

Завдання для самостійної роботи 1

Вступ до математичного аналізу

Множини. Операції над множинами.

1. Записати множини, перелічивши їх елементи:

- 1) $A = \{n \in \mathbb{N} : 0 \leq n \leq 25 \wedge n \text{ кратне } 3\}$ 2) $A = \{n \in \mathbb{N} : n - \text{прості числа, менші } 22\}$;
3) $A = \left\{x \in \mathbb{Z} : \frac{1}{9} \leq 3^x < 10\right\}$; 4) $A = \{x \in \mathbb{R} : \sin x + \cos x = \sqrt{2}\}$.

2. Знайти об'єднання, переріз та різницю множин:

- 1) $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x > 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$.
2) $A = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{x+2} > x\}$, $B = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{\sqrt{x+2}} < \frac{1}{x}\right\}$.

3. Довести дані твердження або показати, що вони є невірними:

- 1) $A \cup B = A \cup (B \setminus A)$; 2) $A \cap B = A \setminus (B \setminus A)$; 3) $A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$;
3) $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus C$; 5) $\overline{(A \setminus B)} = \bar{A} \cup B$; 6) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$.

Поняття функції. Характеристики функцій.

1. За допомогою елементарних перетворень побудувати графіки функцій:

- 1) $y = (x+1)^4 + 1$; 2) $y = \left| \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \right|$; 3) $y = (x-1)^3 - 2$; 4) $y = x|x| + 2x - 1$;
5) $y = 3 \sin 2x - 2$; 6) $y = |\ln(x+2)| + 1$; 7) $y = 2\sqrt{4x-1} + 3$; 8) $y = |x^3 + 2| - 1$.

2. Знайти область визначення функцій:

- 1) $y = \sqrt{\ln x - 2}$; 2) $y = \frac{\sqrt{1-x}}{\arcsin(x-2)}$; 3) $y = \log_{10}(\sin x - 1)$; 4) $y = \arccos(x^2 - 2x)$;
5) $y = \frac{1}{\cos^2 x - 2}$; 6) $y = \frac{5x}{\sqrt{9-x^2}}$.

3. Дослідити функції на парність:

- 1) $y = \frac{x}{2x^2 + 1}$; 2) $y = \sqrt{4-x^2}$; 3) $y = 5^{x^4-1}$; 4) $y = \frac{1}{\operatorname{tg} x - x}$; 5) $y = \ln\left(x + \sqrt{1-x^2}\right)$;
6) $y = \arcsin(\sin x)$.

4. Визначити, які з даних функцій є періодичними та вказати їх основний період:

- 1) $y = \sin 5x$; 2) $y = \cos\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$; 3) $y = \sin^4 x$; 4) $y = x \cos x$; 5) $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x)$;
6) $y = \sin 4x - 2 \cos x$; 7) $y = \cos \sqrt{x}$.