

## Лекція 5.

### Способи перетворення проєкцій

Для розв'язання метричних задач нарисної геометрії найчастіше використовують так звані способи перетворення проєкцій, в основу яких покладено зміну взаємного положення геометричних фігур і площин проєкцій так, щоб задані геометричні фігури відповідали метричним властивостям (лекція 4). До цих способів відносяться:

1. Спосіб обертання навколо проєкціювальних осей.
2. Спосіб плоско-паралельного переміщення.
3. Спосіб заміни площин проєкцій.
4. Спосіб обертання площини навколо лінії рівня.

#### Спосіб обертання навколо проєкціювальних осей

Натуральну величину відрізка прямої можна визначити, повертаючи його навколо проєкціювальної осі у положення, паралельне до площини проєкцій.

На рис.1 задано проєкції відрізка  $AB$  прямої загального положення. Через точку  $B$  проведено горизонтально-проєкціювальну вісь  $l$ , навколо якої відрізок  $AB$  повернуто у фронтальне положення  $A'B$ . Тоді  $A_2'B_2$  – натуральна величина відрізка  $AB$ , а  $\alpha$  – натуральна величина кута його нахилу до горизонтальної площини проєкцій. Відрізок  $AB$  можна повернути як за годинниковою стрілкою, так і проти неї. Множина положень відрізка  $AB$  навколо осі  $l$  утворює поверхню конуса обертання. Тому зазначений спосіб має ще одну назву «спосіб допоміжного конуса».

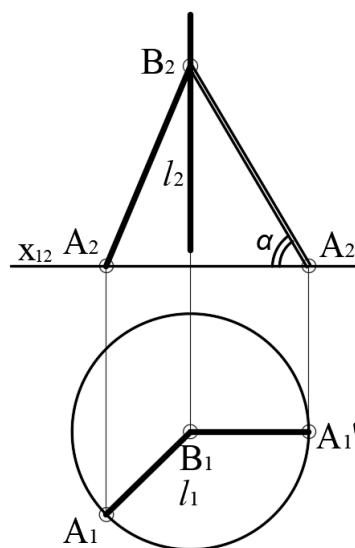


Рис.1

Способом обертання фігури навколо проєкціювальних осей можна розв'язувати й інші метричні задачі, послідовно повертаючи геометричні фігури навколо двох осей – горизонтально-проєкціювальної (вертикальної) та фронтально-проєкціювальної. Наприклад, для визначення відстані від точки  $M$  до прямої  $AB$  (рис.2) потрібно послідовно виконати два повороти. При першому повороті точку і пряму повернуто навколо довільно призначеної вертикальної осі  $l$  так, щоб відрізок  $AB$  зайняв фронтальне положення. Другим поворотом відрізок  $AB$  повернуто навколо довільно призначеної фронтально-проєкціювальної осі  $m$  у горизонтально-проєкціювальне положення. В результаті отримано вироджену проєкцію  $A_1''B_1''$  відрізка, відстань від якої до проєкції  $M_1''$  точки  $M$  є шуканою. При цьому положення проєкціювальних осей  $l$  і  $m$  не впливає на результат розв'язання задачі.

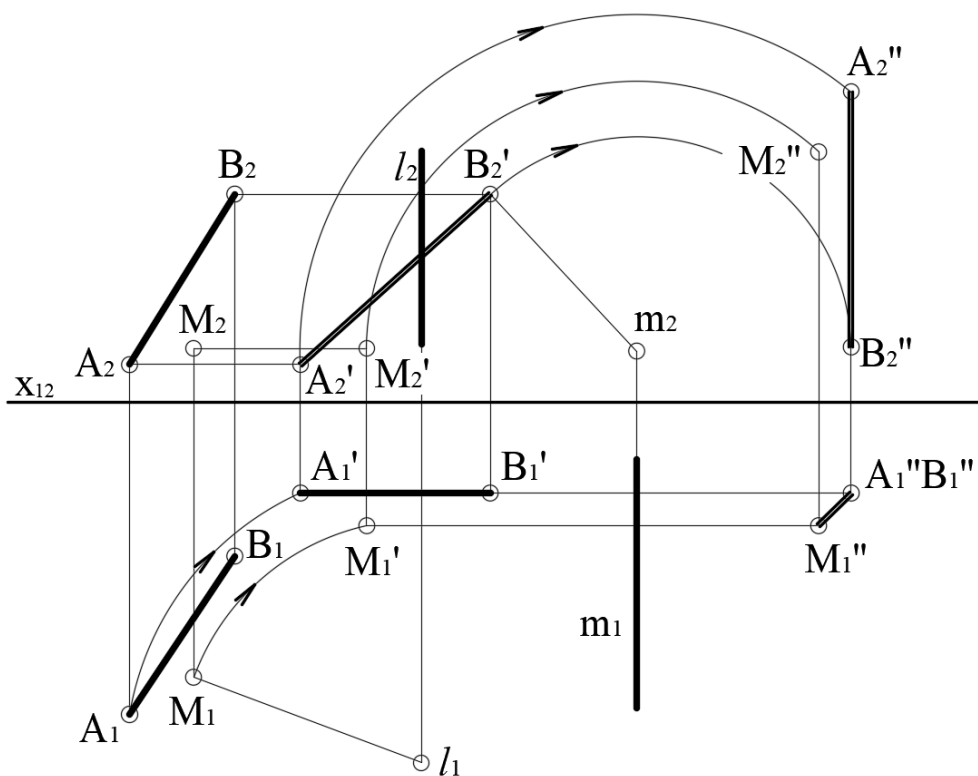


Рис.2

Зазначені осі взагалі можна не фіксувати, а побудувати лише вихідні фігури ( $AB$  і  $M$ ) у повернутих положеннях. У цьому випадку спосіб має назву «плоско-паралельне переміщення».

### Спосіб плоско-паралельного переміщення

Суть способу плоско-паралельного переміщення полягає у зміні розташування геометричних фігур відносно площин проєкцій  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$  до положення, при якому

метричні характеристики фігур проєкціюються у натуральну величину на цих площинах проєкцій.

**Натуральна величина відрізка.**

На рис.3, б показано відрізок прямої загального положення  $AB$ . Для визначення його натуральної величини відрізок потрібно повернути у горизонтальне або у фронтальне положення. Тоді на відповідній площині проєкцій він зобразиться у натуральну величину.

На рис.3, в відрізок  $AB$  повернуто у горизонтальне положення. Для цього його фронтальну проєкцію розміщено паралельно осі  $x_{12}$  (положення  $A_2'B_2'$ ). В результаті на площині проєкцій  $\Pi_1$  у натуральну величину зобразився сам відрізок ( $A_1'B_1'$ ) та кут  $\beta$  його нахилу до площини  $\Pi_2$ .

На рис.3, а відрізок  $AB$  переведено у фронтальне положення, для чого його горизонтальну проєкцію розміщено паралельно до осі  $x_{12}$  (положення  $A_1''B_1''$ ). На площині проєкцій  $\Pi_2$  отримано натуральну величину відрізка  $AB$  ( $A_2''B_2''$ ) та кута  $\alpha$  його нахилу до площини  $\Pi_1$ .

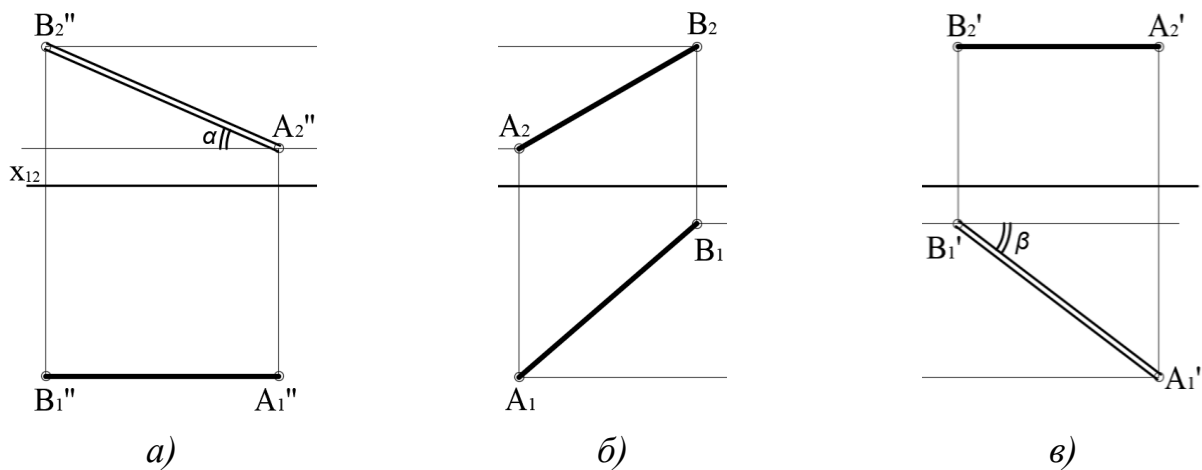


Рис.3

Якщо відрізок потрібно перевести у проєкціовальне положення, його натуральну величину слід розмістити перпендикулярно до однієї з площин проєкцій. На рис.4 горизонтальну проєкцію горизонтального відрізка  $A_1'B_1'$ , яка є його натуральною величиною, повернуто у положення, перпендикулярне до площини  $\Pi_2$  ( $A_1''B_1''$ ). В результаті на фронтальній площині проєкцій відрізок  $AB$  зобразився точкою.

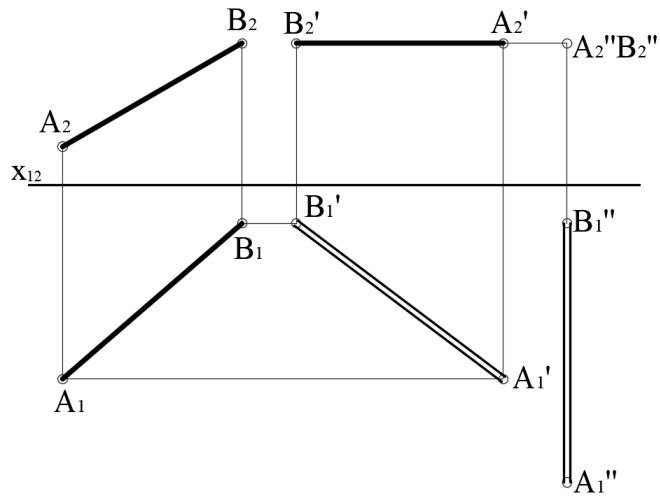


Рис.4

### ***Відстань від точки до прямої.***

Для розв'язання цієї задачі способом плоско-паралельного переміщення спершу необхідно розмістити пряму паралельно до однієї з площин проєкцій, а потім перевести її у положення, перпендикулярне до іншої з площини проєкцій.

На рис.5 відрізок  $AB$  прямої спочатку повернуто у фронтальне положення. При цьому горизонтальна проєкція точки  $M$  повертається разом з горизонтальною проєкцією відрізка зі збереженням взаємного розташування горизонтальних проєкцій. Знайдену на площині  $\Pi_2$  натуральну величину відрізка  $AB$  повернуто у вертикальне положення. Нова проєкція точки  $M$  також повертається зі збереженням її розташування відносно  $A_2'B_2'$ .

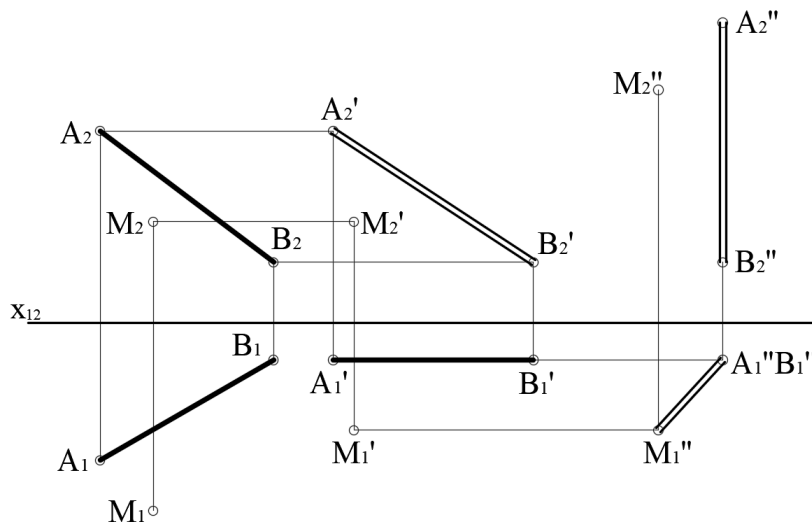


Рис.5

В результаті перетворень відрізок  $AB$  на площині  $\Pi_1$  зображується точкою, де і визначається відстань між ним та точкою  $M$ .

**Відстань від точки до площини. Натуральна величина відсіку площини.**

Для знаходження відстані від точки до площини останню потрібно перевести або у вертикальне, або фронтально-проекціювальне положення. Для цього у відповідне положення слід перевести якусь лінію площини. Якщо цією лінією є лінія рівня площини, то для розв'язання задачі достатньо виконати одне переміщення.

На рис.6 показано трикутник  $ABC$  загального положення та точку  $M$ . У трикутнику  $ABC$  проведено горизонталь  $h$ . Потім горизонтальну проекцію трикутника повернуто таким чином, щоб горизонталь зайняла положення, перпендикулярне до площини  $\Pi_2$ . Разом з проекцією трикутника повернуто горизонтальну проекцію точки  $M$  зі збереженням їх взаємного розташування. В результаті на площині  $\Pi_2$  горизонталь трикутника спроектувалась точкою, трикутник – лінією, що дозволило показати відстань між ним та точкою  $M$ .

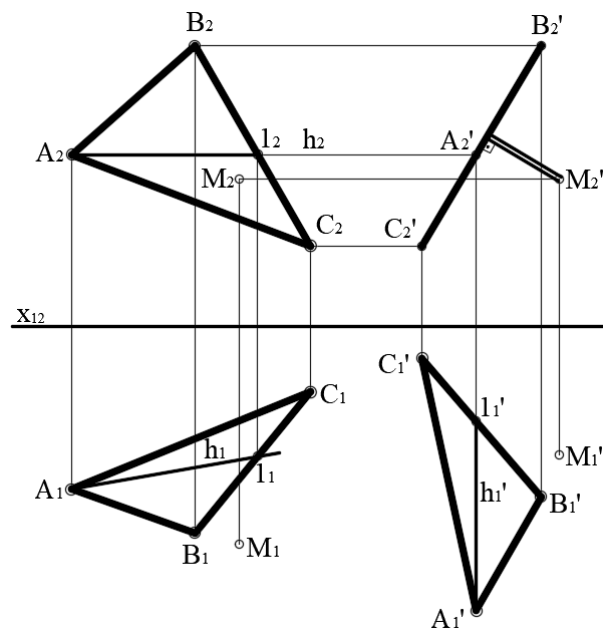


Рис.6

Для знаходження натуральної величини відсіку площини останню потрібно повернути в положення, паралельне до однієї з площин проєкцій, попередньо перевівши у проєкціювальне положення.

На рис.7 у трикутнику  $ABC$  проведено горизонталь, після чого трикутник повернуто у фронтально-проекціювальне положення. На цьому етапі перетворень знайдено кут  $\alpha$  нахилу площини трикутника  $ABC$  до площини проєкцій  $\Pi_1$ .

Далі положення трикутника змінено на горизонтальне, для чого його вироджену проєкцію  $A_2'B_2'C_2'$  розміщено паралельно до осі  $x_{12}$ . В результаті на площині  $\Pi_1$  трикутник зображується у натуральну величину.

