

## Лабораторна робота №6

**Тема роботи: Розрахунок і забезпечення надійності деталей металургійних машин за критерієм втомного руйнування**

**Мета роботи:** ознайомитися з методами статистичних випробувань (методом Монте-Карло), набути практичних навичок розрахунку надійності деталей металургійних машин за критерієм втомного руйнування.

### Теоретичні положення

Одним з головних показників надійності є ймовірність безвідмовної роботи  $Q(L)$  до заданої напрацювання  $L$  в умовах експлуатації (години, цикли і т.д.) або ймовірність відмови  $P(L) = 1 - Q(L)$ . Тут під відмовою будемо розуміти появу першої макроскопічної тріщини втоми протяжністю 0,5 ... 1 мм. Залежність ймовірності появи тріщини  $P$  від  $L$  називається функцією розподілу довговічності деталі (ФРД).

На рис. 1 як приклад представлена ФРД для деталі, де ймовірність появи тріщини  $P$  (у відсотках) відкладена по осі ординат в масштабі, який визначається нормальним законом розподілу, по осі абсцис - напрацювання  $L$  в логарифмічному масштабі (логарифмічно нормальна імовірнісна папір). Ця функція - важлива характеристика надійності і довговічності деталі. Вона показує медіанний ресурс деталі  $\bar{L}$  (відповідний ймовірності руйнування 50%), гамма-процентний ресурс деталі  $L_\gamma$ , відповідний ймовірності безвідмовної роботи  $\gamma$  (у відсотках) або ймовірності появи тріщини 100-  $\gamma$  (у відсотках). Зазвичай для металургійних машин необхідна ймовірність безвідмовної роботи  $\gamma > 90\%$ .

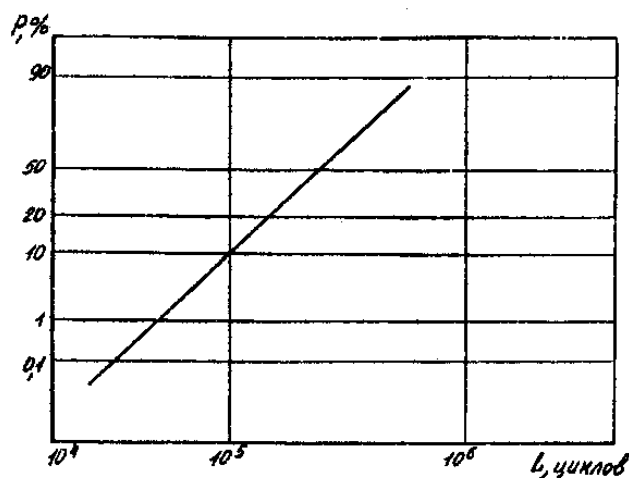


Рисунок 1 - Функція розподілу довговічності деталі

ФРД деталі може бути отримана експериментальним і розрахунково-експериментальним методами. Емпіричну ФРД отримують шляхом спостереження за  $n$  машинами в експлуатації і фіксації напрацювань  $L$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), після яких з'явилася втомна тріщина в певній деталі. За цими даними будується необхідна ФРД на нормальній (або іншій) ймовірнісній папері. Такий метод оцінки ФРД є необхідним, але пасивним, так як він призводить до побудови ФРД на тій стадії експлуатації, на якій сотні машин отримали напрацювання, що перевищує медіанний ресурс, тобто на стадії серійного виробництва, коли вносити зміни в конструкцію і технологію виробництва з метою підвищення надійності вже важко і пізно. Крім того, застосування цього методу важко або неможливо для машин одиничного або дрібносерійного виробництва.

Тому актуальне значення має застосування методів оцінки ФРД деталей саме на стадії проектування і доведення дослідного екземпляра машини, коли можна порівнювати різні конструктивно-технологічні рішення і знаходити оптимальні, що забезпечують найбільшу надійність і довговічність при найменшій матеріаломісткості.

