

Розділ 6. Теорія діяльності комерційного підприємства

Лекція 6. Моделювання раціональної комерційної діяльності

Мета лекції: з'ясувати мету та задачі моделювання раціональної комерційної діяльності

План

1. Раціональна комерційна діяльність
2. Раціональна діяльність підприємства в умовах досконалої конкуренції
3. Аналіз безбитковості

Ключові терміни та поняття: комерційне підприємство, ізопрофіта, досконала конкуренція, безбитковість, критичний обсяг виробництва

6.1 Раціональна комерційна діяльність

Комерційне підприємство – це самостійно суб'єкт господарської діяльності, створений для виробництва продукції, виконання робіт, надання послуг з метою отримання прибутку. В процесі комерційної діяльності підприємство витрачає економічні фактори (придбані ресурси) і реалізує створені товари, виконані роботи чи надані послуги.

Перед підприємством стоїть задача вибору раціонального (найвигіднішого) способу здійснення комерційної діяльності. В умови цієї задачі входять [10]: 1) вектор цін на фактори виробництва $\bar{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, що визначаються ринковою рівновагою, а не самим підприємством; 2) номенклатура ресурсів виробництва $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, 3) виробнича функція $Q = Q(\bar{x})$, 4) рівень ціни продукції підприємства, що визначається ринковою рівновагою, 5) характеристики ринка, що визначають формування цін на товар та ресурси: ринок досконалої конкуренції при великій кількості взаємно незалежних підприємств, що виробляють стандартизовану продукцію, не впливаючи на рівень цін на неї; недосконала конкуренція (монополістична конкуренція, олігополія, монополія); б) тривалість періоду: довготерміновий період на протязі якого підприємство має можливість вибирати будь-який невід'ємний вектор витрат $\bar{x} \geq 0$; короткостроковий період, у межах можливий вибір вектора витрат, обмежений $\bar{x} \leq \bar{b}$.

Основна задача комерційного підприємства (надалі говорячи про підприємство, маємо на увазі комерційне підприємство) полягає у виборі: а) асортименту та обсязі виробництва, тобто, що виробляти та у якій кількості; б) ВФ та суми витрат, тобто яким технологічним способом здійснювати виробництво та з якими витратами, щоб максимізувати прибуток [10].

Підприємство формує фінансовий результат (прибуток чи збиток) продажу як різницю періодичного доходу R та витрат виробництва та реалізації C : $P = R - C$. Доход за період визначається як добуток обсягу реалізації продукції на її

ціну: $R = p_0 Q(\bar{x})$. Витрати виробництва складають з витрат на придбання всіх необхідних ресурсів, використаних у виробничому процесі: $C = p_1 x_1 + p_2 x_2$.

Підприємство повинно вибрати вектор ресурсів, при якому прибуток підприємства максимальний:

$$P = (p_0 Q - p_1 x_1 - p_2 x_2) \rightarrow \max.$$

Якщо залежність суми прибутку від обсягів витрат факторів виробництва подана у вигляді

$$P(x_1, x_2) = p_0 Q(x_1, x_2) - p_1 x_1 - p_2 x_2,$$

то, виразивши з цього співвідношення об'єм виробництва продукції

$$Q(x_1, x_2) = \frac{P}{p_0} + \frac{p_1}{p_0} x_1 + \frac{p_2}{p_0} x_2,$$

отримаємо залежність обсягу виробництва Q від величини витрачених ресурсів при деякому значенні прибутку P , яку називають *ізопрофітою* (ізопрофітною поверхню) [9]. Якщо один з факторів виробництва (наприклад, x_2), то ізопрофіта є прямою лінією з кутовим коефіцієнтом, що дорівнює співвідношенням цін змінного фактору та продукту, оскільки граничний продукт дорівнює кутовому дотичної до кривої виробництва: $MQ_1 = \frac{\partial Q_1}{\partial x_1} = \frac{p_1}{p_0}$.

Отже, у деякій точці ізопрофіта дотикається до кривої виробництва [9]. Абсциса точки дотику x_1^* – це оптимальна витрата ресурсу x_1 , що забезпечує максимальну суму прибутку при конкретному вигляді виробничої функції.

6.2 Раціональна діяльність підприємства в умовах досконалої конкуренції

Досконала конкуренція як одна з моделей ринку має наступні особливості:

- 1) наявність великої кількості підприємств, що реалізують стандартизовані товари чи послуги;
- 2) доступ на ринок є вільним, тому здійснюється вільне переміщення ресурсів;
- 3) обсяг продукції окремого підприємства незначний у порівнянні з обсягом реалізації цієї продукції на всьому ринку, тому кожне підприємство продає продукцію за ціною, що склалась у результаті ринкової рівноваги і не може впливати на цю ціну.

В цих умовах функція пропозиції, тобто залежність ціни пропозиції від її обсягу, має графік, який зі зростанням обсягу пропозиції, асимптотично наближається до горизонтальної прямої, тобто ціна пропозиції не залежить від величини пропозиції з боку підприємства. Таким чином, умова досконалої конкуренції математично має вигляд:

$$\frac{\partial p_0}{\partial Q} = 0, \frac{\partial p_i}{\partial x_i} = 0, i = 1, 2, \dots, n.$$

З'ясуємо умови оптимальності діяльності у довготерміновому перспективі. Розглянемо його діяльність у довготерміновому періоді при необмежених факторах виробництва. В умовах досконалої конкуренції основна задача підприємства

$$P = (p_0 Q - p_1 x_1 - p_2 x_2) \rightarrow \max.$$

Її можна розв'язати у відповідності з необхідними умовами екстремуму функції однієї змінної. Згадаємо ці умови:

$$1) \text{ умова першого порядку } \frac{dP(Q^*)}{dQ} = 0; \quad (6.1)$$

$$2) \text{ умова другого порядку } \frac{d^2P(Q^*)}{dQ^2} < 0; \quad (6.2)$$

Тут Q^* – оптимальне значення обсягу виробництва продукції.