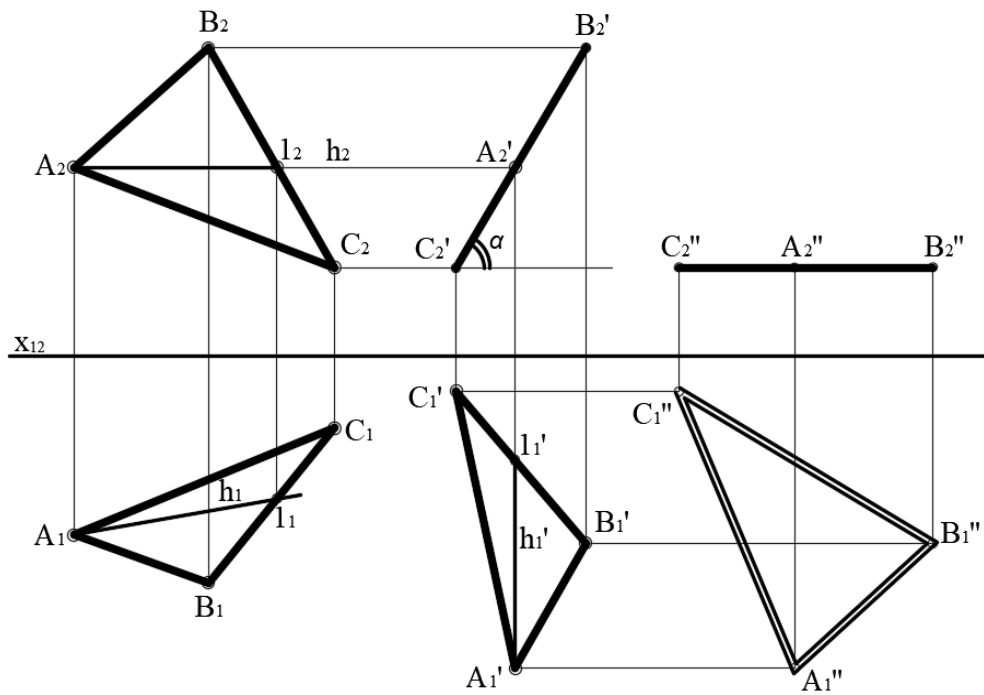


Рис.7

На рис.8 показано аналогічне перетворення з використанням фронталі площини  $ABC$ . Спершу трикутник переведено у вертикальне положення, потім – у положення, паралельне до площини проєкцій  $\Pi_2$ , на якій він і зображується у натуральну величину. Кут  $\beta$  між виродженою проєкцією трикутника  $A_1'B_1'C_1'$  та горизонтальною прямою є кутом його нахилу до площини проєкцій  $\Pi_2$ .

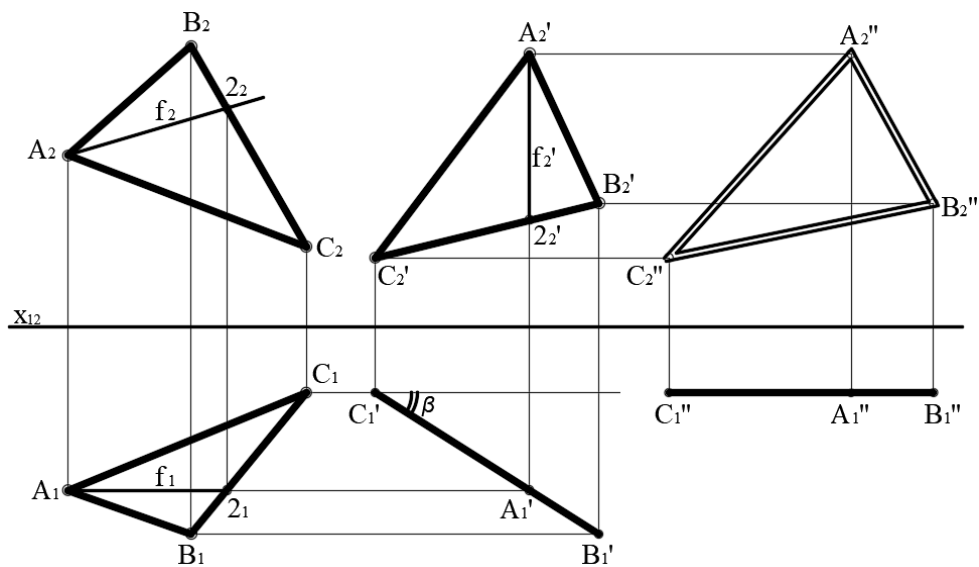


Рис.8

## Спосіб заміни площин проєкцій

Для визначення метричних характеристик геометричних фігур останні повинні займати певне положення відносно площин проєкцій. Геометричні фігури повинні бути паралельні або перпендикулярні до площин проєкцій. Спосіб заміни площин проєкцій полягає у застосуванні додаткових площин, відносно яких геометричні фігури займатимуть необхідне положення.

На рис.9, а зображено т.  $A$  у системі площин проєкцій  $\Pi_1$  та  $\Pi_2$ . Проведено нову вертикальну площину проєкцій  $\Pi_4$ , на якій побудовано нову ортогональну проєкцію т.  $A$ . Нову площину проєкцій позначено не  $\Pi_3$ , а  $\Pi_4$ , оскільки  $\Pi_3$  – традиційне позначення профільної площини проєкцій. Лінія перетину площини  $\Pi_4$  з площиною  $\Pi_1$  – нова вісь  $x_{14}$ , перпендикулярно до якої проведено нову лінію зв'язку з проєкції  $A_1$  (рис.9, б).

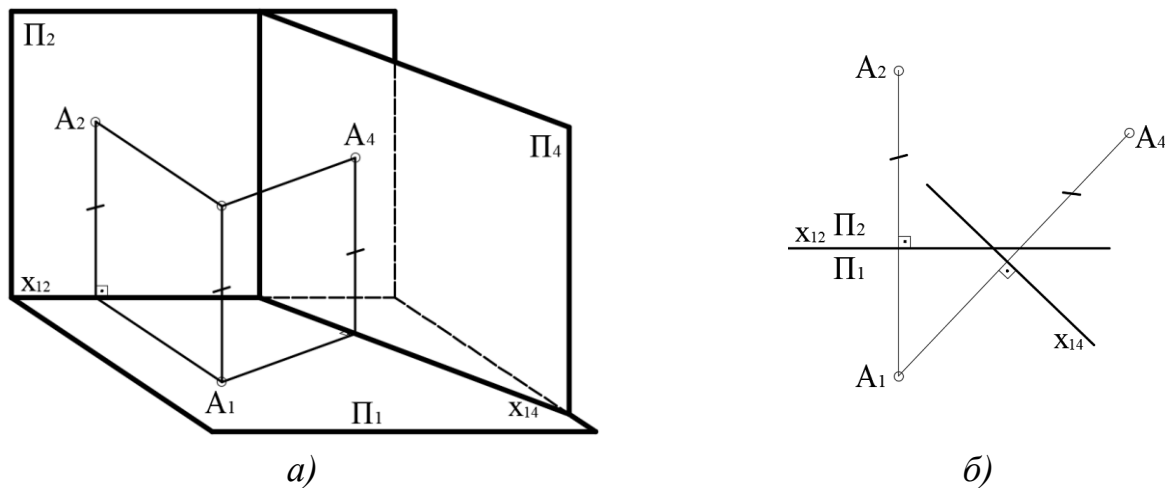


Рис.9

Як видно з рис.9, а відстань від проєкції  $A_4$  до осі  $x_{14}$  така ж, як відстань від проєкції  $A_2$  до осі  $x_{12}$ . Отже, при заміні площин проєкцій відстань від старої проєкції до старої осі дорівнює відстані від нової проєкції до нової осі. Тому для побудови проєкції  $A_4$  слід виміряти відстань від  $A_2$  до  $x_{12}$  і відкласти на новій лінії зв'язку від осі  $x_{14}$  (рис.9, б).

### *Натуральна величина відрізка.*

На рис.10 показано відрізок  $AB$  прямої загального положення у системі площин проєкцій  $\Pi_1$  та  $\Pi_2$ . Для визначення його натуральної величини потрібно провести допоміжну площину проєкцій, паралельну до відрізка. Якщо допоміжна площина  $\Pi_4$  вертикальна, то нова вісь  $x_{14}$  буде паралельна до горизонтальної проєкції  $A_1B_1$  відрізка.

