

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА АЛГЕБРИ ТА ГЕОМЕТРІЇ

ЗАТВЕРДЖУЮ
Декан математичного факультету
_____ С. І. Гоменюк

“ _____ ” _____ 2016 р.

АЛГЕБРА ТА ГЕОМЕТРІЯ

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

підготовки бакалавра
спеціальності 122 – Комп’ютерні науки та інформаційні технології

Укладачі: к.ф.-м.н., доцент кафедри алгебри та геометрії Зіновєєв І.В.,
ст. викладач кафедри алгебри та геометрії Манько Н.І.–В.

Обговорено та ухвалено
на засіданні кафедри алгебри та геометрії

Протокол № 1 від “26” серпня 2016 р.
Завідувач кафедри алгебри та геометрії

_____ А.К. Приварников

Ухвалено науково-методичною радою
математичного факультету

Протокол № 1 від “01” вересня 2016 р.
Голова науково-методичної ради
математичного факультету

_____ П.Г. Стеганцева

2016 рік

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	заочна форма навчання
Кількість кредитів – 9	Галузь знань 12 – Інформаційні технології	Нормативна	
Загальна кількість годин – 270	Освітня програма – Інформатика Спеціальність: 122 – Комп'ютерні науки та інформаційні технології	Рік підготовки:	
		1-й	1-й
		Семестр	
		2-й	1, 2-й
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 10 самостійної роботи студента – 12,5	Рівень вищої освіти бакалаврський	Лекції	
		48 год.	18, 0 год.
		Практичні	
		72 год.	10, 0 год.
		Самостійна робота	
		150 год.	242 год.
Види контролю			
екзамен	1 – б/к; 2 – екзамен		

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета: установлення внутрішніх зв'язків головних понять, основних ідей і методів, а також зв'язків із другими галузями математики, що сприяє фундаментальній підготовці студентів по математиці, формуванню конкретних знань по головних ідеях і методам лінійної алгебри і геометрії, розкриттю можливостей використання теорії лінійної алгебри і геометрії в математиці і інших науках.

Завдання: узагальнити відомі поняття алгебри та геометрії; простежити взаємозв'язок предметів алгебри та геометрії та логіку розвитку теоретичних побудов в цих дисциплінах; продемонструвати застосування теоретичних відомостей до розв'язання практичних задач.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: основні поняття, факти та теореми алгебри й аналітичної геометрії;

вміти: застосовувати основні поняття, ствердження та теореми до розв'язку задач; наводити приклади, які демонструють суттєвість теоретичних понять чи фактів, або спростовують хибні ствердження; розв'язувати типові задачі кожної з вивчених тем.

3. Програма навчальної дисципліни

Розділ 1. Основи лінійної алгебри.

Тема 1. Матриці. Дії з матрицями.

Означення матриці. Поняття розмірності матриці. Матриця-стовпець, матриця-рядок. Поняття квадратної, одиничної, прямокутної, нульової, діагональної, трикутної матриці. Додавання та віднімання матриць. Множення матриці на число. Необхідна умова існування добутку двох матриць. Правило знаходження добутку матриць.

Тема 2. Перестановки. Підстановки. Визначник та його властивості.

Поняття перестановки, інверсії, транспозиції, підстановки. Теореми про перестановки та транспозиції. Поняття визначника квадратної матриці, мінора, алгебраїчного доповнення. Властивості визначника. Теорема Лапласа.

Тема 3. Обернена матриця та методи її знаходження.

Поняття невиродженої квадратної матриці. Метод алгебраїчних доповнень та приєднання одиничної матриці знаходження матриці, оберненої даній. Матричне рівняння. Методи розв'язання матричних рівнянь.

Тема 4. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Теорема Крамера. Матричний метод розв'язання СЛАР.

Поняття лінійної системи алгебраїчних рівнянь. Матриця системи, розширена матриця системи, стовпець вільних членів. Поняття розв'язку СЛАР. Однорідні, неоднорідні, сумісні, несумісні, визначені, невизначені СЛАР. Теорема Крамера. Матричний метод розв'язання СЛАР.

Тема 5. Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капеллі. Метод Гауса розв'язання СЛАР.

Поняття рангу матриці. Рядковий, стовпцевий ранги. Теорема Кронекера-Капеллі про сумісність СЛАР. Метод Гауса розв'язання СЛАР: прямий хід метода Гауса, зворотний хід. Незалежні, залежні змінні у загальному розв'язку СЛАР.

Тема 6. Розв'язання однорідних СЛАР. Фундаментальна система розв'язків.

Поняття однорідної СЛАР. Критерій визначеності однорідної СЛАР. Поняття фундаментальної системи розв'язків однорідної СЛАР та метод її знаходження.

Розділ 2. Аналітична геометрія.

Тема 1. Операції над векторами. Лінійна залежність векторів. Радіус-вектор. Ділення відрізка в даному відношенні.

Поняття вектора. Лінійні операції над векторами та їх властивості. Додавання векторів за правилами трикутника та паралелограма. Віднімання векторів за правилом трикутника. Лінійна комбінація векторів. Тривіальна, нетривіальна, нульова, ненульова лінійна комбінація векторів. Лінійна залежність векторів. Поняття радіус-вектора. Формула ділення відрізка у даному відношенні.

Тема 2. Скалярний та векторний добутки двох векторів. Мішаний та подвійний векторний добутки трьох векторів.

Означення скалярного та векторного добутків двох векторів. Їх властивості. Геометричний зміст. Означення мішаного та подвійного векторного добутків трьох векторів. Їх властивості. Геометричний зміст. Правила обчислення добутків в ортонормованій декартової системі координат.