Такими методами можуть бути тільки розрахунково-експериментальні, засновані на використанні відомих закономірностей втомного руйнування (або інших закономірностей), а також на експериментальному визначенні характеристик опору втоми і змінної навантаженості деталей в залежності від конструктивних, технологічних і експлуатаційних факторів. Точність оцінок ФРД зростає зі збільшенням обсягу експериментальних досліджень, який повинен визначатися на підставі техніко-економічних міркувань в залежності від обсягу виробництва, вартості та відповідальності машини, необхідного рівня надійності і т.д.

Ідея імовірнісного методу, що дозволяє на стадії проектування і доведення дослідного зразка машини побудувати ФРД і тим самим вирішити поставлену вище завдання, досить проста і полягає в наступному. Щодо деталей, втомна крива яких має праву горизонтальну ділянку, втомна довговічність, виражена числом блоків до руйнування, може бути визначена за формулою

$$\lambda = \frac{a_p \sigma_{-1D} N_G}{\sigma_{a \max}^{m_{\sigma}} \sum_{(\sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D})} \left( \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a \max}} \right)^m t_i} \quad (1)$$

де  $a_p$  - сума відносних довговічність, відповідна появі тріщини втоми і перебуває згідно з результатами великої кількості експериментів в інтервалі сума  $0,1 < a_p < 1$ ;

$\sigma_{1Д}$  - границя витривалості деталі натурних розмірів,  $H/мм^2$ ;

$m$  - показник нахилу кривої втоми;

$N_\sigma$  - точка перелому кривої втоми (при відсутності даних можна прийняти  $N_\sigma = 2 \cdot 10^6$  циклів);

$\sigma_{amax}$  - максимальна амплітуда в блоці навантаження,  $H/мм^2$ ;

$\nu_{\bar{\sigma}}$  - загальне число циклів в одному блоці навантаження, яке визначається за формулою);

$t_i = \nu_{i\bar{\sigma}} / \nu_{\bar{\sigma}}$  - відносне число циклів повторення амплітуди  $\sigma_{ai}$  в  $i$ -го ступені блоку навантаження.

Відповідне напрацювання  $L$  становить  $L = \lambda L_{\bar{\sigma}}$ , де  $L_{\bar{\sigma}}$  - напрацювання в одному блоці навантаження. Форма блоку навантаження, що визначається сукупністю пар чисел  $(\sigma_{ai} / \sigma_{amax}, t_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, r$ ), може вважатися не залежить від випадкових нерегламентованих факторів, а отже, не залежить від них може вважатися і величина  $a_p$ , яка визначається формою блоку навантаження. Отже, залежить від наступних випадкових величин:  $\sigma_{1Д}$ ,  $m$ ,  $N_\sigma$ ,  $\sigma_{amax}$ ,  $\nu_{\bar{\sigma}}$ .

Якщо закони зміни цих величин відомі, то може бути знайдений і закон розподілу (ФРД). Це може бути зроблено на ЕОМ методом статистичних випробувань, званим також методом Монте-Карло [6,7].

Суть методу полягає в наступному. Розробляється програма для ЕОМ, що дозволяє отримувати послідовність випадкових величин  $\sigma_{1Д}$ ,  $m$ ,  $N_\sigma$ ,  $\sigma_{amax}$ ,  $\nu_{\bar{\sigma}}$  з їх законами розподілу. Беручи закони розподілу перерахованих величин нормальними, в процесі моделювання рівномірно розподілені числа  $c_n$  в діапазоні  $0 \leq c_n \leq 1$  можна отримати з використанням стандартного машинного генератора Random псевдовипадкових рівномірно розподілених чисел, а нормально розподілені числа з математичним очікуванням, рівним нулю, і середнім квадратичним відхиленням, рівним одиниці, можна визначити по залежностям:

$$\beta_n = \frac{3\sqrt{9 - 12\pi\mu_n^2}}{\mu_n\sqrt{2\pi}} \quad \text{при } |\mu_n| \leq 0,487;$$

$$\beta_n = \frac{|\mu_n[2,25876 + 57,0256(|\mu_n| - 0,487)]|}{\mu_n} \quad \text{при } |\mu_n| > 0,487, \quad (2)$$

де  $\mu_n = c_{n-0,5}$ ;  $c_n = RND(c_n - 1)$ .