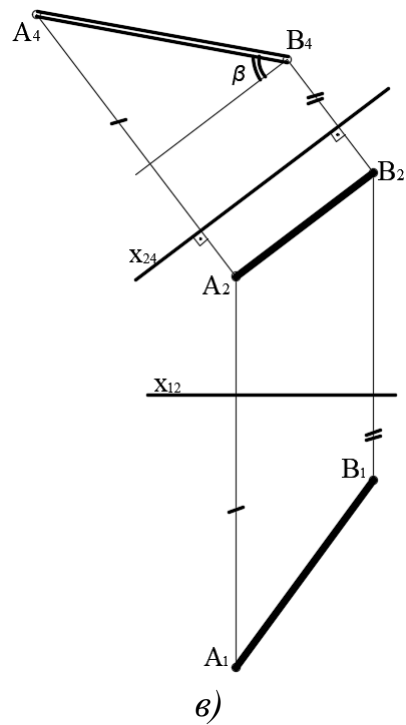
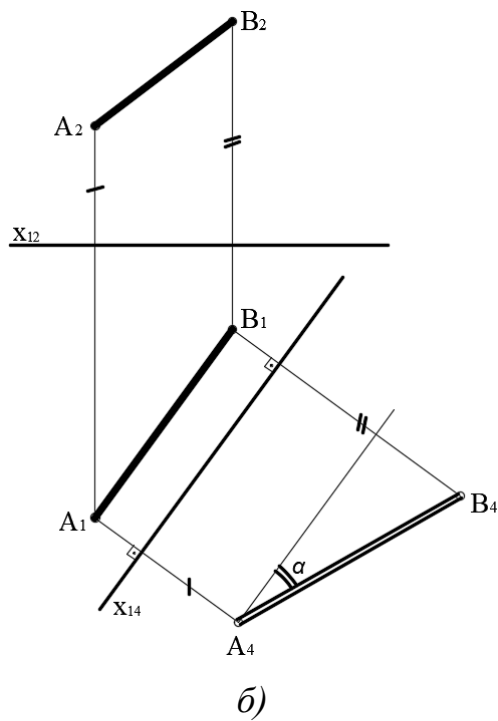
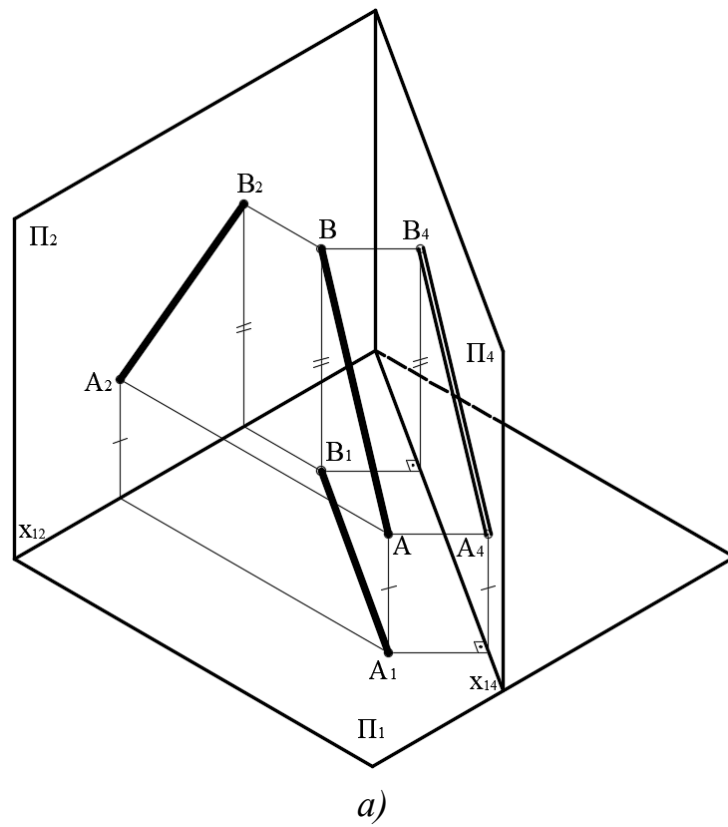


Рис.10

Через горизонтальні проекції точок  $A_1$  та  $B_1$  проведено нові лінії зв'язку під прямим кутом до нової осі  $x_{14}$ . На них від нової осі відкладено відстані від проекцій  $A_2$  і  $B_2$  до осі  $x_{12}$  (рис.10, б). На новій проекції побудовано відрізок  $A_4B_4$ , який є натуральною величиною відрізка  $AB$ .



Через т.  $A_4$  проведено пряму, паралельну до осі  $x_{14}$ . Кут  $\alpha$  між цією прямою і відрізком  $A_4B_4$  є натуральною величиною кута нахилу відрізка  $AB$  до площини проєкцій  $\Pi_1$ .

Для визначення кута нахилу відрізка до площини проєкцій  $\Pi_2$  потрібно провести фронтально-проєкціювальну допоміжну площину проєкцій. Нова вісь  $x_{24}$  буде паралельна до фронтальної проєкції  $A_2B_2$  відрізка (рис.10, в). Перпендикулярно до нової осі проведено нові лінії зв'язку, на яких відкладено відстані від проєкцій  $A_1$  і  $B_1$  до осі  $x_{12}$ . Побудовано проєкцію  $A_4B_4$ , яка є натуральною величиною відрізка  $AB$ . Кут  $\beta$  між проєкцією  $A_4B_4$  та прямою, проведеною з т.  $B_4$  паралельно до осі  $x_{24}$  і є натуральною величиною кута нахилу відрізка  $AB$  до площини проєкцій  $\Pi_2$ .

### ***Відстань від точки до прямої.***

Для розв'язання даної задачі пряму необхідно спроекціувати в точку. Для цього потрібно провести додаткову площину проєкцій, перпендикулярну до прямої. Проте нову площину проєкцій, перпендикулярну до заданої прямої, можна провести лише в тому разі, якщо пряма є лінією рівня. Тому спочатку потрібно пряму загального положення перетворити на пряму рівня, а потім обирати площину проєкцій, перпендикулярну до цієї прямої.

Отже, для визначення відстані від точки до прямої потрібно виконати такі дії:

- провести площину, паралельну до прямої, та знайти натуральну величину прямої;
- провести площину, перпендикулярну до прямої, та спроекціувати пряму в точку.

На рис.11 дано дві проєкції відрізка прямої  $AB$  загального положення та точки  $M$ . Спочатку проведено нову вертикальну площину проєкцій  $\Pi_4$ , паралельну до відрізка  $AB$ . Нова вісь  $x_{14}$  паралельна до горизонтальної проєкції  $A_1B_1$  відрізка  $AB$ . З горизонтальних проєкцій точок  $A$ ,  $B$  та  $M$  проведено лінії зв'язку перпендикулярно до нової осі; на площині  $\Pi_4$  побудовано нову проєкцію відрізка  $AB$  – його натуральну величину, та нову проєкцію точки  $M$ .

Далі проведено площину  $\Pi_5$ , перпендикулярну до відрізка  $AB$ . Нова вісь  $x_{45}$  перпендикулярна до проєкції  $A_4B_4$ , яка є натуральною величиною відрізка  $AB$ .

На нових лініях зв'язку відкладено відстані від  $A_1$  і  $B_1$  до осі  $x_{14}$ . Оскільки ці відстані для обох точок однакові, відрізок  $AB$  зобразиться точкою. Також проведено нову лінію зв'язку перпендикулярно до нової осі  $x_{45}$  від проєкції  $M_4$  точки  $M$  та побудовано нову проєкцію  $M_5$  точки  $M$ .

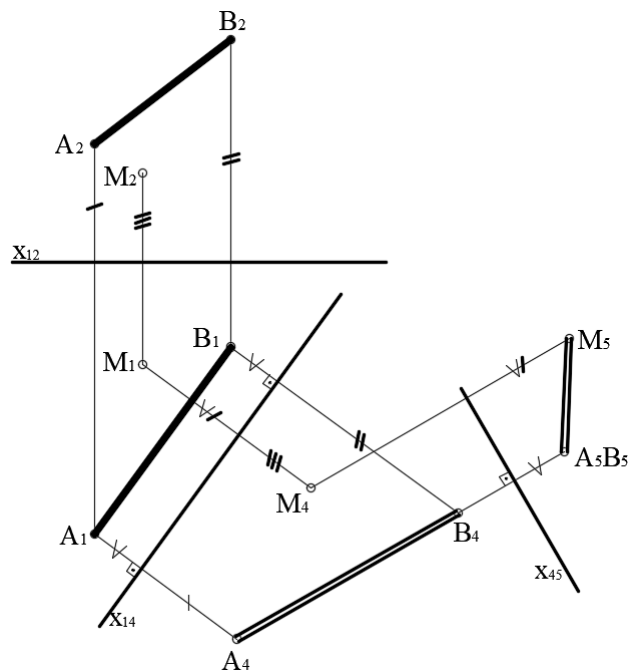


Рис.11

Відстань між виродженою проекцією відрізка  $A_5B_5$  та проекцією  $M_5$  точки  $M$  і є натуральною величиною відстані між відрізком  $AB$  та точкою  $M$ .

***Відстань від точки до площини. Натуральна величина відсіку площини.***

Для визначення відстані від точки до площини потрібно площину спроекціювати в лінію. Для цього слід провести додаткову площину проєкцій, перпендикулярну до заданої площини. Щоб спроекціювати площину в лінію, необхідно якусь лінію цієї площини спроекціювати в точку. Тобто, фактично слід провести додаткову площину проєкцій, перпендикулярну до якоїсь лінії заданої площини.

На рис.12 показано площину загального положення ( $ABC$ ) і точку  $M$ .