Тема 3. Рівняння прямої на площині.

Типи рівнянь прямої на площині: загальне, канонічне, за двома точками, у відрізках на осях, параметричні, нормальне, з кутовим коефіцієнтом. Відстань від точки до прямої. Взаємне розташування прямих на площині.

Тема 4. Рівняння прямої та площини у просторі.

Типи рівнянь прямої у просторі: за двома точками, канонічне, неявне, параметричні. Типи рівнянь площини: загальне, нормальне, у відрізках на осях, параметричні; площини, що проходить через точку, перпендикулярно вектору; площини, що проходить через точку паралельно парі векторів. Відстань від точки до площини. Відстань між двома паралельними площинами. Взаємне розташування прямих та площин у просторі.

Тема 5. Криві другого порядку.

Означення еліпса, гіперболи, параболи. Канонічні рівняння кривих другого порядку. Поняття ексцентриситету кривої другого порядку. Рівняння директрис. Рівняння асимптот гіперболи. Оптичні властивості кривих другого порядку.

Тема 6. Загальне рівняння кривої другого порядку.

Паралельне перенесення. Поворот. Кут повороту. Інваріанти кривих другого порядку. Визначення типу кривої за значеннями її інваріантів.

Тема 7. Поверхні другого порядку.

Типи поверхонь другого порядку та їх рівняння: еліпсоїд, однопорожнинний гіперболоїд, двопорожнинний гіперболоїд, еліптичний параболоїд, параболічний гіперболоїд. Конічні та циліндричні поверхні. Інваріанти поверхонь. Зведення рівняння поверхні до канонічного виду за допомогою інваріантів.

Розділ 3. Комплексні числа. Многочлени. Основні поняття теорії груп, кілець, полів.

Тема 1. Комплексні числа.

Поняття комплексного числа. Алгебраїчні операції над комплексними числами. Алгебраїчна, тригонометрична, показникова форми комплексного числа. Піднесення комплексного числа до n -ого степеня. Формула Муавра. Здобуття кореня n -ого степеня з комплексного числа. Геометричний зміст коренів n -ого степеня.

Тема 2. Поліноми з комплексними коефіцієнтами.

Поняття поліному n -ого степеня з комплексними коефіцієнтами. Сума поліномів. Множення поліному (многочлена) n -ого степеня на число. Корінь многочлена.

Тема 3. Дільники поліномів.

Поняття дільника многочлена. Частка від ділення многочлена на многочлен. Поняття найбільшого спільного дільника двох многочленів. Алгоритм Евкліда пошуку найбільшого спільного дільника двох многочленів. Найменше спільне кратне двох многочленів. Взаємно прості многочлени.

Тема 4. Основна теорема алгебри та висновки з неї.

Поняття кратності кореня поліному. Формули Вієта. Основна теорема алгебри. Похідна многочлена. Інтерполяційна формула Лагранжа. Інтерполяційна формула Ньютона.

Тема 5. Визначення меж дійсних коренів поліномів. Теорема Штурма.

Формули для визначення нижньої та верхньої меж від'ємних коренів, нижньої та верхньої меж додатних коренів полінома. Система многочленів Штурма. Правило її побудови. Теорема Штурма та її застосування.

Тема 6. Поняття алгебраїчної операції. Поняття групи. Види груп та деякі властивості.

Поняття бінарної алгебраїчної операції. Властивості алгебраїчних операцій. Асоціативні, комутативні операції. Поняття нульового, протилежного, симетричного, оберненого, нейтрального елемента. Означення групи. Мультиплікативні, адитивні, абелеві групи. Приклади груп.

Тема 7. Поняття кільця та поля.

Поняття кільця. Комутативне кільце. Кільце з одиницею. Оборотної зліва (справа) елемент. Поняття поля. Розширення кільця. Приклади кілець, полів.

Розділ 4. Лінійні простори. Квадратичні форми.

Тема 1. Поняття лінійного простору. Скінчено вимірні лінійні простори. Перетворення координат вектору простору при переході до іншого базису.

Означення лінійного простору. Лінійна залежність. Базиси. Розмірність. Перетворення координат вектору простору при переході до іншого базису.

Тема 2. Поняття підпростору та оболонки. Сума та перетин підпросторів.

Підпростори лінійного простору. Операції над ними (об'єднання, перетин). Розмірність підпростору. Приклади. Пряма сума підпросторів. Лінійні відображення (монорфізм, епіморфізм) та ізоморфізми. Їх композиція. Критерій монорфізма. Критерій ізоморфізма.

Тема 3. Дійсний евклідов простір. Нормований простір. Ортогональні та ортонормовані бази у евклідовому просторі. Ортогональне доповнення.

Поняття скалярного добутку двох векторів. Евклідові та нормовані простори. Довжини та кути. Ортогональні системи векторів. Процес ортогоналізації системи векторів. Ортогональне доповнення підпростору.

Тема 4. Поняття лінійного оператора. Алгебраїчні операції над операторами. Лінійні перетворення з простору V у простір V .

Поняття лінійного оператора. Матриця лінійного оператора. Алгебра лінійних операторів та алгебра матриць. Інваріантні підпростори. Звідні оператори.

Тема 5. Власні значення та власні вектори оператора.

Власні вектори. Спектр оператора. Характеристичний многочлен оператора. Алгебраїчна та геометрична кратності коренів характеристичного многочлена оператора. Нильпотентні оператори. Їх характеристичні многочлени. Жорданова форма довільного оператора. Теорема Гамільтона-Келі.

Тема 6. Основні поняття теорії квадратичних форм. Матриця квадратичної форми.

Білінійні функціонали та їх матриці. Ранг білінійного функціонала. Ліве та праве ядра. Квадратичні функції та полярні до них білінійні функціонали.

Тема 7. Додатно означені квадратичні форми. Критерій Сільвестра. Канонічний та нормальний вид квадратичної форми.

Додатно означені квадратичні форми. Критерій Сільвестра додатної означеності. Канонічний та нормальний вид квадратичної форми. Зведення квадратичної форми до канонічного виду методом Лагранжа. Закон інерції. Теорема Якобі про приведення квадратичної форми до канонічного виду. Визначник Грама. Нерівність Коші-Буняковського.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин									
	денна форма					Заочна форма				
	усього	у тому числі				усього	у тому числі			
		л	п	лаб	с.р.		л	п	лаб	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
<i>Розділ 1. Основи лінійної алгебри</i>										
Тема 1 Матриці. Дії з матрицями	11	2	3	0	6	9,75	0,5	0,25	0	9
Тема 2 Перестановки. Підстановки. Визначник та його властивості	11	2	3	0	6	9,75	0,5	0,25	0	9
Тема 3 Обернена матриця та методи її знаходження	11	2	3	0	6	10	0,5	0,5	0	9
Тема 4 Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Теорема Крамера. Матричний метод розв'язання СЛАР	11	2	3	0	6	11	1,5	0,5	0	9
Тема 5 Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капеллі. Метод Гауса розв'язання СЛАР	11	2	3	0	6	10,5	1	0,5	0	9
Тема 6 Розв'язання однорідних СЛАР. Фундаментальна система розв'язків	11	2	3	0	6	10	0,5	0,5	0	9
Разом за розділом 1	66	12	18	0	36	61	4,5	2,5	0	54
<i>Розділ 2. Аналітична геометрія</i>										
Тема 1 Операції над векторами. Лінійна залежність векторів. Радіус-вектор. Ділення відрізка в даному відношенні	10	2	3	0	5	9,75	0,5	0,25	0	9
Тема 2 Скалярний та векторний добуток	10	2	3	0	5	10,5	1	0,5	0	9

двох векторів. Мішаний та подвійний векторний добутки трьох векторів											
Тема 3 Рівняння прямої на площині	8	1	2	0	5	10	0,5	0,5	0	9	
Тема 4 Рівняння прямої та площини у просторі	8	1	2	0	5	10	0,5	0,5	0	9	
Тема 5 Криві другого порядку	10	2	3	0	5	10,25	1	0,25	0	9	
Тема 6 Загальне рівняння кривої другого порядку	10	2	3	0	5	9,75	0,5	0,25	0	9	
Тема 7 Поверхні другого порядку	9	2	2	0	5	9,75	0,5	0,25	0	9	
Разом за розділом 2	65	12	18	0	35	70	4,5	2,5	0	63	
<i>Розділ 3. Комплексні числа. Многочлени. Основні поняття теорії груп, кілець, полів</i>											
Тема 1 Комплексні числа.	10	2	3	0	5	10	0,5	0,5	0	9	
Тема 2 Поліноми з комплексними коефіцієнтами.	9	2	2	0	5	9,5	0,5	0	0	9	
Тема 3 Дільники поліномів.	10	2	3	0	5	9,5	0,5	0	0	9	
Тема 4 Основна теорема алгебри та висновки з неї.	9	2	2	0	5	10	0,5	0,5	0	9	
Тема 5 Визначення меж дійсних корнів поліномів. Теорема Штурма.	9	2	2	0	5	9,5	1	0,5	0	8	
Тема 6 Поняття алгебраїчної операції. Поняття групи. Види груп та деякі властивості.	9	1	3	0	5	9,5	1	0,5	0	8	
Тема 7 Поняття кілець та полів.	9	1	3	0	5	10	0,5	0,5	0	9	
Разом за розділом 3	65	12	18	0	35	68	4,5	2,5	0	61	
<i>Розділ 4. Лінійні простори. Квадратичні форми</i>											
Тема 1 Поняття лінійного простору. Скінчено вимірні лінійні простори. Перетворення координат вектору простору при переході до іншого базису.	9	2	2	0	5	10,25	1	0,25	0	9	
Тема 2 Поняття підпростору та оболонки. Сума та перетин підпросторів.	9	1	2	0	6	9,75	0,5	0,25	0	9	

Тема 3 Дійсний евклідов простір. Нормований простір. Ортогональні та ортонормовані бази у евклідовому просторі. Ортогональне доповнення.	11	2	3	0	6	9,75	0,5	0,25	0	9
Тема 4 Поняття лінійного оператора. Алгебраїчні операції над операторами. Лінійні перетворення з простору V у простір V .	12	2	3	0	7	10,5	1	0,5	0	9
Тема 5 Власні значення та власні вектори оператора.	11	1	3	0	7	10	0,5	0,5	0	9
Тема 6 Основні поняття теорії квадратичних форм. Матриця квадратичної форми.	11	2	3	0	6	10	0,5	0,5	0	9
Тема 7 Додатно означені квадратичні форми. Критерій Сільвестра. Канонічний та нормальний вид квадратичної форми.	11	2	2	0	7	10,75	0,5	0,25	0	10
Разом за розділом 4	74	12	18	0	44	71	4,5	2,5	0	64
Усього годин	270	48	72	0	150	270	18	10	0	242

