

Лекція 2.

Система прямокутних проекцій базується на ортогональному проєкціюванні на дві взаємно перпендикулярні площини проєкцій Π_1 і Π_2 (рис. 2.1).

Обидва центри проєкціювання є невласними і задаються напрямками s і t проєкціювання, перпендикулярними до площин проєкцій Π_1 і Π_2 (рис. 2.1, а).

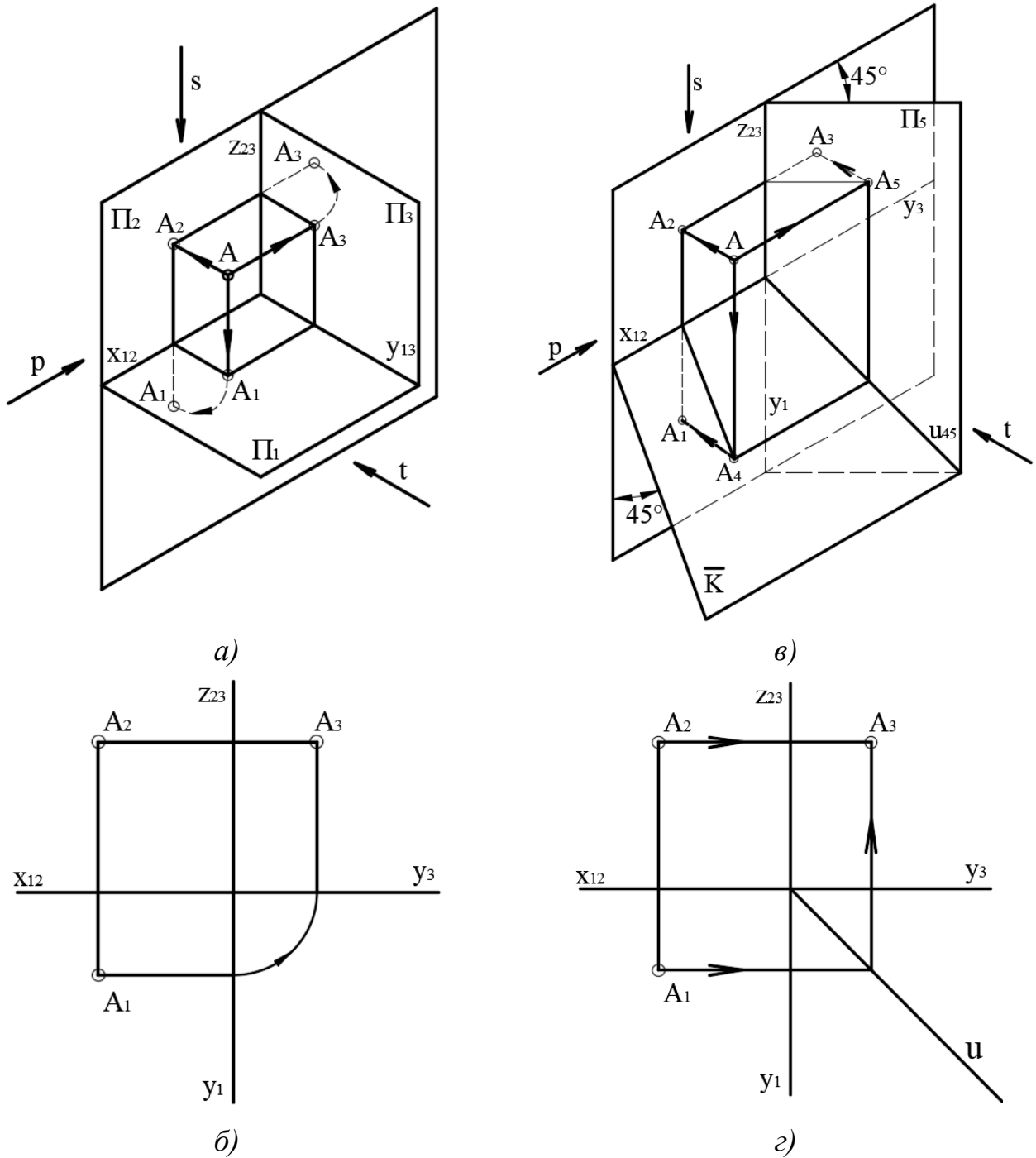


Рис. 2.1

Площина Π_2 називається **фронтальною площиною проєкцій**, а Π_1 – **горизонтальною**. Відповідно називаються і проєкції об'єкта: A_1 – **горизонтальна**

проекція точки A , а A_2 – **фронтальна**. Дві проекції A_1 і A_2 точки A повністю визначають її положення у просторі, отже, і форму будь-якого об'єкта, що є множиною точок.

Для побудови креслень часто додають ще третю (додаткову) площину проекцій Π_3 , яка перпендикулярна до перших двох. Взаємно перпендикулярні лінії x_{12} , y_{13} , z_{23} перетину площин проекцій називаються **осями проекцій**. Осі проекцій можна ототожнювати з осями прямокутної декартової системи координат при аналітичному описі об'єктів проєкціювання.

Для отримання всіх зображень на одній площині, що відповідає площині креслення, горизонтальну площину Π_1 і профільну Π_3 разом з побудованими проекціями повертають відповідно навколо осей x_{12} і z_{23} у фронтальне положення до суміщення з площиною Π_2 (рис. 2.1, а). Отриманий таким чином рисунок (рис. 2.1, б) називається **комплексним** або **епюром Монжа**. Проекції об'єкта можна побудувати одразу у повернутому положенні (рис. 2.1, в) за допомогою бісекторних площин Π_4 і Π_5 які нахилені до Π_2 під кутами 45° . Спочатку об'єкт (A) проєкціюється у напрямках s і r відповідно на площини \bar{K} і Π_5 , а тоді проекції A_4 і A_5 перепроєкціюються у напрямі t на площину рисунка. Слід ще раз підкреслити, що форма і положення об'єкта у просторі повністю визначається двома проекціями, а третю проекцію завжди можна побудувати за двома заданими, якщо задано дві проекції кожної точки об'єкта (рис. 2.1, г).

2.1. Проекції точки

В системі прямокутних проекцій точка задається двома проекціями. Кожною проекцією точки є точка. Дві проекції однієї точки (A) завжди належать одній вертикальній прямій A_2A_1 , яка називається **лінією відповідності** або **лінією зв'язку** (рис. 2.1, г). Фронтальна і горизонтальна площини проекцій поділяють простір на 4 часті або квадранти. Залежно від належності точки тій чи іншій часті простору проекції точки на комплексному рисунку по різному розміщуються відносно осі x_{12} . Наприклад (рис. 2.2), якщо точку A розміщено у I квадранті, то її фронтальна проекція знаходиться над віссю x_{12} , а горизонтальна – під віссю. Фронтальна і горизонтальна проекції точки D , яка знаходиться у IV квадранті, будуть під віссю x_{12} тощо. На рис. 2.3 показано як проекції точок, що знаходяться як у різних квадрантах, так і точок, що належать площинам проекцій:

$A \in \text{I кв.};$

$B \in \text{II кв.};$

$C \in \text{III кв.};$

$D \in \text{IV кв.};$

$E \in \Pi_2; F \in \Pi_2;$
 $G \in \Pi_1; H \in \Pi_1;$
 $K \in x_{12}.$

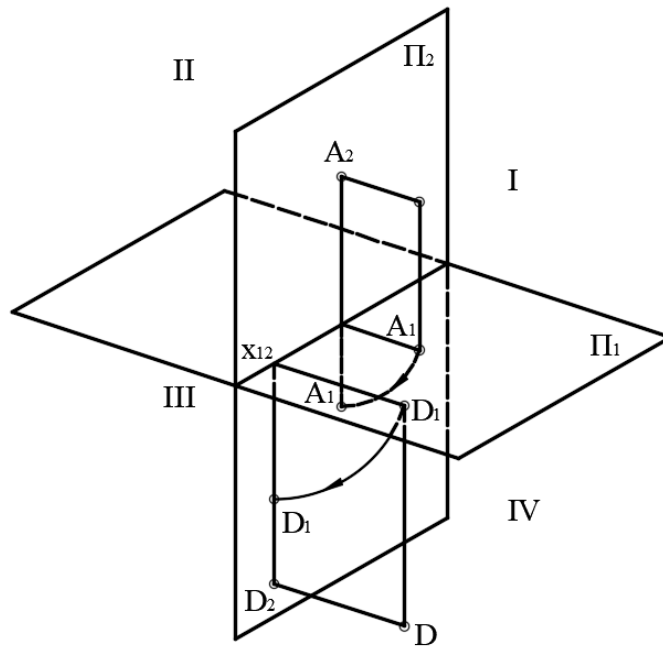


Рис. 2.2

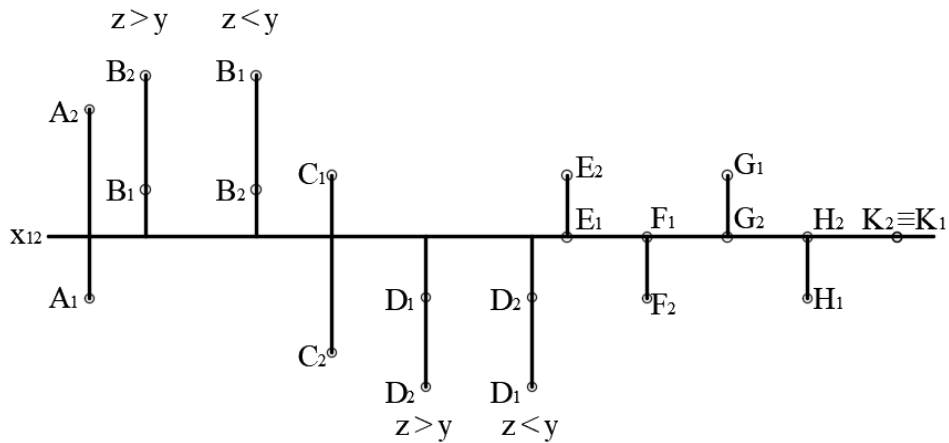


Рис. 2.3

За проєкціями точки завжди можна визначити її положення у просторі. Так, наприклад, якщо точка належить фронтальній площині проєкцій, то горизонтальна проєкція цієї точки належить осі x_{12} . Якщо фронтальна і горизонтальна проєкції точки збігаються, то точка належить бісекторній площині \bar{K} та інше.

2.2. Проєкції прямої

Проєкціями прямої у загальному випадку є прямі лінії (рис. 2.4).

