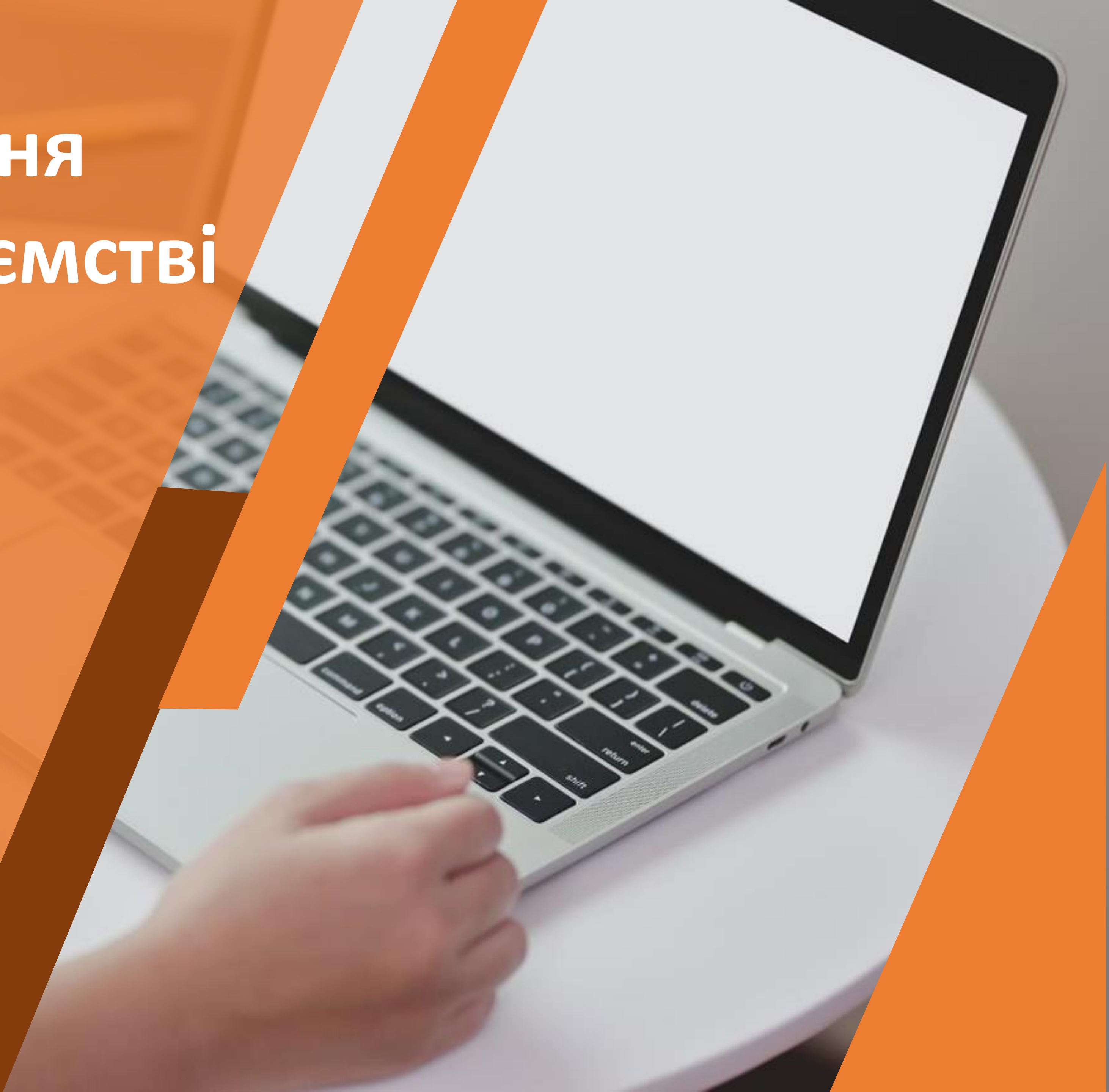
Моделі управління запасами на підприємстві

Перше питання

Детерміновані моделі управління запасами на підприємстві

Друге питання

Багатопродуктові моделі управління запасами на підприємстві



Модель оптимального розміру замовлення

$$C_{\sum} = C_{К} + C_{З} + C_{Х} + C_{Д} \qquad (1)$$

Ск **Витрати на придбання**

визначаються вартістю одиниці продукції, у свою чергу, ця вартість може бути як постійною так і змінною, з урахуванням оптових знижок, які залежать від обсягів замовлення.

Сз **Витрати на оформлення замовлення**

витратами, що пов’язані з розміщенням замовлення у постачальників та його транспортуванням до місця складування.

Сх **Витрати на зберігання запасів**

витрати на зберігання та вантажопереробку матеріальних запасів на складі.

Сд **Втрати від дефіциту запасів**

потенційні втрати прибутку через відсутність матеріальних запасів на складі або можливі побічні втрати через втрату довіри споживачів.

Основна модель розрахунку оптимального розміру замовлення

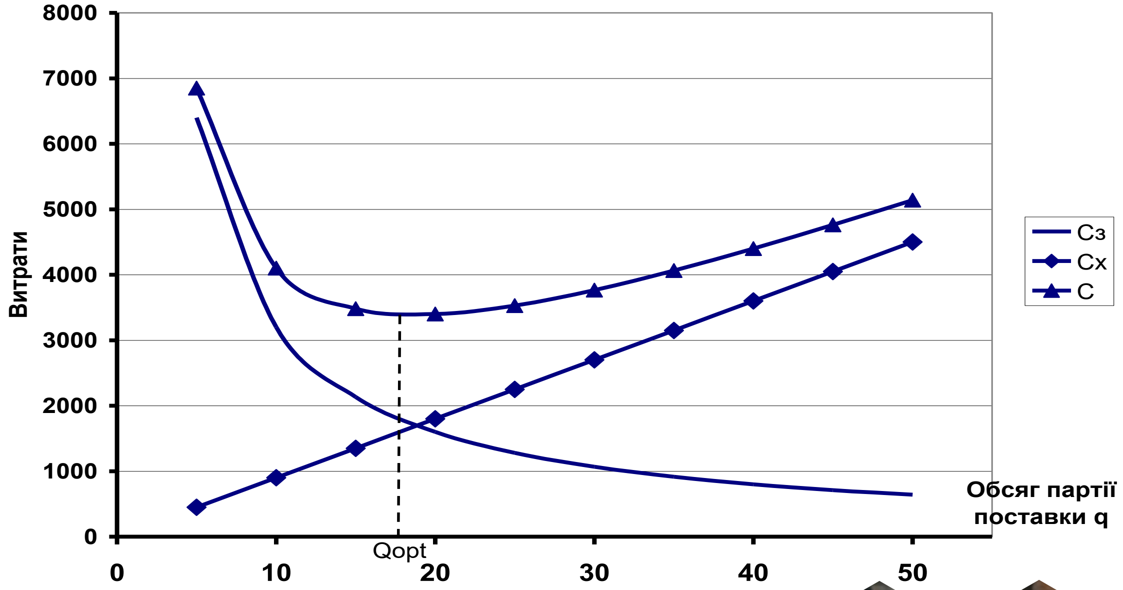
$$C_{\sum} = C_З + C_X = C_0 \frac{S}{q} + C_u \frac{q}{2} \rightarrow \min \qquad (2)$$

C_0 середня вартість розміщення (постачання) одного замовлення (однієї партії), грн.

C_U вартість зберігання на складі одиниці продукції протягом планового періоду, грн.

S виробнича потреба в продукції, що замовляється, протягом планового періоду (місяць, квартал, рік). Вимірюється в натуральних одиницях

q середній розмір однієї партії замовлення. Вимірюється в натуральних одиницях.



Залежність сукупних витрат від обсягу партії поставки

Оптимальну величину однієї партії поставки обчислюють за формулою:

$$q_{opt} = \sqrt{\frac{2C_0 S}{C_u}} \qquad (3)$$

При цьому, обсяг мінімальних сукупних витрат протягом планового періоду складе:

$$C_{\min} = C_З + C_Х = C_0 \frac{S}{q_{opt}} + C_u \frac{q_{opt}}{2} = \sqrt{2 C_0\, S\, C_u} \qquad (4)$$

Слід пам’ятати, що оптимальне рішення (3) було одержано нами, зважаючи на деякі допущення:

– вартість поставки однієї партії матеріальних ресурсів C_0 та вартість зберігання одиниці продукції на складі C_u протягом планового періоду є постійними величинами;

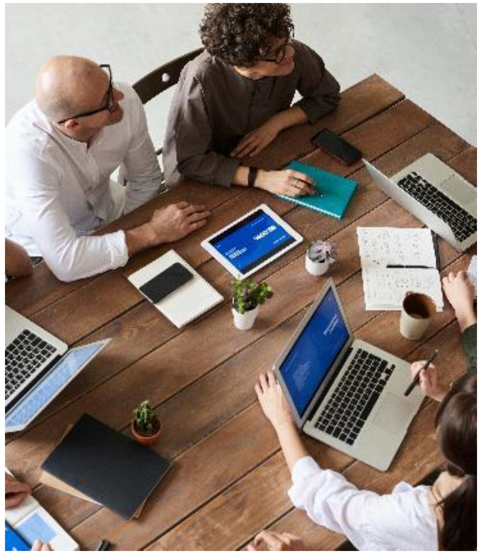
– період часу між замовленнями (поставками) є незмінним, тобто Т = const;