5. Теми лекційних занять

№ з/п	Назва теми	кількість годин	
		денна	Заочна
1.	Матриці. Дії з матрицями	2	0,5
2.	Перестановки. Підстановки. Визначник та його властивості	2	0,5
3.	Обернена матриця та методи її знаходження	2	0,5
4.	Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Теорема Крамера. Матричний метод розв'язання СЛАР	2	1,5
5.	Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капеллі. Метод Гауса розв'язання СЛАР	2	1
6.	Розв'язання однорідних СЛАР. Фундаментальна система розв'язків	2	0,5
7.	Операції над векторами. Лінійна залежність векторів. Радіус-вектор. Ділення відрізка в даному	2	0,5

	відношенні		
8.	Скалярний та векторний добутки двох векторів. Мішаний та подвійний векторний добутки трьох векторів	2	1
9.	Рівняння прямої на площині	1	0,5
10.	Рівняння прямої та площини у просторі	1	0,5
11.	Криві другого порядку	2	1
12.	Загальне рівняння кривої другого порядку	2	0,5
13.	Поверхні другого порядку	2	0,5
14.	Комплексні числа.	2	0,5
15.	Поліноми з комплексними коефіцієнтами.	2	0,5
16.	Дільники поліномів.	2	0,5
17.	Основна теорема алгебри та висновки з неї.	2	0,5
18.	Визначення меж дійсних корнів поліномів. Теорема Штурма.	2	1
19.	Поняття алгебраїчної операції. Поняття групи. Види груп та деякі властивості. Поняття кільця та поля.	2	1,5
20.	Поняття лінійного простору. Скінченновимірні лінійні простори. Перетворення координат вектору простору при переході до іншого базису.	2	1
21.	Поняття підпростору та оболонки. Сума та перетин підпросторів.	1	0,5
22.	Дійсний евклідів простір. Нормований простір. Ортогональні та ортонормовані бази у евклідовому просторі. Ортогональне доповнення.	2	0,5
23.	Поняття лінійного оператора. Алгебраїчні операції над операторами. Лінійні перетворення з простору V у простір V .	2	1
24.	Власні значення та власні вектори оператора.	1	0,5
25.	Основні поняття теорії квадратичних форм. Матриця квадратичної форми.	2	0,5
26.	Додатноозначені квадратичні форми. Критерій Сільвестра. Канонічний та нормальний вид квадратичної форми.	2	0,5
	Разом	48	18

6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	кількість годин	
		денна	заочна
1.	Матриці. Дії з матрицями	3	0,25
2.	Перестановки. Підстановки. Визначник та його	3	0,25

	властивості		
3.	Обернена матриця та методи її знаходження	3	0,5
4.	Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Теорема Крамера. Матричний метод розв'язання СЛАР	3	0,5
5.	Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капеллі. Метод Гауса розв'язання СЛАР	3	0,5
6.	Розв'язання однорідних СЛАР. Фундаментальна система розв'язків	3	0,5
7.	Операції над векторами. Лінійна залежність векторів. Радіус-вектор. Ділення відрізка в даному відношенні	3	0,25
8.	Скалярний та векторний добутки двох векторів. Мішаний та подвійний векторний добутки трьох векторів	3	0,5
9.	Рівняння прямої на площині	2	0,5
10.	Рівняння прямої та площини у просторі	2	0,5
11.	Криві другого порядку	3	0,25
12.	Загальне рівняння кривої другого порядку	3	0,25
13.	Поверхні другого порядку	2	0,25
14.	Комплексні числа.	3	0,5
15.	Поліноми з комплексними коефіцієнтами.	2	0
16.	Дільники поліномів.	2	0,5
17.	Основна теорема алгебри та висновки з неї.	3	0
18.	Визначення меж дійсних корнів поліномів. Теорема Штурма.	2	0,5
19.	Поняття алгебраїчної операції. Поняття групи. Види груп та деякі властивості. Поняття кільця та поля.	3	0,5
20.	Поняття лінійного простору. Скінченновимірні лінійні простори. Перетворення координат вектору простору при переході до іншого базису.	2	0,25
21.	Поняття підпростору та оболонки. Сума та перетин підпросторів.	2	0,25
22.	Дійсний евклідів простір. Нормований простір. Ортогональні та ортонормовані бази у евклідовому просторі. Ортогональне доповнення.	3	0,25
23.	Поняття лінійного оператора. Алгебраїчні операції над операторами. Лінійні перетворення з простору V у простір V .	3	0,5
24.	Власні значення та власні вектори оператора.	3	0,5
25.	Основні поняття теорії квадратичних форм. Матриця квадратичної форми.	3	0,5
26.	Додатноозначені квадратичні форми. Критерій	2	0,25

