

Запитання та завдання для практичного заняття

1. Сформулюйте необхідні та достатні умови екстремуму для функцій однієї змінної.
2. Сформулюйте необхідні та достатні умови екстремуму для функцій кількох змінних.
3. Сформулюйте задачу Лагранжа на умовний екстремум.
4. Наведіть загальний вигляд функції Лагранжа.
5. Наведіть формулу Вілсона.
6. Як визначають функцію попиту на ресурс та функцію пропозиції товару для підприємства?
7. Добові витрати при плаванні судна складаються з двох частин: сталої, що дорівнює a г.о. та змінної, що зростає пропорційно кубу швидкості. При якій швидкості плавання судна буде найбільш економним?
8. Нехай у короткостроковому періоді виробнича функція залежить лише від чисельності персоналу і має вигляд $Q = 6L^2 - 0,2L^3$, де Q – обсяг виробництва, L – кількість персоналу. При якій чисельності персоналу обсяг виробництва є максимальним?
9. Підприємство працює на двох ринках. Функції попиту (залежності ціни від попиту) для кожного з них мають вигляд: $P_1 = 500 - Q_1$, $P_2 = 360 - 1,5Q_2$. Сумарна функція витрат має вигляд: $C = 50000 + 20Q$. Яку цінову політику повинно проводити підприємство (які ціни воно повинно встановити для першого та другого ринків), щоб його прибуток був максимальним?
10. Фірма виробляє два види товарів, A_1 та A_2 , і продає їх по ціні 1000 г.о. та 800 г.о. відповідно. Функція витрат має вигляд: $C = 2Q_1^2 + 2Q_1Q_2 + Q_2^2$, де Q_1 та Q_2 позначають відповідно обсяги виробництва товарів, відповідно A_1 та A_2 . Знайдіть значення Q_1 та Q_2 , при яких фірма отримуватиме максимальний прибуток?
11. Нехай виробнича функція деякого підприємства має вигляд: $Q = F(K, L) = 4K \cdot L + L^2$. Нехай витрати на одиницю капіталу (K) та одиницю праці (L) становлять відповідно 1 г.о. та 2 г.о. Визначте величину витрат на капітал та працю при максимальному обсязі виробництва продукції, якщо загальна сума витрат становить 105 г.о.
12. У невеликій теплиці щодня збирають врожай огірків y , що залежить від кількості робітників x : $y = 4\sqrt{x} + 4\ln x$. Знайдіть оптимальну кількість робітників, якщо денна заробітна плата робітника дорівнює ціні 4 кг огірків.
13. Знайдіть функцію попиту на ресурс та функцію пропозиції продукції підприємства з виробничою функцією $y = v \ln(x + 1)$, де y – обсяг виробництва, x – витрати ресурсу, v – вартість одиниці продукції, p – ціна одиниці ресурсу, $p < v$.
14. Апельсини привозять у магазин на машині. Постійні витрати у розрахунку на одну поїзду складають 50 г.о. Щодобово магазин продає 2 т апельсинів. Витрати на зберігання складають 0,2 г.о. за 1 кг апельсинів за добу. За формулою Вілсона розрахуйте оптимальний розмір партії постачання апельсинів, знайдіть

періодичність їх постачання у магазин, середні щодобові витрати. Підрахуйте ці витрати при розмірах партії постачання 2 т та 0,5 т.

15. При цінах $\bar{P} = (p_1, p_2)$ та доході Q знайти точку попиту для функції корисності $u(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2$.
16. Підприємство за місяць виробляє продукції на 10 млн. г.о., його основні фонди коштують також 10 млн. г.о. Економісти підраховали, що для збільшення обсягу виробництва на 1 млн. г.о. необхідно придбати обладнання на 3 млн. г.о. Відомо, що виробнича функція підприємства є функцією Кобба-Дугласа при $\alpha + \beta = 1$, чисельність робітників дорівнює 1000 осіб. Знайти виробничу функцію підприємства.
17. Основні фонди фермерського господарства коштують 10 млн. г.о. На ньому працюють 9 робітників. Для збільшення доходу фермер запросив у господарство ще одного працівника і побачив, що його доход збільшився на 8% і склав 13 млн. г.о. Виробництво сільськогосподарської продукції у цьому господарстві описується виробничою функцією Кобба-Дугласа при $\alpha + \beta = 1$. Знайти цю функцію.
18. Підприємець вирішив створити невелике автотранспортне підприємство з надання послуг населенню. Ознайомившись зі статистичними даними, він побачив, що приблизна залежність щоденної виручки від кількості автомобілів A та кількості працівників N виражається формулою $Y = 90000 \cdot A^{1/2} \cdot N^{1/4}$. Амортизаційні та інші витрати на один автомобіль становлять 40000 г.о., щоденна зарплата працівникам становить 10000 г.о. Знайти оптимальну кількість працівників та автомобілів.