

Економетрія

*Кафедра інформаційної економіки,
підприємництва та фінансів*

Лектор:

ГЛУЩЕВСЬКИЙ В'ячеслав Валентинович

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3

ОДНОФАКТОРНІ НЕЛІНІЙНІ ЕКОНОМЕТРИЧНІ МОДЕЛІ

Теми 6-7

- 1. Моделі нелінійної парної регресії.**
- 2. Прикладні аспекти застосування моделей нелінійної парної регресії.**

ТИПИ НЕЛІНІЙНИХ ПАРНИХ РЕГРЕСІЙ

Квазілінійні:

нелінійні за факторами, але лінійні за невідомими параметрами (a і b), які підлягають оцінці

Суттєво нелінійні:

нелінійні як за факторами, так і за невідомими параметрами (a і b), які підлягають оцінці

Перетворення до лінійної регресії

Відповідною заміною у правій частині регресії позбавляються від нелінійності за факторами

Лінійні перетворення (часто - логарифмування) з наступною заміною нелінійних складових в обох частинах регресії

Застосування МНК для оцінювання невідомих параметрів лінійної регресії з модифікацією розрахункових формул відповідно до здійснених перетворень та заміни величин

Прикладний економетричний аналіз із застосуванням побудованих моделей нелінійної парної регресії

ПРОГНОЗ

**НАДІЙНІ ІНТЕРВАЛИ
БАЗИСНИХ ДАНИХ І ПРОГНОЗУ**

**КОЕФІЦІЄНТИ
ЕЛАСТИЧНОСТІ**

ДІАГРАМИ РОЗСІЮВАННЯ ДЛЯ ПОБУДОВИ РЕГРЕСІЙНИХ ФУНКЦІЙ

1. Виявлення причинно-наслідкових зв'язків між змінними (результуючим показником і фактором) з використанням наочної форми їх відображення – ДІАГРАМИ РОЗСІЮВАННЯ: у декартовій системі координат результат кожного спостереження відображають точкою (x, y) (пара значень змінних); сукупність усіх точок утворює «хмару».
2. Графічний вигляд «хмари» дозволяє судити про вид функції регресії і висунути гіпотезу (зробити припущення) про її математичний запис:

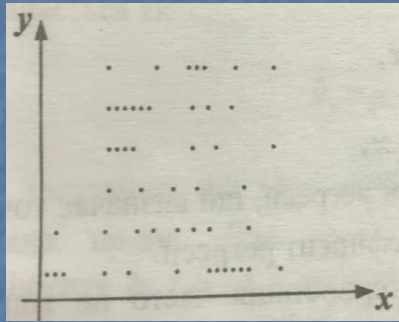


Рис.1. Діаграма розсіювання у випадку відсутності зв'язків

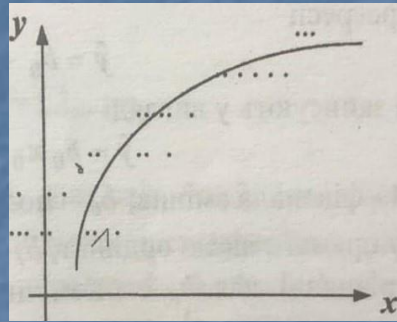


Рис.2. Діаграма розсіювання у випадку додатного зв'язку

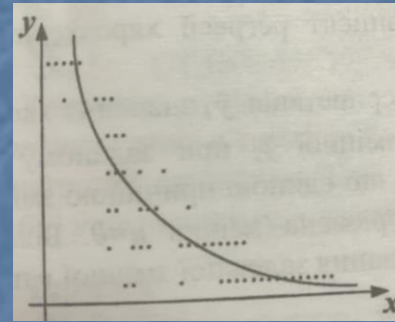


Рис.3. Діаграма розсіювання у випадку від'ємного зв'язку

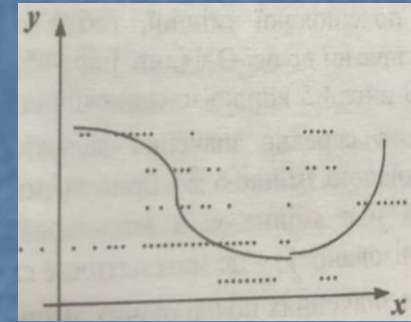
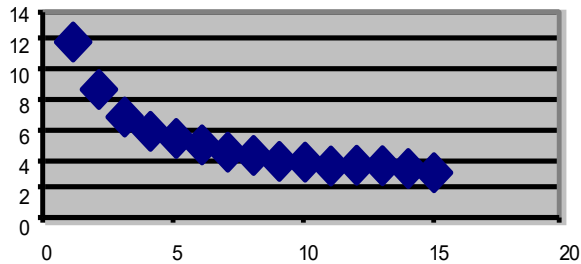


Рис.4. Діаграма розсіювання у випадку комбінованої форми зв'язку

3. Вирівнювання окремих значень залежної змінної як процес знаходження регресійної функції – побудова моделі нелінійної парної регресії.

ПРИКЛАДИ КВАЗІЛІНІЙНИХ РЕГРЕСІЙ

$$y = a/x + b$$



Квазілінійний
вигляд:

$$\hat{Y} = \frac{a}{X} + b$$

Рекомендована
заміна:

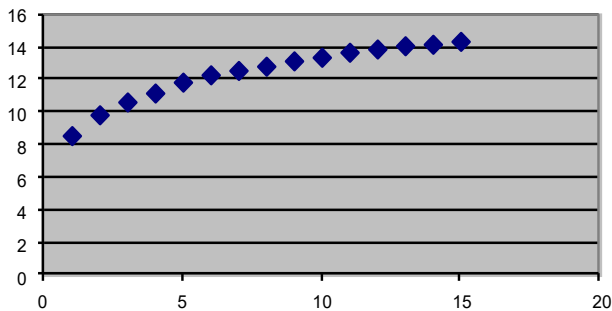
$$Z = \frac{1}{X}$$

Лінійний вигляд:

$$\hat{Y} = aZ + b$$

Коеф. еластич.: $K_{el} = -\frac{a}{a + bx}$

$$y = a \cdot \ln(x) + b$$



Квазілінійний
вигляд:

$$\hat{Y} = a \ln X + b$$

Рекомендована
заміна:

$$Z = \ln X$$

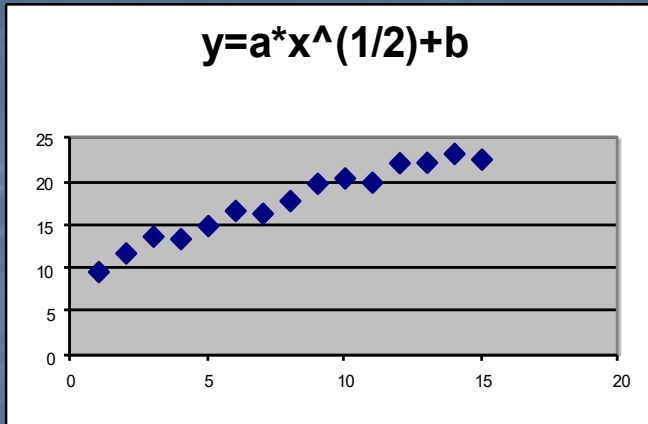
Лінійний вигляд:

$$\hat{Y} = aZ + b$$

Коеф. еластич.: $K_{el} = \frac{a}{a \ln X + b}$

ПРИКЛАДИ КВАЗІЛІНІЙНИХ РЕГРЕСІЙ

$$y = a \cdot x^{(1/2)} + b$$



Квазілінійний
вигляд:

$$\hat{Y} = a\sqrt{x} + b$$

Рекомендована
заміна:

$$Z = \sqrt{X}$$

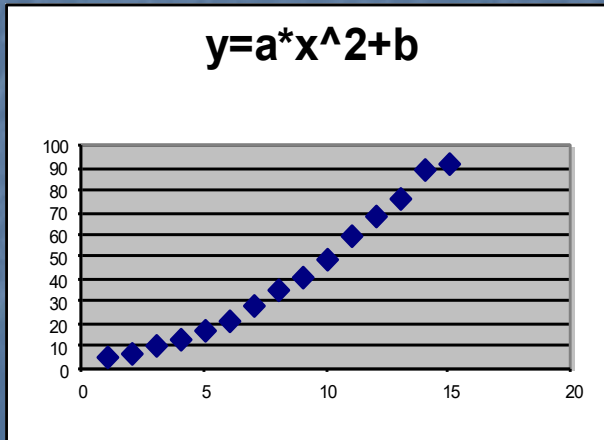
Лінійний вигляд:

$$\hat{Y} = aZ + b$$

Коеф. еластич.:

$$K_{el} = \frac{a\sqrt{x}}{2(a\sqrt{x} + b)}$$

$$y = a \cdot x^2 + b$$



Квазілінійний
вигляд:

$$\hat{Y} = ax^2 + b$$

Рекомендована
заміна:

$$Z = X^2$$

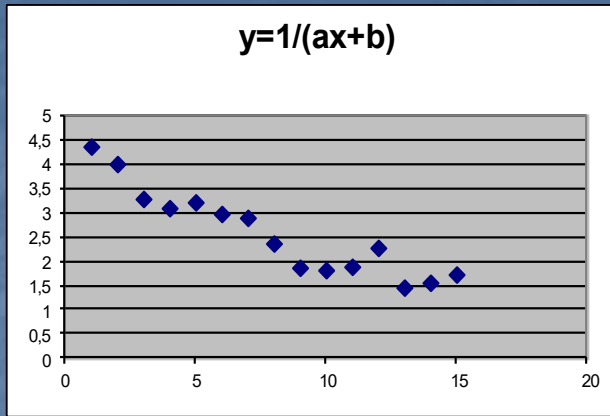
Лінійний вигляд:

$$\hat{Y} = aZ + b$$

Коеф. еластич.:

$$K_{el} = \frac{2ax^2}{\hat{Y}}$$

ПРИКЛАДИ КВАЗІЛІНІЙНИХ РЕГРЕСІЙ



Квазілінійний
вигляд:

$$\hat{Y} = \frac{1}{aX + b}$$

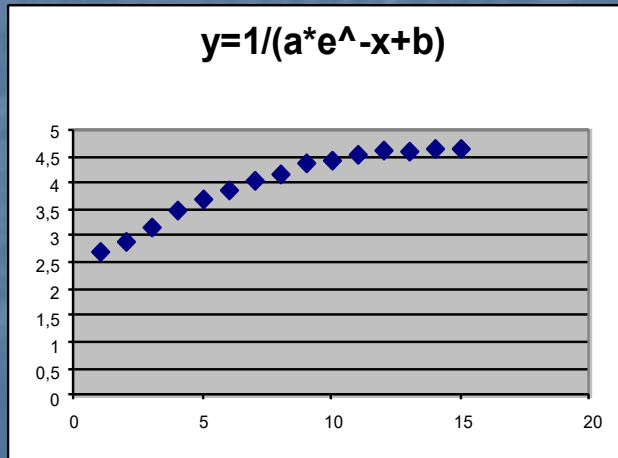
Рекомендована
заміна:

$$\hat{Y}_1 = \frac{1}{\hat{Y}}$$

Лінійний вигляд:

$$\hat{Y}_1 = aX + b$$

Коеф. еластич.: $K_{el} = - \frac{aX}{aX + b}$



Квазілінійний
вигляд:

$$\hat{Y} = \frac{1}{ae^{-x} + b}$$

Рекомендована
заміна:

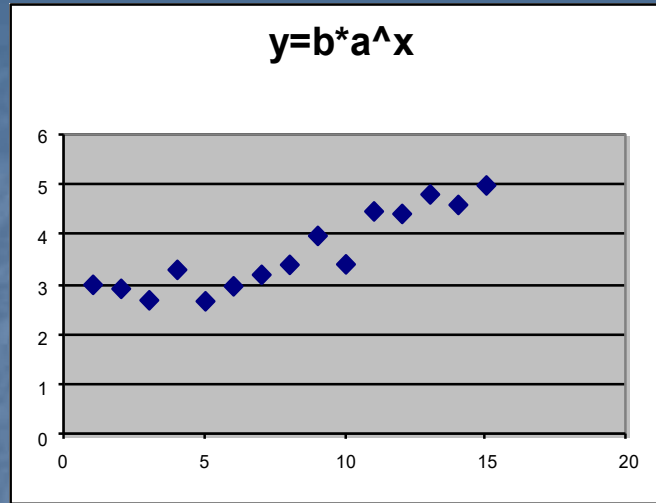
$$\hat{Y}_1 = \frac{1}{\hat{Y}}, \quad Z = e^{-x}$$

Лінійний вигляд:

$$\hat{Y}_1 = aZ + b$$

Коеф. еластич.: $K_{el} = \frac{aX}{a + be^x}$

ПРИКЛАДИ НЕЛІНІЙНИХ ЗА ПАРАМЕТРАМИ РЕГРЕСІЙ



Нелінійний вигляд:

Логарифмування:

Рекомендована
заміна:

$$\hat{Y} = b * a^x$$

$$\ln \hat{Y} = \ln b + X \ln a$$

$$\hat{Y}_1 = \ln \hat{Y}$$

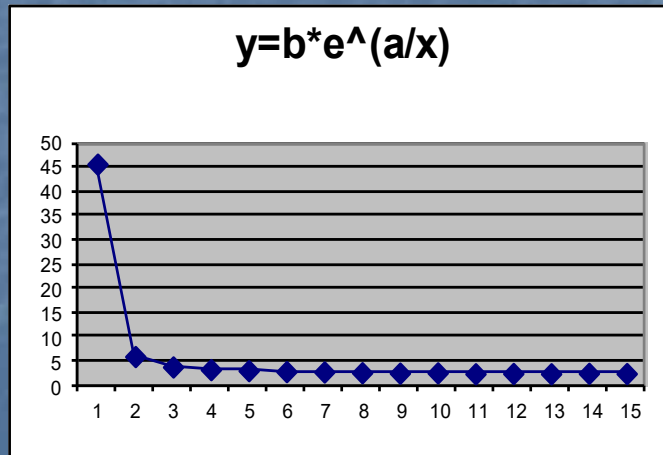
$$a_1 = \ln a$$

$$b_1 = \ln b$$

$$\hat{Y}_1 = a_1 X + b_1$$

Коеф. еластич.: $K_{el} = X \ln a$

Лінійний вигляд:



Нелінійний вигляд:

Логарифмування:

Рекомендована
заміна:

$$\hat{Y} = b * e^{\frac{a}{x}}$$

$$\ln \hat{Y} = \ln b + \frac{a}{X}$$

$$\hat{Y}_1 = \ln \hat{Y}$$

$$b_1 = \ln b$$

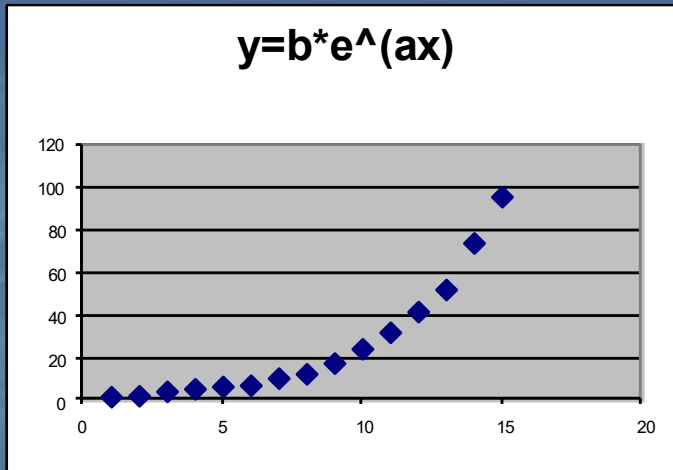
$$Z = \frac{1}{X}$$

$$\hat{Y}_1 = aZ + b_1$$

Коеф. еластич.: $K_{el} = -\frac{a}{X}$

Лінійний вигляд:

ПРИКЛАДИ НЕЛІНІЙНИХ ЗА ПАРАМЕТРАМИ РЕГРЕСІЙ



Нелінійний вигляд:

Логарифмування:

Рекомендована
заміна:

$$\hat{Y} = b * e^{aX}$$

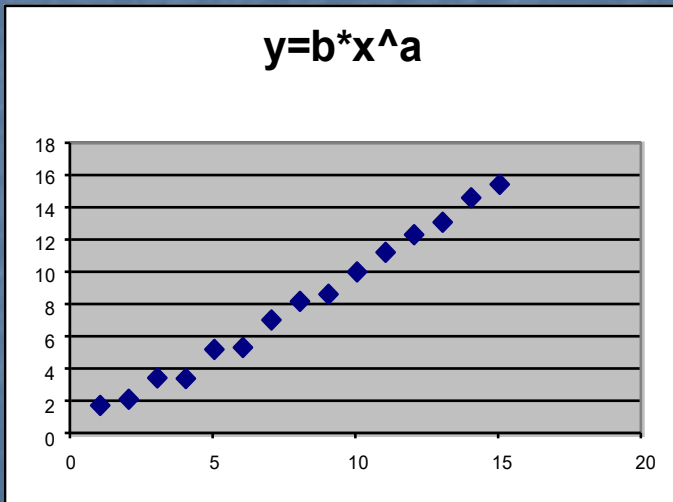
$$\ln \hat{Y} = \ln b + aX$$

$$\hat{Y}_1 = \ln \hat{Y} \quad b_1 = \ln b$$

$$\hat{Y}_1 = aX + b_1$$

Лінійний вигляд:

Коеф. еластич.: $K_{el} = aX$



Нелінійний вигляд:

Логарифмування:

Рекомендована
заміна:

$$\hat{Y} = b * X^a$$

$$\ln \hat{Y} = \ln b + a \ln X$$

$$\hat{Y}_1 = \ln \hat{Y}$$

$$b_1 = \ln b \quad Z = \ln X$$

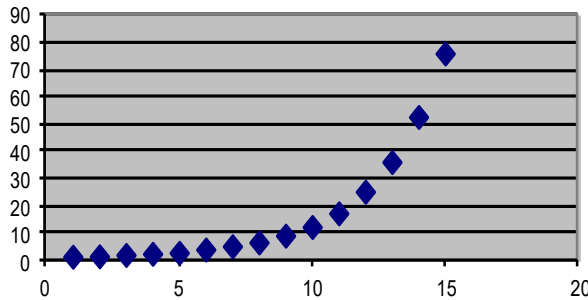
$$\hat{Y}_1 = aZ + b_1$$

Лінійний вигляд:

Коеф. еластич.: $K_{el} = a$

ПРИКЛАДИ НЕЛІНІЙНИХ ЗА ПАРАМЕТРАМИ РЕГРЕСІЙ

$$y = b \cdot x^{ax}$$



Нелінійний вигляд:

Логарифмування:

Рекомендована
заміна:

$$\hat{Y} = b \cdot X^{aX}$$

$$\ln \hat{Y} = \ln b + aX \ln X$$

$$\hat{Y}_1 = \ln \hat{Y} \quad b_1 = \ln b$$

$$Z = X \ln X$$

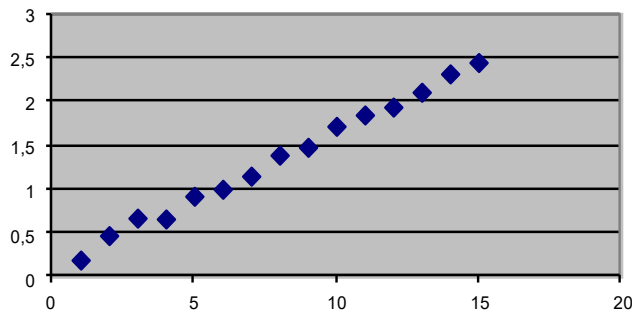
$$\hat{Y}_1 = aZ + b_1$$

Коеф. еластич.:

$$K_{el} = aX (\ln X + 1)$$

Лінійний вигляд:

$$y = x / (ax + b)$$



Нелінійний вигляд:

Перетворення:

Рекомендована
заміна:

$$\hat{Y} = \frac{X}{aX + b}$$

$$\frac{X}{\hat{Y}} = aX + b$$

$$\hat{Y}_1 = \frac{X}{\hat{Y}}$$

$$\hat{Y}_1 = aX + b.$$

Коеф. еластич.:

$$K_{el} = \frac{b}{aX + b}$$

Лінійний вигляд:

ОЦІНКА АДЕКВАТНОСТІ НЕЛІНІЙНОЇ ПАРНОЇ РЕГРЕСІЇ

Критерій Фішера: $F_{расч} > F_{табл}$ - модель адекватна

$$F_{расч} = \frac{R^2}{1-R^2} * \frac{n-m-1}{m}, \quad де R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