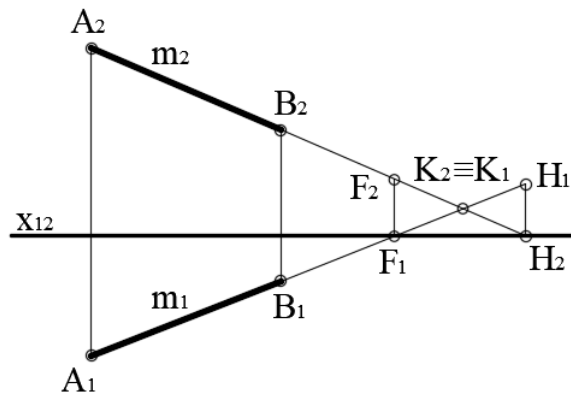


Рис. 2.4

Розрізняють пряму загального положення, яка довільно розміщена у просторі і перетинає три площини проекцій (фронтальну, горизонтальну і профільну) у власних точках, і пряму окремого положення які перетинаються з однією чи двома площинами проекцій у невластних точках (тобто паралельні цим площинам проекцій). Точка перетину прямої з площиною проекцій називається **слідом** прямої на цій площині. Оскільки слідом є точка, що належить площині проекцій, то горизонтальна проекція (F_1) фронтального сліду F і фронтальна проекція (H_2) горизонтального сліду H прямої m визначаються як точки перетину відповідної проекції прямої в вісь x_{12} . Друга проекція кожного сліду визначається за відповідністю на другій проекції прямої. Точка K є слідом прямої на бісекторній площині \bar{K} . Фронтальна і горизонтальна проекції цієї точки збігаються. Якщо розглядати систему з трьох площин проекцій (Π_1, Π_2 і Π_3), то в окремих положеннях пряма може бути паралельною кожній з них, або паралельною одразу двом площинам проекцій. В останньому випадку пряма перпендикулярна до третьої площини проекцій.

Пряма, яка паралельна до площині проекцій, називається **прямою рівня** і приймає назву площини, до якої вона паралельна.

Розрізняють три прямі рівня: фронтальна пряма (a), яка паралельна площині Π_2 (рис. 2.5, a), горизонтальна пряма (b), яка паралельна горизонтальній площині проекцій (рис. 2.5, b) і профільна (c), яка відповідно паралельна Π_3 (рис. 2.5, c). Якщо пряма паралельна одній площині проекцій, то кути її нахилу до двох інших площин проекцій проекціюються у натуральну величину. Наприклад, (рис. 2.5, a), кут α є кутом нахилу фронтальної прямої AB до Π_1 , а γ - до Π_3 .

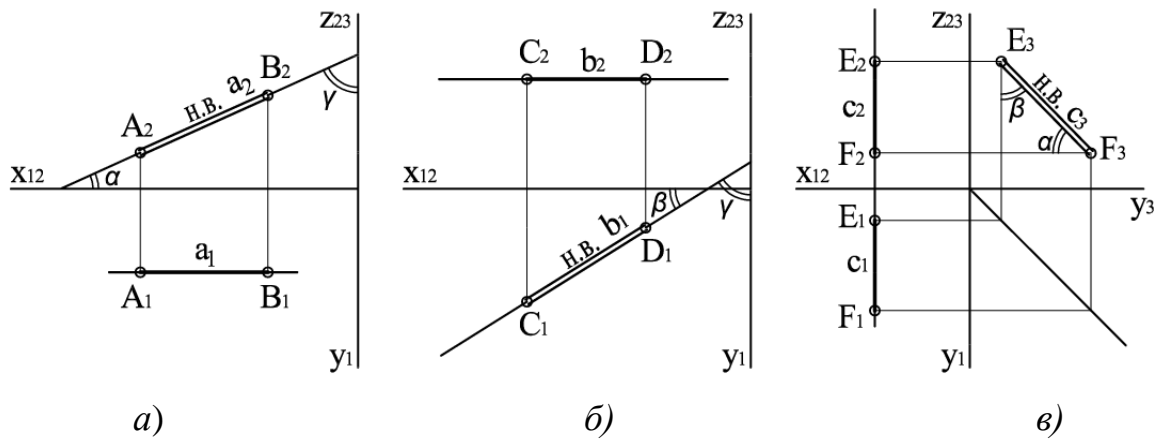


Рис.2.5

Відрізок прямої, що паралельна площині проєкцій, проєкціюється на цю площину проєкцій у натуральну величину, яку умовно показують подвійною лінією. Наприклад, (рис. 2.5, б), довжина горизонтальної проєкції C_1D_1 горизонтального відрізка CD дорівнює довжині самого відрізка. Дві інші проєкції лінії рівня завжди паралельні відповідним осям. Пряма, яка перпендикулярна до площини проєкцій називається проєкціювальною, оскільки за допомогою цієї прямої будують відповідну проєкцію будь-якої точки, що належить проєкціювальній прямій (рис. 2.6).

