

Розділ 3. Повторні незалежні випробування

3.1. Незалежні випробування. Схема Бернуллі.

1. Ймовірність влучення у мішень при одному пострілі дорівнює 0,75. Знайти ймовірність того, що у 10 пострілах буде 8 влучень. (Відповідь: 0,282)
2. Два рівносильних суперники грають у шахи. Що ймовірніше: виграти одну партію з двох чи дві партії з чотирьох? (Нічий до уваги не беруться). (Відповідь: одну партію з двох: $\frac{1}{2} > \frac{3}{8}$)
3. Ймовірність того, що добова витрата електроенергії на підприємстві не перевищить встановленої норми, дорівнює 0,75. Знайти ймовірність того, що у найближчі 6 діб витрата електроенергії не перевищить норми протягом 4 діб. (Відповідь: 0,3)
4. У цеху працюють 6 двигунів. Для кожного з них ймовірність того, що він у даний момент ввімкнений, дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що у даний момент: а) ввімкнені 4 двигуни; б) ввімкнені всі двигуни; в) не ввімкнено жодного двигуна. (Відповідь: а) 0,246; б) 0,26; в) 0, 000064)
5. Знайти ймовірність того, що подія A з'явиться у п'яти незалежних випробуваннях не менше двох разів, якщо ймовірність появи події A у кожному випробуванні дорівнює 0,3. (Відповідь: 0,472)
6. Подія B настане у випадку, коли подія A з'явиться не менше двох разів. Знайти ймовірність настання події B , якщо буде здійснено 6 незалежних випробувань, у кожному з яких ймовірність настання події A дорівнює 0,4. (Відповідь: 0,767)
7. Здійснено 8 незалежних випробувань, у кожному з яких ймовірність появи події A дорівнює 0,1. Знайти ймовірність того, що ця подія з'явиться хоча б двічі. (Відповідь: 0,19)
8. Монету підкинуто 6 разів. Знайти ймовірність того, що герб випаде: а) Менше двох разів; б) не менше двох разів. (Відповідь: а) $\frac{7}{64}$; б) $\frac{57}{64}$)
9. Ймовірність влучення у ціль при одному пострілі $p = 0,9$. Ймовірність знищення цілі при k влученнях дорівнює $1 - q^k$, $q = 1 - p$. Знайти ймовірність знищення цілі при двох пострілах. (Відповідь: 0,9639)

10. Випробується кожен з 15 елементів деякого пристрою. Ймовірність того, що елемент витримає випробування, дорівнює 0,9. Знайти найімовірніше число елементів, що витримують випробування. (Відповідь: 14)
11. Два стрільці одночасно стріляють по мішені. Ймовірність влучення у мішень при одному пострілі для першого стрільця становить 0,8, для другого – 0,6. Знайти найімовірніше число залпів, при яких обидва стрільці влучать у мішень, якщо всього було здійснено 15 залпів. (Відповідь: 7)
12. Ймовірність настання події у кожному з незалежних випробувань дорівнює 0,7. Знайти кількість випробувань, для якої найімовірніше число появ цієї події дорівнює 20. (Відповідь: 28 або 29)
13. Прилад складається з п'яти елементів, що працюють незалежно один від одного. Ймовірність відмови елемента при вмиканні приладу дорівнює 0,2. Знайти: а) найімовірніше число елементів, що відмовили; б) Ймовірність відмови такої кількості елементів; в) ймовірність відмови приладу, якщо для цього достатньо, щоб відмовили хоча б чотири елементи. (Відповідь: а) 1; б) 0,41; в) 0,0067)
14. Знайти наближене значення ймовірності того, що при 400 випробуваннях подія настане 104 рази, якщо ймовірність її настання у кожному випробуванні дорівнює 0,2. (Відповідь: 0,0006)
15. Ймовірність того, що деталь не пройде перевірку відділу контролю якості, дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що з 400 навмання відібраних деталей перевірку відділу контролю якості не пройдуть від 70 до 100 деталей. (Відповідь: 0,8882)
16. Ймовірність влучення у мішень при одному пострілі дорівнює 0,75. Знайти ймовірність того, що при 100 пострілах буде спостерігатися: а) не менше 70 та не більше 80 влучень; б) не більше 70 влучень. (Відповідь: а) 0,7498; б) 0,1251)
17. Ймовірність настання події у кожному з 10000 незалежних випробувань дорівнює 0,75. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи цієї події відхилиться від її ймовірності за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,001. (Відповідь: 0,182)
18. Ймовірність появи події у кожному з незалежних випробувань дорівнює 0,2. Знайти величину відхилення відносної частоти від ймовірності цієї події за абсолютною величиною, якого можна очікувати у 5000 випробуваннях з ймовірністю 0,9128. (Відповідь: $\varepsilon = 0,0967$)
19. Скільки разів потрібно підкинути монету, щоб з ймовірністю 0,6 можна було очікувати, що відхилення відносної частоти появи герба від її ймовірності виявиться за абсолютною величиною не більшим за 0,01? (Відповідь: 1764)