– замовлення на поставку сировини та матеріалів в обсязі q_{opt} виконується повністю миттєво;

– інтенсивність попиту $\lambda = \frac{q_{opt}}{T}$ також є постійною величиною;

– місткість складу, де зберігаються сировина та матеріали, не обмежена;

– в моделі розглядаються тільки поточні (регулярні) запаси. Інші види запасів (страхові, підготовчі, сезонні) не враховуються.



<u>До складу показника C_0 входить</u>:
– вартість транспортування замовлення;
– витрати на розробку умов постачання;
– вартість контролю за виконанням замовлення;
– витрати на рекламну діяльність (організація вистав, випуск тематичних каталогів);
– вартість документального оформлення факту поставки.

У моделі (2) передбачається, що витрати на зберігання продукції на складі C_X є пропорційними середньому розміру однієї партії поставки *q*. Причому, середній обсяг матеріальних ресурсів, які знаходяться на зберіганні, в умовах постійної інтенсивності попиту протягом планового періоду буде становити: $\bar{q} = \frac{q}{2}$ (5)

Проте, практика оренди складських приміщень та розрахунків витрат на зберігання говорять про те, що найчастіше повинний враховуватись не середній розмір партії поставки, а площа складу, або його обсяг, необхідні для розміщення всієї партії, що надійшла: $C_X = \alpha k q$ (6)

де α – витрати на зберігання одиниці продукції, з урахуванням займаної площі, або обсягу складу протягом планового періоду, тис. грн./м^2;
k – коефіцієнт, що враховує просторові габарити одиниці продукції, м^2/од., або м^3/од.

При підстановці формули (6) у (2), одержуємо:

$$C_{\sum} = \frac{C_0 S}{q} + \alpha k q \to min$$

Тоді, оптимальний розмір однієї партії поставки складе: $q_{opt} = \sqrt{\frac{C_0 S}{\alpha k}}$

Відповідно, величина мінімальних витрат на доставку та зберігання сировини та матеріалів буде розраховуватись за формулою: $C_{min} = 2\sqrt{C_0 S \alpha k}$ (7)

Багатопродуктові моделі управління запасами на підприємстві

Нехай на складі одночасно зберігається *N* видів продукції. В якості обмежень задачі приймемо наступні:

- максимальний розмір оборотного капіталу *B*, який витрачається на формування запасів;
- корисна площа, або обсяг складу, де одночасно розміщуються видів продукції;
- максимальна кількість замовлень на поставку сировини та матеріалів протягом планового періоду часу тощо

Алгоритм вирішення багатопродуктової моделі управління запасами, що враховує обмеження на максимальний розмір оборотного капіталу В, передбачає декілька етапів:

01 **перший етап**

В процесі мінімізації сумарних витрат на доставку та зберігання матеріалів будемо виходити з формули $C_{\Sigma} = C_{З} + C_{X} = C_0 \frac{S}{q} + C_u \frac{q}{2} \to \min$

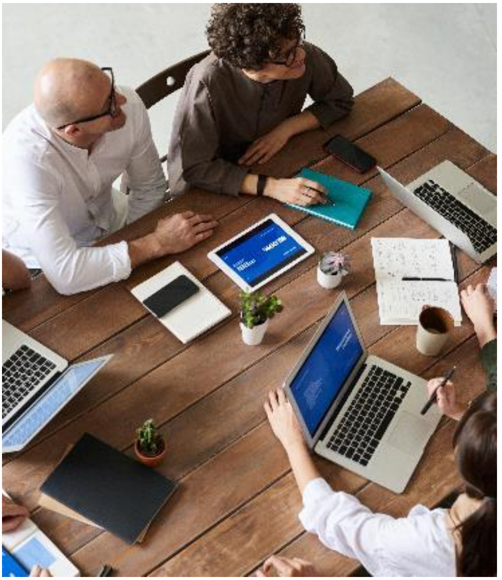
Спочатку розраховуються оптимальні партії поставок за кожним і-им видом продукції, з використанням формули Уілсона (3).

