Тема 4. Ризик та фактор часу

4.1 Вартість та час

Прийняття рішень, пов’язаних з інвестиціями, ґрунтується на обчисленнях, у яких ураховується фактор часу. При цьому виконується аналіз зв’язку між 4 величинами: нинішньою вартістю інвестицій PV, їх майбутньою вартістю FV, процентною ставкою r, що нараховується на вкладений капітал за одиницю часу, та часом t. Зв’язок між цими величинами визначається рівністю:

$$PV = \frac{FV}{\left(1+r\right)^t}. \tag{4.1}$$

Коефіцієнт $C = \frac{1}{\left(1+r\right)^t}$ називають *коефіцієнтом дисконтування*. Процентну ставку r називають *нормою дисконту*. При інвестуванні норму дисконту визначають як норму прибутку для альтернативних доступних інвестиційних можливостей з таким же рівнем ризику. Для оцінки норми дисконту використовують наступні загальні правила:

1) з двох майбутніх надходжень пізніше надходження повинне мати вищу норму дисконту;

2) чим вищий ризик інвестиції, тим більшою повинна бути норма дисконту;

3) зі зростанням середньо ринкових процентних ставок на ринку цінних паперів повинна зростати норма дисконту.

4.2 Норма прибутку та ризик цінних паперів

Головною характеристикою цінного паперу є його норма прибутку. Вона дорівнює відношенню прибутку по даному цінному паперу до витрат на його придбання. Норму прибутку цінного паперу розглядають як випадкову величину. Тому для неї можна визначити математичне сподівання або сподівану норму прибутку:

$$m = \sum_{i=1}^{n} r_i \cdot p_i \, , \tag{4.1}$$

де $r_i, i = 1, 2, ..., n$ – можливі значення норми прибутку, p_i – їх ймовірності.

Якщо визначити ймовірності отримання певних величин норми прибутку немає можливості, тоді сподівану норму прибутку визначають наближено як середнє арифметичне норм прибутку по даному цінному паперу, що мали місце у минулому.

Норма прибутку звичайної акції у i-му періоді часу визначається за формулою:

$$r_i = \frac{P_i - P_{i-1} + D_i}{P_{i-1}} \cdot 100\% \, , \tag{4.2}$$

де P_i – ціна акції у i-му періоді часу, D_i – дивіденди у i-му періоді.

Нехай T – кількість минулих періодів часу, для яких відомі значення норми прибутку цінного паперу. Тоді сподівана норма прибутку наближено обчислюється за формулою:

$$m = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T} r_i \, . \tag{4.3}$$

Приклад 4.1. Для звичайної акції відома статистична інформація за останні 10 кварталів, наведена у таблиці. Визначити її сподівану норму прибутку, якщо початкова ринкова вартість складала 145 у.г.о.

Таблиця 4.1. Дані для обчислення сподіваної норми прибутку звичайної акції у прикладі 4.1

Період, i	Ціна акції, P_i	Дивіденди, D_i	Прибуток, $P_i - P_{i-1} + D_i$	Норма прибутку, r_i, %
1	150	5	10	6,90
2	165	4	19	12,67
3	155	4,5	–5,5	–3,33
4	162	3	10	6,45
5	154	4,5	–3,5	–2,16

6	160	5	11	7,14
7	160	4,5	4,5	2,81
8	175	3	18	11,25
9	168	4	–3	–1,71
10	170	3,5	5,5	3,27

Розв'язання. За формулою (4.3) маємо:

$$\sum_{i=1}^{10} r_i = 43,29\,;\; m = \frac{43,29}{10} \approx 4,3\%\,.$$

Крім сподіваної норми прибутку, іншою важливою характеристикою цінного паперу є його ризик. Він визначається як середнє квадратичне відхилення норми прибутку:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (r_i - m)^2 \, p_i} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} r_i^2 \, p_i - m^2}\,. \qquad (4.4)$$

Зі зростанням середнього квадратичного відхилення σ норми прибутку зростає і ризик цінного паперу, тому σ використовують як міру ризику.

При наявності статистичних даних про норми прибутку цінного паперу у минулому за останні T періодів часу середнє квадратичне відхилення σ наближено обчислюють за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{T} (r_i - m)^2}{T-1}}\,. \qquad (4.5)$$

Показником, який дозволяє оцінити співвідношення сподіваної норми прибутку та ризик цінного паперу, є коефіцієнт варіації норми прибутку

$$CV = \frac{\sigma}{m}\,. \qquad (4.6)$$

Цей показник зростає зі збільшенням ризику цінного паперу та зменшується зі зростанням сподіваної норми прибутку.

