**РОЗГАЛУЖЕННЯ**

**2007 основна** .

**2011 пробний**

Укажіть найменше значення , при якому рівняння

має один корінь.

**2012 1 сесія**

При якому найменшому цілому значенні параметра рівняння

має лише два різні корені.

**2012 2 сесія**

При якому найменшому значенні рівняння

має хоча б один корінь?

**2012 пробний**

Знайдіть усі значення параметра , при яких добуток коренів рівняння

дорівнює 8. Якщо таке значення єдине, то запишіть його у відповідь. Якщо таких значень більше одного, то у відповідь запишіть найменше з них.

**2013 пробний**

Знайдіть найменше ціле значення параметра , при якому рівняння

має два корені.

**2014 додаткова**

Знайдіть найбільше значення параметра , при якому система рівнянь

має безліч розв’язків.

**2016 основна**

Розв’яжіть рівняння

залежно від значень параметра .

**2016 додаткова**

Розв’яжіть рівняння

залежно від значень параметра .

**2016 пробний**

Розв’яжіть нерівність при всіх значеннях параметра .

**2017 основна**

Розв’яжіть систему рівнянь залежно від параметра .

**2017 пробний**

Розв’яжіть рівняння

залежно від значень параметра .

**2018 основна**

Розв’яжіть нерівність

залежно від значень параметра .

**2018 додаткова**

Розв’яжіть нерівність

залежно від значень параметра .

**2018 пробний**

Розв’яжіть нерівність залежно від значень параметра .

**2019 основна**

Задано систему нерівностей

де – змінна, – стала.

1. Розв’яжіть першу нерівність цієї системи.
2. Визначте множину розв’язків другої нерівності системи залежно від значень .
3. Визначте всі розв’язки системи залежно від значень .

**2019 додаткова**

Задано систему нерівностей

де – змінна, – додатна стала.

1. Розв’яжіть першу нерівність цієї системи.
2. Визначте множину розв’язків другої нерівності системи залежно від значень .
3. Визначте всі розв’язки системи залежно від значень .

**2019 пробний**

Задано систему нерівностей де – змінна, – додатна стала.

1. Розв’яжіть першу нерівність цієї системи.
2. Визначте множину розв’язків другої нерівності системи залежно від значень .
3. Визначте всі розв’язки системи залежно від значень .

**2020 основна**

Задано рівняння де – змінна, – стала.

1. Розв’яжіть рівняння .
2. Розв’яжіть задане рівняння залежно від значень .

**2020 додаткова**

Задано рівняння де – змінна, – стала.

1. Розв’яжіть рівняння .
2. Розв’яжіть задане рівняння залежно від значень .

**2020 пробний**

Задано рівняння

де – змінна, – стала.

1. Розв’яжіть рівняння .
2. Розв’яжіть задане рівняння залежно від значень .

**2021 додаткова**

Задано систему рівнянь де – змінні, – cтала.

1. Розв’яжіть цю систему, якщо .
2. Визначте всі розв’язки заданої системи залежно від значень .

**2021 основна**

Задано систему рівнянь де – змінні, – cтала.

1. Розв’яжіть цю систему, якщо .
2. Визначте всі розв’язки заданої системи залежно від значень .

**2021 пробний**

Задано рівняння

де – змінна, – cтала.

1. Запишіть множину допустимих значень змінної .
2. Розв’яжіть задане рівняння залежно від значень .

**2021 демонстраційний**

Задано рівняння

де – змінна, – cтала.

1. Розв’яжіть рівняння .
2. Розв’яжіть задане рівняння залежно від значень .

**ГРАФІЧНИЙ СПОСІБ**

**2008 основна**

Задано функцію .

1. Знайдіть проміжки зростання і спадання, екстремуми функції.
2. Побудуйте ескіз графіка функції .
3. Знайдіть кількість коренів рівняння залежно від значення параметра .

**2013 2 сесія**

При якому найбільшому від’ємному значенні параметра рівняння має один корінь?

**2014 основна**

Знайдіть усі від’ємні значення параметра , при яких система рівнянь має єдиний розв’язок. Якщо таке значення одне, то запишіть його у відповіді. Якщо таких значень кілька, то у відповіді запишіть їхню суму.

**ЗАСТОСУВАННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ФУНКЦІЙ**

**2010 1 сесія**

Розв’яжіть систему

Якщо система має єдиний розв’язок , то у відповідь запишіть суму

**2010 2 сесія**

Розв’яжіть рівняння . Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше, ніж один корінь, то у відповідь запишіть суму всіх коренів.

**2011 основна**

Знайдіть найменше значення , при якому має розв’язки рівняння .

**2013 1 сесія**

Знайдіть значення параметра , при якому корінь рівняння

належить проміжку .

**2014 пробний**

Знайдіть найменше значення параметра , при якому рівняння

має додатний корінь.

**ПРИКЛАДИ РОЗВ’ЯЗАНЬ**

**Застосування властивостей функцій**

**2010 1 сесія**

Розв’яжіть систему

Якщо система має єдиний розв’язок , то у відповідь запишіть суму

Розв’язання:

ОДЗ:

Розглянемо множину значень частин рівняння:

*,*

Отже,

Друга рівність має єдиний розв’язок

.

У зв’язку з тим, що розв’язуємо систему, виконаємо перевірку і підставимо в першу рівність останньої системи.

Відповідь:

**2010 2 сесія**

Розв’яжіть рівняння . Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше, ніж один корінь, то у відповідь запишіть суму всіх коренів.