З умови першого порядку випливає, що

$$\frac{dP(Q)}{dQ} = \frac{d}{dQ} [p_0 Q - C(Q)] = 0 \rightarrow p_0 = \frac{dC(Q)}{dQ} = MC(Q).$$

Оскільки ціна пропозиції продукту – це граничний дохід MR , тобто приріст доходу підприємства у розрахунок на кожну додаткову одиницю продукції, отже

$$p_0 = \frac{d}{dQ} (p_0 Q) = \frac{dR}{dQ} = MR,$$

тобто з умови першого порядку випливає необхідна умова рівності граничного доходу граничним витратам при оптимальному обсягу виробництва:

$$MC(Q^*) = MR(Q^*). \quad (6.3)$$

Умова другого порядку зводиться до нерівності:

$$\frac{d^2P(Q)}{dQ^2} = \frac{d}{dQ} [p_0 - MC(Q)] = -\frac{dMC(Q^*)}{dQ} < 0 \rightarrow \frac{dMC(Q^*)}{dQ} > 0,$$

тобто при оптимальному обсягу виробництва граничні витрати повинні зростати.

Умова рівності граничного доходу граничним витратам $MR = MC$ є орієнтиром оптимальності обсягу виробництва з точки зору прибутку і для інших моделей ринку, але лише при досконалій конкуренції можна замінити граничним доходом ціною, тобто умова $p_0 = MC$ є окремим випадком умови $MR = MC$.

Отже, при планування виробничої програми підприємства тип моделі, що використовується, залежить від періоду часу планування.

6.3 Аналіз безбитковості

Розглянута методика планування, розглянута вище, знайшла застосування при аналізі безбитковості виробничої діяльності підприємства. *Безбитковість* – це такий фінансово-господарський стан підприємства, при якому його дохід дорівнює його витратам. Обсяг виробництва, при якому досягається стан безбитковості, називають *критичним*.

Зробимо наступні припущення:

- 1) розглядається модель досконалої конкуренції, тобто, значення граничного доходу є сталі і дорівнює ціні продукту, тому лінія доходу є пряма;
- 2) віддача від розширення виробництва вважається сталим, тому функція витрат є лінійною функцією обсягу виробництва;
- 3) розглядається короткостроковий термін планування, внаслідок чого функція витрат подається у вигляді суми сталих та змінних витрат

З врахуванням зроблених припущень використовують наступні підходи до проблеми оцінки рентабельності і плану виробництва [9].

1. Здійснюється порівняння валового доходу підприємства з його валовими витратами та відокремлення зони прибутковості від зони збитковості

виробничої діяльності підприємства. Вираз для критичного обсягу виробництва, що розділяє ці зони, отримуємо з умови рівності доходів та витрат:

$$p_0 Q = C_F + C_v Q \rightarrow Q_k = \frac{C_F}{p_0 - c_v}.$$

Тут c_v – середні змінні витрати. Значення обсягу виробництва, при якому досягається беззбитковість в умовах покриття змінних витрат ціною реалізації продукції, називають *критичним значенням* [8].

2. Співставлення середнього доходу $AR(Q) = p_0$ та середніх витрат $AC(Q)$ визначає зони прибутку та збитку.
3. Порівняння граничного доходу $MR(Q)$ та граничних витрат $MC(Q)$ дозволяє визначити можливості подальшої діяльності підприємства, оскільки для моделі досконалої конкуренції

$$MR = \frac{\partial R}{\partial Q} = p_0,$$

В умовах короткотермінового періоду середні граничні витрати дорівнюють середнім змінним витратам $MC = \frac{\partial C}{\partial Q} = AC_v = c_v$, то у цьому випадку потрібно порівняти значення ціни продукту і величину питомих середніх витрат. Якщо $p_0 < c_v$, то виробництво потрібно припиняти.

Визначення точки беззбитковості є необхідним важливим етапом розробки виробничої програми підприємства.

Питання та завдання для самоконтроля до розділу 6

1. Поясніть, яку комерційну діяльність вважають раціональною.
2. Вкажіть фактори, що впливають на величину прибутку підприємства.
3. Яку криву називають ізопрофітою?
4. Вкажіть основні риси ринку досконалої конкуренції.
5. Назвіть необхідні та достатні умови функції однієї змінної.
6. Вкажіть критерій оптимальності обсягу виробництва.
7. Розкрийте зміст аналізу беззбитковості.
8. Наведіть формулу для розрахунку точки беззбитковості.

Розв'яжіть наведені нижче завдання.

1. Млин купляє зерно за ціною 200 г.о. за тону і електроенергію по ціні 300 г.о. за кіловат-годину і реалізує борошно за ціною 10 тис. грн. за 1 тону. Визначити для нього оптимальний обсяг виробництва при різних типах ефекту розширення масштабів виробництва: а) зростаюча віддача від розширення масштабу виробництва $\alpha = 0,8$; $\beta = 0,6$; б) спадна віддача від розширення масштабу виробництва $\alpha = 0,2$; $\beta = 0,6$; в) відсутність ефекту масштабу $\alpha = 0,3$; $\beta = 0,7$.

2. Розв'язати завдання 1, якщо поставки зерна обмежені обсягом 400 т на рік.

3. Підприємство з виробництва меблі за місяць складає 100 стільців, ціна продукції 5 г.о. Змінні витрати складає 2 г.о. на одиницю продукції, сума сталих витрат 110 г.о. Оцінити програму підприємства з точки зору беззбитковості.

4. Нехай млин (описаний у завданні 1), що купляє зерно за ціну 200 г.о. за тону і енергію за 300 г.о. за кіловат-годину є монополістом, то ціна його продукцію знижується зі збільшенням обсягу реалізації $p_0 = 10000 - 2Q$ г.о. за тону. Визначити оптимальний обсяг виробництва: а) при спадній віддачі від розширення масштабу ($r = 0,5$), $\alpha = 0,2$; $\beta = 0,3$; б) при відсутності ефекту розширення виробництва ($r = 1$) $\alpha = 0,2$; $\beta = 0,7$.

5. Підприємство з виготовлення лінолеуму використовує наступну сировину: пластмасу вартістю 5 г.о. за 1 кг та барвник вартістю 8 г.о. за 1 кг та продає лінолеум по 100 г.о. за 1 м². Коефіцієнти виробничої функції $\alpha=0,5$; $\beta=0,5$, $A=1$. Підприємство діє на ринку досконалої конкуренції. Визначити функцію попиту на ресурсу, оптимальний обсяг виробництва та максимальне значення прибутку у довготерміновому періоді.

6. Розв'язати задачу 1 для наступних випадків: а) зростаючої віддачі від розширення масштабу при $\alpha=0,8$; $\beta=0,6$; б) спадної віддачі від розширення масштабу при $\alpha=0,2$; $\beta=0,6$; в) відсутності ефекту розширення масштабу виробництва при $\alpha=0,3$; $\beta=0,7$.

7. Розв'яжіть задачі 1 та 2 в умовах короткотермінового періоду, якщо обсяг витрат першого ресурсу зафіксований, закупівлі пластмаси обмежені 10 кг в день.

8. Знайдіть точку беззбитковості виробничої програми підприємства у короткотерміновому періоді, якщо в умовах задачі 1 ціна лінолеуму дорівнює 100 г.о. за 1 м², сталі витрати – 2 млн. г.о., змінні витрати – 80 г.о. за 1 м².

9. Підприємство, що діє на ринку послуг зв'язку, в умовах недосконалої конкуренції, платить за користування частотами (1-й ресурс) 300 г.о. за 1 год, праця операторів – 2-й ресурс, фонд оплати праці на 1 оператора 0,06 г.о. за 1 год. Ціна послуги зв'язку у підприємства $p_0 = 1000 - 0,1Q$ (г.о. за 1 годину послуг зв'язку). Знайти оптимальний обсяг виробництва (надавання послуг) при $A=1$ та спадного ефекту від розширення масштабу при $\alpha=0,1$; $\beta=0,4$ та при відсутності ефекту розширення масштабу виробництва при $\alpha=0,4$; $\beta=0,6$. Знайти оптимальний з точку зору максимуму прибутку обсяг послуг. Визначити максимальний прибуток та попит на ресурси.

10. Два підприємства зв'язку працюють в умовах дуopolії Курно, функції витрат за рік подаються виразом $C_i = cQ_i + d$, $i = 1,2$; $c = 2$ (г.о. за хв), $d = 2$ (тис. г.о.), функції попиту мають вигляд: $p_0 = a - b(Q_1 + Q_2)$, $a = 100$ г.о. (за хвилину), $b = 0,05$ г.о. за хвилину. Визначити рівноважний обсяг виробництва та величину прибутку кожного підприємства при цьому обсязі. Знайдіть ці величини, якщо перше підприємство вважає, що конкурент реагує у відповідності з гіпотезою Курно.

Розділ 7. Оптимізація виробничої діяльності в умовах конкурентного середовища

Лекція 7. Розробка виробничої програми для різних умов конкуренції

Мета лекції: оволодіння студентами знаннями про розробку виробничої програми підприємства для різних умов конкуренції

План

1. Планування за конкурентною моделлю
2. Раціональна комерційна діяльність в умовах монополістичної конкуренції
3. Раціональна комерційна діяльність в умовах олігополії та олігопсонії

Ключові терміни та поняття: функція пропозиції підприємства, монополістична конкуренція, олігополія, олігопсонія, дуполія

7.1 Планування за конкурентною моделлю

Отримані у попередньому розділі необхідні умови оптимальності виробничої програми підприємства отримані без врахування обмежень, що мають місце в зв'язку з обмеженістю ресурсів підприємства. Розглянута вище модель є схемою визначення оптимального обсягу виробництва у довготерміновому періоді часу [8]. У довготерміновому періоді задача раціональної комерційної діяльності підприємства є задачею безумовної оптимізації.

Розглянемо модель довготермінового планування

$$\max P = \max [p_0 Q(\bar{x}) - p_1 x_1 - p_2 x_2]$$

у випадку двохфакторної виробничої функції Кобба-Дугласа.

$$Q = A x_1^\alpha x_2^\beta. \quad (7.1)$$

Умови оптимальності першого порядку дозволяють визначити величину витрат кожного фактору виробництва, що забезпечують максимальне значення прибутку:

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x_1} = p_0 \frac{\partial Q}{\partial x_1} - p_1 = 0, \\ \frac{\partial P}{\partial x_2} = p_0 \frac{\partial Q}{\partial x_2} - p_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_0 \frac{\partial Q}{\partial x_1} = p_1, \\ p_0 \frac{\partial Q}{\partial x_2} = p_2. \end{cases} \quad (7.2)$$

Умови (7.2) є необхідними умовами оптимальності у довготерміновому періоді. Диференціюючи вираз виробничої функції (7.1) і підставивши похідні у (7.4), отримуємо:

$$\begin{cases} p_0 \alpha \frac{Q}{x_1^*} = p_1, \\ p_0 \beta \frac{Q}{x_2^*} = p_2. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1^* = \alpha Q \frac{p_0}{p_1}, \\ x_2^* = \beta Q \frac{p_0}{p_2}. \end{cases} \quad (7.3)$$

Рівності (7.3) значать, що витрати ресурси пропорційні планованому обсягу Q виробництва продукції і обернені пропорційні цінам придбання

відповідних ресурсів. Вирази (7.3) – це функції попиту на ресурсів у довгостроковому періоді при досконалій конкуренції. З рівнянь (7.3) випливає, що виконується рівність:

$$x_2^* = \frac{\beta p_1 x_1^*}{\alpha p_2},$$

тобто залежність витрат одного ресурсу від іншого є лінійною функцією.

Розглянемо задачу визначення обсягу виробництва продукції Q^* , що забезпечує максимальний прибуток, якщо виробничий процес подається ВФ Кобба-Дугласа [10]. Підставимо функції попиту (3.7) на фактори виробництва у ВФ Кобба-Дугласа (7.2):

$$Q^* = A \left(\frac{p_0 \alpha}{p_1} Q^* \right)^\alpha \left(\frac{p_0 \beta}{p_2} Q^* \right)^\beta = A \left(\frac{p_0 \alpha}{p_1} \right)^\alpha \left(\frac{p_0 \beta}{p_2} \right)^\beta (Q^*)^{\alpha+\beta}.$$

Отримали рівняння, з якого визначимо обсяг виробництва продукції Q^* , що забезпечує максимальний прибуток:

$$\begin{aligned} \frac{Q^*}{(Q^*)^{\alpha+\beta}} &= (Q^*)^{1-(\alpha+\beta)} = A \left(\frac{p_0 \alpha}{p_1} \right)^\alpha \left(\frac{p_0 \beta}{p_2} \right)^\beta, \\ (Q^*) &= A^{\frac{1}{1-(\alpha+\beta)}} \left(\frac{p_0 \alpha}{p_1} \right)^{\frac{\alpha}{1-(\alpha+\beta)}} \left(\frac{p_0 \beta}{p_2} \right)^{\frac{\beta}{1-(\alpha+\beta)}}. \end{aligned} \quad (7.4)$$

Отже, у випадку позитивного ефекту розширення масштабу виробництва $(\alpha + \beta) > 1$, якщо показники степеню $\frac{\alpha}{1-(\alpha+\beta)} < 0$, $\frac{\beta}{1-(\alpha+\beta)} < 0$.

Оптимальне значення обсягу виробництва продукції тим більше, чим нижча ціна продукту у порівнянні з цінами ресурсів. При негативному ефекті розширенні масштабу виробництва спостерігається зворотна ситуація: чим більше ціна продукту перевищує ціни ресурсів, тим більше значення досягає оптимальний обсяг виробництва.

Отриманий вираз (7.4) оптимального обсягу виробництва продукції як функції ціни продукції та ціни ресурсів називають *функцію пропозиції* підприємства з ВФ Кобба-Дугласа: $Q^* = Q^*(p_0, p_1, p_2)$. Цю функцію можна використати для побудови кривої пропозиції, що відображає залежність ціни пропозиції від обсягу пропозиції підприємства:

$$Q^* = A^{\frac{1}{1-(\alpha+\beta)}} \left(\frac{\alpha}{p_1} \right)^{\frac{\alpha}{1-(\alpha+\beta)}} \left(\frac{\beta}{p_2} \right)^{\frac{\beta}{1-(\alpha+\beta)}} p_0^{\frac{\alpha+\beta}{1-(\alpha+\beta)}} \Rightarrow (Q^*)^{\frac{1-r}{r}} = Z p_0,$$

де $Z = A^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{\alpha}{p_1} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left(\frac{\beta}{p_2} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$ – це стала величина, що не залежить від ціни продукту:

$r = \alpha + \beta$ – це ступінь однорідності виробничої функції. Тому отримуємо рівняння кривої пропозиції у вигляді:

$$p_0 = \frac{1}{Z} (Q^*)^{\frac{1-r}{r}}.$$

При віддачі, що збільшується з розширенням виробництва, коли витрати підприємства зростають сповільненими темпами у порівнянні зі зростанням виробництва, тобто середня собівартість продукції зменшується, у підприємства є можливість продавати більший обсяг продукції за зниженою ціною, продовжуючи отримати максимальний прибуток. Ця ситуація використовується підприємством при виході на новий ринок [10].

Стала віддача від розширення виробництва проявляється в тому, що середня собівартість продукції не змінюється, що створює можливість підприємству зберігати ціну продукції незмінною. Така ситуація є характерною для стратегії стабільного розвитку підприємства, що діє у режимі планового завантаження.

Спадна віддача від розширення виробництва, пов'язана зі зростанням собівартості продукції, обумовлює необхідність підвищення ціни при збільшенні пропозиції з метою збереження прибутку. Це знижує конкурентоздатність продукції і зменшує ринок її збуту.

У межах короткотермінового періоду обмеження на ресурсу приводить до обмеження на обсяг виробництва $Q \leq \bar{Q}$ і відповідному обмеженню величини прибутку, яка може в цьому випадку не досягати оптимального значення, у цьому випадку $\bar{Q} \leq Q^*$, тобто значення \bar{Q} , що визначається обмеженням на витрату ресурсів $g(\bar{x}) \leq \bar{b}$, слід розглядати як оптимальний обсяг виробництві у короткотерміновому періоді.

Отже, якщо у довготерміновому періоді задача раціоналізації комерційної діяльності сформулювалась як задача безумовної оптимізації, то при короткотерміновому плануванні виникає задача визначення умовного екстремуму.

При короткотерміновому плануванні нехай перший ресурс обмежений величиною запасу b_1 , а другий ресурс є у необмеженій кількості. Для розв'язування задачі на умовний екстремум використаємо метод Лагранжа. Згідно з алгоритмом цього методу, потрібно скласти функцію Лагранжа. У випадків двох факторів виробництва та одного обмеження вона має вигляд:

$$L = p_0 Q(x_1, x_2) - (p_1 x_1 + p_2 x_2) + \lambda(b_1 - x_1). \quad (7.5)$$

Необхідні умови екстремуму функції Лагранжа набувають вигляд:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_1} = p_0 \frac{\partial Q}{\partial x_1} - p_1 - \lambda = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = p_0 \frac{\partial Q}{\partial x_2} - p_2 = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = b_1 - x_1 = 0, \frac{\partial L}{\partial b_1} = \lambda = 0. \end{cases} \quad (7.6)$$

З врахуванням виду виробничої функції Кобба-Дугласа з необхідних умов оптимальності випливає:

$$\begin{cases} p_0 \alpha \frac{Q}{x_1} - p_1 - \lambda = 0, \\ p_0 \beta \frac{Q}{x_2} - p_2 = 0, \\ (b_1 - x_1) \lambda = 0. \end{cases} \quad (7.7)$$

Вирази (7.7) є об'єднанням умов $b_1 - x_1 = 0$ та $\lambda = 0$. Ці умови не можуть виконуватися сумісно.

Якщо $b_1 - x_1 > 0$, тобто $x_1 < b_1$. множник Лагранжа λ показує величину приросту доходу, який можна отримати з одиниці невикористовуваного ресурсу x_1 , то $\lambda = 0$. Якщо $b_1 - x_1 = 0$, тобто ресурс x_1 використовують у повному обсязі, то значення λ може бути будь-яким, $\lambda \neq 0$. Якщо $b_1 - x_1 < 0$, тобто $x_1 > b_1$, то множник Лагранжа у цьому випадку є сумою зниження доходу з одиниці перевищення запасу ресурсу, перевищення вважається неможливим, то тут $\lambda = 0$.

Отже, при короткотерміновому плануванні можливі два випадки [9].

1) Зміни обсягу виробництва до деякої величини, обмеженої умовою $x_1 < b_1$, тобто з першого рівняння (7.7) при $\lambda = 0$ та $x_1 = b_1$:

$$0 < Q < \tilde{Q} = \frac{p_1 x_1 - p_1 b_1}{p_0 \alpha - p_0 \alpha}$$

У цьому випадку оптимальні значення факторів розрахуються так само, як і у довготерміновому періоді (оскільки $\lambda = 0$):

$$x_1^* = \alpha Q \frac{p_0}{p_1}, x_2^* = \beta Q \frac{p_0}{p_2}.$$

2) Більша зміна обсягу виробництва відповідає повному вичерпанню обмеженого ресурсу, у цьому випадку оптимальні значення дорівнюють

$$x_1^* = b_1, x_2^* = \beta Q \frac{p_0}{p_2}. \quad (7.8)$$

Обсяг витрат другого ресурсу для оптимального плану виробництва з врахуванням виду виробничої функції:

$$x_2^* = \beta A (x_1^*)^\alpha (x_2^*)^\beta \frac{p_0}{p_2} \rightarrow x_2^* = \left(\beta A b_1^\alpha \frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{1}{1-\beta}}. \quad (7.9)$$

Оскільки показник степені $\frac{1}{1-\beta} > 1$, то величина витрат змінного ресурсу зростає нелінійно зі збільшенні співвідношення цін $\frac{p_0}{p_2}$, тобто чим дешевший ресурс, що зміниться. тим у більшому обсязі він буде витрачатися для забезпечення оптимального обсягу виробництва. Більшого значення b_1 відповідають більші витрати змінного ресурсу.

Оптимальний обсяг виробленої продукції визначається з виразу виробничої функції Кобба-Дугласа з врахуванням співвідношення (7.8):

$$Q^* = A b_1^\alpha \left(\beta Q^* \frac{p_0}{p_2} \right)^\beta \rightarrow Q^* = A^{\frac{1}{1-\beta}} b_1^{\frac{\alpha}{1-\beta}} \left(\beta \frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}. \quad (7.10)$$

Оскільки в реальних виробничих процесах, як було показано в дослідженнях Д. Кобба та П. Дугласа, значень показників еластичності $\alpha =$

0,25; $\beta = 0,75$, то з виразу (7.10) випливає: 1) оптимальний обсяг виробництва зростає пропорційно запасу фіксованого ресурсу, оскільки $\frac{\alpha}{1-\beta} \approx 1$; 2) оптимальний обсяг виробництва зростає прискореними темпами зі збільшенням співвідношення цін продукту та змінного ресурсу, оскільки співвідношення $\frac{\beta}{1-\beta} < 1$; 3) значення оптимального обсягу виробництва не залежить від ціни фіксованого ресурсу.

7.2 Раціональна комерційна діяльність в умовах монополістичної конкуренції

Багато виробників, що спеціалізуються на виробництві слабо стандартизованих товарів, зустрічаються з умовами *монополістичної конкуренції*. На відміну, від досконалої конкуренції, для монополістичної конкуренції має місце залежність ціни товару від обсягу ринку, тобто крива попиту на товар такого ринку має вигляд: $p_0 = p_0(Q)$. Попит на такий товар не є нескінченно еластичним, у цьому випадку крива попиту є спадна [9].

В умовах монополії виробник має можливість впливати на ціну товару, змінюючи обсяг пропозиції, враховуючи, що $\frac{\partial p_0}{\partial Q} < 0$, тобто для збільшення обсягу продажу необхідно знижати ціну товару, або для збільшення ціни товару потрібно зменшувати обсяг пропозиції.

Здебільшого підприємство, що займається виробництвом специфічного продукції, є основним покупцем у власних постачальників. Вони змушені виробляти матеріали, комплектуючі та напівфабрикати у відповідності до вимог свого замовника. В таких умовах продукція постачальника також є спеціалізованою. Ситуація, при якій існує тісний взаємозв'язок між постачальником та покупцем, є оберненою стороною монополістичної конкуренції і називається *монопсонією* (наявністю одного покупця). В умовах монопсонії покупець має можливість впливати на ціну ресурсів, які він закупає у постачальників зміною обсягів закупівлі, тобто існує залежність виду $p_i = p_i(x_i)$. Ця функція характеризує суму витрат покупця при монопсонії на придбання x_i ресурсу [8]. У загальному випадку покупець може придбати більшу кількість ресурсу, запропонувавши за нього більш високу плату, тобто

$$\frac{\partial p_i}{\partial x_i} > 0, i = 1, 2, \dots, n.$$

Оскільки валовий дохід підприємства визначається як $R(Q) = p_0(Q)Q$, а сума витрат дорівнює

$$C(Q) = p_1(x_1)x_1 + p_2(x_2)x_2,$$

то в умовах недосконалої конкуренції (комбінації монополії та монопсонії) задача раціональної комерційної діяльності має вигляд:

$$\max_{Q, x_1, x_2} \Pi = \max_{Q, x_1, x_2} [p_0(Q)Q - p_1x_1 - p_2x_2],$$

за умови $Q = Q(x_1, x_2)$.

На відміну від досконалої конкуренції, у цьому випадку граничний дохід не дорівнює сталій ціні товару, а також залежить від обсягу виробництва:

$$MR(Q) = \frac{\partial R(Q)}{\partial Q} = p_0 + 2 \frac{\partial p_0}{\partial Q} Q, \quad (7.11)$$

де похідна $\frac{\partial p_0}{\partial Q} = \bar{p}_0 < 0$ показує, на скільки грошових одиниць ціна продукції від свого початкового значення p_0 зменшиться при збільшенні обсягу пропозиції підприємства на одиницю продукції. Граничні витрати також залежать від обсягу ресурсів, що споживаються:

$$MC_i(Q) = p_i(x_i) + 2 \frac{\partial p_i}{\partial x_i} x_i, i = 1, 2,$$

тут $\frac{\partial p_i}{\partial x_i} = \bar{p}_i$ – зростання ціни ресурсу при збільшенні його придбання на одиницю.

Розв'язування задачі комерційної організації може бути здійснено методом Лагранжа як задачі оптимізації за наявності обмежень [9]. Функція Лагранжа має вигляд:

$$L(x_1, x_2, Q, \lambda) = p_0 Q - p_1 x_1 - p_2 x_2 + \lambda(Q(x_1, x_2) - Q).$$

Необхідні умови екстремуму визначаються, прирівнюючи до нуля всі частинні похідні функції Лагранжа:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial Q} = p_0 - \frac{\partial p_0}{\partial Q} Q - \lambda = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial x_i} = -p_i - \frac{\partial p_i}{\partial x_i} x_i + \lambda \frac{\partial Q}{\partial x_i} = 0, i = 1, 2; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = Q(x_1, x_2) - Q = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = p_0 + \frac{\partial p_0}{\partial Q} Q^*, \\ \lambda \frac{\partial Q}{\partial x_i} = p_i + \frac{\partial p_i}{\partial x_i} x_i^*, i = 1, 2, \\ Q^* = Q(x_1^*, x_2^*). \end{cases}$$

Перша умова показує, що при оптимальних значеннях (Q^*, x_i^*) множник Лагранжа дорівнює граничному доходу $\lambda = MR(Q^*)$.

Друга група умов свідчить, що добуток граничного доходу та граничного фактору дорівнює граничним витратам цього фактору:

$$MR(Q^*) \cdot MQ_i(x_i^*) = MC_i(x_i^*), i = 1, 2. \quad (7.12)$$

У останній умові підставляється виробнича функція:

$$Q^* = Q(x_1^*, x_2^*) = Ax_1^\alpha x_2^\beta. \quad (7.13)$$

Рівняння (7.12) та (7.13) є основними рівняннями, що визначають обсяг виробництва та комбінації витрати ресурсів, що максимізують прибуток. Крім того, необхідно враховувати, що раніше отримана умова рівності граничного доходу граничним витратам повинна виконуватися і за умов монополії-монопсонії:

$$\frac{\partial \pi(Q)}{\partial Q} = \frac{\partial R(Q)}{\partial Q} - \frac{\partial C(Q)}{\partial Q} = 0, MR(Q^*) = MC(Q^*). \quad (7.14)$$

Використаємо вираз (7.14) для отримання формули оптимального обсягу виробництва у межах монополії (ситуації монопсонії не враховується, тобто граничні витрати залежать лише від обсягу виробництва). Розглянемо два окремих випадки [10]:

а) негативний ефект розширення масштабу виробництва при $r = 0,5$, підставимо в (7.14) вираз граничного доходу (7.11) та граничних витрат (7.9):

$$p_0 + 2\bar{p}_0 Q = \frac{1}{r} D Q^{\frac{1}{r}-1} \rightarrow Q^* = \frac{p_0}{2D-2\bar{p}_0}; \quad (7.15)$$

б) відсутнє ефекту розширення виробництва при $r = 1$; аналогічно попередньому випадку отримуємо:

$$p_0 + 2\bar{p}Q = \frac{1}{r}DQ^{\frac{1}{r}-1} \rightarrow Q^* = \frac{D-p_0}{2\bar{p}}. \quad (7.16)$$

Функції попиту на ресурсу можемо отримати з умов (7.12), (7.13), вирази для граничних продуктів мають вигляд:

$$MQ_1 = \frac{\alpha Q}{x_1}, \quad MQ_2 = \frac{\beta Q}{x_2}.$$

Вирази для граничних витрат знайдемо, продиференціювавши рівність $C = p_1x_1 + p_2x_2$: $MC_1 = p_1, MC_2 = p_2$. Підставивши ці вирази у (7.12), отримаємо:

$$\frac{(p_0+2\bar{p}Q^*)\alpha Q^*}{x_1^*} = p_1, \quad \frac{(p_0+2\bar{p}Q^*)\beta Q^*}{x_2^*} = p_2.$$

З цих рівнянь знаходимо попит на ресурси:

$$x_1^*(Q^*) = \frac{\alpha(p_0+2\bar{p}Q^*)Q^*}{p_1}, \quad x_2^*(Q^*) = \frac{\beta(p_0+2\bar{p}Q^*)Q^*}{p_2}. \quad (7.17)$$

Визначивши оптимальний обсяг виробництва за формулам (7.15), (7.16), потім можливо розрахувати попит на ресурси за формулами (7.17).

При досконалій конкуренції оптимальне значення прибутку досягається при незмінній ціні продукції $p_0 = MR$ навіть при мінімальному обсязі виробництва [9], то в умовах монополії оптимальна величина прибутку не перевищує суму прибутку при досконалої конкуренції. Максимум прибутку в умовах монополії досягається при обсязі виробництві, що є не більшим оптимального обсягу виробництва в умовах досконалої конкуренції.

7.3 Раціональна комерційна діяльність в умовах олігополії та олігопсонії

Структура ринку є такою, що на ньому діє обмежена кількість підприємств, тобто має місце конкуренція серед небагатьох. Ринок, на яку однорідну продукцію, пропонують кілька продавців, називають *олігополією*. Ринок, на якому продукція певного виду, придбає кілька покупців, називають *олігопсонією*.

Головна особливість конкуренції серед небагатьох полягає у тому, що всі конкуруючі підприємства можуть впливати на ціни продукції, що пропонують, у випадку олігополії чи ресурсів, що придбають. Тому прибуток кожного підприємства залежить від стратегії конкурентів. Оптимальна стратегія комерційного підприємства визначається не лише, виходячи з прямого впливу цього підприємства на стан ринку ресурсів та товару, але й з врахуванням побічного впливу, – через вплив на дії інших конкурентів. Отже, стратегія підприємства, що діє в умовах олігополістичної конкуренції має багато спільної з грою, оскільки виграш кожного гравця залежить від дій інших гравців. Тому при розробці такої стратегії можна використовувати підходи теорії ігор.

Розглянемо характерний варіант олігополістичної конкуренції, у котрій два конкуренти (ринок дуполії) виробляють продукцію з наступними виробничими функціями:

$$Q_1 = f_1(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}), Q_2 = f_2(x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}),$$

де Q_1 – обсяг виробництва першого підприємства, Q_2 – обсяг виробництва другого підприємства, x_{1i} – обсяг i -го ресурсу, витраченого першим підприємством, x_{2i} – обсяг i -го ресурсу, витраченого другим підприємством.

Ціна продукції на ринку визначається загальним обсягом виробництва: $p_0 = p_0(Q_1, Q_2)$, тобто одночасне збільшення обсягів виробництва приведе до зниження ринкової ціни продукції: $\frac{\partial p_0}{\partial Q_1} < 0, \frac{\partial p_0}{\partial Q_2} < 0$.

Ціни факторів виробництва визначаються обсягами закупівлі відповідних факторів обома підприємствами: $p_i = p_i(x_{1i}, x_{2i}), i = 1, 2, \dots, n$, тобто, якщо обидва підприємства збільшують обсяги придбання ресурсів, то ціни на них зростають: $\frac{\partial p_i}{\partial x_{1i}} > 0, \frac{\partial p_i}{\partial x_{2i}} > 0, i = 1, 2, \dots, n$.

Основна задача підприємств, що конкурують, полягає у максимізації прибутку шляху змінювання обсягу виробництва продукції та відповідних витрат ресурсів:

$$\max_{Q_1, x_{1i}} \Pi_1 = p_0(Q_1, Q_2)Q_1 - \sum_{i=1}^n p_i(x_{1i}, x_{2i})x_{1i}$$

за умовою $Q = f_1(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n})$.

У цьому випадку розглядається формулювання задачі першого підприємства, що діє в умовах олігополістичної конкуренції [8]. Розглянемо аналітичне розв'язування цієї задачі.

Запишемо функцію Лагранжа для цієї задачі визначення умовного екстремуму. Вона має наступний вигляд: $L(Q, x, \lambda) = p_0(Q_1, Q_2)Q_1 - \sum_{i=1}^n p_i(x_{1i}, x_{2i})x_{1i} - \lambda[f_1(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}) - Q_1]$.

Запишемо умови оптимальності функції Лагранжа:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial Q_1} = p_0(Q_1, Q_2) + Q_1 \frac{\partial p_0}{\partial Q_1} + Q_1 \frac{\partial p_0}{\partial Q_2} \frac{\partial Q_2}{\partial Q_1} + \lambda = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial x_{1i}} = -p_i(x_{1i}, x_{2i}) - x_{1i} \frac{\partial p_i}{\partial x_{1i}} - x_{1i} \frac{\partial p_i}{\partial x_{2i}} \frac{\partial x_{2i}}{\partial x_{1i}} - \lambda \frac{\partial f_1}{\partial x_{1i}} = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = f_1(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}) - Q_1 = 0. \end{cases} \quad (7.18)$$

Виразимо множник Лагранжа з першого рівняння системи (7.18) і підставимо його у друге рівняння системи (7.18). В результаті отримаємо:

$$\begin{cases} \left[p_0 + Q_1 \left(\frac{\partial p_0}{\partial Q_1} + \frac{\partial p_0}{\partial Q_2} \frac{\partial Q_2}{\partial Q_1} \right) \right] \frac{\partial f}{\partial x_{1i}} = p_i + x_{1i} \frac{\partial p_i}{\partial x_{1i}} + x_{1i} \frac{\partial p_i}{\partial x_{2i}} \frac{\partial x_{2i}}{\partial x_{1i}}, i = 1, 2, \dots, n, \\ Q_1 = f_1(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1i}). \end{cases}$$

Отримані необхідні умови оптимальності містять компоненти $\frac{\partial Q_2}{\partial Q_1}$, та $\frac{\partial x_{2i}}{\partial x_{1i}}$, які називають *можливими варіаціями*. Вони виражають припущення першого підприємства щодо можливої реакції конкурента на вибрану ним стратегію.

Вираз $\frac{\partial Q_2}{\partial Q_1}$, – це зміна обсягу виробництва продукції другого конкурента при збільшенні обсягу виробництва продукції першого конкурента. Похідні $\frac{\partial x_{2i}}{\partial x_{1i}}$ відображають витрати ресурсу i -го виду другого підприємства при збільшенні витрат першим підприємством обсягу даного ресурсу.

Розглянемо найпростіший випадок олігополії. В умовах якої діють два виробника однорідного товару (дуполія), виробничий процес характеризує сталим рівнем граничних витрат, а реалізація продукції здійснюється за моделлю лінійного попиту. У цьому випадку функції витрат виробників мають вигляд

$$C_1 = cQ_1 + d, \quad C_2 = cQ_2 + d, c > 0, d > 0,$$

де d – сума сталих витрат, c – величина граничних витрат. Функція пропозиції товару є адитивною: $Q = Q_1 + Q_2$, а функцію попиту можна подати у вигляді: $p_0 = a - b(Q_1 + Q_2), a > 0, b > 0$.

Функція прибутку одного з дуполістів можна записати наступним чином:

$$\Pi_1 = [a - b(Q_1 + Q_2)]Q_1 - cQ_1 - d \quad (7.19)$$

Тому можемо записати умову максимізації прибутку у вигляді:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial Q_1} = [a - b(Q_1 + Q_2)] - bQ_1 - b \frac{\partial Q_2}{\partial Q_1} Q_1 - c = 0.$$

Аналіз дуполії, виконаний французьким математиком та економістом Антуаном Курно, ґрунтується на передумові, що кожний з дуполістів вважає, що зміни обсягу виробництва його продукції не вплине на обсяг виробництва конкурентом [9]. Рівновага Курно для обох підприємств визначається умовами $(\frac{\partial Q_2}{\partial Q_1} = 0, \frac{\partial Q_1}{\partial Q_2} = 0)$:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial Q_1} = 0, \frac{\partial \Pi_2}{\partial Q_2} = 0.$$

З цих рівнянь маємо:

$$\begin{cases} a - b(Q_1 + Q_2) - bQ_1 - c = 0; \\ a - b(Q_1 + Q_2) - bQ_2 - c = 0. \end{cases} \quad (7.20)$$

Звідси визначаємо, що $Q_1 = Q_2 = \frac{a-c}{3b}$. Отже, відповідна ринкова ціна складе $p_0 = \frac{a+2c}{3}$. Тоді сукупний обсяг пропозиції дорівнює:

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{2(a-c)}{3b}.$$

Отримані результати можна узагальнити на випадок, коли олігополістична конкуренція має місце між N підприємствами, тоді отримуємо вирази:

$$Q_j = \frac{a-c}{(N+1)b}, j = 1, 2, \dots, N, p_0 = \frac{a+Nc}{N+1}, Q = \frac{N}{N+1} \frac{a-c}{b}.$$

В умовах необмеженого зростання кількості підприємств рівновага Курно прямує до рівноваги, характерної для досконалої конкуренції [8], тобто:

- 1) індивідуальні обсяги виробництва $Q_j \rightarrow 0$, оскільки окреме підприємство виробляє відносну малу кількість продукцію;
- 2) ціна продукції $p_0 \rightarrow c$, оскільки окреме підприємство не впливає на рівноважну ціну, що дорівнює граничним витратам.

Рівняння (3.24) можна записати у вигляді

$$Q_1 = \frac{a-c}{2b} - \frac{Q_2}{2}, \quad (7.21)$$

$$Q_2 = \frac{a-c}{2b} - \frac{Q_1}{2}. \quad (7.22)$$

Вирази (7.21), (7.22) називають лініями реакції дуполістів на їх поведінку. Рівновага досягається на основі взаємодії реакцій дуполістів [10]. Якщо у початковий момент часу перша фірма є монополістом, виробляє Q_1' продукції, то появи на ринку фірми з обсягом виробництва Q_2' одиниць продукції змусить першу знизити обсяг пропозиції до Q'' одиниць продукції і так далі. Сам процес досягне рівноваги, що суперечить гіпотезі Курно про фіксування обсягу виробництва у конкурента, тобто модель Курно не є аутентичною. Сума прибутку одного дуполіста у моделі Курно дорівнює сумі прибутку іншого дуполіста, що випливає з формули (7.19).

Питання та завдання для самоконтроля до розділу 7

1. Поясніть основні задачі та призначення процесу планування на підприємстві.
2. Розкрийте зміст та сутність моделі довготермінового планування.
3. Поясніть різницю між ринками досконалої та монополістичної конкуренції.
4. Поясніть, що визначає попит на ресурси при різних типах конкуренції.
5. Поясніть різницю між олігополією та олігопсонією.
6. У чому полягає метод Лагранжа для розв'язування задачі умовної оптимізації?
7. Поясніть, від чого залежить сукупний обсяг пропозиції на ринках різного типу.
8. Поясніть зміст концепції Курно.
- 9.

Розв'яжіть наведені нижче завдання.

1. Підприємство, що виробляє лінолеум, використовує пластмасу за ціною 6 г.о. за кілограм та барвник за ціною 9 г.о. за кілограм. Підприємство продає свій товар за ціною 101 г.о. за 1 кв.м. Коефіцієнти виробничої функції $\alpha = 0,5$; $\beta = 0,5$; $A = 1$. Визначити функції попиту на ресурси, оптимальний обсяг виробництва та максимальний прибуток у довготерміновому періоді.
2. Підприємство для виробництва свого товару використовують 2 види ресурсів A_1 та A_2 по ціною відповідно 800 г.о. та 600 г.о. за одиницю. Витрата ресурсу A_2 умовами контракту з постачальником обмежена 1000 одиниць у місяць. Коефіцієнти еластичності виробництва за ресурсами A_1 та A_2 відповідно дорівнюють 0,5 та 0,7, Коефіцієнт $A = 1$. Визначити функції середніх витрат у короткотермінових періодах. Побудувати їх графіки.
3. Два підприємства працюють в умовах дуполії Курно. Функції їх витрат (за рік) визначаються виразом $C_i = cQ_i + d$. Тут індекси $i = 1,2$ відносяться відповідно до першого та другого підприємств, значення сталих $c = 2$, $d = 2000$. Функції попиту мають вигляд $p_0 = 100 - 0,05(Q_1 + Q_2)$. Побудувати

криві реакції підприємств, визначити рівноважний обсяг виробництва продукції та величину прибутку кожного підприємства для цього обсягу виробництва. а) розв'язати задачу, якщо перше підприємство вважає, що конкурент реагує згідно з гіпотезою Курно; б) розв'язати задачу, якщо обидва підприємства помилково вважають, що конкурент реагує відповідно до гіпотези Курно; в) розв'язати цю задачу в умовах кооперативної дуполії.