4.3 Кореляція цінних паперів

Зв’язок між зміною норм прибутку двох цінних паперів вимірюється показником, який називають *кореляцією* норм прибутку. Щільність зв’язку між нормами прибутку двох цінних паперів вимірюють з допомогою їх коефіцієнта кореляції:

$$\rho_{12} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_i \left(r_{1i} - m_1 \right)\left(r_{2i} - m_2 \right)}{\sigma_1 \sigma_2}. \qquad (4.7)$$

У цій формулі ρ_{12} – коефіцієнт кореляції норм прибутку двох акцій, m_1 – сподівана норма прибутку першої акції, m_2 – значення цього показника для другої акції, p_i – ймовірності отримання відповідних норм прибутку r_{1i} для першої акції та r_{2i} – для другої акції, σ_1 та σ_2 – середні квадратичні відхилення норм прибутку першої та другої акцій. Вираз у чисельнику правої частини (4.7) називають *коваріацією* норм прибутку двох акцій. Вона обчислюється за формулою:

$$\mathrm{cov}\left(r_1, r_2 \right) = \sum_{i=1}^{n} p_i \left(r_{1i} - m_1 \right)\left(r_{2i} - m_2 \right). \qquad (4.8)$$

Розглянемо основні властивості коефіцієнта кореляції:

1. Коефіцієнт кореляції набуває значень з відрізка $\left[-1; 1 \right]$.

2. Чим більшою є абсолютна величина коефіцієнта кореляції норм прибутку двох цінних паперів, тим тісніше вони пов’язані між собою лінійною формою зв’язку. При $\rho_{12} = 0$ такий взаємозв’язок відсутній.

3. При $\rho_{12} > 0$ норми прибутку обох цінних паперів одночасно зростають або спадають, при $\rho_{12} < 0$ зростання норми прибутку одного з цінних паперів супроводжується зменшенням цього показника для іншого цінного паперу.

Приклад 4.2. У таблиці 4.2 наведені дані про можливі значення норм прибутку акцій компаній A та B, а також ймовірностей їх отримання. Визначити коефіцієнт кореляції між цими показниками.

Таблиця 4.2 Дані про можливі норми прибутку акцій компаній A та B і ймовірності їх отримання

Стан економіки	Ймовірність	Норма прибутку акції, %

		A	B
Значне зростання	0,1	20	30
Незначне зростання	0,3	10	20
Стагнація	0,3	5	10
Незначна рецесія	0,2	0	5
Значна рецесія	0,1	–10	0

Розв'язання. Знайдемо сподівані норми прибутку по акціям компаній A та B. Для акцій компанії A маємо:

$$m_1 = 20 \cdot 0,1 + 10 \cdot 0,3 + 5 \cdot 0,3 + 0 \cdot 0,2 - 10 \cdot 0,1 = 5,5(\%).$$

Для акцій B отримуємо:

$$m_2 = 30 \cdot 0,1 + 20 \cdot 0,3 + 10 \cdot 0,3 + 5 \cdot 0,2 + 0 \cdot 0,1 = 13(\%).$$

Подальші обчислення представимо у вигляді таблиці 4.3.

Таблиця 4.3. Проміжні обчислення для знаходження коефіцієнта кореляції

p_i	$r_{1i} - m_1$	$(r_{1i} - m_1)^2 p_i$	$r_{2i} - m_2$	$(r_{2i} - m_1)^2 p_i$	$(r_{1i} - m_1)(r_{2i} - m_2) p_i$
0,1	14,5	21,025	17	28,9	24,65
0,3	4,5	6,075	7	14,7	9,45
0,3	–0,5	0,075	–3	2,7	0,45
0,2	–5,5	6,05	–8	12,8	8,8
0,1	–15,5	24,025	–13	16,9	20,15
$\sum =$	–	57,25	–	76,0	63,5

Коваріація норм прибутку акцій компаній A та B дорівнює 63,5. Їх дисперсії відповідно дорівнюють 57.25 та 76,0. Середні квадратичні відхилення знаходимо як квадратні корені з відповідних дисперсій: $\sigma_1 = \sqrt{57,25} \approx 7,57$, $\sigma_2 = \sqrt{76} \approx 8,72$. За формулою (4.7) знаходимо: $\rho_{12} = \dfrac{63,5}{7,57 \cdot 8,72} \approx 0,96$.