У трикутнику  $ABC$  проведено горизонталь  $h$ . Оскільки горизонталь паралельна до площини  $\Pi_1$ , то її горизонтальна проєкція  $h_1$  – натуральна величина. Як було показано в попередньому прикладі, лінію рівня, наприклад, горизонталь, можна спроекціювати в точку лише однією заміною фронтальної площини проєкцій. Тому далі проведено додаткову вертикальну площину  $\Pi_4$ , перпендикулярну до горизонталі  $h$  трикутника  $ABC$ . Нова вісь  $x_{14}$  перпендикулярна до горизонтальної проєкції  $h_1$  горизонталі  $h$ .

На новій площині проєкцій горизонталь зобразиться точкою  $A_4I_4$ , а трикутник  $ABC$  – лінією. Також побудовано нову проєкцію точки  $M$ . Довжина перпендикуляра, опущеного з проєкції  $M_4$  точки  $M$  на вироджену проєкцію площини  $ABC$  і є натуральна величина відстані від точки  $M$  до площини трикутника  $ABC$ .

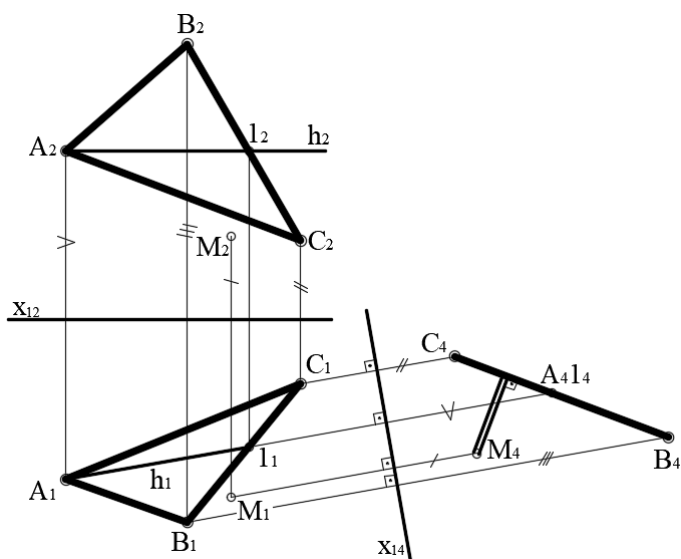


Рис.12

На рис.13 та 14 показано знаходження натуральної величини трикутника  $ABC$  та кутів його нахилу до площин проекцій  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ .

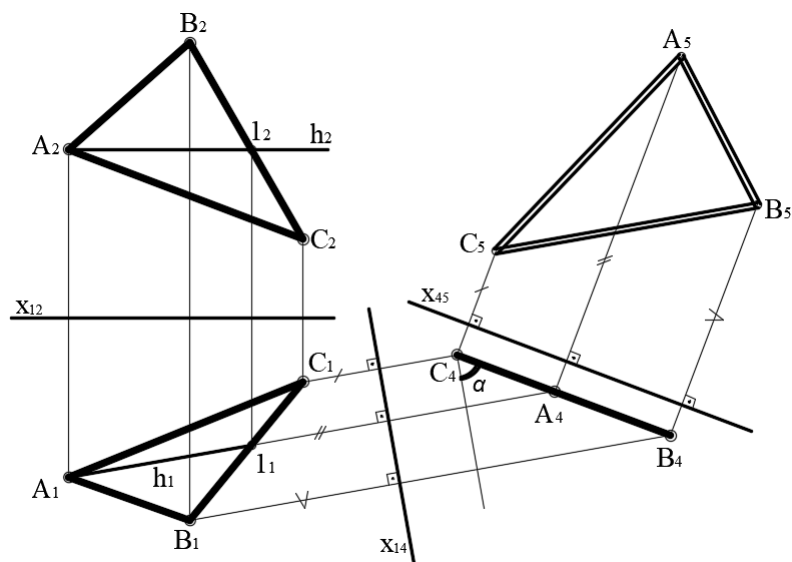


Рис.13

Для визначення натуральної величини відсіку площини потрібно застосувати додаткову площину проекцій, паралельну до заданої. У продовження побудов, наведених на рис.12, на рис.13 проведено додаткову площину  $\Pi_5$ , паралельну до площини трикутника  $ABC$ . Нова вісь  $x_{45}$  паралельна до виродженої проекції  $A_4B_4C_4$  трикутника  $ABC$ . Побудована проекція  $A_5B_5C_5$  і є натуральною величиною трикутника  $ABC$  – усіх його сторін та плоских кутів.

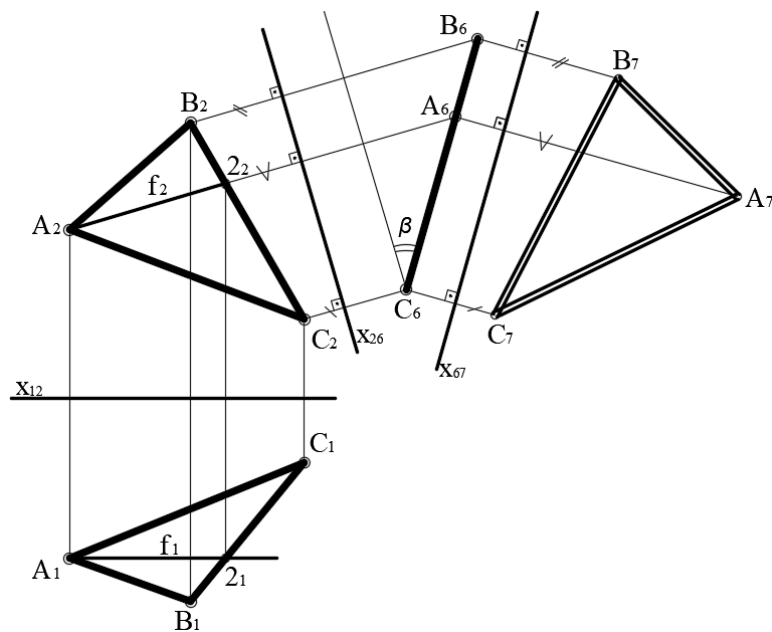


Рис.14

Для визначення кута  $\alpha$  нахилу трикутника  $ABC$  до площини  $\Pi_1$  через точку  $C_4$  його виродженої проекції проведено пряму, паралельну до осі  $x_{14}$ . Кут між цією прямою та проекцією  $A_4B_4C_4$  і є шуканим.

Для знаходження кута  $\beta$  нахилу трикутника  $ABC$  до площини  $\Pi_2$  (рис.14) проведено фронтально-проекціювальну додаткову площину  $\Pi_6$ , перпендикулярну до фронталі трикутника.

### Спосіб обертання навколо лінії рівня

#### Обертання площини навколо ліній рівня. **Натуральна величина відсіку площини**

Якщо площину повернути навколо лінії рівня як навколо нерухомої осі у положення, паралельне до відповідної площини проєкцій, то вона зобразиться на цій площині проєкцій у натуральну величину.

На рис.15 показано трикутник  $ABC$ , сторона  $AC$  якого – горизонталь, а сторона  $AB$  – фронталь. Трикутник повернуто навколо горизонталі  $AC$  у горизонтальне положення. При цьому точка  $B$  рухається у вертикальній площині  $\Gamma$ , перпендикулярній до  $AC$ . Відстань між точками  $A$  і  $B$  у повернутому положенні дорівнюватиме натуральній величині  $A_2B_2$  фронталі  $AB$ . З точки  $A_1$  як з центру засічкою радіусом  $A_2B_2$  на виродженій проєкції площини  $\Gamma$  визначено повернуте положення  $B_1'$  точки  $B$ . Натуральною величиною трикутника  $ABC$  є трикутник  $A_1B_1'C_1$ .

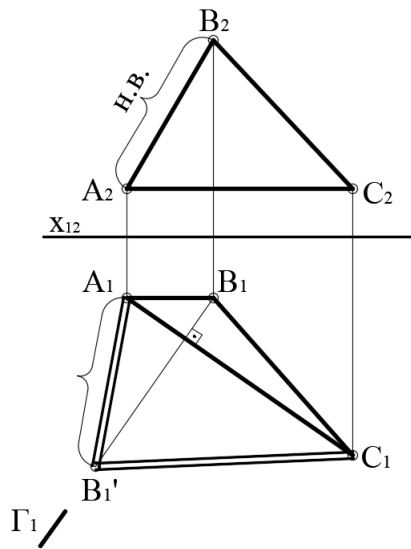


Рис.15

На рис.16 наведено трикутник  $ABC$ , у якого лише одна сторона  $AC$  є лінією рівня, а саме – горизонталлю.

