

Лабораторна робота №9

Тема роботи: Вплив зазорів на динамічні навантаження в трансмісії прокатного стану

Мета роботи: встановлення залежності між коефіцієнтом динамічності і значенням розкритого зазору в пружному зв'язку перед навантаженням, оцінка впливу конструктивних і технологічних параметрів на динамічні навантаження в умовах ударного замикання зазорів.

Теоретичні положення

Привід валків лабораторного прокатного стану має кутові зазори в зубчастих передачах редуктора і шестеренні кліті, а також в муфтах і шпинделях (рис.1).

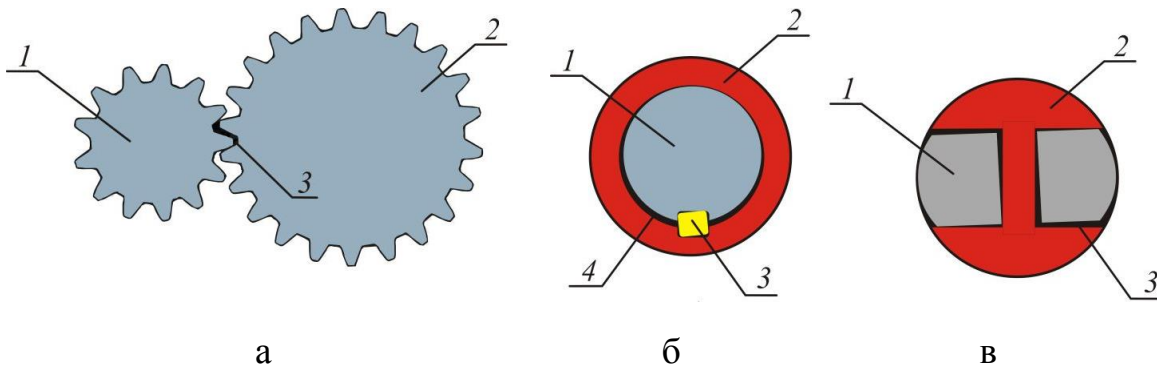


Рисунок 1 - Зазори:

- а - в зубчастому зачепленні (1 - шестерня; 2 - зубчасте колесо; 3 - зазор);
- б - в шпонкових з'єднаннях (1 - вал; 2 - напівмуфта; 3 - шпонка; 4 - зазор);
- в - в шарнірі шпинделя (1 - лопать; 2 - вилка; 3 - зазор)

Встановлено, що при холостому ході перед прикладенням моментів прокатки M_2 і M_3 зазори в з'єднаннях привода лабораторного стану можуть бути розкриті. Так, кутові зазори в шпиндельних з'єднаннях досягають значень 0,01 ... 0,03 радий.

Розглянемо розрахункову схему (рис.2), що містить зазор Δ_{12} .

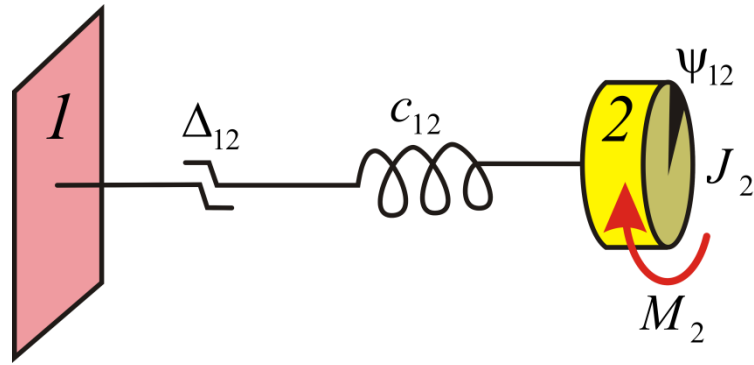


Рисунок 2 - Розрахункова схема: 1 - закладення; 2 - масивний диск

Нехай перед захопленням смуги робочі валки обертаються з кутовою швидкістю $\omega_{\text{вал}}$, а зазор в пружною зв'язку розкритий на величину θ .