Нормально розподілені числа  $y_n$ , що відображають розигрувані випадкові величини  $\sigma_{-1Д}$ ,  $m$ ,  $N_\sigma$ ,  $\sigma_{amax}$ ,  $\nu_6$  з заданими середневиборочними значеннями  $\bar{y}$  і коефіцієнтами варіації  $\nu_n$ , можна визначити за формулою

$$y_n = \bar{y}(1 + \beta_n \nu_n). \quad (3)$$

Отримавши по одному (першому) числу цих величин, підставляють їх в формулу (1) і обчислюють перше значення  $\lambda_1$ , що є результатом першої реалізації.

Далі ця операція повторюється, в результаті чого отримують  $n$  значень  $\lambda$ , де  $n$  - число запланованих операцій ( $n = 100, 1000$  і т.д.).

Обробляючи статистично отриману сукупність випадкових чисел  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), наприклад за методикою викладеною при побудові функції розподілу амплітуд напружень, отримують функцію розподілу  $\lambda$ , яку можна зобразити на ймовірнісній папері. Це і є шукана функція розподілу довговічності (ФРД).

Таким чином, щоб вирішити поставлене завдання, необхідно знати функції розподілу величин  $\sigma_{-1Д}$ ,  $m$ ,  $N_\sigma$ ,  $\sigma_{amax}$ ,  $\nu_6$  або хоча б їх середні значення і коефіцієнти варіації.

### **Лабораторне обладнання**

Персональні ЕОМ, осцилограми навантаження.

### **Порядок виконання роботи**

- 1 Розробити підпрограму, що дозволяє отримувати послідовності випадкових величин  $\sigma_{-1Д}$ ,  $m$ ,  $N_\sigma$ ,  $\sigma_{amax}$ ,  $\nu_6$  з їх законами розподілу (приймаємо нормальний закон).
- 2 Розробити підпрограму статистичної обробки отриманої сукупності випадкових чисел  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), де  $n$  - число запланованих операцій (прийняти  $n = 100$ ).
- 3 Розробити підпрограму розрахунку довговічності  $L$ , виражену напрацюванням в часі, з використанням формул 1 і 1 з лабораторної роботи №5.
- 4 На підставі перерахованих підпрограм розробити програму статистичних (імітаційних) випробувань (метод Монте-Карло).
- 5 З використанням розробленої програми виконати розрахунок при наступних вихідних даних. Межа витривалості деталі визначити за формулами:

$$\sigma_{-1Д} = \sigma_{-1} / K; \quad \sigma_{-1} = (0,55 - 0,0001 \sigma_6) \sigma_6,$$

де  $\sigma_6 = 700 \text{ Н/мм}^2$  - границя міцності;

$K=5$  - коефіцієнт зниження межі витривалості з урахуванням всіх факторів.

Показник нахилу кривої втоми деталі визначити за формулою

$$m=(5+\sigma_s/80)/K.$$

При розрахунках прийняти:  $N_\sigma=2 \cdot 10^6$  циклів;  $a_p=1$ . Значення  $\sigma_{amax}$ ,  $\sigma_{ai}$ ,  $\sigma_{ai}/\sigma_{amax}$ ,  $t_i = v_{i\sigma}/v_\sigma$  ( $i=1,2,\dots,r$ ) прийняти за результатами обробки осцилограми випадкового процесу (див. лабораторну роботу №5). Коефіцієнти варіації  $\sigma_{1Д}$ ,  $m$ ,  $N_\sigma$ ,  $\sigma_{amax}$ ,  $v_\sigma$  прийняти рівними:  $\sigma_{1Д} = 0,06$ ,  $v_m = 0,03$ ,  $v_{N_\sigma} = 0,10$ ,  $v_{\sigma_{amax}} = 0,10$ ,  $v_{v_\sigma} = 0,03$ .