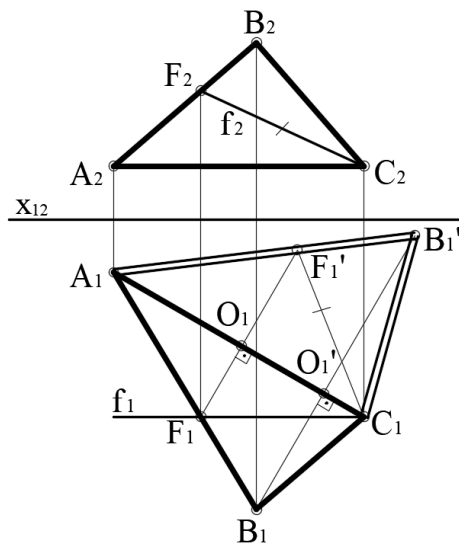


Рис.16

Через т.  $C$  у площині трикутника проведено фронталь  $CF$ . Фронтальна проекція  $C_2F_2$  – натуральна величина відрізка  $CF$ . При обертанні навколо горизонталі трикутника  $AC$  точки  $F$  і  $B$  рухатимуться у паралельних вертикальних площинах, перпендикулярних до  $AC$ . Нове положення точки  $F$  знайдено на перетині дуги з центром у т.  $C_1$  радіуса  $C_2F_2$  та перпендикуляра  $F_1O_1$ . Нове положення т.  $B$  визначиться в результаті перетину прямої  $A_1F_1'$  і перпендикуляра  $B_1O_1'$ .

На рис.17 показано трикутник  $ABC$ , усі сторони якого є відрізками загального положення. У трикутнику через т.  $A$  проведено горизонталь  $AN$ . Через т.  $N$  проведено фронталь  $NF$ . Трикутник  $ABC$  обертається навколо горизонталі  $AN$ . Нове

положення точок  $F$  і  $B$  знайдено, як у попередньому прикладі. Нове положення точки  $C$  визначено на перетині прямої  $B_1'H_1$  і перпендикуляра  $C_1O_1''$ .

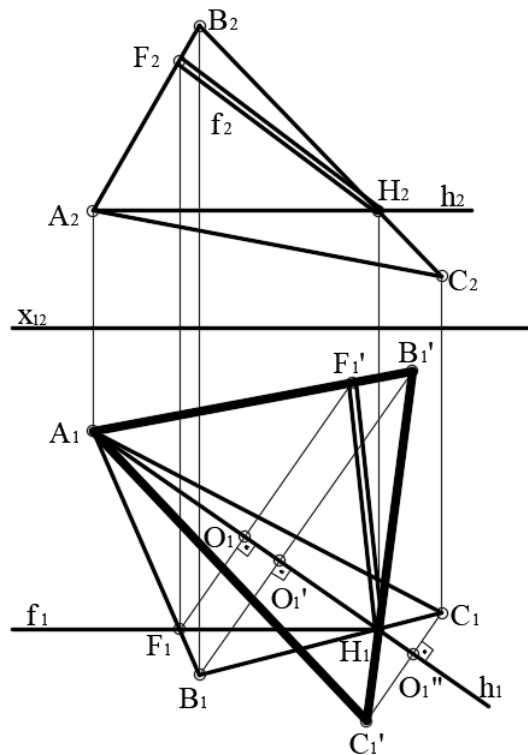


Рис.17

### Суміщення площини загального положення з площиною проєкцій

Окремим випадком способу обертання навколо лінії рівня є спосіб суміщення площини з площиною проєкцій, якщо віссю обертання є слід площини на площині проєкцій.

На рис.18 зображено площину загального положення, задану слідами  $(f, h)$ .

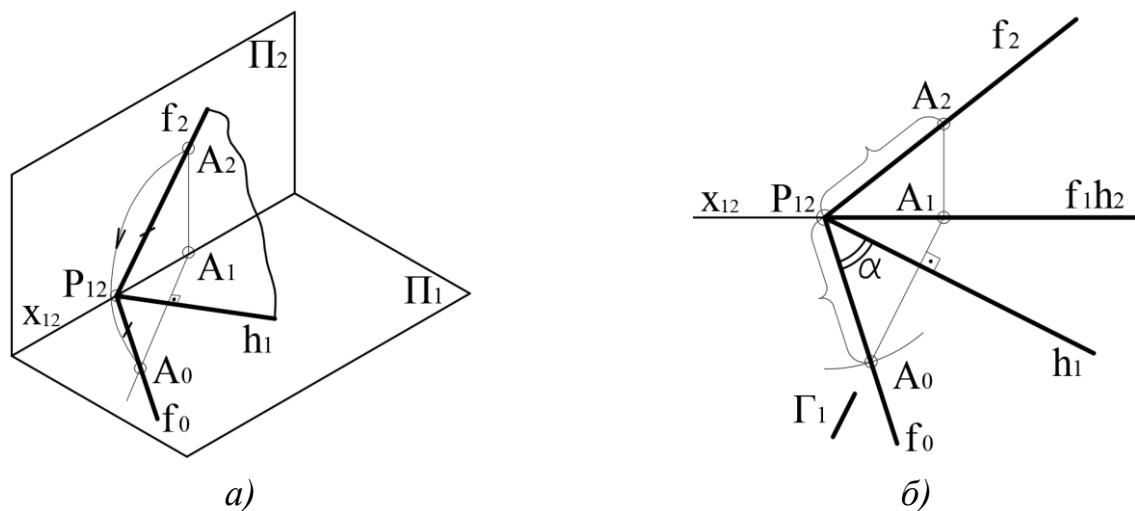


Рис.18

Для визначення натуральної величини плоского кута, утвореного слідами площини, її потрібно сумістити з однією з площин проєкцій, наприклад, з  $\Pi_1$ . Для цього площину повернуто навколо її горизонтального сліду. Для побудови суміщеного фронтального сліду на нього обрано довільну точку  $A$ . При обертанні площини навколо горизонтального сліду точка  $A$  рухатиметься у вертикальній площині, перпендикулярній до  $h$ . На  $\Pi_1$  ця площина зобразиться прямою, перпендикулярною до  $h_1$ . Відстань від т.  $A$  до точки перетину слідів на суміщеній проєкції збережеться:  $P_{12}A_2 = P_{12}A_0$ . Точку  $A_0$  знайдено на перетині дуги радіуса  $P_{12}A_2$  з перпендикуляром, опущеним з т.  $A_1$  до  $h_1$ . Суміщений з площиною  $\Pi_1$  фронтальний слід  $f_0$  пройде через точку перетину слідів і визначену точку  $A_0$ . Натуральна величина кута  $\alpha$  між слідами площини – це кут між горизонтальним слідом  $h_1$  та суміщеним фронтальним слідом  $f_0$ .

На рис.19 показано побудови при обертанні відсіку площини навколо її фронтального сліду до суміщення з площиною проєкцій  $\Pi_2$ . В цьому випадку розв'язання задачі зводиться до побудови суміщеного горизонтального сліду  $h_0$ . При обертанні відсіку площини усі її точки рухатимуться у фронтально-проєкціювальних площинах, перпендикулярних до фронтального сліду  $f_2$ . Побудови аналогічні розглянутим у попередньому прикладі.

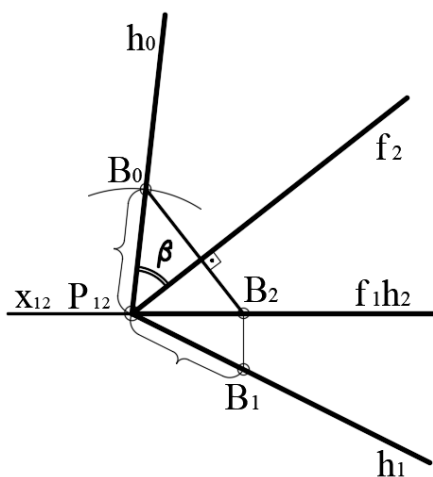


Рис.19

### Визначення натуральної величини плоскої фігури

На рис.20, а показано площину  $\Gamma$ , задану слідами  $(f, h)$ .

Задано фронтальну проєкцію трикутника  $ABC$ , який належить площині  $\Gamma$ . Необхідно визначити натуральну величину трикутника  $ABC$  способом суміщення. Спершу потрібно побудувати горизонтальну проєкцію трикутника  $ABC$ . Як відомо, точка належить площині, якщо вона належить якійсь лінії цієї площини.