	Сільвестра. Канонічний та нормальний вид квадратичної форми.		
	Разом	72	10

7. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	кількість годин	
		денна	заочна
1.	Матриці. Дії з матрицями	6	9
2.	Перестановки. Підстановки. Визначник та його властивості	6	9
3.	Обернена матриця та методи її знаходження	6	9
4.	Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Теорема Крамера. Матричний метод розв'язання СЛАР	6	9
5.	Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капеллі. Метод Гауса розв'язання СЛАР	6	9
6.	Розв'язання однорідних СЛАР. Фундаментальна система розв'язків	6	9
7.	Операції над векторами. Лінійна залежність векторів. Радіус-вектор. Ділення відрізка в даному відношенні	5	9
8.	Скалярний та векторний добутки двох векторів. Мішаний та подвійний векторний добутки трьох векторів	5	9
9.	Рівняння прямої на площині	5	9
10.	Рівняння прямої та площини у просторі	5	9
11.	Криві другого порядку	5	9
12.	Загальне рівняння кривої другого порядку	5	9
13.	Поверхні другого порядку	5	9
14.	Комплексні числа.	5	9
15.	Поліноми з комплексними коефіцієнтами.	5	9
16.	Дільники поліномів.	5	9
17.	Основна теорема алгебри та висновки з неї.	5	9
18.	Визначення меж дійсних корнів поліномів. Теорема Штурма.	5	8
19.	Поняття алгебраїчної операції. Поняття групи. Види груп та деякі властивості. Поняття кільця та поля.	5	8
20.	Поняття лінійного простору. Скінченновимірні лінійні простори. Перетворення координат вектору простору при переході до іншого базису.	5	9
21.	Поняття підпростору та оболонки. Сума та	6	9

	перетин підпросторів.		
22.	Дійсний евклідів простір. Нормований простір. Ортогональні та ортонормовані бази у евклідовому просторі. Ортогональне доповнення.	6	9
23.	Поняття лінійного оператора. Алгебраїчні операції над операторами. Лінійні перетворення з простору V у простір V .	7	9
24.	Власні значення та власні вектори оператора.	7	9
25.	Основні поняття теорії квадратичних форм. Матриця квадратичної форми.	6	9
26.	Додатноозначені квадратичні форми. Критерій Сільвестра. Канонічний та нормальний вид квадратичної форми.	7	10
	Разом	150	242

8. Індивідуальні завдання

Комплексне практичне завдання

1. Основи лінійної алгебри.

Індивідуальне завдання виконується на протязі часу, відведеного на вивчення матеріалу даної теми. Оцінюється десятима балами. Має бути оформлене в окремому зошиті в клітинку, приклад титульного аркушу якого додається (додаток А). Всі проміжні дії мають бути записані при розв'язанні задачі.

Номер варіанту відповідає номеру студента за списком академічної групи.

1. Для даного визначника Δ знайдіть мінори та алгебраїчні доповнення елементів a_{i2} , a_{3j} . Обчисліть визначник Δ : а) розклавши його за елементам i -ого рядка; б) розклавши його за елементам j -ого стовпця; в) попередньо отримавши нулі в i -ому рядку.

$$\text{В } 1 \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}, \quad i = 4, \quad j = 1$$

2. Дослідіть СЛАР на сумісність. У випадку сумісності розв'яжіть її: а) по формулам Крамера; б) за допомогою оберненої матриці (матричним методом); в) методом Гауса.

$$\text{В } 1 \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

3. Розв'яжіть однорідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь та побудуйте фундаментальну систему розв'язків:

$$\text{В } 1 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0. \end{cases}$$

2. Аналітична геометрія.

(N – номер студента за списком академічної групи, $p = -1$)

1. Дано тетраедр $OABC$. Точки $L_1, L_2, L_3; M_1, M_2, M_3; N_1, N_2, N_3$ – поділяють ребра OA, OB, OC відповідно на чотири рівні частини. Знайдіть у репері $\{O, \overline{NOL_1}, \overline{OM_2}, -p\overline{ON_3}\}$ координати всіх вершин тетраедра й вектора $\frac{1}{N}\overline{CB}$.

2. Знайдіть лінійну залежність векторів $\bar{a} = (1, p, 5), \bar{b} = (0, 4, N), \bar{c} = (p, -8, N), \bar{d} = (N, -1, p)$.

3. Дано вектори $\bar{a} = \alpha\bar{m} + p\beta\bar{n}$ й $\bar{b} = p\gamma\bar{m} + \delta\bar{n}$, де $|\bar{m}| = k, |\bar{n}| = l, \angle(\bar{m}, \bar{n}) = \varphi$. Знайдіть: а) $(\lambda\bar{a} + p\mu\bar{b}) \cdot (v\bar{a} + p\tau\bar{b})$; б) $\cos(\bar{a}, \tau\bar{b})$; в) $|(\lambda\bar{a} + p\mu\bar{b}) \times (v\bar{a} + p\tau\bar{b})|$; г) площу трикутника, побудованого на векторах \bar{a} і $\tau\bar{b}$

1. $\alpha = -5, \beta = -4, \gamma = 3, \delta = 6, k = 3, l = 5, \varphi = \frac{5\pi}{3}, \lambda = -2, \mu = \frac{1}{3}, v = 1, \tau = 2$.

4. За координатами точок A, B та C для зазначених векторів знайдіть:

1) скалярний добуток векторів $\bar{a} = \alpha\overline{AB} + p\beta\overline{BC}$ і $\bar{b} = p\gamma\overline{AC} + \delta\overline{CB}$ (значення $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ необхідно взяти з завдання 1);

2) довжину вектора \bar{a} ;

3) координати точки M , що ділить направлений відрізок AB у відношенні $\alpha : \beta$;

4) чи ортогональні вектори \bar{a} та \bar{b} ;

5) чи колінеарні вектори \bar{a} та \bar{b} ;

6) чи компланарні вектори \bar{a}, \bar{b} і $\bar{c} = (0, 1, 2)$;

7) сила $F = \bar{a}$ прикладена до точки A ; обчисліть роботу сили \bar{F} у випадку, коли точка її прикладання, рухаючись прямолінійно, переміщується в точку B , і модуль моменту сили \bar{F} щодо точки B (якщо вектор зображує силу, прикладену до якої-небудь точки M , а вектор \bar{a} іде з деякої точки O в точку M , то робота цієї сили визначається за формулою $A = \bar{F} \cdot \overline{MO}$, а вектор $\overline{M}_O = \bar{a} \times \bar{F}$ являє собою момент сили \bar{F} щодо точки O).