Пряма (або відрізок прямої), що перпендикулярна до площини проєкцій, на цю площину проєкціюється точкою. Наприклад, горизонтальною проєкцією відрізка AB є точка A_1B_1 (рис. 2.6, а). Така проєкція називається *виродженою*. Взагалі, виродженою проєкцією фігури називається проєкція, вимірність якої менше за вимірність самої фігури. У даному випадку пряма є одновимірною фігурою, а її проєкція – нульвимірною. На інші площини проєкцій відрізок проєкціювальної прямої проєкціюється у натуральну величину. Наприклад, (рис. 2.6, в), довжина фронтальної проєкції (E_2F_2) і горизонтальної проєкції (E_1F_1) профільно-проєкціювальної прямої EF дорівнює довжині самого відрізка EF .

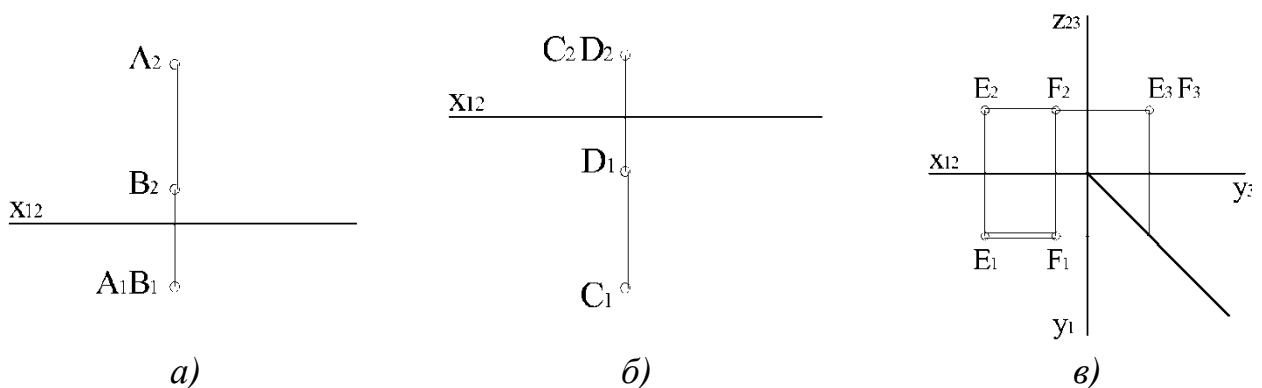


Рис. 2.6

2.3. Проекції площини

У загальному випадку проєкціями необмеженої площини є площини проєкцій. Оскільки за такими проєкціями не можна розрізнити між собою різні площини, то площину на комплексному рисунку задають різними сполученнями точок і прямих, що належать цій площині. На рис. 2.7 показано різні способи задання площини загального положення в системі прямокутних проєкцій:

- а) три точки (A, B і C), що не лежать на одній прямій;
- б) трикутник (ABC);
- в) точка і пряма (A і m), точка не належить цій прямій;
- г) дві перетинні прямі (m і n);
- д) дві паралельні прямі (a і b).

Взагалі, площину можна задавати будь-якою фігурою, що належить площині, але якщо різні сукупності точок і прямих, які показано на рис. 2.7, завжди належать одній площині, то чотирикутник, наприклад, може бути як плоским (рис. 2.8, а), так і просторовим (рис. 2.8, б) і зрозуміло, що в останньому випадку, чотирикутник площину не визначає.

