

Запитання та завдання для практичного заняття

1. Які математичні моделі називають диференціальними?
 2. Надайте означення диференціального рівняння.
 3. Що називають порядком диференціального рівняння?
 4. Вкажіть основні типи диференціальних рівнянь першого порядку.
 5. Наведіть приклади лінійних диференціальних рівнянь другого порядку.
 6. У чому полягає модель насичення ринку товаром?
 7. Наведіть рівняння логістичної кривої.
 8. Що описує модель Золотаса?
 9. Наведіть рівняння Ферхюльста-Перла.
 10. У чому полягає модель природного зростання виробництва продукції?
 11. Охарактеризуйте сутність диференціальної моделі динаміки ринкової ціни.
 12. Для чого використовують диференціальну модель динаміки основних виробничих фондів?
 13. У чому полягає модель Солоу?
 14. Вкажіть основні припущення моделі Солоу.
2. Нехай $y(t)$ – обсяг виробництва продукції деякого підприємства. Залежність ціни товару від обсягу виробництва має вигляд: $p(y) = b - ay$, $a > 0$, $b > 0$. Швидкість зростання обсягу виробництва є зростаючою функцією прибутку. Валові виробничі витрати описуються залежністю $c(y) = \alpha y + \beta$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$. Побудувати диференціальну модель для знаходження залежності обсягу виробництва продукції від часу t . (Відповідь. $\frac{dy}{dt} = k(p(y) \cdot y - c(y))$.)
3. Знайти функцію попиту $y(p)$, якщо еластичність попиту за ціною $E_p(y) = -2$.
 4. Знайти функцію попиту $y(p)$, якщо еластичність попиту за ціною $E_p(y) = -1$ і при $y = 2$ ціна $p = 10$.
 5. Знайти функцію, що має сталу еластичність k .
 6. Знайти функцію попиту $y = y(p)$, якщо еластичність попиту за ціною $E_p(y) = \frac{y-100}{y}$, $p = 10$ при $y = 90$, $0 < y < 100$.
 7. Швидкість знецінювання обладнання внаслідок його зносу у кожний даний момент часу пропорційна його фактичній вартості $A(t)$ з коефіцієнтом пропорційності $k = \text{const}$. Початкова вартість обладнання $A(0) = A_0$. Визначити фактичну вартість обладнання у момент часу t .
 8. Знайти обсяг реалізованої продукції за час $t = 10$ днів, якщо модель зростання

обсягів реалізації в умовах конкурентного ринку має вигляд: $\frac{dy}{dt} = y(2 - y)$,

$$y(0) = 1.$$

9. Швидкість зростання інвестиційного капіталу у момент часу t пропорційна величині капіталу з коефіцієнтом пропорційності, що дорівнює процентній ставці r . Знайти закон зростання інвестованого капіталу, враховуючи величину початкової інвестиції.
10. Ціна товару $p(t)$ є функцією часу, функції попиту d та пропозиції s лінійно залежать від ціни, швидкості її зміни $p'(t)$ та темпу $p''(t)$. При цьому $d(p) = p'' - p' - 2p + 480$, $s(p) = 2p'' + 3p' + 3p + 80$. Знайти динаміку зміни ціни $p(t)$ в умовах ринкової рівноваги ($d(p) = s(p)$), якщо у початковий момент часу $t = 0$ ціна товару дорівнювала 120 г.о., а швидкість її зміни дорівнювала 40.
11. Наведіть означення різниць першого, другого та m -го порядків.
12. Наведіть означення різницевого рівняння.
13. Наведіть загальний вигляд лінійного різницевого рівняння.
14. Надайте означення порядку різницевого рівняння.
15. Які лінійні різницеві рівняння називають однорідними?
16. Наведіть характеристичне рівняння для загального вигляду лінійного різницевого рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.
17. У чому полягає павутиноподібна модель ринку?
18. У чому полягає метод Ейлера розв'язання систем лінійних різницевих рівнянь?
19. Висвітліть зміст динамічної моделі Леонтєва.
20. У чому полягає сутність моделі Самуельсона-Хікса?
21. Записавши різницеве рівняння для геометричної прогресії, знайти формулу її загального члена b_n .
22. Знайти загальний розв'язок рівняння $x_{n+2} - 4x_{n+1} + 3x_n = 0$.
23. Числа Фібоначчі визначаються співвідношенням $x_{n+2} = x_{n+1} + x_n$, $x_1 = x_2 = 1$. Знайти формулу n -го члена послідовності.
24. Розв'язати рівняння $2y_n - y_{n+1} = 1 + 2n - n^2$, $y_1 = 1$.
25. Знайти загальний розв'язок системи різницевих рівнянь:

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}.$$

26. Зростання процентного депозиту з регулярними щорічними внесками A та річною ставкою p , де $0 < p < 1$, описується різницевим рівнянням $x_{n+1} = (1 + p)x_n + A$. Знайти суму депозиту x_n у момент часу n , якщо початковий внесок дорівнював x_0 г.о.
27. Використовуючи павутиноподібну модель ринку, визначити динаміку ціни p_n та

дослідити її поведінку при $n \rightarrow \infty$, якщо відомі попит на товар $d(p)$, пропозиція $s(p)$ та початкова ціна p : а) $d(p_n) = 11 - p_n$, $s(p_{n-1}) = 1 + 4p_{n-1}$, $p = 2$; б) $d(p_n) = 5 - 1,2p_n$, $s(p_{n-1}) = 1 + 0,8p_{n-1}$, $p = 4$.

28. Знайти динаміку зростання національного доходу за моделлю Самуельсона-Хікса $y_{n+2} = (a + \alpha)y_{n+1} - \alpha y_n + b$, якщо: а) $a = \alpha = 0,5$; $b = 8$; $y_0 = 5$ г.о., $y_1 = 6$ г.о.; б) $a = 0,5$; $\alpha = 3$; $b = 0$; $y_0 = 10$ г.о., $y_1 = 12$ г.о.