Для типового випадку, коли замикання зазору відбувається до завершення захоплення, можна відзначити три етапи перехідного процесу.

На першому етапі, що триває до замикання зазору, робота пластичної деформації металу здійснюється за рахунок запасеної кінетичної енергії

$$\frac{J_2 \left[\omega_{\text{вал}}^2 - \left(\frac{d\varphi_2}{dt} \right)^2 \right]}{2} = \frac{c_0 \varphi_2^2}{2} \quad (1)$$

де J_2 - момент інерції робочих валків і приведених до них мас;

c_0 - крутизна наростання моменту прокатки при захопленні смуги;

$c_0 = M_2 / \alpha_{\text{зах}}$,

де M_2 - усталений момент прокатки;

$\alpha_{\text{зах}}$ - кут захоплення заготовки робочими валками.

З енергетичного співвідношення (1) отримуємо рівняння руху робочих валків на першому етапі

$$\varphi_2 = \omega_{\text{вал}} \sqrt{\frac{J_2}{c_0}} \sin \sqrt{\frac{c_0}{J_2}} t. \quad (2)$$

Час t_0 завершення першого етапу можна знайти аналітично або графічно з умови рівності ψ_{12} різниці кутів повороту мас і зазору θ :

$$\psi_{12}(t_0) = \omega_{\text{вал}} t_0 - \varphi_{20} = \omega_{\text{вал}} t_0 - \omega_{\text{вал}} \sqrt{\frac{J_2}{c_0}} \sin \sqrt{\frac{c_0}{J_2}} t_0 = \theta, \quad (3)$$

де φ_{20} - значення кута φ_2 в момент замикання зазору

Зокрема, наближене значення t_0 можна отримати, розклавши функцію $\sin \sqrt{\frac{c_0}{J_2}} t_0$ в ряд. З огляду на два перших члена розкладання і нехтуючи наступними, отримаємо з (3)

$$t_0 = \sqrt[3]{\frac{6J_2\theta}{\omega_{\text{вал}}c_0}}. \quad (4)$$

На другому етапі при відліку змінних з початку цього етапу рух валків описується рівнянням

$$J_2 \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} - c_{12}(\omega_{\text{вал}}t - \varphi_2) = -M_\theta - c_0\varphi_2, \quad (5)$$

де $M_\theta = c_0\varphi_{20}$ - значення моменту навантаження при $t = 0$.

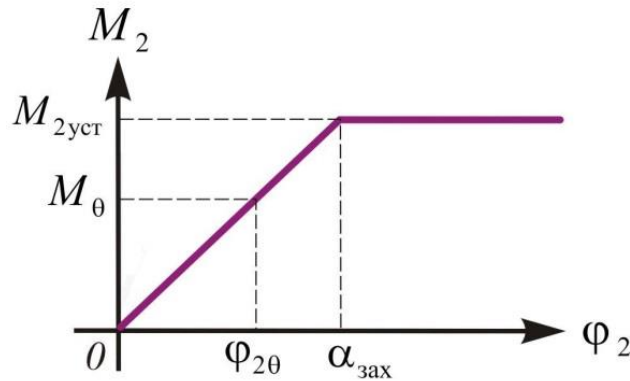


Рисунок 3 - Залежність моменту навантаження на робочому валку від кута повороту валка

Другий етап триває до завершення захоплення, тобто до настання рівності

$$\varphi_2 = \alpha_{\text{зах}} - \varphi_{20} = \alpha_{\text{зах}} - \omega_{\text{вал}} \sqrt{\frac{J_2}{c_0}} \sin \sqrt{\frac{c_0}{J_2}} t_0. \quad (6)$$

