

Підготовка до
математичних конкурсів та
олімпіад

МАТЕМАТИЧНІ ЗМАГАННЯ В УКРАЇНІ

- 1. Всеукраїнська олімпіада з математики.
- 2. Всеукраїнська олімпіада для учнів 5-7 класів.
- 3. Міжнародний математичний конкурс «Кенгуру».
- 4. Міжнародний чемпіонат з розв'язання логічних математичних задач.
- 5. Відкриті лінгвістичні олімпіади.
- 6. Всеукраїнська заочна математична олімпіада «5-12»
- 7. Всеукраїнський турнір «Математичні бої».
- 8. Інтернет-олімпіади.
- 9. Конкурс «Мала Академія Наук».

Орієнтовні теми для підготовки до олімпіад

- 1. Елементи теорії чисел (подільність, залишки).
- 2. Метод математичної індукції.
- 3. Рівняння та нерівності.
- 4. Послідовності, рекурентні співвідношення.
- 5. Теорія ігор, задачі на стратегії.
- 6. Розмальовки.
- 7. Елементи теорії графів.
- 8. Геометричні задачі.

- <https://matholymp.com.ua/>

- Олімпіадний рух України

Мала Академія наук

- 1. Анотація.
- 2. Мотиваційний лист.
- 3. Академічна доброчесність.
- 4. Постерний захист.
- 5. Наукова конференція.

Нерівність Коші-Буняковського

- Для двох наборів довільних дійсних чисел $(a_1, a_2, \dots, a_n), (b_1, b_2, \dots, b_n)$ має місце нерівність Коші-Буняковського

$$\bullet (a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2),$$

- причому знак рівності має місце тоді та тільки тоді, коли набори чисел пропорційні, тобто коли $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$.

- Враховуючи властивості квадратного кореня та нерівність трикутника для модулів, її можна переписати у вигляді:

$$\bullet |a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n| \leq |a_1 b_1| + |a_2 b_2| + \dots + |a_n b_n| \leq \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2}.$$

- **Приклад 2.2.** Для довільних чисел $a, b, c > 0$ довести нерівність

$$a^2bc + b^2ac + c^2ba \leq a^4 + b^4 + c^4.$$

Вираз $a^2bc + b^2ac + c^2ba$ є скалярним добутком двох векторів: (a^2, b^2, c^2) та (bc, ac, ab) .

- Тоді

- $a^2bc + b^2ac + c^2ba \leq \sqrt{a^4 + b^4 + c^4} \cdot \sqrt{(bc)^2 + (ac)^2 + (ab)^2} \leq$

- $\leq \sqrt{a^4 + b^4 + c^4} \cdot \sqrt{\frac{b^4+c^4}{2} + \frac{a^4+c^4}{2} + \frac{b^4+a^4}{2}} \leq a^4 + b^4 + c^4.$

- Запишіть в рамку на вільних місцях замість крапок шість цифр так, щоб всі записи були правильними.

В цій рамці записано:

число 2 ... раз(ів)

число 0 ... раз(ів)

число 1 ... раз(ів)

число 6 ... раз(ів)

число раз(ів)

- Є 18 однакових кубиків з ребром 5 см. Михайло складає з них прямокутний паралелепіпед, один з вимірів якого 15 см. Знайдіть площу повної поверхні паралелепіпеда.

- У деякому дробі чисельник і знаменник є додатними. Чисельник цього дробу збільшили на 40%. На скільки відсотків треба зменшити його знаменник, щоб новий дріб був удвічі більшим за початковий?

- У місті є 21 лицар, який завжди говорить правду, і 2000 брехунів, які завжди брешуть. Майстер поділив 2020 із цих 2021 людей на 1010 пар. Кожна людина в парі описувала іншу особу або лицарем, або брехуном. У результаті 2000 людей було названо лицарями, а 20 – брехунами. Скільки було пар з двох брехунів?

- Кавовий автомат приймає паперові гроші номіналом 1 грн., 2 грн., 5 грн. Наприкінці дня в автоматі було 1000 купюр на загальну суму 2000 грн. Скільки в автоматі купюр кожного номіналу, якщо відомо, що кількість одногривневих купюр – просте число?

1. В'єтнамська мова

Данило Мисак

Нижче наведено деякі назви в'єтнамською мовою та їхні переклади українською:

| | |
|-----------------------|-----------|
| thứ bảy | субота |
| tháng một | січень |
| thứ hai | понеділок |
| tháng tám | серпень |
| tháng tư | квітень |
| thứ năm | четвер |
| tháng mười hai | грудень |
| tháng chín | вересень |
| thứ tư | середа |
| tháng bảy | липень |
| tháng ba | березень |

Завдання 1. Перекладіть українською:

tháng hai tháng sáu tháng mười

Завдання 2. Перекладіть в'єтнамською:

вівторок травень п'ятниця листопад

Примітка. В'єтнамська — австроазійська мова, якою розмовляють близько 75 мільйонів осіб у В'єтнамі та за його межами.