На практиці при обчисленні коефіцієнта кореляції норм прибутку двох акцій здебільшого використовують статистичну інформацію про значення цих показників у минулому. У цьому випадку формула для обчислення коефіцієнта кореляції набуває вигляду:

$$\rho_{12} = \frac{\sum_{i=1}^{T}(r_{1i} - m_1)(r_{2i} - m_2)}{(T-1)\sigma_1\sigma_2}, \tag{4.9}$$

де T – кількість попередніх періодів, щодо яких є статистичні дані, r_{1i} – норма прибутку першої акції у i-му періоді , r_{2i} – норма прибутку другої акції у i-му періоді, , m_1 та m_2 – сподівані норми прибутку, σ_1 та σ_2 – їх середні квадратичні відхилення. Останні показники обчислюються за формулами (4.3) та (4.5).

4.4 Коефіцієнт систематичного ризику

Одним з основних показників, що використовуються при аналізі фінансових ризиків, є *коефіцієнт* β *систематичного ризику*. Цей показник характеризує ступінь зміни доходів по певному цінному паперу відносно зміни середніх доходів по всьому ринку цінних паперів. Він показує, на скільки процентів збільшується норма прибутку даного цінного паперу, якщо норма прибутку у середньому по ринку збільшиться на 1%.

Для обчислення величини коефіцієнта β використовують формулу:

$$\beta = \frac{\mathrm{cov}(r, r_M)}{\sigma_M^2} = \frac{\rho(r, r_M)\cdot\sigma}{\sigma_M}, \tag{4.10}$$

де r – норма прибутку даного цінного паперу, r_M – середньоринкова норма прибутку, σ та σ_M – відповідні середні квадратичні відхилення цих норм прибутку, $\rho(r, r_M)$ – коефіцієнт кореляції між ними.

На практиці, якщо відома інформація про норму прибутку деякого цінного паперу, наприклад, звичайної акції, та середню норму прибутку на ринку цінних паперів за останні T періодів часу, то використовують формулу:

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^{T}\left(r_i - m\right)\left(r_{M,i} - m_M\right)}{\sum_{i=1}^{T}\left(r_{M,i} - m_M\right)^2}. \qquad (4.11)$$

У формулі (4.11) r_i та $r_{M,i}$ – це відповідно норма прибутку даної акції та середньоринкова норма прибутку у i-му періоді часу, m – сподівана норма прибутку акції, m_M – середньоринкова сподівана норма прибутку.

Якщо динаміка доходів по деякій акції співпадає з середньоринковою динамікою доходів на ринку цінних паперів (вони мають однакові темпи зростання), то коефіцієнт β для такої акції дорівнює 1. Коефіцієнт β є мірою систематичного ризику конкретної акції. Значення цього показника для великих міжнародних компаній публікується у світовій фінансовій пресі.

Приклад 4.3. За даними про норми прибутку акцій компанії *A* за минулі 10 кварталів та середньоринкові норми прибутки за цей же час, наведеними у таблиці 4.4, визначити коефіцієнт β систематичного ризику цих акцій.

Таблиця 4.4 Дані для розрахунку коефіцієнта β систематичного ризику акцій *A*

Період	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Норма прибутку акції *A*, %	6,9	12,67	–3,33	6,45	–2,16	7,14	2,81	11,25	–1,71	3,27
Середньоринкова норма прибутку, %	3,21	4,11	1,23	2,17	3,38	4,56	5,42	7,17	4,44	2,31

Розв'язання. Знайдемо сподівану норму прибутку m акції *A* та середньоринкову норму прибутку m_M:

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{T} r_i}{T} = \frac{43,3}{10} = 4,33(\%),$$

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{T} r_{M,i}}{T} = \frac{38}{10} = 3,8(\%).$$

Подальші обчислення наведені у таблиці 4.5.