З рішення рівняння (5)

$$\varphi_2 = \frac{\omega_{\text{вал}}t}{1 + c_0/c_{12}} - \frac{M_\theta}{c_0 + c_{12}} + \sqrt{\frac{J_2}{c_0 + c_{12}} \left(\dot{\varphi}_{20} - \frac{\omega_{\text{вал}}}{1 + c_0/c_{12}} \right)^2 + \left(\frac{M_\theta}{c_0 + c_{12}} \right)^2} \times \sin \left(\sqrt{\frac{c_0 + c_{12}}{J_2}} t + \beta \right), \quad (7)$$

де $\beta = \arctg \left[\sqrt{\frac{c_0 + c_{12}}{J_2}} \cdot \frac{M_\theta}{\varphi_{20}(c_0 + c_{12}) - \omega_{\text{вал}}c_{12}} \right]$, з урахуванням умови (6) визначаються

значення моменту сил пружності $M_{12} = c_{12}\psi_{12} = c_{12}(\omega_{\text{вал}}t - \varphi_2)$ і його похідної $\dot{M}_{12} = c_{12}\dot{\psi}_{12} = c_{12}(\omega_{\text{вал}} - \dot{\varphi}_2)$ в момент завершення захоплення, тобто на початку третього етапу $M_{12}(t_0)$ і $\dot{M}_{12}(t_0)$ (t_0 - час завершення захоплення).

На третьому етапі зміна моменту сил пружності описується рівнянням

$$\ddot{M}_{12} + k_{12}^2 M_{12} = k_{12}^2 M_2, \quad (8)$$

рішення якого при відомих початкових умовах $M_{12}(t_0)$ і $\dot{M}_{12}(t_0)$ має вигляд

$$M_{12} = M_2 + \sqrt{[M_{12}(t_{\text{зах}}) - M_2]^2 + \frac{J_2}{c_{12}} \dot{M}_{12}^2(t_{\text{зах}})} \sin(k_{12}t + \gamma), \quad (9)$$

де $k_{12} = \sqrt{c_{12}/J_2}$ - частота власних коливань системи;

$$\gamma = \arctg \left[k_{12} \cdot \frac{M_{12}(t_{\text{зах}}) - M_2}{\dot{M}_{12}(t_{\text{зах}})} \right].$$

Відношення максимуму моменту M_{12} до сталого моменту прокатки $M_{2\text{уст}}$ дає вираз коефіцієнта динамічності

$$\eta = 1 + \sqrt{\left[\frac{M_{12}(t_{\text{зах}})}{M_{2\text{уст}}} - 1 \right]^2 + \frac{J_2}{c_{12}} \left[\frac{\dot{M}_{12}(t_{\text{зах}})}{M_{2\text{уст}}} \right]^2} \quad (10)$$

з урахуванням зазорів, вплив яких відображено в значеннях $M_{12}(t_{\text{зах}})$ і $\dot{M}_{12}(t_{\text{зах}})$. Цей вираз носить узагальнений характер і дозволяє аналізувати різні випадки навантаження. Якщо, наприклад, замикання зазору відбувається в момент завершення захоплення, то $M_{12}(t_{\text{зах}}) = 0$ і $\dot{M}_{12}(t_{\text{зах}}) = c_{12}\dot{\psi}_{12}$.

Тоді вираз (10) має вигляд

$$\eta = 1 + \sqrt{1 + \frac{J_2 c_{12} \dot{\psi}_{12}^2}{M_{2\text{уст}}^2}}. \quad (11)$$

Як видно, у всіх випадках, коли $\dot{\psi}_{12} \neq 0$, коефіцієнт динамічності $\eta > 2$ за рахунок добавки від ударного замикання зазорів, представленої другим доданком під радикалом.

Значення цієї добавки залежить:

- від конструктивних параметрів системи c_{12} , J_2 (з їх збільшенням коефіцієнт динамічності зростає);
- від технологічного навантаження $M_{2\text{уст}}$ (збільшення $M_{2\text{уст}}$ веде до зниження η);
- від відносної швидкості $\dot{\psi}_{12}$ мас в момент замикання зазору (чим більше $\dot{\psi}_{12}$, тим більше η).