На підставі результатів чисельної реалізації програми побудувати ФРД деталі, відклавши по осі абсцис довговічність  $L$  (в годинах), по осі ординат - ймовірність появи тріщини  $P$  (у відсотках). Визначити медіанний ресурс деталі і ресурс, який відповідає ймовірності безвідмовної роботи  $\gamma=90\%$ .

### Зміст звіту

- 1 Найменування і мета роботи.
- 2 Короткі теоретичні відомості.
- 3 Текст програми статистичних випробувань.
- 4 Результати розрахунку.
- 5 Функція розподілу довговічності в координатах  $L$ , год -  $P$ , %.

### Контрольні питання

- 1 Що називають функцією розподілу довговічності (ФРД) деталі?
- 2 Що розуміють під медіанного і гамма-відсотковим ресурсом деталі?
- 3 У чому полягає емпіричний метод оцінки ФРД деталі?
- 4 Вкажіть переваги розрахунково-експериментальних методів оцінки ФРД деталі.
- 5 Поясніть ідею імовірнісного методу.
- 6 Які випадкові величини впливають на довговічність  $L$ ? Як враховується їх вплив?
- 7 Що являє собою програма статистичних випробувань (метод Монте-Карло)?

## Лабораторна робота №7

**Тема роботи: Вплив тривалості захоплення полоси робочих валків на динаміку лінії приводу прокатного стану**

**Мета роботи:** встановлення взаємозв'язку між динамічними навантаженнями в приводі прокатного стану, часом захоплення металу валками і частотними характеристиками лінії приводу.

### Теоретичні положення

Тривалість захоплення заготовки робочими валками - це час заповнення осередку деформації металом, яке залежить від швидкості обертання робочих валків при захопленні, величини обтиску, пружності робочої кліті, діаметра робочих валків, геометричних розмірів смуги, початкової швидкості смуги і інших чинників.

Найбільший вплив має швидкість обертання валків, з її збільшенням час зменшується по гіперболічній залежності.

При постійній швидкості обертання робочих валків тривалість захоплення можна визначити за формулою

$$t_{\text{зах}} = k \frac{\alpha_{\text{зах}}}{\omega_{\text{вал}}}, \quad (1)$$

де  $\alpha_{\text{зах}}$  - початковий кут захоплення;

$\omega_{\text{вал}}$  - кутова швидкість обертання робочих валків при захопленні;

$k$  - експериментальний коефіцієнт, що враховує стан задається кінця смуги, прослизання валків щодо смуги, випередження і інші фактори..

Іноді захоплення смуги здійснюється в період розгону приводу лабораторного стану. При рівноприскореному обертанні валків

$$t_{\text{зах}} = k \sqrt{\frac{\omega_{\text{вал.нач}}^2}{\varepsilon^2} + \frac{2\alpha_{\text{зах}}}{\varepsilon} - \frac{\omega_{\text{вал.нач}}}{\varepsilon}}, \quad (2)$$

де  $\omega_{\text{вал.нач}}$  - початкова кутова швидкість робочих валків при захопленні;

$\varepsilon$  - кутове прискорення робочих валків.

Оскільки коефіцієнт  $k$  не піддається точному аналітичному визначенню, при розрахунках динамічних навантажень слід виходити з найбільш несприятливого випадку навантаження, коли  $k=1$ , тобто відсутня прослизання валків щодо смуги і площину переднього торця перпендикулярна поздовжньої осі смуги і осі прокатки.