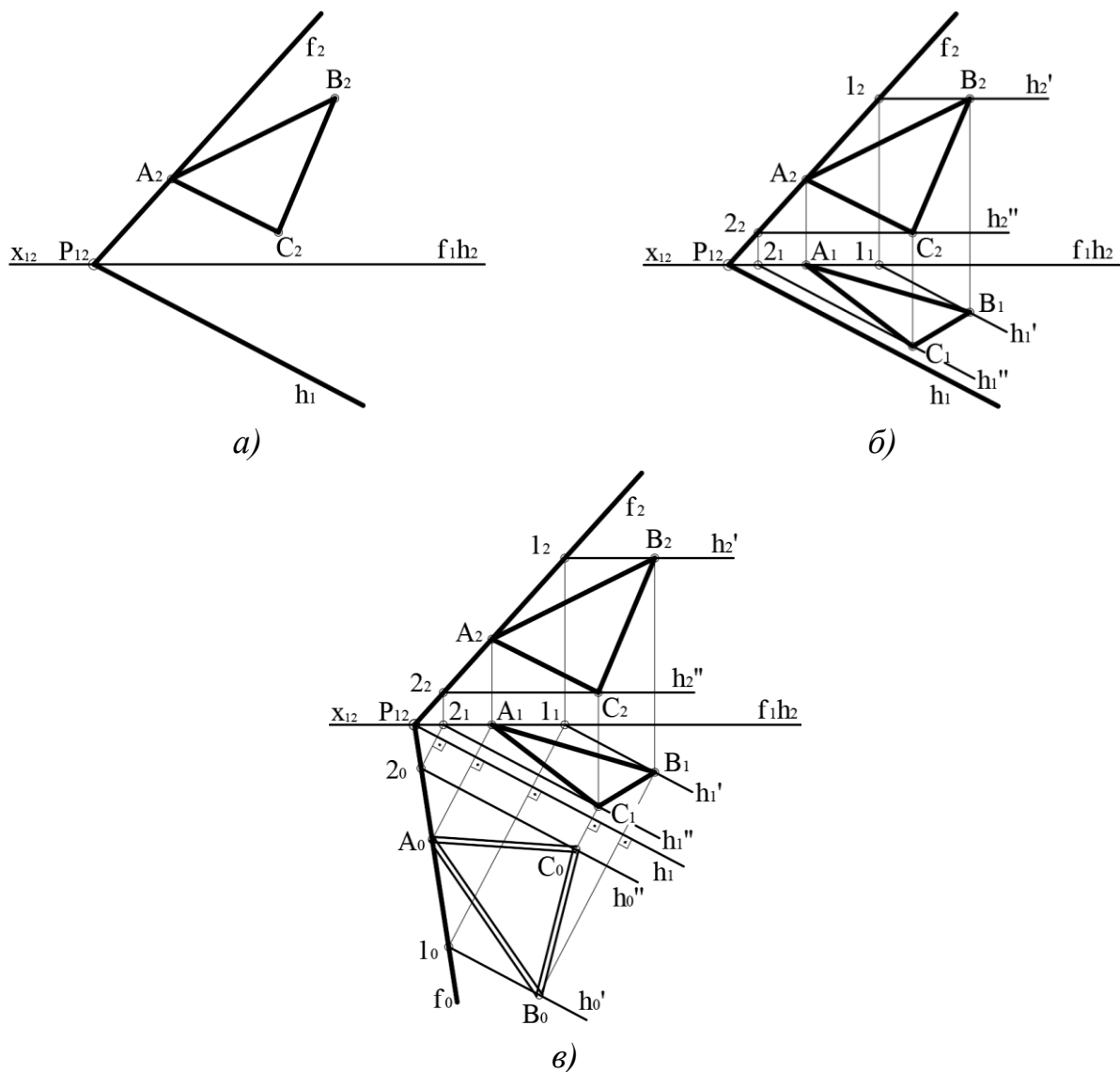


Рис.20

Точка  $A$  належить фронтальному сліду площини  $\Gamma$ . Через точки  $B$  і  $C$  проведено горизонталі  $h'$  і  $h''$ . Вони перетинають фронтальний слід площини  $\Gamma$  відповідно у точках  $1, 2$ . Побудовано горизонтальні проєкції точок  $1$  і  $2$ . Через них проведено горизонтальні проєкції горизонталей  $h'$  і  $h''$  паралельно до горизонтального сліду  $h_1$  площини. На них знайдено горизонтальні проєкції точок  $B$  і  $C$  (рис.20, б).

Потім площину  $\Gamma$  повернуто навколо її горизонтального сліду до суміщення з площиною проєкцій  $\Pi_1$  (рис.20, в). При цьому точки  $A, B$  і  $C$  рухаються у вертикальних площинах, перпендикулярних до  $h$ . Через горизонтальні проєкції  $A_1, B_1$  і  $C_1$  точок проведено лінії зв'язку, перпендикулярні до  $h_1$ .

Суміщену проєкцію точки  $A$  побудовано, як у попередньому прикладі. Через неї та точку перетину слідів  $P_{12}$  проведено суміщену проєкцію фронтального сліду  $f_0$ .



Знайдено нові проекції горизонталей  $h'$  і  $h''$ . Для цього на суміщеному фронтальному сліді побудовано нові проекції точок  $1_0$  і  $2_0$ , через які проведено нові проекції горизонталей  $h_0'$  і  $h_0''$  паралельно до горизонтального сліду  $h_1$  площини  $\Gamma$ . На перетині їх з відповідними лініями зв'язку побудовано нові проекції точок  $B$  і  $C$ .  $A_0B_0C_0$  – натуральна величина трикутника  $ABC$ .

### **Побудова у площині геометричної фігури заданої форми**

На рис.21 дано дві проекції площини  $\Gamma$ , заданої слідами  $(f, h)$ . Задано фронтальну проекцію точки  $O$ . Потрібно побудувати у площині  $\Gamma$  коло радіуса  $R$  з центром у точці  $O$ .

Для розв'язання задачі площину  $\Gamma$  потрібно сумістити, наприклад, з горизонтальною площиною проєкцій. На суміщеній проекції слід побудувати коло, а потім разом з площиною  $\Gamma$  повернути у вихідне положення.

Спершу через точку  $O$  проведено горизонталь  $h'$  і на ній побудовано горизонтальну проекцію  $O_1$  центра кола. Для побудови суміщеної проекції  $f_0$  фронтального сліду використано точку  $A$  – точку його перетину з горизонталлю  $h'$ . При обертанні площини  $\Gamma$  навколо її горизонтального сліду  $h$  точки рухаються у вертикальних площинах, перпендикулярних до  $h_1$ . Відстані від точки перетину слідов до точки  $A$  (і до будь-яких точок на фронтальному сліді) на фронтальній і суміщеній проекціях однакові.

Побудовано суміщену проекцію горизонталі  $h'_0$  та знайдено суміщену проекцію  $O_0$  центра кола. Побудовано коло заданого радіуса  $R$ .

На фронтальній та горизонтальній площинах проєкцій коло зобразиться еліпсами. Для їх побудови необхідно знайти ряд характерних точок, зокрема тих, які визначають велику та малу осі еліпсів на  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ .

Велику вісь еліпса на  $\Pi_1$  визначають точки  $1$  і  $2$ , що належать горизонталі  $h'$ , яка проходить через центр кола. Велику вісь еліпса на  $\Pi_2$  визначають точки  $3$  і  $4$ , що належать фронталі  $f'$ , яка проходить через центр кола. Ці точки можна побудувати як з використанням суміщеної проекції кола, так і без неї, оскільки довжина великих осей еліпсів – проєкцій кола дорівнює його діаметру.

Малі осі еліпсів належать прямим максимального нахилу площини  $\Gamma$  до  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ , які проходять через центр кола. Малу вісь еліпса на  $\Pi_1$  визначають точки  $5$  і  $6$  прямої, перпендикулярної до горизонталі  $h'$ . Через точки  $5_0$  і  $6_0$  на суміщеній проекції кола проведено додаткові горизонталі, які перетинають фронтальний слід  $f$  відповідно у точках  $D$  і  $E$ . Побудовано горизонтальні проекції цих горизонталей, на яких визначено проекції точок  $5_1$  і  $6_1$ .