ДОВІРЧА ЗОНА БАЗИСНИХ ДАНИХ І ПРОГНОЗУ ПАРНОЇ КВАЗІЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЇ

$$\hat{y}_i \pm \Delta \hat{y}_i$$

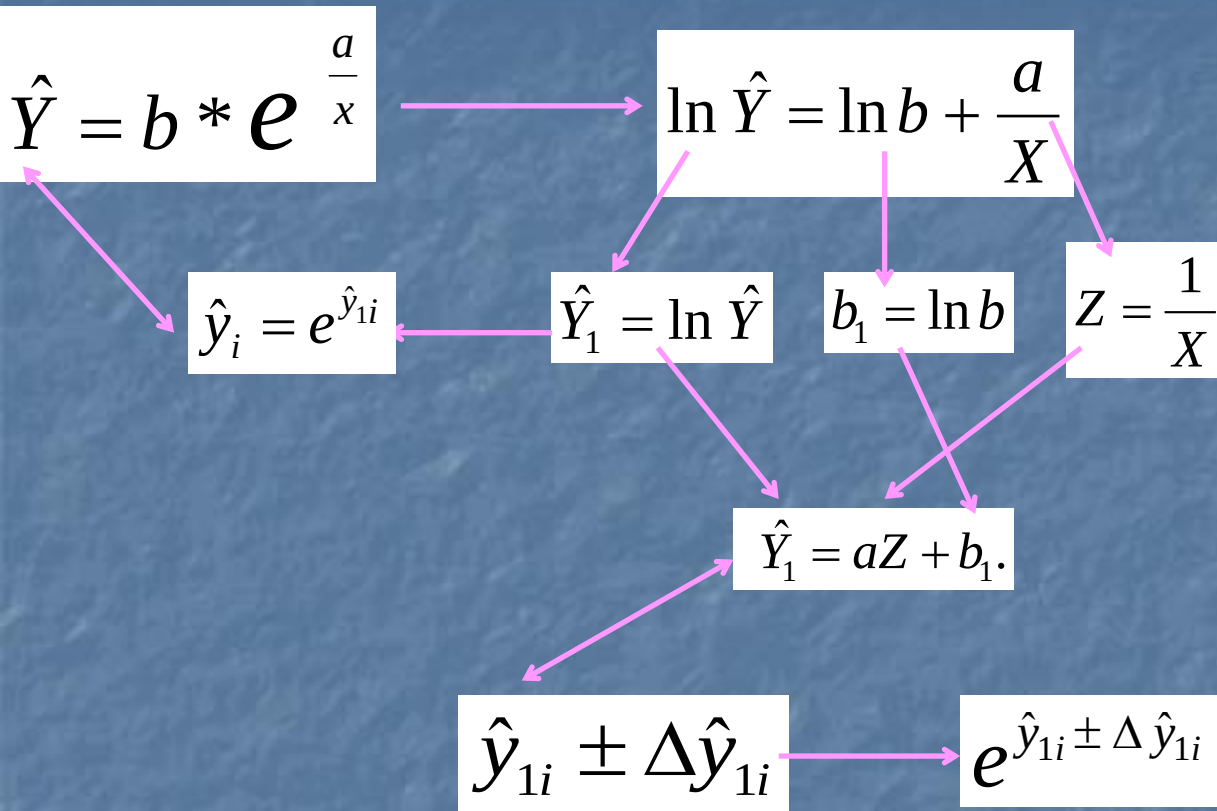
$$\Delta \hat{y}_i = t_{\alpha;k} * S \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(Z_i - \bar{Z})^2}{\sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2}}$$

$$\hat{Y}_p \pm \Delta \hat{Y}_p$$

$$\Delta \hat{Y}_p = t_{\alpha;k} * S \sqrt{\frac{1}{n} + 1 + \frac{(Z_p - \bar{Z})^2}{\sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2}},$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-m-1}}$$

ДОВІРЧА ЗОНА БАЗИСНИХ ДАНИХ І ПРОГНОЗУ ПАРНОЇ СУТТЄВО НЕЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЇ



$$\hat{Y}_1 = \frac{1}{\hat{Y}} \longleftrightarrow \hat{y}_{1i} \pm \Delta \hat{y}_{1i} \longrightarrow 1/(\hat{y}_{1i} \pm \Delta \hat{y}_{1i})$$