Максимальне значення відносної швидкості

$$\dot{\psi}_{12\text{max}} = \omega_{\text{вал}} \quad (12)$$

досягається при зниженні швидкості валків

$$\dot{\phi}_2 = \omega_{\text{вал}} \cos \sqrt{\frac{c_0}{J_2}} t \quad (13)$$

до нуля, що досягається при

$$t|_{\dot{\phi}_2=0} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{J_2}{c_0}}. \quad (14)$$

З умови рівності

$$t|_{\dot{\phi}_2=0} = t_0 \quad (15)$$

визначається значення зазору,

$$\theta_{\text{гр}} = \frac{\pi^3}{48} \omega_{\text{вал}} \sqrt{\frac{J_2}{c_0}}, \quad (16)$$

що розмежує дві області:

- 1) $\theta < \theta_{\text{гр}}$, де η росте зі збільшенням зазору θ , так як при цьому зростає час t_0 , а отже, знижується швидкість валків $\dot{\varphi}_2$ і відповідно зростає відносна швидкість $\dot{\psi}_{12}$;
- 2) $\theta > \theta_{\text{гр}}$, де значення η , незважаючи на збільшення зазору, залишається постійним і рівним

$$\eta = 1 + \sqrt{1 + J_2 c_{12} \dot{\psi}_{12}^2 (\omega_{\text{вал}} / M_{2\text{уст}})^2} \quad (17)$$

Відповідно до обмеження (12) зростання відносної швидкості $\dot{\psi}_{12}$ при зупинці валків.

Система 3-х рівнянь перетвориться в систему 2-х рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{d^2(\varphi_1 - \varphi_2)}{dt^2} = \frac{M_1 - M_{12} - M_{13}}{J_1} - \frac{M_{12} - M_2}{J_2} \\ \frac{d^2(\varphi_1 - \varphi_3)}{dt^2} = \frac{M_1 - M_{12} - M_{13}}{J_1} - \frac{M_{13} - M_3}{J_3} \end{cases} \quad (18)$$

Після підстановки виразів для моментів сил пружності в рівняння (18), виходить

$$\begin{cases} \frac{d^2\psi_{12}}{dt^2} = \frac{M_1 - \left(c_{12}\psi_{12} + \beta_{12} \frac{d\psi_{12}}{dt} \right) - \left(c_{13}\psi_{13} + \beta_{13} \frac{d\psi_{13}}{dt} \right)}{J_1} - \frac{\left(c_{12}\psi_{12} + \beta_{12} \frac{d\psi_{12}}{dt} \right) - M_2}{J_2} \\ \frac{d^2\psi_{13}}{dt^2} = \frac{M_1 - \left(c_{12}\psi_{12} + \beta_{12} \frac{d\psi_{12}}{dt} \right) - \left(c_{13}\psi_{13} + \beta_{13} \frac{d\psi_{13}}{dt} \right)}{J_1} - \frac{\left(c_{13}\psi_{13} + \beta_{13} \frac{d\psi_{13}}{dt} \right) - M_3}{J_3} \end{cases} \quad (19)$$

де: ψ_{12} , ψ_{13} - кути закручування валопроводів на ділянках 1-2 і 1-3 відповідно.

З метою спрощення обчислювального процесу кожне диференціальне рівняння другого порядку в системі (19) розбивається на два диференціальних рівняння першого порядку:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\psi_{12}}{dt} = \omega_{12} \\ \frac{d\psi_{13}}{dt} = \omega_{13} \\ \frac{d\omega_{12}}{dt} = \frac{M_1 - (c_{12}\psi_{12} + \beta_{12}\omega_{12}) - (c_{13}\psi_{13} + \beta_{13}\omega_{13})}{J_1} - \frac{(c_{12}\psi_{12} + \beta_{12}\omega_{12}) - M_2}{J_2} \\ \frac{d\omega_{13}}{dt} = \frac{M_1 - (c_{12}\psi_{12} + \beta_{12}\omega_{12}) - (c_{13}\psi_{13} + \beta_{13}\omega_{13})}{J_1} - \frac{(c_{13}\psi_{13} + \beta_{13}\omega_{13}) - M_3}{J_3} \end{array} \right. \quad (20)$$

