

4. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ КОМПОНЕНТІВ І ЕЛЕКТРОННОЇ СХЕМИ В ЦІЛОМУ

Електронна схема складається з пасивних і активних компонентів, сполучених відповідно до її функціонального призначення. Спосіб з'єднання компонентів в схемі (або її структура) називається топологією.

4.1 Поняття математичної моделі компонента і схеми

У загальному випадку під математичною моделлю реального об'єкту розуміється будь-який математичний опис, що відображає з необхідною точністю поведінку цього об'єкту в заданих (реальних) умовах.

Якщо об'єктом є компонент електронної схеми або ціла схема, то математичною моделлю називатимемо математичний опис зв'язків між струмами і напругою, що виникають в компоненті або схемі в статичному і динамічному (перехідному) режимах роботи.

Математична модель компонента (ММК) зазвичай описує функціонування даного компонента на макрорівні, тобто визначаються лише ті властивості і закономірності компонента, які характеризують його взаємодію з іншими компонентами пристрою. Такі моделі оперують із зосередженими параметрами і встановлюють зв'язок між напругою на компонентах $u(t)$ і струмами $i(t)$, що протікають через них.

ММК називають ще компонентними рівняннями. Розрізняють математичні моделі ідеальних і реальних компонентів. Так, наприклад, для ідеальних пасивних компонентів такі рівняння мають вигляд:

для ідеального резистора

$$u(t) = R \cdot i(t) = \frac{i(t)}{G},$$

для ідеального конденсатора

$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt},$$

для ідеальної котушки індуктивності

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt},$$

де R і G – опір і провідність резистора відповідно

C – ємність конденсатора, L – індуктивність котушки.

Математична модель ідеального активного електронного компонента – підсилювального приладу - представляється схемою заміщення з джерелом струму, керованою напругою.

Математичні моделі реальних компонентів повинні враховувати їх нелінійні, частотні і шумові властивості, залежність параметрів від температури і інших чинників. Таким чином, математичними моделями реальних компонентів можуть бути рівняння ВАХ або диференціальні рівняння перехідних процесів в компоненті. Наприклад, ММК реального транзистора відповідає схема заміщення, що складається з лінійних і нелінійних опорів, нелінійних ємностей і нелінійних керованих джерел.

Програми моделювання, що реалізуються в системах автоматизованого проектування схемотехніки, містять вбудовані бібліотеки ММК різних рівнів складності для реальних типових компонентів.

Математична модель схеми (ММС) – це звичайна система рівнянь, що описує статичний або динамічний режим, які формуються на основі компонентних рівнянь і характеризують спільне функціонування компонентів, залежне від конкретного чину їх з'єднання – топології схеми.

Об'єднання компонентних рівнянь в ММС здійснюється за допомогою так званих топологічних рівнянь, які складаються на основі законів Кірхгофа:

для будь-якого вузла схеми

n

$$\sum_{k=1} i_k(t) = 0 \quad (\text{перший закон Кірхгофа});$$

$k=1$

для любого контуру

m

$$\sum_{i=1} u_i(t) = 0 \quad (\text{другий закон Кірхгофа}).$$

i=1

Рівняння законів Кірхгофа інваріантні для сигналів, які представлені функціями часу, зображеннями по Лапласу або комплексними амплітудами.

Для формування ММС аналогового радіоелектронного пристрою використовується декілька методів, які розрізняються складом незалежних змінних і виглядом вихідних топологічних рівнянь. До їх числа відносяться: табличний метод, метод вузлових потенціалів і метод змінних стану. Проте найбільш широкого поширення в САПР набув метод вузлових потенціалів і його модифікації. Метод вузлових потенціалів дозволяє формувати ММС у вигляді системи рівнянь, які складаються на основі першого закону Кірхгофа для внутрішніх вузлів схеми.

Для формування ММС цифрових радіоелектронних пристроїв використовуються алгоритми фізичного і логічного моделювання. При фізичному моделюванні окремі елементи, з яких складається цифровий пристрій (ЦП), представляються їх електричними макромоделями, що складаються з базових елементів теорії ланцюгів (плівкових резисторів і конденсаторів, дифузійних резисторів і конденсаторів, біполярного або МОН-ТРАНЗИСТОР, напівпровідникового діода і так далі). На підставі системи цих макромоделей формується повна електрична модель ЦП. Фізичні моделі ЦП дозволяють якнайповніше представити роботу пристрою в часі з врахуванням реальних затримок спрацьовування елементів. Ці моделі доцільно використовувати на завершальному етапі проектування РЕП із-за великих витрат часу на моделювання, коли необхідно мати дані про пристрій, який не можна отримати за допомогою простіших моделей.

При логічному моделюванні кожен елемент ЦП представляється спрощеною формальною моделлю у вигляді логічного співвідношення, яке отримано за допомогою булевої алгебри і описує логіку його функціонування. При меншій деталізації роботи, порівняно з фізичними,

логічні моделі володіють у багато разів великою швидкістю і дозволяють вирішувати ряд важливих практичних завдань, зокрема, перевіряти правильність логічного функціонування ЦП і порівнювати характеристики різних варіантів схемних рішень.

4.2 Питання класифікації математичних моделей реальних електронних компонентів і їх параметрів

Всі параметри цих моделей діляться на два класи: зовнішні і внутрішні.