Розв’язання:

ОДЗ:

Розглянемо множину значень частин рівняння:

але їх сума має дорівнювати нулю, отже

Виконаємо перевірку і підставимо :

Таким чином,

Відповідь:

**2011 основна**

Знайдіть найменше значення , при якому має розв’язки рівняння

.

Розв’язання:

ОДЗ:

Розглянемо множину значень лівої частини рівняння:

Тоді рівняння матиме розв’язки лише у тому випадку, коли

Або

(1):

Тоді – множина розв’язків першої нерівності.

(2):

Тоді – множина розв’язків другої нерівності.

Множиною розв’язків системи є а самим найменшим значенням є

Відповідь:

**2013 1 сесія**

Знайдіть значення параметра , при якому корінь рівняння

належить проміжку .

Розв’язання:

ОДЗ:

Множина значень

Вдале поєднання ОДЗ та множини значень дає розв’язок задачі. Так

За умовою корінь належить проміжку . Єдиним можливим значенням з поміж отриманих є при

Так як виконується умова (7) – ліва частина даної рівності дорівнює нулю, то і права частина також нульова:

при

Відповідь:

**2014 пробний**

Знайдіть найменше значення параметра , при якому рівняння

має додатний корінь.

Розв’язання:

ОДЗ:

Запишемо множину значень лівої частини рівняння:

Права:

З (1) та (2) робимо висновок, що рівність може виконатися за умов:

За умовою бути найменшим, при якому існує додатний корінь, тому й має бути найменшим додатним.

При отримаємо таке значення , отже

Відповідь:

**Графічний спосіб**

**2014 основна**

Знайдіть усі від’ємні значення параметра , при яких система рівнянь має єдиний розв’язок. Якщо таке значення одне, то запишіть його у відповіді. Якщо таких значень кілька, то у відповіді запишіть їхню суму.

Розв’язання:

ОДЗ:

Перетворимо систему:

Розглянемо першу рівність системи. Так як в ній міститься змінна лише в модулі, то графік рівняння симетричний відносно осі . Тоді при :

Побудуємо графіки цих функцій:

(див. GeoGebra) та симетрично відобразимо на область . Отримаємо дельтоїд.

Розглянемо сукупність

Графіком кожного рівняння є пряма. Побудуємо їх графіки при (для початку). За умовою значення параметра – від’ємні, тому при зменшенні параметра пряма (1) буде рухатись вздовж вгору на , а пряма (2) вниз на (див. GeoGebra). Єдиний розв’язок можливий тоді, коли одна з прямих вже не буде мати спільних точок з дельтоїдом, а інша – лише одну точку.

Відповідь:

**Розгалуження**

**2021 пробний**

Задано рівняння

де – змінна, – cтала.

1. Запишіть множину допустимих значень змінної .
2. Розв’яжіть задане рівняння залежно від значень .

Розв’язання:

ОДЗ:

Дріб дорівнює нулю, якщо чисельник дорівнює нулю, а знаменник – ні. Про знаменник поговорили. Отже, чисельник:

Тоді

Розв’язок не належить ОДЗ.

Можливі варіанти.

Будемо вимагати, щоб отримані розв’язки належали ОДЗ.

Так як та , то коли й належить тим самим проміжкам:

*.*

Тепер :

*.*

Знайдемо значення параметра, при яких рівняння має два корені, один корінь або не матиме коренів:

Наведемо рисунок:

Відповідь:

**2019 основна**

Задано систему нерівностей

де – змінна, – стала.

1. Розв’яжіть першу нерівність цієї системи.
2. Визначте множину розв’язків другої нерівності системи залежно від значень .
3. Визначте всі розв’язки системи залежно від значень .

Розв’язання:

Розв’яжемо першу нерівність цієї системи методом інтервалів. Легко бачити, що .

У другій нерівності спростимо показник лівої частини:

Друга нерівність набуває виду:

1. При
2. При прологарифмуємо обидві частини нерівності (1) за основою

2a)

2б)

2в)

Відповідь: при

**2021 основна**

Задано систему рівнянь де – змінні, – cтала.

1. Розв’яжіть цю систему, якщо .
2. Визначте всі розв’язки заданої системи залежно від значень .

Розв’язання:

Розглянемо систему при :

ОДЗ:

При перетворимо рівняння системи:

і введемо заміну Тоді

Спростимо рівняння (1). Отримаємо:

Таким чином, маємо розв’язок при .

1. При

Щодо див. вище. Розглянемо тоді

Виконаємо обернену заміну:

Це рівняння має розв’язки за умови

Тоді при виконанні умов (2) та (3), тобто

Таким чином, сформулюємо відповідь:

1. при
2. при

при

**2019 пробний**

Задано систему нерівностей де – змінна, – додатна стала.

1. Розв’яжіть першу нерівність цієї системи.
2. Визначте множину розв’язків другої нерівності системи залежно від значень .
3. Визначте всі розв’язки системи залежно від значень .

Розв’язання:

Легко бачити, що розв’язками першої нерівності є

При розв’язанні другої нерівності системи звернемо увагу на те, що її ліва частина є добутком. Тоді:

Так при

При (виконання умови 2) розглянемо (3):

Так як , то і розв’язками нерівності (6) буде інтервал , тоді

При (виконання умови 4) розглянемо (5):

Так як , то і розв’язками нерівності (6) буде інтервал .

Визначимо розв’язки системи нерівностей в залежності від параметра: