Розділ 5. Оптимізація виробничих витрат

Лекція 5. Моделювання виробничих витрат у довготерміновому періоді

Мета лекції: надати студентам знання про основні принципи та методи моделювання виробничих витрат у довготерміновому періоді

План

1. Витрати підприємства.
2. Функції витрат у довготерміновому періоді
3. Довготермінові витрати та розширення масштабу виробництва
4. Функція витрат у короткотерміновому періоді
5. Функція витрат при змінному ефекті розширення обсягу виробництва

Ключові терміни та поняття: функція витрат, ізокоста, змінні витрати, сталі витрати, функція попиту на ресурси, довготермінові витрати, короткотермінові витрати.

5.1 Витрати підприємства

Витрати *C* підприємства залежать від кількості x_i i=1, 2,…, *n* ресурсів, що воно використовує, та цін на них, p_i, *i=1, 2,..., n* .Вони є вартісними оцінками витрат всіх ресурсів, тобто $x_i p_i$, i=1, 2,…, *n,* що використовують для виробництва даного виду продукції за умови, що невиробничі витрати відсутні, тобто вибрана технологія мінімальних можливих витрат:

$$\min_x C(x_1, x_2) = \min_x (p_1 x_1 + p_2 x_2),$$
$$A x_1^{\alpha} x_2^{\beta} = Q, x_i \geq 0, i = 1{,}2.$$

Функцію $C(x, p)$, що задовольняє ці умови, називають *функцію витрат*. Функція витрат характеризує мінімальну суму витрат як функцію обсягу виробництва та цін ресурсів, тобто функція витрат характеризує мінімальну суму витрат на виробництво фіксованого обсягу виробництва Q за умови, що підприємство використовує оптимальні комбінації ресурсів $C(Q) = \sum_i p_i x_i^*$, де символом * позначені витрати ресурсів при найбільш економічному способі виробництва.

Множину точок площини ресурсів при сталому сумі витрат підприємства *C* називають *ізокостою:* $p_1 x_1 + p_2 x_2 = C$.

У явному вигляді рівняння *ізокости* можна записати у вигляді:

$$x_2 = \frac{C}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1.$$

Збільшення суми витрат приводить до паралельного зсуву ізокости у напряму вгору та вправо від початку координат. Вплив цін на ресурси на положення ізокости проявляється у тому [9], що змінюються кутовий коефіцієнт нахилу ізокости, наприклад, при незмінній ціні другого ресурсу зниження ціни першого ресурсу спричиняє зменшення нахилу ізокости відносно осі першого ресурсу. Це означає, що при незмінному обсязі витрат другого ресурсу перший ресурс буде витрачатиметься тим більше, чим нижчою є його ціна. У подальшому будемо вважати, що для виробництва продукції будуть використовувати лише два види ресурси: $x_1 = L$ – трудові ресурси та $x_2 == K$ – основні виробничі фонди.

Розглянемо класифікацію витрат. З точки зору тривалості періоду часу розрізняють витрати у довгостроковому періоді (*довгострокові витрати*), що позначають C_L, та витрати у короткостроковому періоді чи *короткострокові витрати* C_S. У довгостроковому періоді всі ресурси є змінними. У короткостроковому періоді частина ресурсів є сталими, тобто їх кількість не може бути змінено на протязі цього періоді. У короткостроковому періоді витрати можна розділити на два види: *змінні витрати* C_V, що змінюються при зміні обсязі виробництва, а також *сталі витрати* C_F, що не залежать від величини обсягу виробництва. До змінних витрат відносять витрати на сировину, матеріали, оплату праці виробничого персоналу, до сталих витрат – витрати на утримання споруди, обладнання, адміністративні витрати, орендна плата, податки.

Отже, у короткому періоді часу витрати є сумою сталою та змінними витратами:

$$C_S(Q) = C_F + C_V(Q). \tag{5.1}$$

Для аналізу витрат використовують такі показники як граничні та середні витрати.

Граничні витрати MC характеризують зміну витрат, викликану зміною обсягу виробництва на одиницю продукцію, і визначаються рівністю:

$$MC(Q) = \frac{dC(Q)}{dQ} \approx \frac{\Delta C(Q)}{\Delta Q}.$$

Тут символ Δ використають для позначення приросту величини. Цей показник MC застосовують при аналізі витрат і в довготерміновому періоді, і у короткотерміновому періоді. Оскільки сталі витрати не залежать від обсягу виробництва, то короткотермінові граничні витрати з врахуванням (5.1)можна подати у вигляді:

$$MC_S(Q) = \frac{dC(Q)}{dQ} = \frac{d}{dQ}[C_F + C_V(Q)] = \frac{dC_V(Q)}{dQ}.$$

З цієї рівності зрозуміло, що короткотермінові граничні витрати характеризують приріст змінних витрат при одиничному приросту обсягу виробництва продукції.

Середні витрати AC показують витрати на одиницю виробленої продукції:

$$AC(Q) = \frac{C(Q)}{Q}.$$

З врахуванням (5.1) короткотермінові середні витрати можна подати у вигляді:

$$AC_S(Q) = \frac{C_S(Q)}{Q} = \frac{C_F + C_V(Q)}{Q} = \frac{C_F}{Q} + c_v.$$

Тут c_v – питомі змінні витрати, тобто змінні витрати на одиницю продукцію.

Звідси випливає, що короткотермінові витрати зменшуються зі збільшенням обсягу виробництва продукції, тобто спостерігається економія на розширенні виробництва у короткостроковому періоду.

5.2 Функції витрат у довготерміновому періоді

Функція витрат визначається у результаті розв'язання задачі мінімізації витрат на виробництво фіксованого сталого обсягу виробництва продукції Q. Цю задачу подаємо у вигляді [9]:

$$\min_x C(x_1, x_2) = \min_x (p_1 x_1 + p_2 x_2)$$

Для ВФ Кобба-Дугласа за умови $Q = A x_1^{\alpha} x_2^{\beta},\ x_i \geq 0, i = 1, 2$. У загальному вигляді мінімізація здійснюється при наявності обмеження у вигляді виразу для відповідної виробничої функції, де обсяг виробництва Q є сталим.

Ця задача має наглядну геометричну інтерпретацію. Якщо переміщувати ізокосту у напрямі до початку координат доти, доки вона має спільні точки з ізоквантою, що відповідає фіксованому обсягу виробництва Q_1, то розв'язком задачі мінімізації є точка перетину A ізокости та ізокванти. Множина всіх таких точок при різних значень обсягу виробництва Q утворюють *лінію довготермінового розвитку підприємства*. Точки, що знаходяться на цій лінії, характеризують мінімальні витрати виробництва, що відповідають фіксованим сталим обсягам виробництва продукції [9]. Можна довести, що для лінії довготермінового розвитку підприємства, утвореної точками комбінацій ресурсів, відношення граничних продуктів при даному виді виробничої функції дорівнює відношенню їх цін, тобто для цих точок виконується рівністю:

$$\frac{MQ_1}{MQ_2} = \frac{p_1}{p_2}. \tag{5.2}$$

Виразимо відомий фіксований обсяг виробництва Q у точці ринкової рівноваги через оптимальні обсяги використаних ресурсів. Розглянемо виробництво, що моделюється ВФ Кобба-Дугласа. Тоді

$$Q = A(x_1^*)^{\alpha}(x_2^*)^{\beta}. \tag{5.3}$$

Підставимо вирази граничних продуктів MQ_1та MQ_2 в умови мінімальності витрат (5.2) і знайдемо x_2^*. Отримаємо:

$$\frac{A\alpha(x_1^*)^{\alpha-1}(x_2^*)^{\beta}}{A(x_1^*)^{\alpha}(x_2^*)^{\beta-1}} = \frac{p_1}{p_2} \to x_2^* = \frac{\beta p_1}{\alpha p_2} x_1^* = h x_1^*, \tag{5.4}$$

де $h = \frac{\beta p_1}{\alpha p_2}$. Підставивши x_2^* з (5.4) у ВФ (5.3), знаходимо x_1^* як функцію обсягу виробництва:

$$Q = A\left(x_1^*\right)^{\alpha}\left(h x_1^*\right)^{\beta} \Rightarrow x_1^* = \left(\frac{Q}{h^{\beta} A}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \tag{5.5}$$

Вираз для $x_2^*(Q)$ знайдемо, використовуючи (5.4):

$$x_2^* = h \cdot x_1^* = \frac{\beta p_1}{\alpha p_2} \cdot \left(\frac{Q}{h^{\beta} A}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}. \tag{5.6}$$

Знайдені значення $x_1^*(Q)$, $x_2^*(Q)$ є *функціями попиту* на ресурси. Вони дозволяють при відомому обсязі виробництва Q визначити необхідні кількості ресурси, при яких досягаються мінімальні витрати.

Знайдемо функцію витрат як функцію Q. Для цього підставимо вирази для $x_1^*(Q)$, $x_2^*(Q)$ у вираз для функції витрат: $C(x_1, x_2) = p_1x_1 + p_2x_2$:

$$C(Q) = p_1\left(\frac{Q}{h^\beta A}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} + p_2\frac{\beta p_1}{\alpha p_2}\cdot\left(\frac{Q}{h^\beta A}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}},$$

$$C(Q) = p_1\left(1+\frac{\beta}{\alpha}\right)\left[A\left(\frac{\beta p_1}{\alpha p_2}\right)^\beta\right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}} Q^{\frac{1}{\alpha+\beta}} = DQ^{\frac{1}{\alpha+\beta}}, \quad (5.7)$$

$$D = p_1\left(1+\frac{\beta}{\alpha}\right)\left[A\left(\frac{\beta p_1}{\alpha p_2}\right)^\beta\right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}}.$$

Вираз (5.7) – це функція витрат, що є функцією обсягу виробництва, а не функцією витрачених ресурсів. Отримана функція відповідає великому терміну планування, тобто $C(Q) = C_L(Q)$.

У випадку відсутності ефекту збільшення масштабу $r = \alpha + \beta = 1$ функція витрат є лінійною функцію обсягу виробництва, що випливає з (5.7). Графік функції затрат є опуклою вгору при $r > 1$. Це означає, що при збільшенню обсягу виробництва відбувається відносне зменшення витрат, тобто спостерігається позитивний ефект розширення масштабу виробництва. У випадку $r < 1$ графік функція витрат є опуклий вниз, що відповідає швидшому зростанню темпу зростання витрат у порівнянні зі зростанням обсягу виробництва.

5.3 Довготермінові витрати та розширення масштабу виробництва

Найважливішим фактором, що визначає конфігурацію кривої $C_L(Q)$, є величина ефекту від масштабу виробництва. Для виробничої функції Кобба-Дугласа ця величина визначається значенням показника $r = \alpha + \beta$. У випадку $r = 1$, то крива витрат$C_L(Q)$ має вид променю, що виходить з початку координат, тобто довготермінові витрати зі збільшенням обсягу виробництва збільшуються у тій же пропорції, у якій зростає обсяг виробництва [6].

Розширення масштабу виробництва пов'язане з кратним збільшенням ресурсів, що використовує. Тому

$$\left(wx_1, wx_2\right) \Rightarrow \begin{cases} p_1(w_1x_1^*) + p_2(wx_2^*) = wC_L, \\ Q\left(wx_1^*, wx_2^*\right) = wQ\left(x_1^*, x_2^*\right). \end{cases}$$

Сума витрат, та обсяг виробництва продукції збільшується у w разів.

При зростанні віддачі від витрат, тобто при $r > 1$:

$$\left(wx_1, wx_2\right) \Rightarrow \begin{cases} p_1(w_1x_1^*) + p_2(wx_2^*) = wC_L, \\ Q\left(wx_1^*, wx_2^*\right) = w^rQ\left(x_1^*, x_2^*\right). \end{cases}$$

Оскільки у цьому випадку $w^r > w$, то зростання обсягу виробництва випереджує зростання витрат. Зауважимо, що витрати зі збільшенням виробництва і у цьому випадку теж зростають, але зростають повільніше.

При $r < 1$ спостерігаємо зменшення віддачі від масштабу виробництва у цьому випадку $w^r < w$, тобто при незмінних цінах витрати зростають швидше, ніж обсяг виробництва [6].

Розглянемо довготермінові середні та граничні витрати. Довготермінові середні витрати визначається наступним чином:

$$AC_L(Q) = \frac{C_L(Q)}{Q} = DQ^{\frac{1}{r}-1}. \qquad (5.8)$$

Довготермінові витрати визначаються за означенням граничних витрат:

$$MC_L(Q)=\frac{\partial C_L(Q)}{\partial Q} = \frac{1}{r}DQ^{\frac{1}{r}-1} = \frac{1}{r}AC_L(Q). \qquad (5.9)$$

З порівняння формул (5.8) та (5.9) видно, що форми графіків довготермінових граничних та середніх витрат однакові, відрізняються розташуванням з-за множника ${}^{1}/_{r}$. Якщо $\frac{1}{r} = 1$, то ці графіки співпадають, при $\frac{1}{r} > 1$, крива $MC_L(Q)$ розташована вище кривої середній витрат $AC_L(Q)$, у випадку $\frac{1}{r} < 1$, графік $MC_L(Q)$ знаходиться під графіком $AC_L(Q)$.

Позитивний ефект масштабу виробництва полягає у тому, що величини середніх та граничних витрат зменшуються зі збільшенням обсягу виробництва, причому зменшення граничних витрат відбувається з випередженням.

5.4 Функція витрат у короткотерміновому періоді

У короткотерміновому періоді кількості деяких ресурсів не може бути змінено. Будемо вважати, що у двофакторній моделі виробництва кількість другого ресурсу залишається сталою: $x_2 = b_2 = const$. Тоді задача мінімізації короткотермінових витрат при сталому фіксованому обсязі Q виробництва має вигляд:

$$\min_{x_1} C(x_{1,}, x_2) = \min_{x_1}(p_1x_1 + p_2x_2),$$
$$Ax_1^{\alpha}x_2^{\beta} = Q, x_1 \geq 0, x_2 = b.$$

Ця задача має просту геометричну інтерпретацію. Якщо переміщати ізокости у напрямі до початку координат, пока ізокоста не перетне ізокванту, що відповідає обсягу виробництво Q, у точці її перетину з лініями сталого ресурсу, то розв'язком задачі мінімізації витрат буде спільна точка ізокости C_3, фіксованої ізокванти Q та лінії сталого ресурсу. Довготермінові витрати C_3 при том же обсязі виробництва Q визначаються точкою дотику ізокости C_3 та фіксованої ізокванти Q у точці з координатами $(x_1^*,\ x_2^*)$, при цьому довготермінові витрати не перевищують суми короткотермінових витрат, оскільки ізокоста C_3 розташована не вище ізокости C_2. Таким чином, витрати на випуск одного й того ж обсягу виробництва у довготерміновому періоді не більше, ніж у короткотерміновому періоду. Ці виробничі витрати можуть бути і рівними між собою. Можна показати, що сума витрат у довготерміновому періоді не більше, ніж у короткотерміновому періоді при необмеженому збільшенні наявного обсягу ресурсу.

Розглянемо аналітичне розв’язання задачі мінімізації короткотермінових витрат при сталому обсязі виробництва. Для визначення величини ресурсів x_1 потрібно розв’язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} Ax_1^{\alpha} x_2^{\beta} = Q; \\ x_2 = b_2. \end{cases}$$

Перше рівняння цієї системи характеризує фіксовану ізокванту Q, а другу – лінію сталого ресурсу. Шукане значення x_1 дорівнює:

$$x_1^{\alpha} = \frac{Q}{Ab_2^{\beta}} \to x_1(Q) = \left(\frac{Q}{Ab_2^{\beta}}\right)^{\frac{1}{\alpha}} = \left(\frac{1}{Ab_2^{\beta}}\right)^{\frac{1}{\alpha}} Q^{\frac{1}{\alpha}} = gQ^{\frac{1}{\alpha}}. \qquad (5.10)$$

Тут $g = \left(\frac{1}{Ab_2^{\beta}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$. Формула (5.10) дозволяє розрахувати потрібну кількість змінного ресурсу $x_1(Q)$, що забезпечує зі сталим ресурсом x_2 обсяг виробництва Q. При цьому кількості ресурсів $x_1(Q)$, $x_2 = b$ дозволяють підприємству виробляти обсяг Q з мінімальними витратами. Визначим ці витрати:

$$C_S(Q) = p_1 x_1(Q) + p_2 b_2 = p_1 g Q^{\frac{1}{\alpha}} + p_2 b_2. \qquad (5.11)$$

Перший доданок у функції короткотермінових витрат є сумою змінних витрат, а другий – відображає внесок сталих короткотермінових витрат.

5.5 Функція витрат при змінному ефекті розширення обсягу виробництва

Перед цим ми вважали, що показник ефекту масштабу r не залежить від обсягу виробництва. Проте у багатьох виробничих процесах зростаюча віддача від розширення масштабу виробництва ($r > 1$) змінюється при досягненні певного обсягу виробництва спочатку сталою віддачою ($r = 1$), а потім спадною ($r < 1$). Виробничій функції зі змінним типом віддачі від розширення масштабу виробництва відповідає зміна форми кривих витрат [9] .

Знайдемо аналітичний вираз функції довготермінових витрат з врахуванням формули (5.7):

$$C_L(Q) = DQ^{\frac{1}{r(Q)}}. \qquad (5.12)$$

Для випадку, коли показник степеню однорідності є лінійно спадною функцією обсягу виробництва. Його максимальне значення r_{max} при обсязі виробництва Q_{min}.спадає до мінімального значення r_{min} при Q_{max}. Можна показати, що графік функції сукупних витрат при значенні Q, що відповідає значення $r = 1$, має точку перегину. До цього значення аргументу, графік є опуклим вгору, після нього він стає опуклим вниз [9]. Тому криву довготермінових витрат при змінному ефекті розширення масштабу виробництва називають «S-подібною» кривою у зв’язку з її виглядом.

Розглянемо функцію витрат у короткотерміновому періоді. З врахуванням формули (5.11) вираз суми таких витрат можна перетворити до вигляду:

$$\mathrm{C}_S(Q) = p_1 g Q^{\frac{1}{\alpha(Q)}} + p_2 b_2.$$

Середні значення довготермінових витрат отримаємо, поділивши функцію витрат (5.12) на Q. Отже, розрахункова формула для довготермінових середніх витрат має вигляд:

$$AC_L(Q) = \frac{1}{Q} C_L(Q) = DQ^{\frac{1}{r(Q)}-1}.$$

Аналогічно, отримуємо формулу для розрахунку середніх короткотермінових витрат:

$$A\mathrm{C}_S(Q) = \frac{C_S(Q)}{Q} = p_1 g Q^{\frac{1}{\alpha(Q)}-1} + \frac{p_2 b_2}{Q}.$$

У цьому виразі перший доданок характеризує середні змінні витрати AC_V, а другий доданок – середні сталі витрати AC_F. Показник степеню $\frac{1}{r(Q)} - 1$ у формулі для середніх довготермінових витрат визначає поведінку графіка функції довготермінових середніх витрат: якщо $\frac{1}{r(Q)} - 1 < 0$, тобто при значеннях $r(Q) > 1$, крива довготермінових середніх витрат є спадною. При $r(Q) = 1$, тобто виконується рівність $\frac{1}{r(Q)} - 1 = 0$, функція довготермінових середніх витрат є сталою, при всіх значеннях аргументу її значення дорівнює D. При $r(Q) < 1$ маємо $\frac{1}{r(Q)} - 1 > 0$, тому крива середніх довготермінових витрат є зростаючою.

Питання та завдання для самоконтроля до розділу 5

1. Наведіть класифікацію витрат підприємства.
2. Поясніть, що таке функція витрат і як її побудувати. Яка інформація для цього потрібна?
3. Наведіть геометричну інтерпретацію функції витрат у довготерміновому періоді.
4. Поясніть, як визначають довготермінові середні та граничні витрати.
5. Розкрийте зміст та призначення лінії довготермінового розвитку підприємства.
6. Вкажіть математичні методи розв’язання задач мінімізації витрат.
7. Поясніть, чим функція витрат при змінному ефекті розширення обсягу виробництва відрізняється від аналогічної функції для сталого ефекту розширення виробництва.
8. Запишіть функції витрат у довготерміновому та короткотермінових періодах.

Розв’яжіть наступні завдання.

1. Підприємство, що займається виробництвом тканини, використається 2 видами ресурсами: пряжею за ціною 10 г.о./кг та робочу силу, оплата праці щомісячно 1 працівника складає 2000 г.о. у місяць. Побудуйте ізокости для щомісячних витрат 100 тис. г.о., 200 тис. г.о. Визначте, для щомісячних затрат 100 тис. г.о. при споживанні 5 тон пряжі, скільки потрібно бути працівників?

Якщо підприємство готове збільшити щомісячні витрати до 200 тис. г.о., скільки працівників воно може найняти?

2. Завод, що виробляє скло, покупає сировину для виробництва: пісок по ціні 4 тис. г.о./т та паливо по ціні 7 тис. г.о./т. Визначити характер кривих довготермінових витрат$C_L(Q)$при різних типах ефекту розширення масштабів виробництва: відсутній ефект розширення масштабу виробництва($\alpha = 0{,}3;\ \beta = 0{,}7$; зростаюча віддача від розширення масштаба ($\alpha = 0{,}4;\ \beta = 0{,}8$; спадна віддача від розширення масштабу виробництва ($\alpha = 0{,}2;\ \beta = 0{,}6$). Значення коефіцієнту $\mathrm{A} = 1$, Використовуючи побудований графік, визначити величину витрат заводу, що працює в економному режимі при виробництві 4 тон скла у місяць, якщо ефект розширення масштабу відсутній.

3. В умовах попередньої задачі побудувати та проаналізувати графіки $AC_L(Q), MC_L(Q)$. Розглянути випадки сталої віддачі від розширення масштабу виробництва $(r = 1)$, зростаючої віддачі від розширення масштабу виробництва $(r > 1)$ та спадної віддачі від розширення масштабу виробництва $(r < 1)$.

4. Для підприємства з попереднього прикладу, визначити витрати у випадку, коли поставки палива обмежені 2 тони на місяць при відсутності ефекту розширення масштабу $\alpha = 0{,}3;\ \beta = 0{,}7$, якщо обсяг виробництва скла склав 4 тони.

5. На підприємстві для виробництва продукції використовують сировину A_1 по ціні 20 г.о. за 1кг та сировину A_2, ціна якої складає 30 г.о.за 1 кг. Коефіцієнти еластичності виробництва по ресурсам складають відповідно $\frac{1}{7}$ та $\frac{1}{6}$. 1) Визначити функції попиту на ресурсу та функцію витрат, якщо споживання ресурсів не обмежене, а технологія виробництва моделюється ВФ Кобба-Дугласа. Побудувати графіки цих функцій. 2) Розв'яжіть цю задачу, якщо за умовами договором з постачальником постачання сировини A_2, обмежене 500 кг на місяць. Визначити функції середніх витрат для випадку 1) та 2).

Розділ 6. Теорія діяльності комерційного підприємства

Лекція 6. Моделювання раціональної комерційної діяльності

Мета лекції: з'ясувати мету та задачі моделювання раціональної комерційної діяльності

План

1. Раціональна комерційна діяльність
2. Раціональна діяльність підприємства в умовах досконалої конкуренції
3. Аналіз беззбитковості

Ключові терміни та поняття: комерційне підприємство, ізопрофіта, досконала конкуренція, беззбитковість, критичний обсяг виробництва

6.1 Раціональна комерційна діяльність

Комерційне підприємство – це самостійно суб’єкт господарської діяльності, створений для виробництва продукції, виконання робіт, надання послуг з метою отримання прибутку. В процесі комерційної діяльності підприємство витрачає економічні фактори (придбані ресурси) і реалізує створені товари, виконані роботи чи надані послуги.

Перед підприємством стоїть задача вибору раціонального (найвигіднішого) способу здійснення комерційної діяльності. В умови цієї задачі входять [10]: 1) вектор цін на фактори виробництва $\bar{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, що визначаються ринковою рівновагою, а не самим підприємством; 2) номенклатура ресурсів виробництва $\bar{\mathrm{x}} = (\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \dots, \mathrm{x}_{\text{п}})$, 3) виробнича функція $Q = Q(\bar{x})$, 4) рівень ціни продукції підприємства, що визначається ринковою рівновагою, 5) характеристики ринка, що визначають формування цін на товар та ресурси: ринок досконалої конкуренції при великій кількості взаємно незалежних підприємств, що виробляють стандартизовану продукцію, не впливаючи на рівень цін на неї; недоскональна конкуренція (монополістична конкуренція, олігополія, монополія); 6) тривалість періоду: довготерміновий період на протязі якого підприємство має можливість вибирати будь-який невід’ємний вектор витрат $\bar{\mathrm{x}} \geq 0$; короткостроковий період, у межах можливий вибір вектора витрат, обмежений $\bar{x} \leq \bar{b}$.

Основна задача комерційного підприємства (надалі говорячи про підприємство, маємо на увазі комерційне підприємство) полягає у виборі: а) асортименту та обсязі виробництва, тобто, що виробляти та у якій кількості; б) ВФ та суми витрат, тобто яким технологічним способом здійснювати виробництво та з якими витратами, щоб максимізувати прибуток [10].

Підприємство формує фінансовий результат (прибуток чи збиток) продажу як різницю періодичного доходу R та витрат виробництва та реалізації C: $P = R - C$. Доход за період визначається як добуток обсягу реалізації продукції на її ціну: $R = p_0 Q(\bar{x})$. Витрати виробництва складають з витратам на придбання всіх необхідних ресурсів, використаних у виробничому процесі: $C = p_1 x_1 + p_2 x_2$.

Підприємство повинно вибрати вектор ресурсів , при якому прибуток підприємства максимальний:

$$P = (p_0 Q - p_1 x_1 - p_2 x_{2)} \to max.$$

Якщо залежність суми прибутку від обсягів витрат факторів виробництва подана у вигляді

$$P(x_1, x_2) = p_0 Q(x_1, x_2) - p_1 x_1 - p_2 x_{2)},$$

то, виразивши з цього співвідношення об’єм виробництва продукції

$$Q(x_1, x_2) = \frac{P}{p_0} + \frac{p_1}{p_0} x_1 + \frac{p_2}{p_0} x_2,$$

отримаємо залежність обсягу виробництва Q від величини витрачених ресурсів при деякому значенні прибутку P, яку називають *ізопрофітою* (ізопрофітною поверхню) [9]. Якщо один з факторів виробництва (наприклад*, $x_{2)}$*, , то ізопрофіта є прямою лінією з кутовим коефіцієнтом, що дорівнює співвідношенням цін змінного фактору та продукту, оскільки граничний продукт дорівнює кутовому дотичної до кривої виробництва: $MQ_1 = \frac{\partial Q_1}{\partial x_1} = \frac{P_1}{p_0}$.

Отже, у деякій точці ізопрофіта дотикається до кривої виробництва [9]. Абсциса точки дотику x_1^* – це оптимальна витрата ресурсу x_1, що забезпечує максимальну суму прибутку при конкретному вигляді виробничої функції.

6.2 Раціональна діяльність підприємства в умовах досконалої конкуренції

Досконала конкуренція як одна з моделей ринку має наступні особливості:

1) наявність великої кількості підприємств, що реалізують стандартизовані товари чи послуги;
2) доступ на ринок є вільним, тому здійснюється вільне переміщення ресурсів;
3) обсяг продукції окремого підприємства незначний у порівнянні з обсягом реалізації цієї продукції на всьому ринку, тому кожне підприємство продає продукцію за ціною, що склалась у результаті ринкової рівноваги і не може впливати на цю ціну.

В цих умовах функція пропозиції, тобто залежність ціни пропозиції від її обсягу, має графік, який зі зростанням обсягу пропозиції, асимптотично наближається до горизонтальної прямої, тобто ціна пропозиції не залежить від величини пропозиції з боку підприємства. Таким чином, умова досконалої конкуренції математично має вигляд:

$$\frac{\partial p_0}{\partial Q} = 0, \frac{\partial p_i}{\partial x_i} = 0, i = 1, 2, \dots, n.$$

З'ясуємо умови оптимальності діяльності у довготерміновому перспективі. Розглянемо його діяльність у довготерміновому періоді при необмежених факторах виробництва. В умовах досконалої конкуренції основна задача підприємства

$$P = (p_0 Q - p_1 x_1 - p_2 x_{2)} \to max.$$

Її можна розв'язати у відповідності з необхідними умовами екстремуму функції однієї змінної. Згадаємо ці умови:

1) умова першого порядку $\frac{dP(Q^*)}{dQ} = 0;$ (6.1)

2) умова другого порядку $\frac{d^2P(Q^*)}{dQ^2} < 0;$ (6.2)

Тут Q^* – оптимальне значення обсягу виробництва продукції.

З умови першого порядку випливає, що

$$\frac{dP(Q)}{dQ} = \frac{d}{dQ}[p_0 Q - C(Q)] = 0 \to p_0 = \frac{dC(Q)}{dQ} = MC(Q).$$

Оскільки ціна пропозиції продукту – це граничний дохід MR, тобто приріст доходу підприємства у розрахунок на кожну додаткову одиницю продукції, отже

$$p_0 = \frac{d}{dQ}(p_0 Q) = \frac{dR}{dQ} = MR,$$

тобто з умови першого порядку випливає необхідна умова рівності граничного доходу граничним витратам при оптимальному обсягу виробництва:

$$MC(Q^*) = MR(Q^*). \qquad (6.3)$$

Умова другого порядку зводиться до нерівності:

$$\frac{d^2P(Q)}{DQ^2} = \frac{d}{dQ}[p_0 - MC(Q)] = -\frac{dMC(Q^*)}{dQ} < 0 \ \rightarrow \frac{dMC(Q^*)}{dQ} > 0,$$

тобто при оптимальному обсягу виробництва граничні витрати повинні зростати.

Умова рівності граничного доходу граничним витратам $MR = MC$ є орієнтиром оптимальності обсягу виробництва з точки зору прибутку і для інших моделей ринку, але лише при досконалій конкуренції можна замінити граничним доходом ціною, тобто умова $p_0 = MC$ є окремим випадком умови $MR = MC$.

Отже, при планування виробничої програми підприємства тип моделі, що використовується, залежить від періоду часу планування.

6.3 Аналіз беззбитковості

Розглянута методика планування, розглянута вище, знайшла застосуванні при аналізі беззбитковості виробничої діяльності підприємства. *Беззбитковість* – це такий фінансово-господарський стан підприємства, при якому його дохід дорівнює його витратам. Обсяг виробництва, при якому досягається стан беззбитковості, називають *критичним*.

Зробимо наступні припущення:

1) розглядається модель досконалої конкуренції, тобто, значення граничного доходу є стале і дорівнює ціні продукту, тому лінія доходу є пряма;
2) віддача від розширення виробництва вважається сталим, тому функція витрат є лінійною функцією обсягу виробництва;
3) розглядається короткостроковий термін планування, внаслідок чого функція витрат подається у вигляді суми сталих та змінних витрат

З врахуванням зроблених припущень використовують наступні підходи до проблеми оцінки рентабельності і плану виробництва [9].

1. Здійснюється порівняння валового доходу підприємства з його валовими витратами та відокремлення зони прибутковості від зони збитковості виробничої діяльності підприємства. Вираз для критичного обсягу виробництва, що розділяє ці зони, отримуємо з умови рівності доходів та витрат:

   $$p_0Q = C_F + C_vQ \ \rightarrow \ Q_k = \frac{C_F}{p_0 - c_v}.$$

   Тут c_v – середні змінні витрати. Значення обсягу виробництва, при якому досягається беззбитковість в умовах покриття змінних витрат ціною реалізації продукції, називають *критичним значенням* [8].

2. Співставлення середнього доходу $AR(Q) = p_0$ та середніх витрат $AC(Q)$ визначає зони прибутку та збитку.
3. Порівняння граничного доходу $MR(Q)$ та граничних витрат $MC(Q)$ дозволяє визначити можливості подальшої діяльності підприємства, оскільки для моделі досконалої конкуренції

$$MR = \frac{\partial R}{\partial Q} = p_0,$$

В умовах короткотермінового періоду середні граничні витрати дорівнюють середнім змінним витратам $MC = \frac{\partial C}{\partial Q} = AC_v = c_v$, то у цьому випадку потрібно порівняти значення ціни продукту і величину питомих середніх витрат. Якщо $p_0 < c_v$, то виробництво потрібно припиняти.

Визначення точки беззбитковості є необхідним важливим етапом розробки виробничої програми підприємства.

Питання та завдання для самоконтроля до розділу 6

1. Поясніть, яку комерційну діяльність вважають раціональною.
2. Вкажіть фактори, що впливають на величину прибутку підприємства.
3. Яку криву називають ізопрофітою?
4. Вкажіть основні риси ринку досконалої конкуренції.
5. Назвіть необхідні та достатні умови функції однієї змінної.
6. Вкажіть критерій оптимальності обсягу виробництва.
7. Розкрийте зміст аналізу беззбитковості.
8. Наведіть формулу для розрахунку точки беззбитковості.

Розв'яжіть наведені нижче завдання.

1. Млин купляє зерно за ціною 200 г.о. за тону і електроенергію по ціні 300 г.о. за кіловат-годину і реалізує борошно за ціною 10 тис. грн. за 1 тону. Визначити для нього оптимальний обсяг виробництва при різних типах ефекту розширення масштабів виробництва: а) зростаюча віддача від розширення масштабу виробництва $\alpha = 0{,}8$; $\beta = 0{,}6$; б) спадна віддача від розширення масштабу виробництва $\alpha = 0{,}2$; $\beta = 0{,}6$; в) відсутність ефекту масштабу $\alpha = 0{,}3$; $\beta = 0{,}7$.

2. Розв'язати завдання 1, якщо поставки зерна обмежені обсягом 400 т на рік.

3. Підприємство з виробництва меблі за місяць складає 100 стільців, ціна продукції 5 г.о. Змінні витрати складає 2 г.о. на одиницю продукції, сума сталих витрат 110 г.о. Оцінити програму підприємства з точки зору беззбитковості.

4. Нехай млин (описаний у завданні 1), що купляє зерно за ціну 200 г.о. за тону і енергію за 300 г.о. за кіловат-годину є монополістом, то ціна його продукцію знижується зі збільшенням обсягу реалізації $p_0 = 10000 - 2Q$ г.о. за тону. Визначити оптимальний обсяг виробництва: а) при спадній віддачі від розширення масштабу $(r = 0{,}5)$, $\alpha = 0{,}2$; $\beta = 0{,}3$; б) при відсутності ефекту розширення виробництва $(r = 1)$ $\alpha = 0{,}2$; $\beta = 0{,}7$.

5. Підприємство з виготовлення лінолеуму використовує наступну сировину: пластмасу вартістю 5 г.о. за 1 кг та барвник вартістю 8 г.о. за 1 кг та продає лінолеум по 100 г.о. за 1 $м^2$. Коефіцієнти виробничої функції α=0,5; β=0,5, A=1. Підприємство діє на ринку досконалої конкуренції. Визначити функцію попиту на ресурсу, оптимальний обсяг виробництва та максимальне значення прибутку у довготерміновому періоді.

6. Розв'язати задачу 1 для наступних випадків: а) зростаючої віддачі від розширення масштабу при α=0,8; β=0,6; б) спадної віддачі від розширення масштабу при α=0,2; β=0,6; в) відсутності ефекту розширення масштабу виробництва при α=0,3; β=0,7.

7. Розв'яжіть задачі 1 та 2 в умовах короткотермінового періоду, якщо обсяг витрат першого ресурсу зафіксований, закупівлі пластмаси обмежені 10 кг в день.

8. Знайдіть точку беззбитковості виробничої програми підприємства у короткотерміновому періоді, якщо в умовах задачі 1 ціна лінолеуму дорівнює 100 г.о. за 1 м^2, сталі витрати – 2 млн. г.о., змінні витрати – 80 г.о. за 1 м^2.

9. Підприємство, що діє на ринку послуг зв'язку, в умовах недосконалої конкуренції, платить за користування частотами (1-й ресурс) 300 г.о. за 1 год, праця операторів – 2-й ресурс, фонд оплати праці на 1 оператора 0,06 г.о. за 1 год. Ціна послуги зв'язку у підприємства $p_0 = 1000 - 0{,}1Q$ (г.о. за 1 годину послуг зв'язку). Знайти оптимальний обсяг виробництва (надавання послуг) при A=1 та спадного ефекту від розширення масштабу при α=0,1; β=0,4 та при відсутності ефекту розширення масштабу виробництва при α=0,4; β=0,6. Знайти оптимальний з точку зору максимуму прибутку обсяг послуг. Визначити максимальний прибуток та попит на ресурси.

10. Два підприємства зв'язку працюють в умовах дуполії Курно, функції витрат за рік подаються виразом $\mathrm{C}_i = cQ_i + d, i = 1{,}2; c = 2$ (г.о. за хв), $d = 2$ (тис. г.о.), функції попиту мають вигляд: $p_0 = a - b(Q_1 + Q_2), a = 100$ г.о. (за хвилину), $b = 0{,}05$ г.о. за хвилину. Визначити рівноважний обсяг виробництва та величину прибутку кожного підприємства при цьому обсязі. Знайдіть ці величини, якщо перше підприємство вважає, що конкурент реагує у відповідності з гіпотезою Курно.

Розділ 7. Оптимізація виробничої діяльності в умовах конкурентного середовища

Лекція 7. Розробка виробничої програми для різних умов конкуренції

Мета лекції: оволодіння студентами знаннями про розробку виробничої програми підприємства для різних умов конкуренції

План

1. Планування за конкурентною моделлю
2. Раціональна комерційна діяльність в умовах монополістичної конкуренції
3. Раціональна комерційна діяльність в умовах олігополії та олігопсонії

Ключові терміни та поняття: функція пропозиції підприємства, монополістична конкуренція, олігополія, олігопсонія, дуполія

7.1 Планування за конкурентною моделлю

Отримані у попередньому розділі необхідні умови оптимальності виробничої програми підприємства отримані без врахування обмежень, що мають місце в зв'язку з обмеженістю ресурсів підприємства. Розглянута вище модель є схемою визначення оптимального обсягу виробництва у довготерміновому періоді часу [8]. У довготерміновому періоді задача раціональної комерційної діяльності підприємства є задачею безумовної оптимізації.

Розглянемо модель довготермінового планування

$$\max P = max[p_0 Q(\bar{x}) - p_1 x_1 - p_2 x_2]$$

у випадку двохфакторної виробничої функції Кобба-Дугласа.

$$Q = A x_1^{\alpha} x_2^{\beta}. \tag{7.1}$$

Умови оптимальності першого порядку дозволяють визначити величину витрат кожного фактору виробництва, що забезпечують максимальне значення прибутку:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial x_1} = p_0 \dfrac{\partial Q}{\partial x_1} - p_1 = 0, \\ \dfrac{\partial P}{\partial x_2} = p_0 \dfrac{\partial Q}{\partial x_2} - p_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_0 \dfrac{\partial Q}{\partial x_1} = p_1, \\ p_0 \dfrac{\partial Q}{\partial x_2} = p_2. \end{cases} \tag{7.2}$$

Умови (7.2) є необхідними умовами умовами оптимальності у довготерміновому періоді. Диференціюючи вираз виробничої функції (7.1) і підставивши похідні у (7.4), отримуємо:

$$\begin{cases} p_0 \alpha \dfrac{Q}{x_1^*} = p_1, \\ p_0 \beta \dfrac{Q}{x_2^*} = p_2. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1^* = \alpha Q \dfrac{p_0}{p_1}, \\ x_2^* = \beta Q \dfrac{p_0}{p_2}. \end{cases} \tag{7.3}$$

Рівності (7.3) значать, що витрати ресурси пропорційні планованому обсягу Q виробництва продукції і обернені пропорційні цінам придбання відповідних ресурсів. Вирази (7.3) – це функції попиту на ресурсів у довгостроковому періоді при досконалій конкуренції. З рівнянь (7.3) випливає, що виконується рівність:

$$x_2^* = \frac{\beta}{\alpha} \frac{p_1 x_1^*}{p_2},$$

тобто залежність витрат одного ресурсу від іншого є лінійною функцією.

Розглянемо задачу визначення обсягу виробництва продукції Q^*, що забезпечує максимальний прибуток, якщо виробничий процес подається ВФ Кобба-Дугласа [10]. Підставимо функції попиту (3.7) на фактори виробництва у ВФ Кобба-Дугласа (7.2):

$$Q^* = A\left(\frac{p_0 \alpha}{p_1} Q^*\right)^{\alpha} \left(\frac{p_0 \beta}{p_2} Q^*\right)^{\beta} = A\left(\frac{p_0 \alpha}{p_1}\right)^{\alpha} \left(\frac{p_0 \beta}{p_2}\right)^{\beta} \left(Q^*\right)^{\alpha+\beta}.$$

Отримали рівняння, з якого визначимо обсяг виробництва продукції Q^*, що забезпечує максимальний прибуток:

$$\frac{Q^*}{\left(Q^*\right)^{\alpha+\beta}} = \left(Q^*\right)^{1-(\alpha+\beta)} = A\left(\frac{p_0\alpha}{p_1}\right)^{\alpha}\left(\frac{p_0\beta}{p_2}\right)^{\beta},$$

$$\left(Q^*\right) = A^{\frac{1}{1-(\alpha+\beta)}}\left(\frac{p_0\alpha}{p_1}\right)^{\frac{\alpha}{1-(\alpha+\beta)}}\left(\frac{p_0\beta}{p_2}\right)^{\frac{\beta}{1-(\alpha+\beta)}}. \qquad (7.4)$$

Отже, у випадку позитивного ефекту розширення масштабу виробництва $(\alpha+\beta) > 1$, якщо показники степеню $\frac{\alpha}{1-(\alpha+\beta)} < 0, \frac{\beta}{1-(\alpha+\beta)} < 0.$

Оптимальне значення обсягу виробництва продукції тим більше, чим нижча ціна продукту у порівнянні з цінами ресурсів. При негативному ефекті розширенні масштабу виробництва спостерігається зворотна ситуація: чим більше ціна продукту перевищує ціни ресурсів, тим більше значення досягає оптимальний обсяг виробництва.

Отриманий вираз (7.4) оптимального обсягу виробництва продукції як функції ціни продукції та ціни ресурсів називають *функцію пропозиції* підприємства з ВФ Кобба-Дугласа: $Q^* = Q^*(p_0, p_1, p_2)$. Цю функцію можна використати для побудови кривої пропозиції, що відображає залежність ціни пропозиції від обсягу пропозиції підприємства:

$$Q^* = A^{\frac{1}{1-(\alpha+\beta)}}\left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{\frac{\alpha}{1-(\alpha+\beta)}}\left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{\frac{\beta}{1-(\alpha+\beta)}} p_0^{\frac{\alpha+\beta}{1-(\alpha+\beta)}} \Rightarrow \left(Q^*\right)^{\frac{1-r}{r}} = Zp_0,$$

де $Z = A^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$ – це стала величина, що не залежить від ціни продукту: $r = \alpha + \beta$ – це ступінь однорідності виробничої функції. Тому отримуємо рівняння кривої пропозиції у вигляді:

$$p_0 = \frac{1}{Z}(Q^*)^{\frac{1-r}{r}}.$$

При віддачі, що збільшується з розширенням виробництва, коли витрати підприємства зростають сповільненими темпами у порівнянням зі зростання виробництва, тобто середня собівартість продукції зменшується, у підприємства є можливість продавати більший обсяг продукції за зниженій ціні, продовжуючи отримати максимальний прибуток. Ця ситуація використовуємо підприємство при виході на новий ринок [10].

Стала віддача від розширення виробництва проявляється в тому, що середня собівартість продукції не змінюється, що створює можливість підприємству зберігати ціну продукції незмінною. Така ситуація є характерною для стратегії стабільного розвитку підприємства, що діє у режимі планового завантаження.

Спадна віддача від розширення виробництва, пов’язана зі зростанням собівартості продукції, обумовлює необхідність підвищення ціни при збільшенні пропозиції з метою збереження прибутку. Це знижує конкурентоздатність продукції і зменшує ринок її збуту.

У межах короткотермінового періоду обмеження на ресурсу приводить до обмеження на обсяг виробництва $Q \leq \bar{Q}$ і відповідному обмеженню величини прибутку, яка може в цьому випадку не досягати оптимального значення, у цьому випадку $\bar{Q} \leq Q^*$, тобто значення $\bar{Q}$, що визначається обмеженням на витрату ресурсів $g(\bar{x}) \leq \bar{b}$у, слід розглядати як оптимальний обсяг виробництві у короткотерміновому періоді.

Отже, якщо у довготерміновому періоді задача раціоналізації комерційної діяльності сформулювалась як задача безумовної оптимізації, то при короткотерміновому плануванні виникає задача визначення умовного екстремуму.

При короткотерміновому плануванні нехай перший ресурс обмежений величиною запасу b_1, а другий ресурс є у необмеженій кількості. Для розв'язування задачі на умовний екстремум використаємо метод Лагранжа. Згідно з алгоритмом цього методу, потрібно скласти функцію Лагранжа. У випадків двох факторів виробництва та одного обмеження вона має вигляд:

$$L = p_0 Q(x_1, x_2) - (p_1 x_1 + p_2 x_2) + \lambda(b_1 - x_1). \qquad (7.5)$$

Необхідні умови екстремуму функції Лагранжа набувають вигляд:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x_1} = p_0 \dfrac{\partial Q}{\partial x_1} - p_1 - \lambda = 0, \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_2} = p_0 \dfrac{\partial Q}{\partial x_2} - p_2 = 0, \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = b_1 - x_1 = 0, \dfrac{\partial L}{\partial b_1} = \lambda = 0. \end{cases} \qquad (7.6)$$

З врахуванням виду виробничої функції Кобба-Дугласа з необхідних умов оптимальності випливає:

$$\begin{cases} p_0 \alpha \dfrac{Q}{x_1} - p_1 - \lambda = 0, \\ p_0 \beta \dfrac{Q}{x_2} - p_2 = 0, \\ (b_1 - x_1)\lambda = 0. \end{cases} \qquad (7.7)$$

Вирази (7.7) є об'єднанням умов $b_1 - x_1 = 0$ та $\lambda = 0$. Ці умови не можуть виконуватися сумісно.

Якщо $b_1 - x_1 > 0$, тобто $x_1 < b_1$. множник Лагранжа λ показує величину приросту доходу, який можна отримати з одиниці невикористовуваного ресурсу x_1, то $\lambda = 0$. Якщо $b_1 - x_1 = 0$, тобто ресурс x_1 використовують у повному обсязі, то значення λ може бути будь-яким, $\lambda \neq 0$. Якщо $b_1 - x_1 < 0$, тобто $x_1 > b_1$, то множник Лагранжа у цьому випадку є сумою зниження доходу з одиниці перевищення запасу ресурсу, перевищення вважається неможливим, то тут $\lambda = 0$.

Отже, при короткотерміновому плануванні можливі два випадки [9].

1) Зміни обсягу виробництва до деякої величини, обмеженої умовою $x_1 < b_1$, тобто з першого рівняння (7.7) при $\lambda = 0$ та $x_1 = b_1$:

$$0 < Q < \tilde{Q} = \frac{p_1 x_1}{p_0 \alpha} = \frac{p_1 b_1}{p_0 \alpha}$$

У цьому випадку оптимальні значення факторів розрахуються так само, як і у довготерміновому періоді (оскільки $\lambda = 0$):

$$x_1^* = \alpha Q \frac{p_0}{p_1}, x_2^* = \beta Q \frac{p_0}{p_2}.$$

2) Більша зміна обсягу виробництва відповідає повному вичерпанню обмеженого ресурсу, у цьому випадку оптимальні значення дорівнюють

$$x_1^* = b_1, x_2^* = \beta Q \frac{p_0}{p_2}. \quad (7.8)$$

Обсяг витрат другого ресурсу для оптимального плану виробництва з врахуванням виду виробничої функції:

$$x_2^* = \beta A (x_1^*)^\alpha (x_2^*)^\beta \frac{p_0}{p_2} \rightarrow x_2^* = \left(\beta A b_1^\alpha \frac{p_0}{p_2}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}. \quad (7.9)$$

Оскільки показник степені $\frac{1}{1-\beta} > 1$, то величина витрат змінного ресурсу зростає нелінійно зі збільшенні співвідношення цін $\frac{p_0}{p_2}$, тобто чим дешевший ресурс, що зміниться. тим у більшому обсязі він буде витрачатися для забезпечення оптимального обсягу виробництва. Більшого значення b_1 відповідають більші витрати змінного ресурсу.

Оптимальний обсяг виробленої продукції визначається з виразу виробничої функції Кобба-Дугласа з врахуванням співвідношення (7.8):

$$Q^* = A b_1^\alpha \left(\beta Q^* \frac{p_0}{p_2}\right)^\beta \rightarrow Q^* = A^{\frac{1}{1-\beta}} b_1^{\frac{\alpha}{1-\beta}} \left(\beta \frac{p_0}{p_2}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}. \quad (7.10)$$

Оскільки в реальних виробничих процесах, як було показано в дослідженнях Д. Кобба та П. Дугласа, значень показників еластичності $\alpha = 0{,}25$; $\beta = 0{,}75$, то з виразу (7.10) випливає: 1) оптимальний обсяг виробництва зростає пропорційно запасу фіксованого ресурсу, оскільки $\frac{\alpha}{1-\beta} \approx 1$; 2) оптимальний обсяг виробництва зростає прискореними темпами зі збільшенням співвідношення цін продукту та змінного ресурсу, оскільки співвідношення $\frac{\beta}{1-\beta} < 1$; 3) значення оптимального обсягу виробництва не залежить від ціни фіксованого ресурсу.

7.2 Раціональна комерційна діяльність в умовах монополістичної конкуренції

Багато виробників, що спеціалізуються на виробництва слабко стандартизованих товарів, зустрічаються з умовами *монополістичної конкуренції* . На відміну, від досконалої конкуренції, для монополістичної конкуренції має місце залежність ціни товару від обсягу ринку, тобто крива попиту на товар такого ринку має вигляд: $p_0 = p_0(Q)$. Попит на такий товар не є нескінченно еластичним, у цьому випадку крива попиту є спадна [9].

В умовах монополії виробник має можливість впливати на ціну товару, змінюючи обсяг пропозиції, враховуючи, що $\frac{\partial p_0}{\partial Q} < 0$, тобто для збільшення обсягу продажу необхідно знижати ціну товару, або для збільшення ціни товару потрібно зменшувати обсяг пропозиції.

Здебільшого підприємство, що займається виробництвом специфічного продукції, є основним покупцем у власних постачальників. Вони змушені виробляти матеріали, комплектуючі та напівфабрикати у відповідності до вимог свого замовника. В таких умовах продукція постачальника також є спеціалізованою. Ситуація, при якій існує тісний взаємозв'язок між постачальником та покупцем, є оберненою стороною монополістичної конкуренції і називається *монопсонією* (наявністю одного покупця). В умовах монопсонії покупець має можливість впливати на ціну ресурсів, які він закупляє у постачальників зміною обсягів закупівлі, тобто існує залежність виду $p_i = p_i(x_i)$. Ця функція характеризує суму витрат покупця при монопсонії на придбання x_i ресурсу [8]. У загальному випадку покупець може придбати більшу кількість ресурсу, запропонувавши за нього більш високу плату, тобто

$$\frac{\partial \mathrm{p_i}}{\partial \mathrm{x_i}} > 0, i = 1, 2, \dots, n.$$

Оскільки валовий дохід підприємства визначається як $R(Q) = p_0(Q)Q$, а сума витрат дорівнює

$$C(Q) = p_1(x_1)x_1 + p_2(x_2)x_2,$$

то в умовах недосконалої конкуренції (комбінації монополії та монопсонії) задача раціональної комерційної діяльності має вигляд:

$$\max_{Q,\, x_1, x_2} \Pi = \max_{Q, x_1, x_2} [p_0(Q)Q - p_1x_1 - p_2x_2],$$

за умови $Q = Q(x_1, x_2)$.

На відміну від досконалої конкуренції, у цьому випадку граничний доход не дорівнює сталій ціні товару, а також залежить від обсягу виробництва:

$$MR(Q) = \frac{\partial R(Q)}{\partial Q} = p_0 + 2\frac{\partial p_0}{\partial Q}Q, \qquad (7.11)$$

де похідна $\frac{\partial p_0}{\partial Q} = \overline{\mathrm{p_0}} < 0$ показує, на скільки грошових одиниць ціна продукції від свого початкового значення $\mathrm{p_0}$ зменшиться при збільшенні обсягу пропозиції підприємства на одиницю продукції. Граничні витрати також залежать від обсягу ресурсів, що споживаються:

$$MC_i(Q) = p_i(x_i) + 2\frac{\partial p_i}{\partial x_i}\mathrm{x_i}, i = 1,2,$$

тут $\frac{\partial p_i}{\partial x_i} = \overline{\mathrm{p_i}}$– зростання ціни ресурсу при збільшенні його придбання на одиницю.

Розв'язування задачі комерційної організації може бути здійснено методом Лагранжа як задачі оптимізації за наявності обмежень [9]. Функція Лагранжа має вигляд:

$$L(x_1, x_2, Q, \lambda) = p_0Q - p_1x_1 - p_2x_2 + \lambda(Q(x_1, x_2) - Q).$$

Необхідні умови екстремуму визначаються, прирівнюючи до нуля всі частинні похідні функції Лагранжа:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial Q} = p_0 - \dfrac{\partial p_0}{\partial Q} - \lambda = 0; \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_i} = -p_i - \dfrac{\partial p_i}{\partial x_i} x_i + \lambda \dfrac{\partial Q}{\partial x_i} = 0, i = 1,2; \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = Q(x_1, x_2) - Q = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = p_0 + \dfrac{\partial p_0}{\partial Q} Q^*, \\ \lambda \dfrac{\partial Q}{\partial x_i} = p_i + \dfrac{\partial p_i}{\partial x_i} x_i^*, i = 1,2, \\ Q^* = Q(x_1^*, x_2^*). \end{cases}$$

Перша умова показує, що при оптимальних значеннях (Q^*, x_i^*) множник Лагранжа дорівнює граничному доходу $\lambda = MR(Q^*)$.

Друга група умов свідчить, що добуток граничного доходу та граничного фактору дорівнює граничним витратам цього фактору:

$$MR(Q^*) \cdot MQ_i(x_i^*) = MC_i(x_i^*), i = 1,2. \quad (7.12)$$

У останній умові підставляється виробнича функція:

$$Q^* = Q(x_1^*, x_2^*) = Ax_1^{\alpha} x_2^{\beta}. \quad (7.13)$$

Рівняння (7.12) та (7.13) є основними рівняннями, що визначають обсяг виробництва та комбінації витрати ресурсів, що максимізують прибуток. Крім того, необхідно враховувати, що раніше отримана умова рівності граничного доходу граничним витратам повинна виконуватися і за умов монополії-монопсонії:

$$\frac{\partial \Pi(Q)}{\partial Q} = \frac{\partial R(Q)}{\partial Q} - \frac{\partial C(Q)}{\partial Q} = 0,\ MR(Q^*) = MC(Q^*). \quad (7.14)$$

Використаємо вираз (7.14) для отримання формули оптимального обсягу виробництва у межах монополії (ситуації монопсонії не враховується, тобто граничні витрати залежать лише від обсягу виробництва). Розглянемо два окремих випадки [10]:

а) негативний ефект розширення масштабу виробництва при $r = 0{,}5$, підставимо в (7.14) вираз граничного доходу (7.11) та граничних витрат (7.9):

$$p_0 + 2\bar{p}Q = \frac{1}{r} DQ^{\frac{1}{r}-1} \rightarrow Q^* = \frac{p_0}{2D - 2\bar{p}}; \quad (7.15)$$

б) відсутнє ефекту розширення виробництва при $r = 1$; аналогічно попередньому випадку отримуємо:

$$p_0 + 2\bar{p}Q = \frac{1}{r} DQ^{\frac{1}{r}-1} \rightarrow Q^* = \frac{D - p_0}{2\bar{p}}. \quad (7.16)$$

Функції попиту на ресурсу можемо отримати з умов (7.12), (7.13), вирази для граничних продуктів мають вигляд:

$$MQ_1 = \frac{\alpha Q}{x_1},\ MQ_2 = \frac{\beta Q}{x_2}.$$

Вирази для граничних витрат знайдемо, продиференціювавши рівність $C = p_1 x_1 + p_2 x_2$: $MC_1 = p_1, MC_2 = p_2$. Підставивши ці вирази у (7.12), отримаємо:

$$\frac{(p_0 + 2\bar{p}Q^*)\alpha Q^*}{x_1^*} = p_1,\ \frac{(p_0 + 2\bar{p}Q^*)\beta Q^*}{x_2^*} = p_2.$$

З цих рівнянь знаходимо попит на ресурси:

$$x_1^*(Q^*) = \frac{\alpha(p_0 + 2\bar{p}Q^*)Q^*}{p_1},\ x_2^*(Q^*) = \frac{\beta(p_0 + 2\bar{p}Q^*)Q^*}{p_2}. \quad (7.17)$$

Визначивши оптимальний обсяг виробництва за формулам (7.15), (7.16), потім можливо розрахувати попит на ресурси за формулами (7.17).

При досконалій конкуренції оптимальне значення прибутку досягається при незмінній ціні продукції $p_0 = MR$ навіть при мінімальному обсязі виробництва [9], то в умовах монополії оптимальна величина прибутку не перевищує суму прибутку при досконалої конкуренції. Максимум прибутку в умовах монополії досягається при обсязі виробництві, що є не більшим оптимального обсягу виробництва в умовах досконалої конкуренції.

7.3 Раціональна комерційна діяльність в умовах олігополії та олігопсонії

Структура ринку є такою, що на ньому діє обмежена кількість підприємств, тобто має місце конкуренція серед небагатьох. Ринок, на яку однорідну продукцію, пропонують кілька продавців, називають *олігополією*. Ринок, на якому продукція певного виду, придбає кілька покупців, називають *олігопсонією*.

Головна особливість конкуренції серед небагатьох полягає у тому, що всі конкуруючі підприємства можуть впливати на ціни продукції, що пропонують, у випадку олігополії чи ресурсів, що придбають. Тому прибуток кожного підприємства залежить від стратегії конкурентів. Оптимальна стратегія комерційного підприємства визначається не лише, виходячи з прямого впливу цього підприємства на стан ринку ресурсів та товару, але й з врахуванням побічного впливу, – через вплив на дії інших конкурентів. Отже, стратегія підприємства, що діє в умовах олігополістичної конкуренції має багато спільної з грою, оскільки виграш кожного гравця залежить від дій інших гравців. Тому при розробці такої стратегії можна використовувати підходи теорії ігор.

Розглянемо характерний варіант олігополістичної конкуренції, у котрій два конкуренти (ринок дуполії) виробляють продукцію з наступними виробничими функціями:

$$Q_1 = f_1(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}), Q_2 = f_2(x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}),$$

де Q_1 – обсяг виробництва першого підприємства, Q_2 – обсяг виробництва другого підприємства, x_{1i} – обсяг i-го ресурсу, витраченого першим підприємством, x_{2i} – обсяг i-го ресурсу, витраченого другим підприємством.

Ціна продукції на ринку визначається загальним обсягом виробництва: $p_0 = p_0(Q_1, Q_2)$, тобто одночасне збільшення обсягів виробництва приведе до зниження ринкової ціни продукції: $\frac{\partial p_0}{\partial Q_1} < 0, \frac{\partial p_0}{\partial Q_2} < 0$.

Ціни факторів виробництва визначаються обсягами закупівлі відповідних факторів обома підприємствами: $p_i = p_i(x_{1i}, x_{2i}),\ i = 1,2, \dots, n,$ тобто, якщо обидва підприємства збільшують обсяги придбання ресурсів, то ціни на них зростають: $\frac{\partial p_i}{\partial x_{1i}} > 0, \frac{\partial p_i}{\partial x_{2i}} > 0, i = 1,2, \dots, n.$

Основна задача підприємств, що конкурують, полягає у максимізації прибутку шляху змінювання обсягу виробництва продукції та відповідних витрат ресурсів:

$$\max_{Q_1, x_{1i}} \Pi_1 = p_0(Q_1, Q_2)Q_1 - \sum_{i=1}^{n} p_i(x_{1i}, x_{2i})x_{1i}$$

за умовою $Q = f_1(x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{1n})$.

У цьому випадку розглядається формулювання задачі першого підприємства, що діє в умовах олігополістичної конкуренції [8]. Розглянемо аналітичне розв'язування цієї задачі.

Запишемо функцію Лагранжа для цієї задачі визначення умовного екстремуму. Вона має наступний вигляд: $L(Q, x, \lambda) = p_0(Q_1, Q_2)Q_1 - - \sum_{i=1}^{n} p_i(x_{1i}, x_{2i})x_{1i} - -\lambda[f_1(x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{1n}) - Q_1]$.