Для вирішення на ЕОМ в середовищі MathCAD система рівнянь (20) представлена так:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dy_1}{dt^2} = y_3 \\ \frac{dy_2}{dt^2} = y_4 \\ \frac{dy_3}{dt} = \frac{M_1 - (c_{12}y_1 + \beta_{12}y_3) - (c_{13}y_2 + \beta_{13}y_4)}{J_1} - \frac{(c_{12}y_1 + \beta_{12}y_3) - M_2}{J_2} \\ \frac{dy_4}{dt} = \frac{M_1 - (c_{12}y_1 + \beta_{12}y_3) - (c_{13}y_2 + \beta_{13}y_4)}{J_1} - \frac{(c_{13}y_2 + \beta_{13}y_4) - M_3}{J_3} \end{array} \right. \quad (21)$$

Нижче наведено фрагмент MathCAD - програми:

$$D(t, y) := \left[\begin{array}{l} y_3 \\ y_4 \\ \frac{M_1 - (c_{12}y_1 + \beta_{12}y_3) - (c_{13}y_2 + \beta_{13}y_4)}{J_1} - \frac{(c_{12}y_1 + \beta_{12}y_3) - M_2}{J_2} \\ \frac{M_1 - (c_{12}y_1 + \beta_{12}y_3) - (c_{13}y_2 + \beta_{13}y_4)}{J_1} - \frac{(c_{13}y_2 + \beta_{13}y_4) - M_3}{J_3} \end{array} \right] \quad (22)$$

$$\text{Решение} := \text{Rkadapt} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, 0, 1, 1000, D \right], \quad (23)$$

де $\text{Rkadapt}(v, t_1, t_2, N, D)$ - функція, яка використовує метод Рунге-Кутта з адаптивним кроком, яка повертає матрицю рішення системи диференціальних рівнянь (6), позначених похідними в D (7);

v - вектор початкових умов;

t_1 - початкове значення змінної t ;

t_2 – кінцеве значення змінної t ;

N - число точок рішення, регулює число рядів в матриці виведення рішення.

В результаті рішення системи рівнянь (5) методом Рунге-Кутта будуть знайдені кути закручування $\psi_{12}(t)$, $\psi_{13}(t)$, що дозволить побудувати графіки дотичних напружень в небезпечному перерізі:

$$\tau_{верх}(t) = \frac{c_{12}\psi_{12}(t)}{0,2 \cdot d^3} - \text{для верхнього робочого валка}; \quad (24)$$

$$\tau_{ниж}(t) = \frac{c_{13}\psi_{13}(t)}{0,2 \cdot d^3} - \text{для нижнього робочого валка}; \quad (25)$$

де d - діаметр шийки суцільного круглого поперечного перерізу.

Лабораторне обладнання

Лабораторний стан, ЕОМ.

Порядок виконання роботи

- 1 Прокатати заготовку.
- 2 Налаштувати на ЕОМ математичну модель. Зареєструвати зміну кутів закручування і моментів при зміні зазору.
- 3 Побудувати графіки залежності коефіцієнта динамічності від зазору і залежності коефіцієнта динамічності від моменту прокатки.

Зміст звіту

- 1 Найменування і мета роботи.
- 2 Короткі теоретичні відомості.
- 3 Графіки залежності коефіцієнта динамічності від зазору.
- 4 Графіки залежності коефіцієнта динамічності від моменту прокатки.

Контрольні питання

- 1 Як влаштована робоча кліть прокатного стану? Які механізми входять до її складу?
- 2 Які кліті називають попередньо напруженими?
- 3 З яких деталей складається вузол робочих валків?
- 4 Які методи розрахунку станин на міцність і жорсткість вам відомі?
- 5 Як контролюють натяг смуги між робочими клітьями стану?
- 6 Як влаштована шестернева кліть і чим вона відрізняється від редуктора?