1. $A(1, -2, 3), B(0, -1, 2), C(3, -4, 5)$.

5. Обчисліть об'єм тетраедра з вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 і його висоту, опущену з вершини A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

1. $A_1(1, 3, 6), A_2(2, 2, 1), A_3(-1, 0, 1), A_4(-4, 6, -3)$.

6. Дано вершини трикутника $A(p, 2, -p), B(N, p, -1), C\left(\frac{N}{p}, -2, 1\right)$. Визначте величини внутрішніх кутів, довжини сторін, довжини всіх висот і площу трикутника.

7. Спростіть: $[\overline{Na} + \bar{b} + \bar{c}, \bar{c}] + [\bar{a} + p\bar{b} + \bar{c}, \bar{b}] + \left[\bar{b} - \frac{N}{p}\bar{c}, \bar{a}\right]$.

8. Визначте, при яких значеннях λ і μ вектор $\lambda N\bar{i} + 3p\bar{j} + \mu\bar{k}$ буде колінеарний вектору $\left[\bar{a}_1, \frac{N}{p}\bar{a}_2\right]$, якщо $\bar{a}_1 = (N, -2, -p), \bar{a}_2 = (2p, -N, 2)$.

9. Якій умові повинні задовольняти вектори \bar{a}_1 й \bar{a}_2 , щоб вектори $(N\bar{a}_1 + p\bar{a}_2)$ та $\left(\bar{a}_1 - \frac{p}{N}\bar{a}_2\right)$ були колінеарні?

10. Обчисліть об'єм паралелепіпеда, побудованого на векторах $\bar{p} = N\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}$, $\bar{q} = \bar{a} - p\bar{b} + \bar{c}$, $\bar{r} = \bar{a} + \bar{b} - (N - p)\bar{c}$, якщо $\bar{a} = (1, p, 5)$, $\bar{b} = (0, 4, N)$, $\bar{c} = (p, -8, N)$.

11. Доведіть тотожність: $([N\bar{a}, \bar{b}], [\bar{b}, p\bar{c}], [p\bar{c}, N\bar{a}]) = (N\bar{a}, \bar{b}, p\bar{c})^2$.

12. Дані координати вершин $\triangle ABC$: $A(k, 10 - k)$, $B(-p - 1, 1 - p)$, $C(3, -4)$.

Знайдіть:

- рівняння всіх сторін $\triangle ABC$;
- рівняння медіани m_A ;
- рівняння висоти h_B , опущеної з вершини B , довжину висоти h_B ;
- точку перетину медіани m_A й висоти h_B ;
- рівняння бісектриси l_C ;
- косинус кута між прямими AB й AC ;
- рівняння прямої, що проходить через вершину C паралельно прямій AB ;
- відстань від точки C до прямої AB .

13. Дано чотири точки: $D(0, 0, p)$, $A(22 - k, k, 10 - k)$, $B(0 - p, -p - 1, 1 - p)$, $C(2, 3, -4)$. Знайдіть:

- рівняння прямих AB , AD , BD , BC ;
- рівняння площин ABC , ABD ;
- рівняння перпендикуляра H_D , опущеного з точки D на площину ABC , довжину висоти H_D ;
- косинус кута між прямими AB й AD ;
- синус кута між прямою AD і площиною ABC ;
- косинус кута між площинами ABC й ABD ;
- рівняння прямої, що проходить через точку C перпендикулярно площині ABD ;
- рівняння площини, що проходить через точку D перпендикулярно прямій BD .

14. Зведіть до канонічного виду рівняння ліній a, b (поверхні v) й схематично побудуйте:

- $(p + 1)x^2 - (10 - k)y^2 + 8x + 25y - k = 0$;
- $(p + 1)x^2 - (10 - k)y^2 + xy = 0$;
- $(p + 1)x^2 + (10 - k)y^2 + (k + p)z^2 + 6x + 4y + 2z - k = 0$.

15. Розв'яжіть задачі:

- Знайдіть величини відрізків, що відтинаються на осях координат площиною, що проходить через точку $M(-2, 7, 3)$ паралельно площини $x - 4y + 5z - 1 = 0$. (Відповідь: $-1/15, 4/15, -1/3$.)

16. Розв'яжіть задачі:

- Складіть рівняння площини, що проходить через дві паралельні прямі $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ й

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}. \text{ (Відповідь: } x + 2y - 2z - 1 = 0 \text{)}$$

17. Розв'яжіть задачі:

1. Знайдіть рівняння прямої, що проходить через точку перетинання прямих, що $3x - 2y - 7 = 0$ і $x + 3y - 6 = 0$ й відтинає на осі абсцис відрізок, рівний 3. (Відповідь: $x = 3$)

18. Складіть канонічні рівняння: а) еліпса; б) гіперболи; в) параболи (А, В – точки, що лежать на кривій, F – фокус, a – більша (дійсна) піввісь, b – мала (уявна) піввісь, ε – ексцентриситет, $y = \pm kx$ – рівняння асимптот гіперболи, D – директриса кривої, $2z$ – фокусну відстань).

1. а) $b = 15$, $F(-10, 0)$; б) $a = 13$, $\varepsilon = 14/13$; в) D: $x = -4$.

19. Побудуйте поверхні й визначте їх вид:

1. а) $4x^2 - y^2 - 16z^2 + 16 = 0$; б) $x^2 + z = 0$.