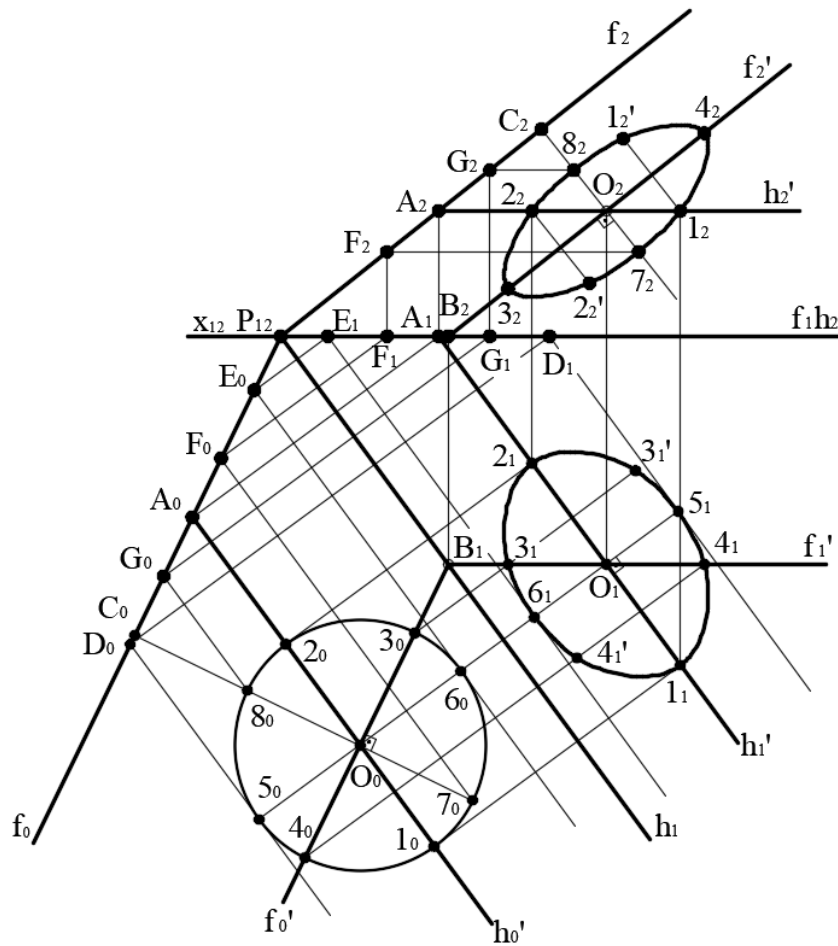


Рис.21

Малу вісь еліпса на  $\Pi_2$  визначають точки 7 і 8 прямої  $CO$ , перпендикулярної до фронталі  $f'$ . На суміщеній проекції кола через точки  $7_0$  і  $8_0$  також проведено додаткові горизонталі, які перетинають фронтальний слід  $f$  у точках  $F$  і  $G$ . Побудовано фронтальні проекції цих горизонталей, на яких визначено проекції точок  $7_2$  і  $8_2$ .

На горизонтальній проекції побудовано точки  $3_1'$  та  $4_1'$ , симетричні точкам  $3_1$  і  $4_1$  відносно великої осі 1-2 еліпса. На фронтальній проекції аналогічно знайдено точки  $1_2'$  та  $2_2'$ , симетричні точкам  $1_2$  і  $2_2$  відносно великої осі еліпса 3-4. Це зроблено для зручнішої побудови симетричних зображень еліпсів, що є проекціями кола.

На рис.22 зображено площину загального положення  $\Gamma$ , яку задано слідами, і точку  $O$ , що належить цій площині. Потрібно побудувати конус обертання, основою якого є коло радіуса  $R$  у площині  $\Gamma$  з центром у точці  $O$ . Задано також висоту  $b$  конуса.

Спочатку задану площину потрібно сумістити з площиною проєкцій  $\Pi_1$  обертанням навколо горизонтального сліду. На суміщеній проекції побудовано

коло-основу конуса. Далі зворотнім проєкціюванням побудовано еліпси – проєкції кола на  $\Pi_1$  та  $\Pi_2$ .

Вісь конуса буде перпендикулярна до заданої площини  $\Gamma$ . Тому через центр основи конуса (точку  $O$ ) проведено перпендикуляр до площини  $\Gamma$ . Фронтальна проєкція осі перпендикулярна до фронтального сліду площини, а горизонтальна проєкція осі – до горизонтального сліду.

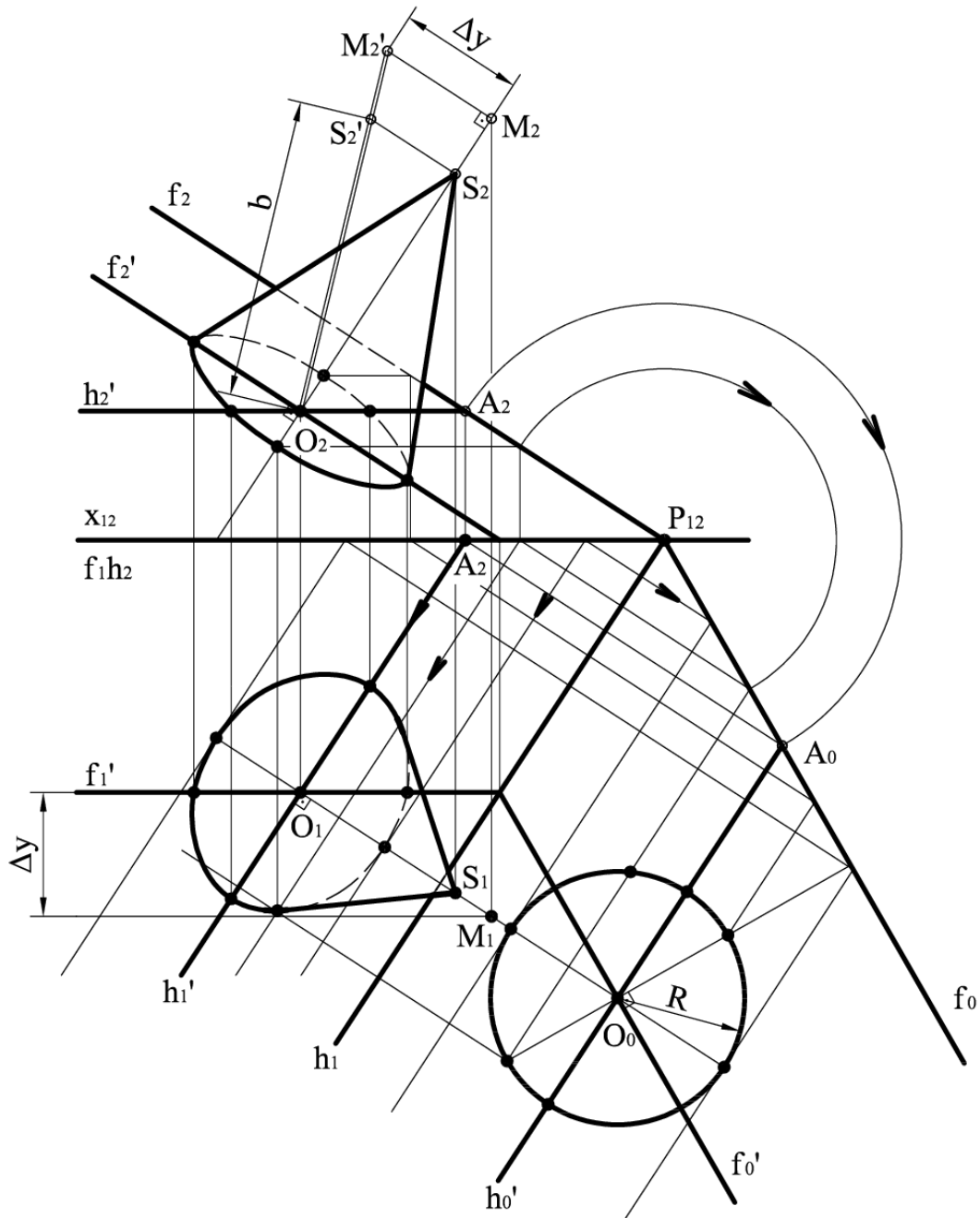


Рис.22

Для побудови конуса заданої висоти на його осі обрано довільну точку  $M$  і способом прямокутного трикутника визначено натуральну величину відрізка  $OM$  (гіпотенуза  $O_2M_2$ ). На цій гіпотенузі відкладено висоту конуса  $b$  і знайдено точку

$S_2'$ , за допомогою якої визначено фронтальну проекцію вершини конуса  $S_2$ . За вертикальною відповідністю знайдено горизонтальну проекцію вершини конуса  $S_1$ . Насамкінець побудовано контурні твірні конуса. Для цього з проекцій вершини  $S_1$ ,  $S_2$  проведено дотичні до еліпсів – проекцій кола – основи конуса.