній системі і прирівняємо її до потужності рушійного моменту M_p на валу двигуна. В результаті будемо мати:

$$F_{n1} v = M_p \omega_3. \quad (1.10)$$

Враховуючи зв'язок між швидкостями v і ω_3 з останнього рівняння отримаємо:

$$F_{n1} = \frac{2M_{pu}}{D}. \quad (1.11)$$

Аналогічно знаходимо приведену силу F_{n2} , врахувавши рівність її потужності, необхідної для підйому вантажу:

$$F_{n2}v = \frac{m_5 g v}{n}. \quad (1.12)$$

З отриманого рівняння маємо

$$F_{n2} = \frac{m_5 g}{n}. \quad (1.13)$$

Якщо врахувати ККД передачі від двигуна до барабана η_1 і ККД поліспасової системи η_2 , то вирази для приведених сил можна записати у вигляді:

$$F_{n1} = \frac{2M_{pu}\eta_1}{D}, \quad (1.14)$$

$$F_{n2} = \frac{m_5 g}{\eta_2 n}. \quad (1.15)$$

Для визначення приведеної жорсткості c_n скористаємось умовою зведення жорсткості канатно-поліспасової системи c_6 (рис. 1.4) до гілки канату, яка намотується на барабан. Згідно з цією умовою маємо:

$$\frac{1}{2}c_n x_2^2 = \frac{1}{2}c \left(\frac{x_2}{n} \right)^2. \quad (1.16)$$

З отриманого рівняння знаходимо приведену жорсткість канатно-поліспасової системи:

$$c_n = \frac{c}{n}. \quad (1.17)$$

Виходячи з конструкції поліспастової системи (рис. 1.4) і враховуючи те, що жорсткість одиниці довжини каната дорівнює EA (де E – модуль пружності каната, A – площа його поперечного перерізу), можна визначити жорсткість канатно-поліспастової системи:

$$c = 2EA \left(\frac{1}{(n-1)h} + \frac{1}{H} \right), \quad (1.18)$$

де h - відстань між осями рухомих і нерухомих блоків (рис. 1.3).

Динамічна модель, що показана на рис. 1.6, має сім ступенів вільності, а на рис. 1.5 – тільки два. Таке спрощення динамічної моделі механічної системи незначно знижує її точність, але набагато спрощує її математичну модель. Зниження точності динамічної моделі механізму підйому вантажу для визначення динамічних навантажень у пружному канаті за рахунок значного зменшення кількості ступенів вільності відповідає точності визначення моментів інерції, жорсткостей окремих елементів і рушійного моменту приводного механізму.