

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ

### Тема. Вибірковий метод обробки емпіричних даних

**Мета:** 1) Навчитися обчислювати числові характеристики, що характеризують вибірку.

3) Навчитися будувати ряди та їх графіки, що характеризують розподіл емпіричних даних.

4) Навчитися проводити первину обробку емпіричних даних за допомогою вибіркового методу.

**Час:** 4 год

### Теоретичні відомості

*Генеральна сукупність* - уся група об'єктів, що підлягає вивченню.

*Вибірка* - частина об'єктів генеральної сукупності, що потрапили на перевірку чи дослідження

*Обсяг генеральної сукупності (вибірки)* - число елементів генеральної сукупності (вибірки):  $N, (n)$ .

*Варіанта* - кожне окреме значення ознаки  $(x_1, x_2, \dots, x_i)$ .

*Частота* - число, що показує, скільки разів зустрічається кожна варіанта  $(n_1, n_2, \dots, n_i)$ .

*Статистичний ряд розподілу* – впорядкована статистична сукупність.

*Ранжирований ряд* – ряд чисел, що знаходиться в порядку зростання або спадання варіюючої ознаки

*Варіаційний ряд* - ранжирований у порядку зростання чи спадання ряд варіант з відповідними їм частотами або відносними частотами.

*Дискретний ряд* - ряд, у якому окремі значення ознаки (варіанти) відрізняються одне від одного на деяку скінчену величину.

*Неперервний ряд (інтервальний)* – ряд, у якому значення ознаки відрізняються одне від одного на яку завгодно малу величину.

*Статистичним інтервальним розподілом* називається відповідність між інтервалами вибірки, частотами і відносними частотами.

*Відносною частотою*  $p_i^*$  (*частістю*) - називають відношення частоти  $n_i$ , що відповідає значенню  $x_i$ , до суми всіх частот (обсягу вибірки):

$$p_i^* = \frac{n_i}{\sum n_i} = \frac{n_i}{n}, \quad i = \overline{1, k}, \quad k - \text{кількість інтервалів}$$

При переході від інтервального ряду розподілу до дискретного припускають, що частоти згруповані в центрах інтервалів:

$$x_i^* = \frac{x_{i+1} + x_i}{2}$$

*Атрибутивний ряд* – ряд, у якому значення ознаки не має кількісного вираження.

*Гістограма* відносних частот - ступінчаста фігура, що складається з прямокутників, основами яких служать інтервали  $[x_{i-1}, x_i]$ , а висоти – з відносних частот  $p_i^*$  або частот  $n_i$ .

*Полігон* відносних частот - ламана, яка з'єднає точки  $(x_i^*, p_i^*)$  або  $(x_i^*, n_i)$ .

*Діаграма* - значення ознаки, виражене в процентному відношенні.

Види характеристик	згруповані	не згруповані
Вибіркова середня	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot n_i}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$
Дисперсія	$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i}{n}$ $\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 \cdot n_i}{n} - \bar{x}^2$	$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 n_i}{n}$ чи $\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2$
Виправлена дисперсія	$\bar{D}_u = \frac{n}{n-1} \bar{D}$	
Середнє квадратичне відхилення	$\sigma = \sqrt{\bar{D}}$	

Коефіцієнт варіації	$\bar{V} = \frac{\sigma}{x} \cdot 100\%$ <p>5% - слабкий          6-10% - помірний          16-20% - значний          21-50% - великий          &gt;50 - дуже великий          (для малих вибірок &lt; 33%)</p>
Мода	<p>- варіанта, що має максимальну частоту, для інтервального ряду:</p> $M_0 = x_{M_0_{min}} + h \frac{n_{M_0} - n_{M_0-1}}{2n_{M_0} - n_{M_0+1} - n_{M_0-1}}$ <p><math>n_{M_0}</math> - частота модального інтервалу,  <math>n_{M_0-1}</math> - частота інтервалу, що передує модальному,  <math>n_{M_0+1}</math> - частота наступного інтервалу за модальним,  <math>n_{M_0_{min}}</math> - нижня межа модального інтервалу.</p>
Медіана	<p>- середина ранжованого ряду (для інтервального ряду):</p> $M_e = \frac{1}{3}M_0 + \frac{2}{3}x$
Асиметрія	<p>- <math>A_s = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 n_i}{n \cdot \sigma^3}</math></p>
Екссес	<p>- <math>E = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^4 \cdot n_i}{n \cdot \bar{\sigma}^4} - 3</math></p>