20. Ймовірність того, що деталь бракована, дорівнює 0,1. Знайти ймовірність того, що серед 400 навмання відібраних деталей відносна частота появи бракованих деталей відхилиться від ймовірності за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,03. (Відповідь: 0,9544)
21. Магазин отримав 10000 пляшок мінеральної води. Ймовірність того, що під час перевезенням пляшка виявиться розбитою, дорівнює 0,0004. Знайти ймовірність того, що буде розбито більше 3 пляшок. (Відповідь: 0,5665)
22. Ймовірність влучення у муху на льоту з рогатки дорівнює 0,001. Виконується 2000 пострілів. Знайти ймовірність того, що при цьому буде вбито менше 4 мух. (Відповідь: 0,8571)
23. При наборі тексту друкарка набирає невірний символ з ймовірністю 0,001. Знайти ймовірність того, що при наборі сторінки тексту (3000 символів) буде зроблено більше трьох помилок. (Відповідь: 0,3528)
24. Підручник видано тиражем 10000 екземплярів. Ймовірність того, що екземпляр виявиться неякісним, дорівнює 0,001. Знайти ймовірність того, що неякісних екземплярів буде більше двох. (Відповідь: 0,9972)
25. Для якісного обслуговування пасажирів на даному маршруті потрібно 20 автобусів. Всього ж для цієї мети виділено 22 автобуси з врахуванням того, що кожен з них, незалежно від інших, виходить на лінію лише з ймовірністю 0,95. Яка ймовірність того, що маршрут буде повністю забезпеченим необхідною кількістю автобусів? (Відповідь: 0,905)
26. На випробувальному стенді встановлено 10 приладів. Відомо, що кожен з них, незалежно від решти приладів, виходить з ладу під час випробування з ймовірністю 0,15. Обчислити: а) ймовірність того. Що за час випробувань відмовлять 3 прилади; б) умовну ймовірність того, що відмовило 3 прилади, якщо відомо, що не всі прилади витримали випробування. (Відповідь: а) 0,13; б) 0,15)
27. Підкинуто 6 гральних кубиків. Знайти: а) ймовірність того, що цифра 6 випала двічі; б) ймовірність того, що цифра 6 випала двічі, якщо відомо, що випала хоча б на одному з кубиків. (Відповідь: а) 0,201; б) 0,302)
28. У круг вписаний квадрат. Знайти ймовірність того, що з чотирьох точок, кинутих навмання у даний круг, лише одна попаде у квадрат. Чому дорівнює найбільш ймовірне число точок, що попадуть у квадрат? (Відповідь: 0,122; 3)
29. У круг вписаний правильний трикутник. Знайти ймовірність того, що з 5 точок, кинутих навмання у даний круг, рівно три опиняться у трикутнику. Знайти найбільш ймовірне число точок, що не потраплять до трикутника. (Відповідь: 0,2432; 3)

30. При кожному пострілі незалежно від інших пострілів стрілець влучає у ціль з ймовірністю p . Знайти ймовірність того, що другий з виконаних пострілів виявився невдалим, якщо стрілець тричі влучив у ціль. (Відповідь: 0,4)

3.2. Твірна функція

1. Прилад складається з трьох елементів, що працюють незалежно. Ймовірності безвідмовної роботи елементів за час t відповідно дорівнюють: $p_1 = 0,7$, $p_2 = 0,8$, $p_3 = 0,9$. Побудувавши відповідну твірну функцію, знайти ймовірності того, що за час t працюватимуть безвідмовно: а) всі елементи; б) два елементи; в) один елемент; г) не працюватиме жоден з елементів. (Відповідь: а) 0,504; б) 0,398; в) 0,092; г) 0,006)
2. З двох гармат здійснено залп по цілі. Ймовірність влучення у ціль для першої гармати дорівнює 0,8, для другої – 0,9. Використовуючи твірну функцію, знайти ймовірності наступних подій: а) два влучення; б) одне влучення; в) жодного влучення; г) не менше одного влучення. (Відповідь: а) 0,72; б) 0,26; в) 0,02; г) 0,98)
3. З трьох гармат здійснено залп по цілі. Ймовірність влучення у ціль для першої гармати дорівнює 0,8, для другої – 0,85, для третьої – 0,9. Використовуючи твірну функцію, знайти ймовірності наступних подій: а) три влучення; б) два влучення; в) одне влучення; г) жодного влучення; д) хоча б одне влучення. (Відповідь: а) 0,612; б) 0,329; в) 0,056; г) 0,003; д) 0,997)
4. Чотири елементи обчислювального пристрою працюють незалежно. Ймовірність відмови першого елемента за час t дорівнює 0,2, другого елемента – 0,25; третього – 0,3; четвертого – 0,4. Знайти ймовірність того, що за час t відмовлять: а) 4 елементи; б) 3 елементи; в) 2 елементи; г) 1 елемент; д) не відмовить жоден елемент; е) не більше 2 елементів. (Відповідь: 0,006; б) 0,065; в) 0,254; г) 0,423; д) 0,252; е) 0,929)