Кожен з цих класів підрозділяється на два підкласи: первинні і вторинні параметри.

Первинні зовнішні параметри моделей – струми і напруга.

Вторинні зовнішні (їх інколи називають вихідними, або схемними) – параметри, що обчислюються на основі струмів і напруги: тривалості фронтів, імпульсів і затримок, розсіювані і споживані потужності, нерівномірності частотних характеристик, характерні значення струмів і напруги в окремих вузлах схеми.

Первинні внутрішні параметри – це електрофізичні і конструктивно-технологічні параметри; наприклад, розміри окремих областей компонентів, контактна різниця потенціалів, рухливість носіїв заряду, характеристики напівпровідникових матеріалів (ширина забороненої зони, температурні коефіцієнти та ін.).

Вторинні внутрішні (або електричні) – параметри, які можуть бути визначені на основі лише електричних вимірів на виводах компонента: вхідні і вихідні опори, коефіцієнти посилення і так далі.

Слід підкреслити, що, виходячи із завдань конкретного етапу проектування, математична модель реального компонента повинна відповідати самим різним вимогам. Ці вимоги, в своїй більшості, являються суперечливими, і вдале компромісне задоволення цих вимог в одних завданнях може виявитися далеким від оптимальності в інших. З цієї

причини для одного і того ж компонента, або пристрою, часто доводиться мати не одну, а декілька моделей. У зв'язку з цим класифікація моделей РЕП повинна виконуватися по безлічі ознак, аби охопити всі можливі випадки.

По названих причинах розглянемо класифікацію ММК (реальних компонентів) детальніше. Зазвичай їх розрізняють по шести ознаках:

- по характеру зображуваних процесів
- за способом представлення моделі
- по характеру залежностей, які використовуються для моделювання
- по діапазону робочих сигналів
- по діапазону робочих частот
- по кількості параметрів моделі.

По характеру зображуваних процесів - діляться на статичні (на постійному струмі) і динамічні.

За способом представлення розрізняють моделі аналітичні, графічні і табличні.

Аналітичні моделі компонентів представляються зазвичай у вигляді рівнянь вольтамперних характеристик (ВАХ) або у формі диференціальних рівнянь перехідних процесів. Диференціальні рівняння характеризують інерційність компонента.

Графічні моделі можуть бути задані у вигляді графіків ВАХ, а також у вигляді схем заміщення (або еквівалентних схем). Часто виключення реактивних елементів з динамічної схеми заміщення перетворює її на статичну. Такі схеми заміщення називають сепарабельними. Приклад: еквівалентна схема Еберса-Молла для біполярних транзисторів.

Табличні моделі задаються у вигляді цифрових таблиць; їм зазвичай відповідають графіки експериментальних ВАХ, для яких важко знайти аналітичне вираження.

Практично будь-яку модель (аналітичну, графічну і табличну) можна оформити у вигляді комп'ютерної підпрограми, яка називається цифровою моделлю.

По характеру залежностей, які використовуються для моделювання, моделі діляться на два великі класи: лінійні і нелінійні.

По діапазону робочих сигналів розрізняють моделі для малого (малосигнальні) і великого сигналів. Зазвичай малосигнальні моделі – лінійні, оскільки вони виходять при розгляді малих відхилень струмів і напруги від стаціонарної робочої точки. Моделі для великого сигналу, як правило, є нелінійними.

По діапазону робочих частот розрізняють низькочастотні і високочастотні моделі. У низькочастотних моделях інерційність компонентів на високих частотах не враховується. У високочастотних моделях інерційність врахована або диференціальним рівнянням, що описує перехідний процес усередині компонента, або введенням додаткових зовнішніх ємностей.

По кількості параметрів в моделі компонента виділяють:

- прості - характеризуються малою кількістю параметрів, частину з яких можна безпосередньо вказати на схемі; наприклад, R4 10k, C10 5nF;
- складні - характеризуються великою кількістю параметрів. Вони заносяться в бібліотеку моделей (наприклад, модель біполярного транзистора має 52 параметри).

Підкреслимо, що основна вимога до моделі – адекватність (повна відповідність) реальному об'єкту. Воно визначає точність розрахунків, що проводяться.

Проте вимога до точності моделі залежить від типу схеми. Наприклад, одні і ті ж активні компоненти працюють в схемах диференціального підсилювача і в схемах логічних транзисторних ключів. Але їх моделі мають бути різними. Наприклад, різними мають бути моделі біполярного транзистора, оскільки в диференціальному підсилювачі режим насичення

принципово не використовується, а логічний транзисторний ключ використовує саме цей режим.

Тому доцільно для одного і того ж компонента мати набір вбудованих моделей різної складності і точності. Наприклад, для біполярного транзистора відомі зарядова модель Гуммеля – Пуна, нелінійна високочастотна модель Еберса – Молла, лінійні моделі – Т-подібна і гібридна П-образна.

Такий набір потрібний не лише для окремих компонентів, але і для типових функціональних вузлів. Наприклад, для операційного підсилювача, компаратора, АЦП, ЦАП, тригера, ЗП та ін. Спрощені моделі таких типових функціональних елементів отримали назву «макромоделі».