Для оцінки впливу тривалості захоплення  $t_{\text{зах}}$  на динамічні навантаження в лінії приводу лабораторного стану використовується параметр навантаження

$$\beta = \frac{t_{\text{зах}}}{T_1}, \quad (3)$$

де  $T_1$  - період, відповідний нижчої власної частоти (першої гармоніці) лінії приводу.

Розглянемо як приклад одномасову розрахункову схему (рис. 1).

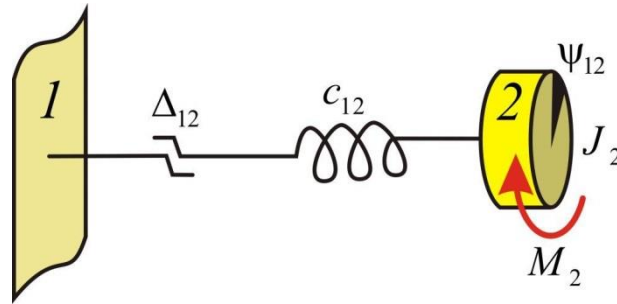


Рисунок 1 - Одномасова розрахункова схема:

1 - закладення; 2 - масивний диск

Рівняння, яке описує крутильні коливання цієї одно частотною пружно масовою системою має такий вигляд:

$$J_2 \frac{d^2 \psi_{12}}{dt^2} - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = -M_2 \quad (4)$$

або

$$\frac{d^2 \psi_{12}}{dt^2} = \frac{M_2}{J_2} - \frac{c_{12}}{J_2} \psi_{12} \quad (5)$$

Рішення рівняння (5) на етапі захоплення заготовки  $t < t_{\text{зах}}$ , коли  $M_2(t) = M_2 \cdot t/t_{\text{зах}}$ , має вигляд

$$\psi_{12} = \frac{M_2}{c_{12}} \left[ \frac{t}{t_{\text{зах}}} - \frac{\sin k_{12} t}{k_{12} t_{\text{зах}}} \right], \quad (6)$$

де  $k_{12} = \sqrt{c_{12}/J_2} = 2\pi/T_1$  - частота власних коливань лінії приводу.

На наступному етапі при відліку часу від початку встановленого процесу  $t \geq t_{\text{зах}}$  рішення рівняння (5) має вигляд

$$\psi_{12} = \frac{M_2}{c_{12}} \left[ 1 + \frac{\sin \pi \beta}{\pi \beta} \sin(k_{12} t - \gamma) \right], \quad (7)$$

де

$$\gamma = \arctg \left( \frac{\sin 2 \pi \beta}{1 - \cos 2 \pi \beta} \right). \quad (8)$$

Помноживши (6) і (7) на  $c_{12}$ , отримаємо вирази для моменту сил пружності  $M_{12}$ . Максимальне значення цього моменту, віднесене до  $M_2$ , дає шукану зв'язок між коефіцієнтом динамічності  $\eta$  і параметром навантаження  $\beta$

$$\eta = 1 + \frac{\sin \pi \beta}{\pi \beta}. \quad (9)$$

Найбільше значення  $\eta = 2$  досягається при миттєвому захопленні, коли  $\beta = 0$ , оскільки

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{\sin \pi \beta}{\pi \beta} = 1. \quad (10)$$

При збільшенні  $\beta$  динамічна добавка  $\frac{\sin \pi \beta}{\pi \beta}$  зменшується, і вже при  $\beta > 5$  з нею можна практично не рахуватися. Процес захоплення в таких умовах називають статичним на відміну від динамічного захоплення з різко вираженими крутильними коливаннями лінії приводу.