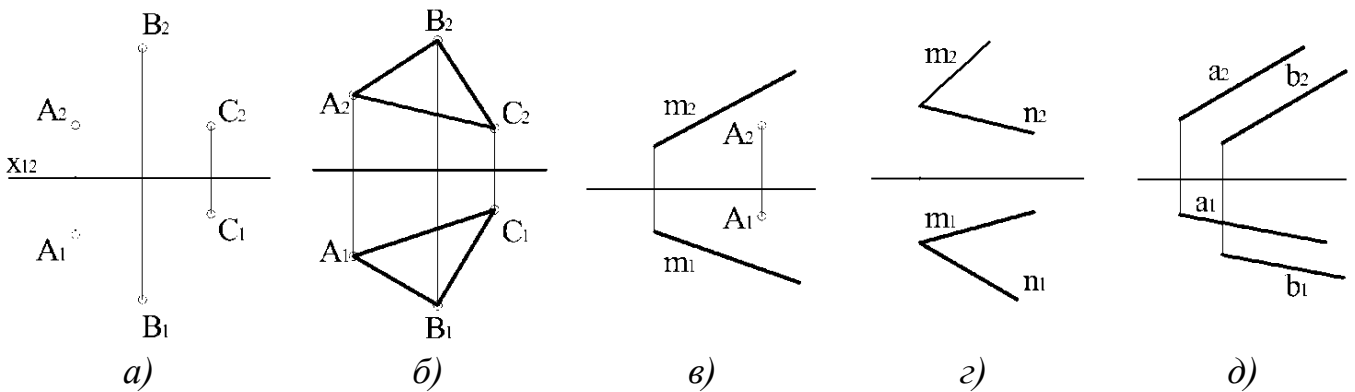


Рис. 2.7

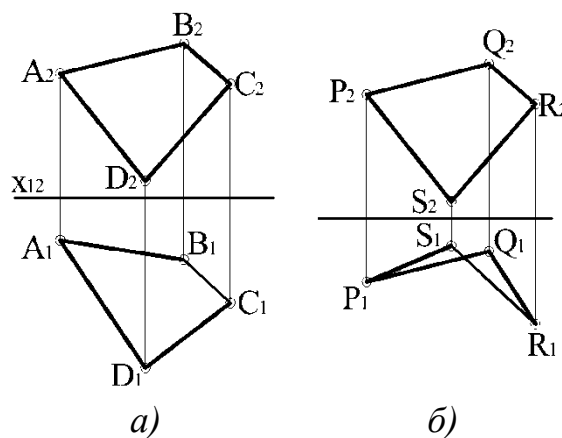


Рис. 2.8

Лінії (f , h і p) перетину площини з площинами проєкцій називаються слідами цієї площини на площинах проєкцій. На рис. 2.9, *a* показано, як виглядають сліди площини загального положення у прямокутній ізометрії, а на рис. 2.9, *б* – на комплексному рисунку. У системі двох ортогональних проєкцій площину можна задати двома слідами f і h (рис. 2.10).

Такий спосіб задання площини є дуже зручним при розв'язанні різноманітних задач. Для того, щоб визначити сліди площини, яку задано іншим способом, наприклад, двома паралельними прямими (рис. 2.7, *д*), необхідно побудувати відповідні сліди прямих a і b , і тоді їх з'єднати (рис. 2.11).

