

Змістовий модуль 7. Сутність економіко-математичного моделювання

7.1 Процес економіко-математичного моделювання

Оскільки при прийнятті рішень у економіці можливості проведення експериментів є обмеженими, то важливим методом розробки таких рішень та дослідження економічних систем є економіко-математичне моделювання. *Економіко-математичне моделювання* – це процес побудови математичних моделей економічних систем, процесів та явищ. *Модель* – це об'єкт, що заміщує оригінал та відображає найбільш важливі для даного дослідження властивості оригінала. Модель, що є сукупністю математичних співвідношень (рівнянь, нерівностей тощо), називають *математичною*.

Процес побудови економіко-математичної моделі є послідовністю наступних етапів.

- 1) Формулювання предмета та мети дослідження.
- 2) Виділення елементів об'єкта, важливих для досягнення мети дослідження.
- 3) Вербальний (словесний) опис взаємозв'язків між виділеними елементами об'єкта моделювання.
- 4) Введення символічних позначень для врахованих характеристик об'єкта моделювання, формулювання взаємозв'язків між ними у вигляді математичних співвідношень.
- 5) Проведення розрахунків за побудованою математичною моделлю та аналіз отриманого розв'язку.

Слід розрізняти математичну структуру моделі та її змістовну інтерпретацію. Математична структура моделі складається з введених змінних та параметрів, що відображають елементи дослідження, а також рівнянь та нерівностей, що відображають зв'язки між ними.

У моделі розрізняють *екзогенні та ендогенні змінні*. Значення екзогенних змінних є заданими, значення ендогенних змінних визначають у ході розрахунків за моделлю.

Математичні моделі різних економічних об'єктів та процесів можуть мати однакову математичну структуру, але при цьому різну економічну інтерпретацію.

Існують різні системи класифікації економіко-математичних моделей. За типами об'єктів, що моделюються, розрізняють макроекономічні та мікроекономічні моделі. *Макроекономічні моделі* описують економіку як єдине ціле, пов'язуючи між собою показники, що характеризують її стан: валовий внутрішній продукт, інвестиції, споживання, зайнятість, обсяг грошової маси тощо. *Мікроекономічні моделі* описують взаємодію

структурних та функціональних складових економіки та їх поведінку на ринку. Основним об'єктом мікроекономічного моделювання є підприємство.

З точки зору врахування зміни економічних систем у часі розрізняють статичні та динамічні моделі. У статичних моделях розглядають стан об'єкта у конкретний момент часу, тут змінні моделі не залежать від часу. У динамічних моделях вони є функціями часу.

З точки зору врахування дії випадкових факторів розрізняють детерміновані та стохастичні моделі. У детермінованих моделях зв'язки між змінними розглядаються як функціональні. Стохастичні моделі передбачають наявність дії випадкових факторів на показники, що досліджуються. У таких моделях використовують апарат теорії ймовірностей, математичної статистики та теорії випадкових процесів.

Оптимізаційні моделі передбачають побудову цільової функції, що відображає результат діяльності економічної системи та дослідження цієї функції на екстремум з врахуванням обмежень, накладених на цю систему.

7.2 Поняття складної системи

Одним з важливих завдань сучасної науки є розробка та впровадження у практику методів дослідження динаміки функціонування складних систем. До таких систем відносять великі виробничі енергетичні, гідротехнічні комплекси з автоматизованим керуванням, комп'ютерні комплекси, що є засобами керування такими системами, а також різноманітні соціально-економічні та біологічні системи. Суттєву роль у таких дослідженнях відіграють загальносистемні питання, що відносяться до загальної структури системи, організації взаємозв'язків між її елементами, взаємодії елементів системи з її зовнішнім середовищем, керування діяльністю її елементів тощо. Ці питання складають сутність системного підходу до вивчення властивостей реальних складних об'єктів.

На сьогодні не існує загальноприйнятого означення складної системи. Віднесення певного об'єкту моделювання до категорії складних систем значною мірою залежить від мети та задач його моделювання. Надалі будемо вважати об'єкт моделювання *складною системою*, якщо його властивості та особливості задач, що виникають при моделюванні цього об'єкту, вимагають дослідження цього об'єкту як системи з великою кількістю елементів, що взаємопов'язані та взаємодіють між собою, а також забезпечують виконання нею деякої достатньо складної функції.

Сукупність деяких взаємопов'язаних елементів, що входять до складу системи, утворює її *підсистему*. Підсистеми є деякими частинами системи, що

можуть функціонувати самостійно. Наприклад, у системі виробничого підприємства окремий цех можна розглядати як підсистему.

Функціонування складної системи здійснюється під впливом підсистеми керування. Під *керуванням системою* розуміють цілеспрямований вплив на неї, що здійснюється з метою її певної зміни або підтримки у існуючому стані. Цей вплив здійснюється підсистемою керування.

Характерною рисою складної системи є її взаємодія з зовнішнім середовищем та функціонування в умовах дії випадкових зовнішніх факторів.

Отже, надалі складною системою будемо називати систему, що здійснює деяку складну функцію, та до складу якої входить велика кількість елементів.

Серед задач, що виникають у зв'язку з моделюванням складних систем, можна виокремити два основні класи: 1) задачі аналізу, пов'язані з дослідженням властивостей та поведінки системи у залежності від її структури та значень параметрів; 2) задачі синтезу, що зводяться до вибору структури та значень параметрів у залежності від заданих властивостей системи.

Типовими задачами математичного моделювання складних систем можуть бути пошук оптимальних або близьких до оптимальних розв'язків задач підвищення їх ефективності, визначення їх характеристик та властивостей, а також встановлення взаємозв'язків між елементами системи.

При проектуванні складних систем, їх модернізації, а також при визначенні оптимальних режимів експлуатації, задачі аналізу розглядають як задачі оцінки можливих варіантів системи. Для кожного з них обчислюють систему показників, що характеризують властивості системи (ефективність, надійність тощо). Порівнюючи ці характеристики, вибирають оптимальний варіант для проектування системи.

Якість функціонування складної системи визначають з допомогою її показників ефективності. *Показником ефективності* складної системи називають її числову характеристику, що відображає ступінь пристосованості системи до виконання поставлених перед нею задач. Без визначення показника ефективності складної системи неможливо чітко визначити її мету та задачі. При цьому вибір показника ефективності суттєво впливає на інтерпретацію властивостей системи та результатів її дослідження.

Нехай складною системою є деякий виробничий процес. За показник ефективності цієї системи можна вибрати її продуктивність, тобто кількість виробів, виготовлених за одиницю часу. Оцінюючи якість виробничого процесу на основ цього критерію, ми будемо приділяти основну увагу факторам, що сприяють досягненню максимальної продуктивності. При цьому недостатня увага буде приділятися таким характеристикам виробничого процесу як витрати енергії та матеріалів, витрати на заробітну платню, якість

продукції тощо. Аналогічна ситуація має місце і для інших показників ефективності. Цей приклад свідчить, що вибір показника ефективності функціонування системи суттєво впливає на формування його цілей та задач.

Для того, щоб показник ефективності достатньо повно відображав якість роботи системи, він повинен враховувати її основні особливості та властивості, умови її діяльності та взаємодію з зовнішнім середовищем. Отже, він повинен залежати від структури системи, значень її параметрів, характеру взаємодії з зовнішнім середовищем, тобто вибір показника ефективності визначається характером діяльності системи. Тому показник ефективності складної системи можна розглядати як функціонал, визначений на множині всіх можливих процесів її функціонування.

У зв'язку з тим, що складні системи функціонують в умовах впливу випадкових факторів, значення таких функціоналів виявляються випадковими величинами. Тому при виборі показників ефективності використовують їх середні значення (математичні сподівання): середня кількість виробів за одиницю часу, середня тривалість поїздки, середній час очікування у черзі. Інколи за показник ефективності обирають ймовірність деякої події, наприклад, ймовірність успішної посадки літака.

Крім показників ефективності, при описанні роботи складної системи використовують і інші показники, що характеризують її властивості: надійність, якість керування тощо.

Розглянемо побудову показника, що характеризує надійність діяльності системи. Звичайно у теорії надійності таким показником є середній час безвідмовної роботи системи або ймовірність безвідмовної роботи системи на протязі деякого заданого часу. Проте для багатьох складних систем відмова окремого елемента ще не означає зупинки роботи системи у цілому, вона спричиняє лише зниження ефективності її роботи.

Постановка задачі про оцінку надійності складної системи зводиться до наступного. Вважаються відомими показники, що описують інтенсивність відмов окремих елементів складної системи: середня кількість відмов за одиницю часу, закон розподілу проміжків часу між послідовними відмовами. Ці характеристики визначаються експериментально. Нехай за показник ефективності складної системи вибрано деякий функціонал R . Його значення залежить не лише від структури та параметрів системи, але й від показників надійності її окремих елементів.

Нехай R_1 – значення показника ефективності для випадку, коли відмови елементів мають інтенсивності, що відповідають заданим характеристикам, R_2 – для випадку відсутності відмов елементів. Тоді за показник надійності

даної системи можна вибрати величину $\Delta R = |R_1 - R_2|$, що показує, наскільки зменшується ефективність системи внаслідок можливих відмов її елементів, у порівнянні з ефективністю ідеальної системи, елементи якої є абсолютно надійними.

Для розрахунку показників надійності, крім характеристик інтенсивності відмов елементів, задаються також характеристики витрат часу на відновлення їх працездатності.