Нехай рівняння руху 3-масової розгалуженої системи мають вигляд:

$$\begin{cases} \frac{d^2(\varphi_1 - \varphi_2)}{dt^2} = \frac{M_1 - M_{12} - M_{13}}{J_1} - \frac{M_{12} - M_2}{J_2} \\ \frac{d^2(\varphi_1 - \varphi_3)}{dt^2} = \frac{M_1 - M_{12} - M_{13}}{J_1} - \frac{M_{13} - M_3}{J_3} \end{cases} \quad (11)$$

Якщо крутильна система - високочастотна, електродвигун слабо реагує на механічні коливання в лінії приводу, оскільки момент інерції ротора на порядок більше моментів інерції інших обертових мас. Тому при математичному моделюванні виходять з того, що ротор обертається рівномірно ( $d\varphi_1/dt = \text{Const}$ ), і визначення функції  $M_1$  не потрібно.

Найпростіший математичний опис моментів прокатки на верхньому  $M_2$  і нижньому  $M_3$  робочих валках не враховує час захоплення заготовки робочими валками:

$$\begin{aligned} M_2(t) &= M_2 = \text{Const}; \\ M_3(t) &= M_3 = \text{Const}, \end{aligned} \quad (12)$$

де  $M_2$ ,  $M_3$  - усталені значення моментів прокатки, знайдені по осцилограмам навантаження верхнього і нижнього шпинделів крутним моментом.

Найбільш часто моменти прокатки описуються як кусочно-лінійні функції часу (рис. 2, а)



$$M_2(t) = \begin{cases} M_2 \frac{t}{t_{\text{зах}}}, & \text{при } t < t_{\text{зах}} \\ M_2, & \text{при } t \geq t_{\text{зах}} \end{cases} \quad (13)$$

$$M_3(t) = \begin{cases} M_3 \frac{t}{t_{\text{зах}}}, & \text{при } t < t_{\text{зах}} \\ M_3, & \text{при } t \geq t_{\text{зах}} \end{cases}$$

де  $t_{\text{зах}}$  - час захоплення заготовки робочими валками.

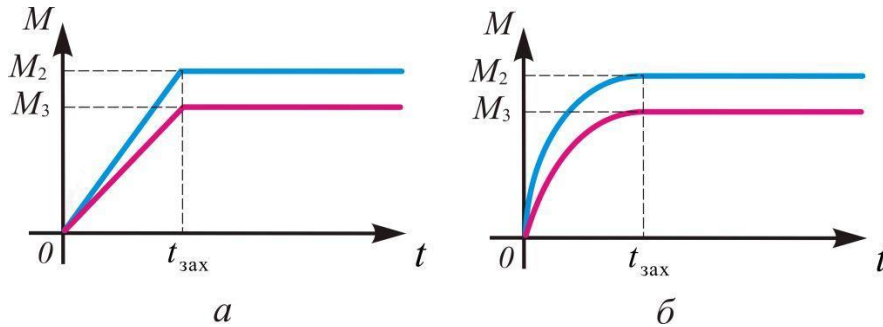


Рисунок 2 - Функції зовнішніх моментів прокатки:  
а - кусочно-лінійна; б - експоненціально-лінійна

Більш точно зовнішні моменти прокатки з боку верхнього і нижнього робочого валків задаються як експоненціально-лінійні функції часу (рис. 2, б):

$$M_2(t) = \begin{cases} M_2 \left( 1 - e^{-\frac{t}{A}} \right), & \text{при } t < t_{\text{зах}} \\ M_2, & \text{при } t \geq t_{\text{зах}} \end{cases} \quad (14)$$

$$M_3(t) = \begin{cases} M_3 \left( 1 - e^{-\frac{t}{A}} \right), & \text{при } t < t_{\text{зах}} \\ M_3, & \text{при } t \geq t_{\text{зах}} \end{cases}$$

де  $A = (0,4 \dots 0,5) t_{\text{зах}}$  - показник експоненти наростання моментів прокатки.

Одна з причин виникнення асиметрії моментів  $M_2 \neq M_3$  - заготовка, що прокочується і володіє власною масою, кривизною, поздовжньою і поперечною різновтовщиною.

Асиметрія моментів  $M_2 \neq M_3$  викликається також конструктивними особливостями прокатного стану, наприклад, різними кутами нахилу верхнього і нижнього шпинделів.