Запишемо умови оптимальності функції Лагранжа:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial Q_1} = p_0\left(Q_1, Q_2\right) + Q_1 \dfrac{\partial p_0}{\partial Q_1} + Q_1 \dfrac{\partial p_0}{\partial Q_2} \dfrac{\partial Q_2}{\partial Q_1} + \lambda = 0; \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_{1i}} = -p_i\left(x_{1i}, x_{2i}\right) - x_{1i} \dfrac{\partial p_i}{\partial x_{1i}} - x_{1i} \dfrac{\partial p_i}{\partial x_{2i}} \dfrac{\partial x_{2i}}{\partial x_{1i}} - \lambda \dfrac{\partial f_1}{\partial x_{1i}} = 0; \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = f_1\left(x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{1n}\right) - Q_1 = 0. \end{cases} \tag{7.18}$$

Виразимо множник Лагранжа з першого рівняння системи (7.18) і підставимо його у друге рівняння системи (7.18). В результаті отримаємо:

$$\begin{cases} \left[p_0 + Q_1\left(\dfrac{\partial p_0}{\partial Q_1} + \dfrac{\partial p_0}{\partial Q_2} \dfrac{\partial Q_2}{\partial Q_1}\right)\right] \dfrac{\partial f}{\partial x_{1i}} = p_i + x_{1i} \dfrac{\partial p_i}{\partial x_{1i}} + x_{1i} \dfrac{\partial p_i}{\partial x_{2i}} \dfrac{\partial x_{2i}}{\partial x_{1i}}, i = 1, 2, \ldots, n, \\ Q_1 = f_1\left(x_{11}, x_{12}, \ldots x_{1i}\right). \end{cases}$$

Отримані необхідні умови оптимальності містять компоненти $\frac{\partial Q_2}{\partial Q_1}$, та $\frac{\partial x_{2i}}{\partial x_{1i}}$, які називають *можливими варіаціями*. Вони виражають припущення першого підприємства щодо можливої реакції конкурента на вибрану ним стратегію. Вираз $\frac{\partial Q_2}{\partial Q_1}$, – це зміна обсягу виробництва продукції другого конкурента при збільшенні обсягу виробництва продукції першого конкурента. Похідні $\frac{\partial x_{2i}}{\partial x_{1i}}$ відображають витрати ресурсу i-го виду другого підприємства при збільшенні витрат першим підприємством обсягу даного ресурсу.

Розглянемо найпростіший випадок олігополії. В умовах якої діють два виробника однорідного товару (дуполія), виробничий процес характеризує сталим рівнем граничних витрат, а реалізація продукції здійснюється за моделлю лінійного попиту. У цьому випадку функції витрат виробників мають вигляд

$$C_1 = cQ_1 + d, \qquad C_2 = cQ_2 + d, c > 0, d > 0,$$

де d– сума сталих витрат, c – величина граничних витрат. Функція пропозиції товару є адитивною: $Q = Q_1 + Q_2$, а функцію попиту можна подати у вигляді: $p_0 = a - b(Q_1 + Q_2), a > 0, b > 0$.

Функція прибутку одного з дуполістів можна записати наступним чином:

$$\Pi_1 = [a - b(Q_1 + Q_2)]Q_1 - cQ_1 - d \tag{7.19}$$

Тому можемо записати умову максимізації прибутку у вигляді:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial Q_1} = [a - b(Q_1 + Q_2)] - bQ_1 - b\frac{\partial Q_2}{\partial Q_1}Q_1 - c = 0.$$

Аналіз дуполії, виконаний французьким математиком та економістом Антуаном Курно, ґрунтується на передумові, що кожний з дуполістів вважає, що зміни обсягу виробництва його продукції не вплине на обсяг виробництва конкурентом [9]. Рівновага Курно для обох підприємств визначається умовами $\left(\frac{\partial Q_2}{\partial Q_1} = 0, \frac{\partial Q_1}{\partial Q_2} = 0\ \right)$:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial Q_1} = 0, \frac{\partial \Pi_2}{\partial Q_2} = 0.$$

З цих рівнянь маємо:

$$\begin{cases} a - b\left(Q_1 + Q_2\right) - bQ_1 - c = 0; \\ a - b\left(Q_1 + Q_2\right) - bQ_2 - c = 0. \end{cases} \quad (7.20)$$

Звідси визначаємо, що $Q_1 = Q_2 = \frac{a-c}{3b}$. Отже, відповідна ринкова ціна складе $p_0 = \frac{a+2c}{3}$. Тоді сукупний обсяг пропозиції дорівнює:

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{2(a-c)}{3b}.$$

Отримані результати можна узагальнити на випадок, коли олігополістична конкуренція має місце між N підприємствами, тоді отримуємо вирази:

$$Q_J = \frac{a - c}{(N+1)b}, j = 1,2, \dots, N, p_0 = \frac{a + Nc}{N + 1}, Q = \frac{N}{N+1}\frac{a - c}{b}.$$

В умовах необмеженого зростання кількості підприємств рівновага Курно прямує до рівноваги, характерної для досконалої конкуренції [8], тобто:

1) індивідуальні обсяги виробництва $Q_j \to 0$, оскільки окреме підприємство виробляє відносну малу кількість продукцію;
2) ціна продукції $p_0 \to c$, оскільки окреме підприємство не впливає на рівноважну ціну, що дорівнює граничним витратам.

Рівняння (3.24) можна записати у вигляді

$$Q_1 = \frac{a-c}{2b} - \frac{Q_2}{2}, \quad (7.21)$$

$$Q_2 = \frac{a-c}{2b} - \frac{Q_1}{2}. \quad (7.22)$$

Вирази (7.21), (7.22) називають лініями реакції дуполістів на їх поведінку. Рівновага досягається на основі взаємодії реакцій дуполістів [10]. Якщо у початковий момент часу перша фірма є монополістом, виробляє Q_1' продукції, то появи на ринку фірми з обсягом виробництва Q_2' одиниць продукції змусить першу знизити обсяг пропозиції до Q'' одиниць продукції і так далі. Сам процес досягне рівноваги, що суперечить гіпотезі Курно про фіксування обсягу виробництва у конкурента, тобто модель Курно не є аутентичною. Сума прибутку одного дуполіста у моделі Курно дорівнює сумі прибутку іншого дуполіста, що випливає з формули (7.19).

Питання та завдання для самоконтроля до розділу 7

1. Поясніть основні задачі та призначення процесу планування на підприємстві.
2. Розкрийте зміст та сутність моделі довготермінового планування.
3. Поясніть різницю між ринками досконалої та монополістичної конкуренції.
4. Поясніть, що визначає попит на ресурси при різних типах конкуренції.
5. Поясніть різницю між олігополією та олігопсонією.
6. У чому полягає метод Лагранжа для розв'язування задачі умовної оптимізації?
7. Поясніть, від чого залежить сукупний обсяг пропозиції на ринках різного типу.
8. Поясніть зміст концепції Курно.
9.

Розв'яжіть наведені нижче завдання.

1. Підприємство, що виробляє лінолеум, використовує пластмасу за ціною 6 г.о. за кілограм та барвник за ціною 9 г.о. за кілограм. Підприємство продає свій товар за ціною 101 г.о. за 1 кв.м. Коефіцієнти виробничої функції $\alpha == 0{,}5;\ \beta = 0{,}5; \mathrm{A} = 1$. Визначити функції попиту на ресурси, оптимальний обсяг виробництва та максимальний прибуток у довготерміновому періоді.
2. Підприємство для виробництва свого товару використовують 2 види ресурсів A_1 та A_2 по ціною відповідно 800 г.о. та 600 г.о. за одиницю Витрата ресурсу A_2 умовами контракту з постачальником обмежена 1000 одиниць у місяць. Коефіцієнти еластичності виробництва за ресурсами A_1 та A_2 відповідно дорівнюють 0,5 та 0,7, Коефіцієнт $\mathrm{A} = 1$. Визначити функції середніх витрат у короткотермінових періодах. Побудувати їх графіки.
3. Два підприємства працюють в умовах дуполії Курно. Функції їх витрат (за рік) визначаються виразом $C_i = cQ_i + d$. Тут індекси $\mathrm{i} = 1{,}2$ відносяться відповідно до першого та другого підприємств, значення сталих $\mathrm{c} = 2, d = 2000$. Функції попиту мають вигляд $p_0 = 100 - 0{,}05(Q_1 + Q_2)$. Побудувати криві реакції підприємств, визначити рівноважний обсяг виробництва продукції та величину прибутку кожного підприємства для цього обсягу виробництва. а) розв'язати задачу, якщо перше підприємство вважає, що конкурент реагує згідно з гіпотезою Курно; б) розв'язати задачу, якщо обидва підприємства помилково вважають, що конкурент реагує відповідно до гіпотези Курно; в) розв'язати цю задачу в умовах кооперативної дуполії.