02 **другий етап**

Порівнюються витрати, пов'язані зі зберіганням сировини та матеріалів з виділеним для цих цілей обсягом оборотного капіталу *В*: $\sum_{i=1}^{N} C_{u\,i} \frac{q_{opt\ i}}{2} \le B$ (8)

Якщо дана нерівність виконується, то поставки всіх видів сировини здійснюються в обсягах, обчислених за допомогою формули (3) на першому етапі. В такому випадку, мінімальні сумарні витрати на виконання замовлення та зберігання сировини на складі за умови організації багатопродуктової поставки, визначають за допомогою формули:

$$\boxed{C_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{N} \left(C_{0,i} \frac{S_i}{q_{opt,i}} + C_{u,i} \frac{q_{opt,i}}{2} \right) = \sum_{i=1}^{N} \sqrt{2 C_{0,i}\, S_i\, C_{u,i}} \qquad (9)}$$



Алгоритм вирішення багатопродуктової моделі управління запасами, що враховує обмеження на максимальний розмір оборотного капіталу B, передбачає декілька етапів:

03

третій етап

Якщо нерівність (8) не виконується, тобто, передбачувані витрати на зберігання оптимальних обсягів запасів сировини та матеріалів перевищують величину виділеного капіталу *B*, то в цьому випадку для розрахунку оптимальних значень застосовується метод множників Лагранжа. Функція Лагранжа записується у вигляді:

$$C_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{N}\left(C_{0,i}\frac{S_i}{q_i} + C_{u,i}\frac{q_i}{2}\right) + z \times \left(B - \sum_{i=1}^{N} C_{u\,i}\frac{q_i}{2}\right) \to \min$$

Де **z** - невизначений множник Лагранжа $z \le 0$

(10)

Якщо множник Лагранжа

$z = 0$, якщо $\sum_{i=1}^{N} C_{u\,i}\frac{q_{opt\,i}}{2} \le B$

Тобто, обмеження за наявним капіталом виконується, отже, його не потрібно враховувати в побудованій функції Лагранжа (10).

$z < 0$, якщо $\sum_{i=1}^{N} C_{u\,i}\frac{q_{opt\,i}}{2} > B$

Тобто, обсяги оптимальних партій поставок, що були розраховані на першому етапі, потребують витрат, що виходять за рамки наявного капіталу *B*. В цьому випадку необхідно «підсилити» вагу другої складової функції Лагранжа більшим по модулю від’ємним значенням *z*.

Чисельний метод для знаходження множника Лагранжа.

Чисельний метод передбачає ітераційну процедуру зміни невідомого множника Лагранжа z до тих пір, поки його значення не буде задовольняти обмеженням задачі:

1. ітераційний процес розпочинається зі значення множника Лагранжа *z=0*. Саме це початкове значення перетворює функцію Лагранжа (10) до первісного вигляду

$$\boxed{C_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{N}\left(C_{0,i}\frac{S_i}{q_i} + C_{u,i}\frac{q_i}{2}\right)}$$

2. множник Лагранжа *z* починає змінюватись з невеликим кроком в бік зменшення

3. для кожного ітераційного значення *z* розв'язується задача оптимізації, де в якості цільової функції виступає функція Лагранжа (10), а в якості невідомих змінних – обсяги партій постачань $q_{opt\ i}$

4. якщо для нового знайденого рішення $q_{opt\ i}$ обмеження по наявному капіталу (8) не виконується, вказана схема повторюється

На підставі знайдених $q_{opt\ i}$ для кожного виду продукції проводяться розрахунки кількості постачань N_i та періодичності постачань T_i протягом планового періоду *D*

$$N_i = \frac{S_i}{q_{opt\,i}} \qquad T_i = \frac{D}{N_i}$$

Аналітичний метод для знаходження множника Лагранжа.

Аналітичний метод вирішення оптимізаційної задачі управління багато продуктовою поставкою сировини та матеріалів з урахуванням обмеження на капітал припускає розрахунок множника Лагранжа за формулою (11), яку можна використовувати для подальшого обчислення оптимальних партій поставок.

$$z = 1 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{N} \sqrt{2\, C_{0,i}\, S_i\, C_{u,i}}}{2 \times B} \right)^2 \qquad (11)$$

де z таке значення множника Лагранжа, за якого задовольняється обмеження (8)

тоді, оптимальні партії поставок i-ого виду сировини та матеріалів визначаються за допомогою формули

$$q_{opt,i} = \sqrt{\frac{2C_{0\,i} S_i}{C_{u\,i}(1-z)}}$$

$$i = 1,\dots,N$$

Модель багатономенклатурної одночасної поставки з додатковими обмеженнями.