Після підстановки виразів внутрішніх моментів сил пружності і зовнішніх моментів прокатки в (11), отримуємо математичну модель для дослідження впливу тривалості захоплення смуги робочими валками на динаміку лінії приводу прокатного стану:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2\psi_{12}}{dt^2} = \frac{M_1 - \left( c_{12}\psi_{12} + \beta_{12} \frac{d\psi_{12}}{dt} \right) - \left( c_{13}\psi_{13} + \beta_{13} \frac{d\psi_{13}}{dt} \right)}{J_1} - \\ \frac{\left( c_{12}\psi_{12} + \beta_{12} \frac{d\psi_{12}}{dt} \right) - \begin{cases} M_2 \left( 1 - e^{-\frac{t}{A}} \right), & \text{при } t < t_{\text{зах}} \\ M_2, & \text{при } t \geq t_{\text{зах}} \end{cases}}{J_2} \\ \frac{d^2\psi_{13}}{dt^2} = \frac{M_1 - \left( c_{12}\psi_{12} + \beta_{12} \frac{d\psi_{12}}{dt} \right) - \left( c_{13}\psi_{13} + \beta_{13} \frac{d\psi_{13}}{dt} \right)}{J_1} - \\ \frac{\left( c_{13}\psi_{13} + \beta_{13} \frac{d\psi_{13}}{dt} \right) - \begin{cases} M_3 \left( 1 - e^{-\frac{t}{A}} \right), & \text{при } t < t_{\text{зах}} \\ M_3, & \text{при } t \geq t_{\text{зах}} \end{cases}}{J_3} \end{array} \right. \quad (15)$$

де  $\psi_{12}$ ,  $\psi_{13}$  - кути закручування валопроводів на ділянках 1-2 і 1-3 відповідно.

### Лабораторне обладнання

Лабораторний стан ХПЛ-160.

### Порядок виконання роботи

- 1 Прокатати заготовку на лабораторному стані, отримати осцилограми навантаження верхнього і нижнього шпинделів, за якими визначити орієнтовний час захоплення заготовки робочими валками  $t_{\text{зах}}$  і встановилися значення моментів прокатки  $M_{2\text{уст}}$  і  $M_{3\text{уст}}$  на верхньому і нижньому робочих валках.
- 2 Ввести вихідні дані в комп'ютерну MathCAD-програму і отримати теоретичні графіки моментів сил пружності  $M_{12}(t)$  і  $M_{13}(t)$  при  $t_{\text{зах}} = 0$ .
- 3 Визначити кут захоплення заготовки робочими валками і, знаючи кутову швидкість обертання робочих валків  $\omega_{\text{вал}}$ , обчислити час захоплення за формулою  $t_{\text{зах}} = \frac{\alpha_{\text{зах}}}{\omega_{\text{вал}}}$ .
- 4 Варіюючи параметр тривалості захоплення  $t_{\text{зах}}$  оцінити його вплив на коефіцієнт динамічності  $\eta$ , досліджуючи крутильні коливання в лінії приводу лабораторного стану.

## Зміст звіту

- 1 Найменування і мета роботи.
- 2 Короткі теоретичні відомості.
- 3 осцилограми навантаження верхнього і нижнього шпинделів.
- 4 Результати розрахунків.
- 5 Графіки моментів сил пружності  $M_{12}(t)$  і  $M_{13}(t)$  при  $t_{\text{зах}} = 0$ .

## Контрольні питання

- 1 Що характеризує тривалість захоплення заготовки робочими валками?
- 2 Для чого використовується параметр навантаження?
- 3 Який параметр використовується для оцінки впливу тривалості захоплення на динамічні навантаження в лінії приводу лабораторного стану?
- 4 Якими функціями найбільш часто описуються моменти прокатки?
- 5 Які причини виникнення асиметрії моментів на верхньому  $M_2$  і нижньому  $M_3$  робочих валках?