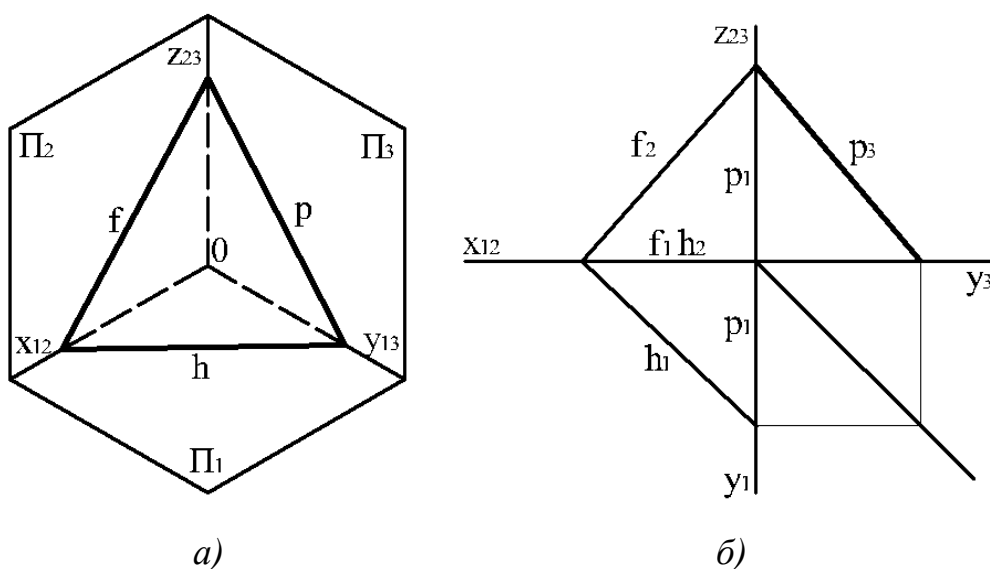


Рис. 2.9

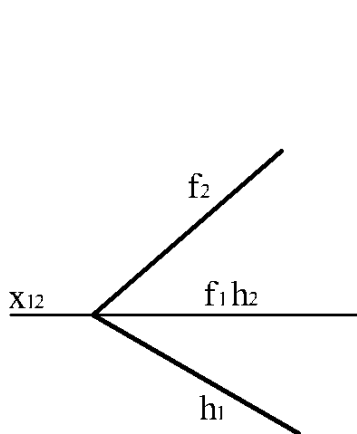


Рис. 2.10

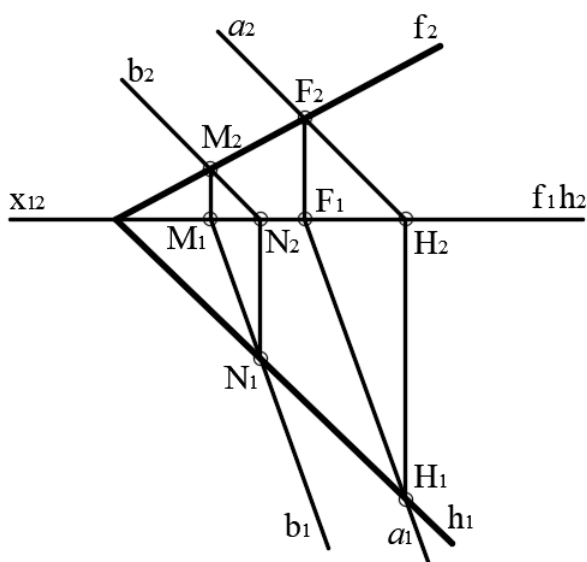


Рис. 2.11

Горизонтальними слідами прямих a і b є відповідно точки H і N . З'єднуючи їх горизонтальні проекції H_1 і N_1 , отримаємо горизонтальну проекцію h_1 горизонтального сліду h площини. З'єднуючи фронтальні сліди F і M прямих a і b , отримаємо фронтальну проекцію f_2 фронтального сліду f площини.

Площина загального положення нахилена до всіх площин проекцій. В окремому випадку площина може бути перпендикулярною до площини проекцій і тоді вона називається *проекціовальною*. Розрізняють *фронтально-проекціовальну* площину (рис. 2.12, а), *горизонтально-проекціовальну* (рис. 2.12, б) і *профільно-проекціовальну* (рис. 2.12, в).