### Алгоритм вибіркового методу

- 1) визначення розмаху вибірки:  $\Delta = x_{max} - x_{min}$ ;
- 2) побудова ранжованого ряду;
- 3) визначення кількості інтервалів за формулою Стерджеса
 
$$k = 1 + 3,322 \lg n$$
 чи  $k = \sqrt{n}$ , (де  $n$  – обсяг вибірки)
- 4) обчислення кроку (довжини) інтервалів:
 
$$h = \frac{(b-a)}{k}$$
, де  $x_{min} \leq a$ ,  $x_{max} \geq b$
- 5) побудова інтервального ряду розподілу, гістограми;
- 6) побудова дискретного ряду розподілу, полігона;

- 7) обчислення числових характеристик: середнього значення, дисперсії, середнього квадратичного відхилення, моди, медіани, коефіцієнта варіації, асиметрії ексцеса;
- 8) зробити висновок.

### Практична частина

**Приклад.** Отримані вибіркові дані про врожайність зернових культур (ц/га) по господарствах Запорізької області за 2020 рік:

13,4	13,6	17,8	15,4	24,5
17,6	18,2	16,8	19,3	19,4
16,1	16,1	17,2	19,8	26,7
15,9	26,1	21,7	19,9	19,4
17,2	16,1	15,7	20,3	20,5

Використовуючи вибірковий метод:

1. визначити розмах вибірки;

побудувати:

2. ранжований ряд;
3. інтервальний ряд, гістограму;
4. дискретний ряд, полігон;
5. обчислити числові характеристики:  $\bar{x}$ ,  $\overline{D_u}$ ,  $\bar{\sigma}$ ,  $\bar{V}$ ,  $M_0$ ,  $M_e$ ,  $A_s$ ,  $E$
6. зробити висновок на підставі отриманих числових характеристик.

Розв'язання.

Обсяг вибірки (кількість елементів):  $n = 25$

1. Визначимо максимальний і мінімальний варіант вибірки:  $x_{\min} = 13,44$ ,  $x_{\max} = 26,7$ .

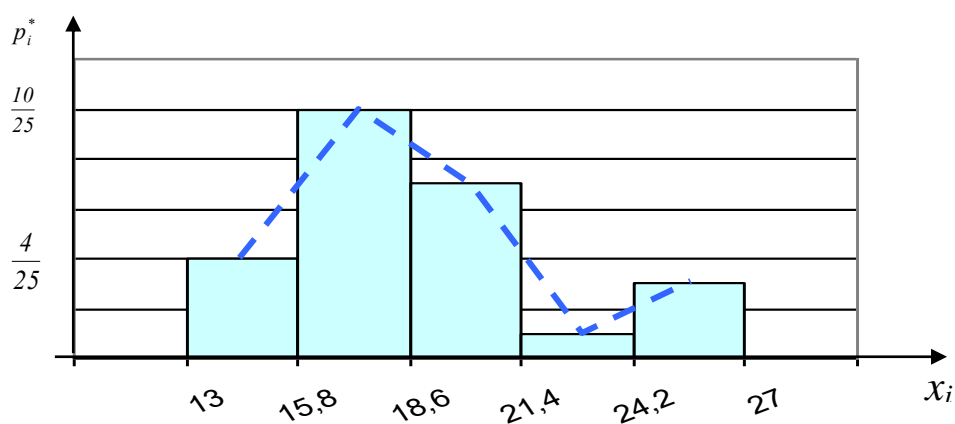
Розмах вибірки обчислимо за формулою:  $R = x_{\max} - x_{\min} = 26,7 - 13,4 = 13,3$

2. Побудуємо ранжований ряд, розташувавши значення вибірки в зростаючому чи спадному порядку:

13,4	16,1	17,2	19,4	20,5
13,6	16,1	17,6	19,4	21,7
15,4	16,1	17,8	19,8	24,5
15,7	16,8	18,2	19,9	26,1
15,9	17,2	19,3	20,3	26,7

Для побудови інтервального ряду розподілу визначимо кількість інтервалів за формулою:

$$k = \sqrt{n} = \sqrt{25} = 5$$



Довжину (крок) інтервала визначаємо за формулою:

$$h = \frac{27 - 13}{5} = 2,8$$

Складемо інтервальний ряд розподілу:

$x_i$	13 – 15,8	15,8 – 18,6	18,6 – 21,4	21,4 – 24,2	24,2 – 27
$n_i$	4	10	7	1	3
$p_i^* = \frac{n_i}{n}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{10}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{3}{25}$

Для отриманого ряду розподілу побудуємо гістограму відносних частот

1. Для переходу до дискретного ряду розподілу, припускаємо, що частоти згруповані в центрах інтервалів

$x_i^*$	14,4	17,2	20	22,8	25,6
$n_i$	4	10	7	1	3
$p_i^* = \frac{n_i}{n}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{10}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{3}{25}$

Побудуємо полігон відносних частот (зобразимо на гістограмі).

1. Обчислимо числові характеристики вибірки даних:

- середнє значення:

$$\bar{x} = \frac{14,4 \cdot 4 + 17,2 \cdot 10 + 20 \cdot 7 + 22,8 \cdot 1 + 25,6 \cdot 3}{25} = 18,77$$

- дисперсію:

$$\bar{D} = \frac{14,4^2 \cdot 4 + 17,2^2 \cdot 10 + 20^2 \cdot 7 + 22,8^2 \cdot 1 + 25,6^2 \cdot 3}{25} - 18,77^2 = 10,64$$

- виправлену дисперсію:

$$\bar{D}_u = \frac{n}{n-1} \bar{D} = \frac{25}{24} \cdot 10,64 = 11,08$$

- середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma = \sqrt{\bar{D}_u} = \sqrt{11,08} \approx 3,26$$

- коефіцієнт варіації:

$$\bar{V} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{3,26}{18,77} \cdot 100\% = 17,37\%$$

- моду:

$$M_0 = 15,8 + 2,8 \cdot \frac{10-4}{2 \cdot 10-4-7} \approx 17,67$$

- медіану:

$$M_e = \frac{1}{3} 17,67 + \frac{2}{3} \cdot 18,77 = 18,4$$

- асиметрію:  $A_s = -0,36$

- ексцес:  $A_s = 0,78$

**Висновок:** в цілому по господарствам Запорізької області середня врожайність зернових культур складає 15,51-22,3 (ц/га),  $(\bar{x} \pm \sigma)$ . Причому в більшій частині господарств отриманий урожай 17,67(ц/га),  $(M_0)$ . У цілому по

області розсіювання за результатами врожайності значне ( $\bar{V} = 17,37\%$ ). Так як  $A_s = -0,36$  (відємна), то скошеність данного розподілу лівостороня, ексцес  $E=0,78$  (додатний) - то розподіл гостровершиний.

### Завдання для самостійної роботи

#### Задача 1

Відповідно до вказаного варіанту для наведеного дискретного ряду обчислити відносні частоти, середнє вибіркове, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, моду, медіану, коефіцієнт варіації. Побудувати полігон відносних частот. Зробити висновки.

##### Варіант 1

$x_i$	24	27	31	43	50	55
$n_i$	8	12	15	58	4	2

##### Варіант 6

$x_i$	19	24	32	38	37	40
$n_i$	1	4	6	21	11	3

##### Варіант 2

$x_i$	20	14	18	29	35	37
$n_i$	2	6	11	38	19	12

##### Варіант 7

$x_i$	14	24	34	44	53	61
$n_i$	2	10	22	32	14	11

##### Варіант 3

$x_i$	24	31	36	43	52	57
$n_i$	4	16	38	24	6	3

##### Варіант 8

$x_i$	16	17	18	23	25	27
$n_i$	6	6	3	1	2	1

##### Варіант 4

$x_i$	47	51	56	62	64	69
$n_i$	3	7	20	39	19	11

##### Варіант 9

$x_i$	28	30	32	20	34	32
$n_i$	11	12	14	16	9	11

##### Варіант 5

$x_i$	66	72	77	82	87	89
$n_i$	19	4	14	22	13	15

##### Варіант 10

$x_i$	34	32	30	42	28	32
$n_i$	11	2	8	3	12	7

#### Задача 2

Відповідно до вказаного варіанту для наведеного інтервального ряду знайти середини інтервалів, відносні частоти, щільності відносних частот, середнє вибіркове, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, виправлену

дисперсію, виправлене середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації, коефіцієнт асиметрії, ексцес.

#### Варіант 1

$x_i$	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12
$n_i$	7	2	11	8	3

#### Варіант 6

$x_i$	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
$n_i$	7	8	15	4	2

#### Варіант 2

$x_i$	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18
$n_i$	8	17	20	9	5

#### Варіант 7

$x_i$	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10
$n_i$	7	9	19	6	3

#### Варіант 3

$x_i$	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14
$n_i$	2	7	14	9	5

#### Варіант 8

$x_i$	5-7	7-9	9-11	11-13	13-15
$n_i$	7	19	7	5	3

#### Варіант 4

$x_i$	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16
$n_i$	6	12	16	14	3

#### Варіант 9

$x_i$	7-9	9-11	11-13	13-15	15-17
$n_i$	4	19	22	4	3

#### Варіант 5

$x_i$	3-5	5-7	7-9	9-11	11-13
$n_i$	5	8	16	7	2

#### Варіант 10

$x_i$	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12
$n_i$	14	18	6	4	3

### Вимоги до оформлення звіту

Звіт повинен містити:

- Короткий конспект теоретичних відомостей;
- Результати виконаних дій.

### Питання для самоперевірки

1. Сформулюйте суть вибіркового методу.
2. Дайте означення генеральної і вибіркової сукупності.
3. Дайте поняття варіаційних рядів та їх різновидів?
4. Як побудувати ранжований статистичний ряд?
5. Як розрахувати відносні частоти?
6. Який ряд називається дискретним варіаційним рядом?
7. Який ряд називається інтервальним варіаційним рядом?
8. Що таке полігон? Гістограма?
9. Графіком якого ряду є полігон? Гістограма?
10. Назвіть ряд, графічне зображення якого є гістограма?
11. Запишіть формулу для обчислення коефіцієнту асиметрії
12. Запишіть формулу для обчислення ексцеса.



### Список рекомендованої літератури

1. Гмурман В.Е. Керівництво до розв'язання задач по теорії ймовірностей і математичній статистиці. М.: Вища школа, (будь-яке видання).
2. Гмурман В.Е. Теорія ймовірностей і математична статистика. М.: Вища школа, 1977.
3. Назарова О.П., Рубцов М.О., Іщенко О.А. та ін. Індивідуальні завдання з вищої математики: Навч.посібник: - Мелітополь: ТОВ. «Видавничий будинок. ММД», 2011.- 238 с  
Вентцель Е.С., Прикладные задачи теории вероятностей. / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. - М., Радио и связь, 1983. - 416 с.
4. Венецький І.Г., Кильдищев Г.С. Основи теорії ймовірностей і математичної статистики.
5. Коваленко І.Н., Філіппова А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Вища школа, 1982.
6. Опря А.Т. Математична статистика. К.: Урожай, 1994. – 208 с.
7. Кремер Н.Ш. “Теория вероятностей и математическая статистика”, Учебник для вузов.- М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – 543 с.

Таблиця 1 .Значення функції  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$       Додаток 1

$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,33	0,1293	0,66	0,2454	0,99	0,3389
0,01	0,0040	0,34	0,1331	0,67	0,2486	1,00	0,3413
0,02	0,0080	0,35	0,1368	0,68	0,2517	1,01	0,3438
0,03	0,0120	0,36	0,1406	0,69	0,2549	1,02	0,3461
0,04	0,0160	0,37	0,1443	0,70	0,2580	1,03	0,3485
0,05	0,0199	0,38	0,1480	0,71	0,2611	1,04	0,3508
0,06	0,0239	0,39	0,1517	0,72	0,2642	1,05	0,3531
0,07	0,0279	0,40	0,1554	0,73	0,2673	1,06	0,3554
0,08	0,0319	0,41	0,1591	0,74	0,2703	1,07	0,3577
0,09	0,0359	0,42	0,1628	0,75	0,2734	1,08	0,3599
0,10	0,0398	0,43	0,1664	0,76	0,2764	1,09	0,3621
0,11	0,0438	0,44	0,1700	0,77	0,2794	1,10	0,3643
0,12	0,0478	0,45	0,1736	0,78	0,2823	1,11	0,3665
0,13	0,0517	0,46	0,1772	0,79	0,2852	1,12	0,3686
0,14	0,0557	0,47	0,1808	0,80	0,2881	1,13	0,3708
0,15	0,0596	0,48	0,1844	0,81	0,2910	1,14	0,3729
0,16	0,0636	0,49	0,1879	0,82	0,2939	1,15	0,3749
0,17	0,0675	0,50	0,1915	0,83	0,2967	1,16	0,3770
0,18	0,0714	0,51	0,1950	0,84	0,2995	1,17	0,3790

0,19	0,0753	0,52	0,1985	0,85	0,3023	1,18	0,3810
0,20	0,0793	0,53	0,2019	0,86	0,3051	1,19	0,3830
0,21	0,0832	0,54	0,2054	0,87	0,3078	1,20	0,3849
0,22	0,0871	0,55	0,2088	0,88	0,3106	1,21	0,3869
0,23	0,0910	0,56	0,2123	0,89	0,3133	1,22	0,3883
0,24	0,0948	0,57	0,2157	0,90	0,3159	1,23	0,3907
0,25	0,0987	0,58	0,2190	0,91	0,3186	1,24	0,3925
0,26	0,1026	0,59	0,2224	0,92	0,3212	1,25	0,3944
0,27	0,1064	0,60	0,2257	0,93	0,3238	1,26	0,3962
0,28	0,1103	0,61	0,2291	0,94	0,3264	1,27	0,3980
0,29	0,1141	0,62	0,2324	0,95	0,3289	1,28	0,3997
0,30	0,1179	0,63	0,2357	0,96	0,3315	1,29	0,4015
0,31	0,1217	0,64	0,2389	0,97	0,3340	1,30	0,4032
0,32	0,1255	0,65	0,2422	0,98	0,3365	1,31	0,4049
1,32	0,4066	1,64	0,4495	1,96	0,4750	2,56	0,4948
1,33	0,4082	1,65	0,4505	1,97	0,4756	2,58	0,4951
1,34	0,4099	1,66	0,4515	1,98	0,4761	2,60	0,4953
1,35	0,4115	1,67	0,4525	1,99	0,4767	2,62	0,4956
1,36	0,4131	1,68	0,4535	2,00	0,4772	2,64	0,4959
1,37	0,4147	1,69	0,4545	2,02	0,4783	2,66	0,4961
1,38	0,4162	1,70	0,4554	2,04	0,4793	2,68	0,4963
1,39	0,4177	1,71	0,4564	2,06	0,4803	2,70	0,4965
1,40	0,4192	1,72	0,4573	2,08	0,4812	2,72	0,4967
1,41	0,4207	1,73	0,4582	2,10	0,4821	2,74	0,4969
1,42	0,4222	1,74	0,4591	2,12	0,4830	2,76	0,4971
1,43	0,4236	1,75	0,4599	2,14	0,4838	2,78	0,4973
1,44	0,4251	1,76	0,4608	2,16	0,4846	2,80	0,4974
1,45	0,4265	1,77	0,4616	2,18	0,4854	2,82	0,4976
1,46	0,4279	1,78	0,4625	2,20	0,4861	2,84	0,4977
1,47	0,4292	1,79	0,4633	2,22	0,4868	2,86	0,4979
1,48	0,4306	1,80	0,4641	2,24	0,4875	2,88	0,4980
1,49	0,4319	1,81	0,4649	2,26	0,4881	2,90	0,4981
1,50	0,4332	1,82	0,4656	2,28	0,4887	2,92	0,4982
1,51	0,4345	1,83	0,4664	2,30	0,4893	2,94	0,4984
1,52	0,4357	1,84	0,4671	2,32	0,4898	2,96	0,4985
1,53	0,4370	1,85	0,4678	2,34	0,4904	2,98	0,4986
1,54	0,4382	1,86	0,4686	2,36	0,4909	3,00	0,49865
1,55	0,4394	1,87	0,4693	2,38	0,4913	3,20	0,49931
1,56	0,4406	1,88	0,4699	2,40	0,4918	3,40	0,49966
1,57	0,4418	1,89	0,4706	2,42	0,4922	3,60	0,49984

1,58	0,4429	1,90	0,4713	2,44	0,4927	3,80	0,49993
1,59	0,4441	1,91	0,4719	2,46	0,4931	4,00	0,49997
1,60	0,4452	1,92	0,4726	2,48	0,4934	4,50	0,499998
1,61	0,4463	1,93	0,4732	2,50	0,4938	5,00	0,5
1,62	0,4474	1,94	0,4738	2,52	0,4941		
1,63	0,4484	1,95	0,4744	2,54	0,4945		



Таблиця 2. Критичні точки  $\chi^2$  - розподілу.

Число ступенів вільностей $k$	Рівень значимості		
	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,05$
1	3,8	6,6	10,8
2	6,0	9,2	13,8
3	7,8	11,3	16,3
4	9,5	13,3	18,5
5	11,1	15,1	20,5
6	12,6	16,8	22,5
7	14,1	18,5	24,3
8	15,5	20,1	21,6
9	16,9	21,7	27,9
10	18,3	23,2	29,6
11	19,7	24,7	31,3
12	21,0	26,2	32,9
13	22,4	27,7	34,5
14	23,7	29,1	36,1
15	25,0	30,6	37,7
16	26,3	32,0	39,3
17	27,6	33,4	40,8
18	28,9	34,8	42,3
19	30,1	36,2	43,8
20	31,4	37,6	45,3
21	32,7	38,9	46,8

Таблиця 3. Критичні точки  $t$ -розподілу Ст'юдента. Додаток 3.

Число ступенів вільності $k$	Рівень значимості		
	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,001$
1	12,7	63,7	637,0
2	4,30	9,92	31,6
3	3,18	5,84	12,9
4	2,78	4,60	8,61
5	2,57	4,03	6,86
6	2,45	3,71	5,96
7	2,36	3,50	5,40
8	2,31	3,36	5,04
9	2,26	3,25	4,78
10	2,23	3,17	4,59
11	2,20	3,11	4,44
12	2,18	3,05	4,32
13	2,16	3,01	4,22
14	2,14	2,98	4,14
15	2,13	2,95	4,07
16	2,12	2,92	4,01
17	2,11	2,90	3,96
18	2,10	2,88	3,92
19	2,09	2,86	3,88
20	2,09	2,85	3,85
21	2,08	2,83	3,82

Таблиця 4. Критичні точки розподілу F Фишера – Снедекора ( $\alpha=0,05$ ).  
Додаток 4.

$k_1 \backslash k_2$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	$\infty$
1	161,45	199,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	249,04	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,21
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,91
9	5,12	4,26	3,63	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,79
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,6	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,72	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76

<b>24</b>	<b>4,26</b>	<b>3,40</b>	<b>3,01</b>	<b>2,78</b>	<b>2,62</b>	<b>2,51</b>	<b>2,36</b>	<b>2,18</b>	<b>1,98</b>	<b>1,73</b>
-----------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------