20. Запишіть рівняння й визначте вид поверхні, отриманої при обертанні даної лінії навколо зазначеної осі координат, зробіть схематичний малюнок.

1. $y^2 = 2z$, Oz .

3. Комплексні числа. Многочлени. Основні поняття теорії груп, кілець, полів.

1. Обчислити

- 1) а) $(1+i)(3-2i)+(6-i)(2+i)$ б) $\frac{(4+i)(2-4i)}{3-i}$

2. Комплексні числа перевести в тригонометричну форму

- 1) а) $3+3i$ б) $-1+\sqrt{3}i$

3. Обчислити

- 1) $\frac{(\sqrt{3}+i)(\cos \varphi + i \sin \varphi)}{(-1+i)(\cos \varphi - i \sin \varphi)}$

4. Обчислити, користуючись формулою Муавра

- 1) $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{2-2i}\right)^8$

5. Знайти корені

- 1) $\sqrt[3]{-i}$

6. За допомогою схеми Горнера обчислити $f(x_0)$

- 1) $f(x)=5x^4-3x^3+x^2-2x+1$, $x_0=5$

7. Користуючись схемою Горнера, розкласти многочлен за степенями $x-x_0$

- 1) $f(x)=2x^6-4x^5+2x^4+2x^3-(i+1)x+i$, $x_0=3+i$

8. Знайти найбільший спільний дільник многочленів $f_1(x)$ і $f_2(x)$

- 1) $f_1(x)=3x^5+5x^4-16x^3-6x^2-5x-6$, $f_2(x)=3x^4-4x^3-x^2-x-2$

9. Многочлен розкласти в добуток незвідних многочленів а) над полем \mathbb{C} ; б) над полем \mathbb{R} .

- 1) x^4+9

10. Знайти раціональні корені многочлена

- 1) $24x^4-42x^3-77x^2+56x+60$

11. Скласти ряд Штурма і локалізувати дійсні корені многочленів

- 1) $x^5-5x^4-5x^3-10x^2-20x+3$

4. Лінійні простори. Квадратичні форми

1. З'ясуйте, чи для кожного елемента існує симетричний відносно операцій додавання та множення, заданих на множині $\{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$.

2. Доведіть, що система векторів дійсного простору лінійно залежна, знайдіть їх нетривіальну нульову лінійну комбінацію, якщо: $z_1 = 2 - 5i$, $z_2 = 3 - i$, $z_3 = -6 - 11i$.

3. Запишіть матрицю переходу від базису $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \dots, \bar{e}_n$ до базису $\bar{e}'_1, \bar{e}'_2, \dots, \bar{e}'_n$ та знайдіть координати вектору \bar{a} в другому базисі: $\bar{e}_1 = 1, \bar{e}_2 = x, \bar{e}_3 = x^2; \bar{e}'_1 = 2, \bar{e}'_2 = x - 1, \bar{e}'_3 = (x - 1)^2, \bar{a} = 6x^2 - 4x + 5$.
4. Доповніть до базису відповідного простору систему векторів: $\bar{a}_1 = (2, 3, 1), \bar{a}_2 = (2, 4, 1)$.
5. Визначте розмірність суми та перетину підпросторів $L_1 = \langle \bar{a}_1, \dots, \bar{a}_n \rangle$ та $L_2 = \langle \bar{b}_1, \dots, \bar{b}_m \rangle$, якщо: $\bar{a}_1 = (1, 1, 1, 1), \bar{a}_2 = (1, -1, 1, -1), \bar{a}_3 = (1, 3, 1, 3), \bar{b}_1 = (1, 2, 0, 2), \bar{b}_2 = (1, 2, 1, 2), \bar{b}_3 = (3, 1, 3, 1)$.
6. Запишіть матрицю лінійного оператора $\varphi(\bar{x}) = (x_1 + x_2 + x_3, -x_3, x_2)$ в базисі $(1, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, 1)$.
7. В базисі $\{1, t, t^2\}$ простору M_2 оператор f заданий матрицею $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Знайдіть матрицю цього оператора в базисі: $\{t - t^2, 1 + 2t + t^2, 1 + 3t + t^2\}$.
8. Знайдіть власні значення та власні вектори лінійного оператора, що заданий у деякому базисі лінійного простору над R матрицею $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
9. Запишіть матрицю білінійної функції Φ в заданому базисі дійсного лінійного простору V , якщо: $V = \langle 1, t, t^2 \rangle \subset R[t], \Phi(x(t), y(t)) = \int_0^1 x(t)y(t)dt$, базис $\{1, t, t^2\}$.
10. Знайдіть всі значення λ , при яких додатно визначена квадратична форма $x_2^2 + x_3^2 + \lambda x_1 x_2 + 4x_1 x_3$.
11. Знайдіть канонічний вид та одне перетворення координат, що приводить до цього виду квадратичну форму над R : $2x_1^2 - x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1 x_2$.
12. Дано два вектори $\bar{x}(-1, 3), \bar{y}(2, 1)$. Знайдіть косинус кута між ними: $\cos(\bar{x}, \bar{y})$, якщо скалярний добуток векторів заданий виразом $x_1 y_1 + 4x_1 y_2 + 4x_2 y_1 + 20x_2 y_2$.

9. Види контролю і система накопичення балів

	Вид контрольного заходу	Кількість контрольних заходів	Кількість балів за один захід	Усього балів
1	Самостійне проходження тесту за матеріалом Розділу 1 у системі ЕЗН ЗНУ	2	4	8
2	Контрольне теоретико-практичне опитування за матеріалом Розділу 1	1	4	4

3	Самостійне проходження тесту за матеріалом Розділу 2 у системі ЕЗН ЗНУ	2	5	10
4	Контрольне теоретико-практичне опитування за матеріалом Розділу 2	1	5	5
5	Самостійне проходження тесту за матеріалом Розділу 3 у системі ЕЗН ЗНУ	3	4	12
6	Контрольне теоретико-практичне опитування за матеріалом Розділу 3	1	5	5
7	Самостійне проходження тесту за матеріалом Розділу 4 у системі ЕЗН ЗНУ	3	4	12
8	Контрольне теоретико-практичне опитування за матеріалом Розділу 4	1	4	4
7	Екзамен. Виконання та захист індивідуального завдання	1	20	20
9	Екзамен. Контрольне тестування за матеріалом курсу	1	20	20
	Усього	16		100

Шкала оцінювання: національна та ECTS

ЗА ШКАЛОЮ ECTS	За шкалою Університету	За національною шкалою	
		Екзамен	Залік
A	90 – 100 (відмінно)	5 (відмінно)	Зараховано
B	85 – 89 (дуже добре)	4 (добре)	
C	75 – 84 (добре)		
D	70 – 74 (задовільно)	3 (задовільно)	
E	60 – 69 (достатньо)		
FX	35 – 59 (незадовільно – з можливістю повторного складання)	2 (незадовільно)	Не зараховано
F	1 – 34 (незадовільно – з обов'язковим повторним курсом)		

10. Рекомендована література

Основна

1. Вища математика [Текст]: навч. посібник / За заг. ред. проф. Т. І. Олешко. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005. – У 7 модулях. Модуль 1. Лінійна алгебра. – 140 с.
2. Вища математика [Текст]: навч. посібник / За заг. ред. проф. Т. І. Олешко. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005. – У 7 модулях. Модуль 2. Векторна алгебра та аналітична геометрія. – 144 с.
3. Михайленко В. В. Вища математика [Текст]: підруч. для студ. вищих техн. навч. закл./ В.В. Михайленко, Л.Д. Добряков. – Житомир: ЖДТУ, 2004. Кн. 1: Лінійна алгебра та аналітична геометрія. – 552с.
4. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст] / Павел Сергеевич Александров. – М.: Наука. 1979.
5. Атанасян Л.С. Геометрія [Текст] / Левон Сергійович Атанасян. – Ч.1. – К.: Вища школа, 1986.
6. Атанасян Л.С. Геометрия [Текст] / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – Ч.1. – М.: Наука, 1986.
7. Білоусова В.П. Аналітична геометрія [Текст] / Валентина Петрівна Білоусова. – К.: Вища школа, 1992.
8. Ильин В.А. Линейная алгебра [Текст] / В.А.Ильин, С.Г. Позняк – М.: Наука, 1984.
9. Кострикин А.И. Линейная алгебра и геометрия [Текст] / А.И. Кострикин, Ю.И. Манин. – М.: Наука, 1986.
10. Курош А.Г. Курс высшей алгебры [Текст] / Александр Геннадиевич Курош. – М.: Наука, 1968.
11. Назієв Е.Х. Лінійна алгебра та аналітична геометрія [Текст] / Е.Х. Назієв., В.М. Владіміров, О.А. Миронець. – К.: Либідь, 1997.
12. Погорелов А.В. Аналитическая геометрия [Текст] / Андрей Владимирович Погорелов. – М.: Наука, 1968.
13. Постников М.М. Аналитическая геометрия [Текст] / Михаил Михайлович Постников. – М.: Наука, 1973.
14. Беклемишева Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Текст] / Л.А.Беклемишева, А.Ю. Петрович, И.А. Чубаров. – М.: Наука, 1987.
15. Проскураков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст] / Илья Вячеславович Проскураков. – М.: Наука, 1974.
16. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии [Текст] / Ольга Николаевна Цубербиллер. – М.: Наука, 1970.
17. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии [Текст] / Под редакцией А.С. Феденко. – Минск: Універсітэцкае, 1999.

Додаткова:

1. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре [Текст] / Израиль Моисеевич Гельфанд. – М.: Наука, 1971.
2. Базылев В.Т. Геометрия [Текст] / В.Т. Базылев, К.И. Дуничев, В.П. Иваницкая. – Ч.1. – М.: Просвещение, 1974.
3. Скорняков Л.А. Элементы алгебры [Текст] / Лев Анатольевич Скорняков. – М.: Наука, 1980.
4. Постников М.М. Лекции по геометрии. Семестр I. Аналитическая геометрия [Текст] / Михаил Михайлович Постников. – М.: Наука, 1986.
5. Фаддеев Д.К. Задачи по высшей алгебре [Текст] / Д.К. Фаддеев., И.С. Соминский. – Санкт-Петербург, 2001.
6. Сборник задач по алгебре [Текст] / Под редакцией А.И. Кострикина. – М.: Наука, 1987.

11. Інформаційні ресурси

1. <http://www.youtube.com/watch?v=8XVFalXFf8>
2. <http://www.resolventa.ru/metod/student/linalg.htm>
3. <http://padabum.com/d.php?id=10477>
4. <http://window.edu.ru/resource/129/39129>
5. <http://www.alleng.ru/d/math-stud/math-st797.htm>
6. <http://ruknigi.net/books/4102-linejnaya-algebra-i-analiticheskaya-geometriya-zadachi-i-resheniya/>

Погоджено _____
 відділ з навчальної роботи
 « _____ » _____