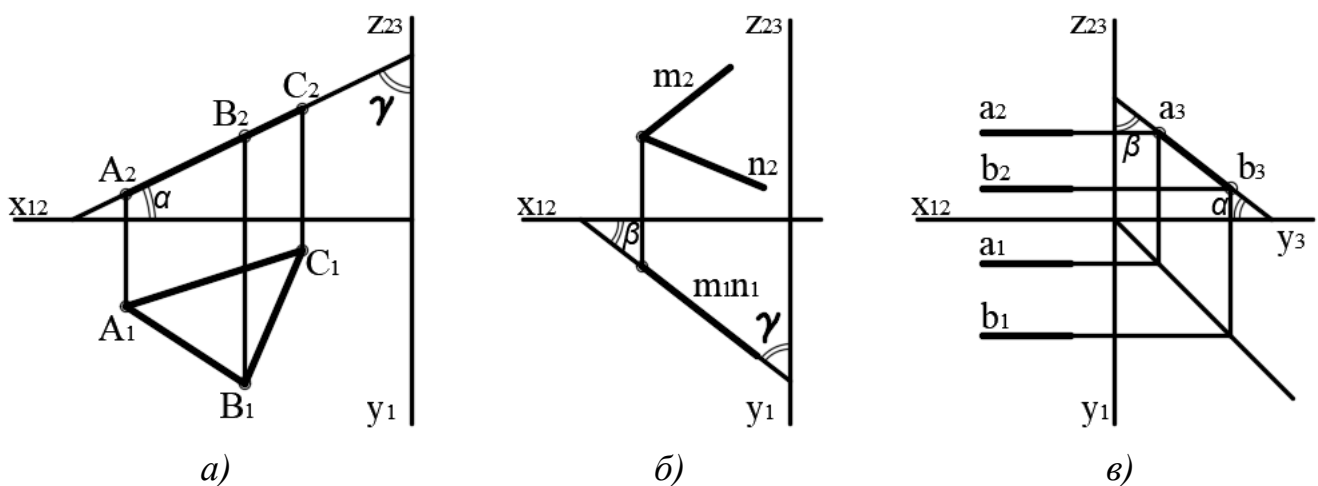
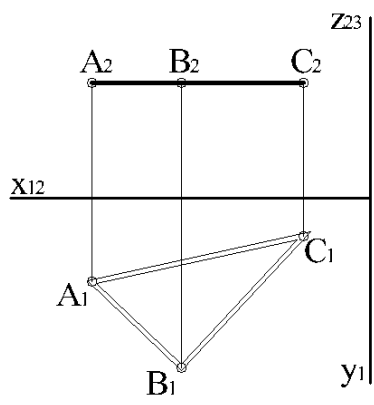


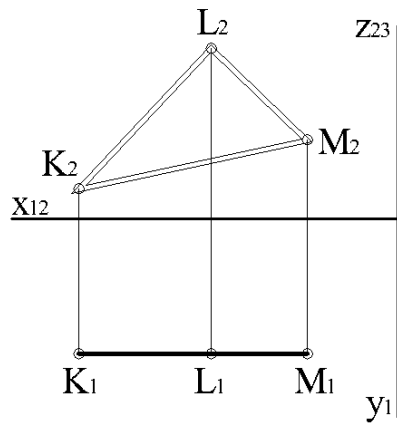
Рис. 2.12

Проекцією проекціовальної площини на площині проекцій, до якої вона перпендикулярна, є пряма лінія, наприклад $A_2B_2C_2$ (рис. 2.12, а). Така проекція є *виродженою*. Для задання проекціовальної площини достатньо однієї виродженої проекції, оскільки вигляд інших проекцій не впливає на положення площини у просторі. Кути нахилу проекціовальної площини до двох інших площин проекцій вимірюються плоскими кутами (α, β або γ) між виродженою проекцією площини і відповідними осями проекцій (рис. 2.12).

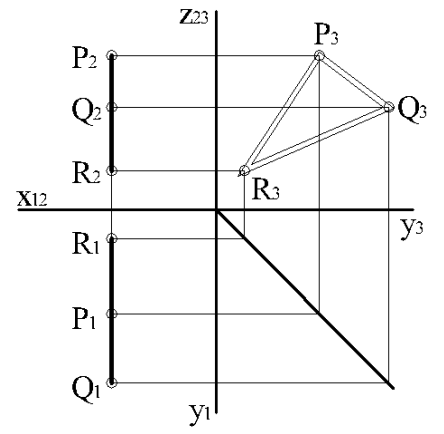
Якщо площина перпендикулярна одразу до двох площин проекцій, то вона паралельна до третьої площини проекцій. Такі площини називаються площинами *рівня*. Розрізняють *горизонтальну* (рис. 2.13, а), *фронтальну* (рис. 2.13, б) і *профільну* (рис. 2.13, в) *площини рівня*. Відсік площини рівня проєкціюється у натуральну величину на відповідну площину проекцій, що на рис. 2.13 показано подвійною лінією.



a)



б)



в)

Рис. 2.13