За наявності на складі постачальника широкої номенклатури необхідних сировини та матеріалів виникає питання про можливу організацію споживачу одночасної поставки *N* товарних груп в рамках одного замовлення. Аргументами на користь такого об’єднання є наступні:

01

вимога постачальника відносно мінімальної граничної вартості кожного замовлення. Тобто, вартість замовлення не повинна бути нижчою за якийсь встановлений рівень

02

вимога повного завантаження транспортних засобів, що використовуються для перевезення сировини та матеріалів з метою підвищення техніко-економічних параметрів їх використання

03

обмеження кількості поставок та їхньої періодичності за кожним контрагентом (синхронізація постачань)

04

зниження витрат на організацію та комплектацію партій сировини, матеріалів та напівфабрикатів, що поставляються контрагентам

В умовах багатономенклатурної поставки представимо витрати C_0 у вигляді двох складових:

25%

Постійної $C_{o,пост}$

визначається вартістю транспортування багатономенклатурної партії товарів (постійні витрати в межах всієї партії поставки)

75%

Постійної $C_{i,пост}$

залежить від обсягу виконаних на складі робіт при відвантаженні *i*-ого товару (постійні витрати в межах *i*-ого товару)

Тоді для кожного i-ого товару витрати, що пов'язані з організацією однієї партії поставки визначатимуться за допомогою формули:

$$C_{o,i} = C_{o,пост} + C_{i,пост} \qquad (12)$$

Відповідно, в умовах багатономенклатурної поставки, що складається з N товарних груп, будемо мати:

$$C_{o,N} = C_{o,пост} + \sum_{i=1}^{N} C_{i,пост} \qquad (13)$$

Враховуючи формулу (12), запишемо основне рівняння сумарних витрат для і-ого товару у вигляді:

$$C_{\sum_i} = \frac{\left(C_{o,пост} + C_{i,пост}\right)S_i}{q_i} + C_{u,i}\frac{q_i}{2} \to \min \qquad (14)$$

Перетворимо дану формулу до іншого вигляду шляхом виразу q_i через T_i: $q_i = T_i\frac{S_i}{D}$ (15)

При підстановці формули (15) у (14) одержимо:

$$C_{\sum_i} = D \times \frac{\left(C_{o,пост} + C_{i,пост}\right)}{T_i} + C_{u,i}\frac{T_i \times S_i}{2 \times D} \to \min$$

За умови, що всі $T_i = T$ тобто з урахуванням здійснення одночасної багатономенклатурної поставки, рівняння сумарних витрат можна представити у вигляді:

$$C_{\sum} = \frac{D}{T} \times \left(C_{o,пост} + \sum_{i=1}^{N} C_{i,пост}\right) + \frac{T}{2 \times D} \times \sum_{i=1}^{N}\left(C_{u,i} \times S_i\right) \to \min \qquad (16)$$

Аналітичний розв’язок зазначеної цільової функції щодо оптимальної періодичності багатономенклатурної поставки дає наступний результат:

$$T_{opt,N} = D \times \sqrt{\frac{2 \times \left(C_{o,пост} + \sum_{i=1}^{N} C_{i,пост}\right)}{\sum_{i=1}^{N}\left(C_{u,i} \times S_i\right)}} \qquad (17)$$

Тоді, загальна чисельність таких багатономенклатурних поставок складе:

$$K_{opt} = \frac{D}{T_{opt,N}} \qquad (18)$$

При підстановці $T_{opt,N}$ (17) у формулу (16) після виконання алгебраїчних перетворень знаходимо аналітичний вираз для розрахунку **мінімальних сумарних витрат**:

$$C_{\sum} = \sqrt{2 \times \left(C_{o,пост} + \sum_{i=1}^{N} C_{i,пост} \right) \times \sum_{i=1}^{N} \left(C_{u,i} \times S_i \right)}$$

Якщо $T_{opt,N} > T_{o,можл}$ то в якості розрахункового періоду приймається $T_{o,можл}$ та виконується відповідне коригування K_{opt} $q_{i,opt}$ $C_{\sum}$

$$K_{opt} = \frac{D}{T_{o,можл}} \qquad q_{i,opt} = T_{o,можл} \frac{S_i}{D}$$

$$C_{\sum} = \frac{D}{T_{o,можл}} \times \left(C_{o,пост} + \sum_{i=1}^{N} C_{i,пост} \right) + \frac{T_{o,можл}}{2 \times D} \times \sum_{i=1}^{N} \left(C_{u,i} \times S_i \right) \to \min$$

Дякую за увагу!