Таблиця 4.5 Розрахунок коефіцієнта β акції A

i	$r_i - m$	$r_{M,i} - m_M$	$\left(r_{M,i} - m_M\right)^2$	$\left(r_{M,i} - m_M\right)\left(r_i - m\right)$
1	2,57	–0,59	0,3481	–1,5163
2	8,34	0,31	0,0961	2,5864
3	–7,66	–2,57	6,6049	19,6862
4	2,12	–1,63	2,6569	–3,4556
5	–6,49	–0,42	0,1764	2,7258
6	2,81	0,76	0,5776	2,1356
7	–1,52	1,62	2,6244	–2,4624
8	6,92	3,37	11,3569	23,3204
9	–6,04	–1,49	0,4036	–8,8656
10	–1,06	0,64	2,2201	1,5794
$\sum =$			27,0710	35,7339

Значення коефіцієнта β обчислюємо за формулою (4.11):

$$\beta = \frac{35,7339}{27,0710} \approx 1,28.$$

Таке значення коефіцієнта β свідчить про те, що ризик інвестицій у акції компанії A перевищує середній рівень ризику на ринку цінних паперів на 0,28 або 28%. Наприклад, якщо у середньому на ринку цінних паперів курс акцій зросте на 10%, то прогнозоване зростання вартості акцій A складе $10 \cdot 1,28 = 12,8(\%)$. Аналогічне зменшення вартості акцій спостерігатиметься при зниженні середньоринкового курсу.

4.5 Модель рівноваги ринку капіталів

Відносно прості способи врахування ризику при визначенні норми дисконту можна отримати з допомогою моделі рівноваги ринку капіталів (CAPM, Capital Asset Pricng Model). У межах цієї моделі ринок цінних паперів розглядають з точки зору двох характеристик: сподіваної норми прибутку акції m та її ризику. Останній показник визначається коефіцієнтом β систематичного ризику. На координатній площині $O\beta m$ кожна точка $(\beta; m)$ відповідає цінному паперу з коефіцієнтом β систематичного ризику та сподіваною нормою прибутку m. Стан рівноваги на ринку цінних паперів подається у вигляді зростаючої лінійної функції (прямої), визначеної при значеннях $\beta > 0$. Зростання сподіваної норми прибутку цінного паперу тут супроводжується зростанням його ризику. Цю пряму називають *лінією ринку капіталів* або *лінією ринку цінних паперів*.

Нехай m_1 – сподівана норма прибутку цінного паперу, для якого ризик відсутній (коефіцієнт $\beta = 0$), $m_2 = m_M$ – сподівана середньоринкова норма прибутку, якій відповідає коефіцієнт систематичного ризику $\beta = 1$. Тоді лінія ринку цінних паперів проходить через точки з координатами$(0; m_1)$ та $(1; m_2)$. Її рівняння отримуємо як рівняння прямої, що проходить через дві задані точки:

$$m = m_1 + (m_2 - m_1)\beta. \tag{4.12}$$

Запишемо (4.12) у вигляді:

$$m - m_1 = \beta(m_2 - m_1). \tag{4.13}$$

Ліва частина рівняння (4.13) дорівнює перевищенню сподіваної норми прибутку акції над нормою прибутку по цінному паперу, для якого ризик відсутній (наприклад, облігації державної позики). Вираз у дужках у правій частині (4.13) – це перевищення середньоринкової норми прибутку над нормою прибутку по безризиковому цінному паперу. Таким чином, лінія ринку цінних паперів відображає пряму пропорційну залежність між цими перевищеннями, де коефіцієнтом пропорційності є коефіцієнт β систематичного ризику. Рівняння (4.12) та (4.13) дозволяють визначити сподівану норму прибутку цінного паперу по його коефіцієнту β систематичного ризику та відомим характеристикам ринку цінних паперів.

Приклад 4.4. Лінія ринку цінних паперів задана рівнянням $m = 6,2 + 5,8\beta$. Визначити сподівану норму прибутку для цінного паперу з коефіцієнтом систематичного ризику $\beta = 0,5$.

Розв'язання. Підставивши у рівняння лінії ринку цінних паперів значення $\beta = 0,5$, отримуємо значення сподіваної норми прибутку для даної акції:

$$m = 6,2 + 5,8 \cdot 0,5 = 9,1(\%).$$

4.6 Вплив ризику та інфляції на процентну ставку

Умови, на яких підприємства можуть використовувати зовнішні джерела фінансування, залежать від ситуації на ринку капіталів. Найважливішою характеристикою цього ринку є процентна ставка за кредитом, тобто ціна, яку повинен платити позичальник кредитору за використання його коштів. Основними факторами, що визначають величину процентної ставки, є фактори інфляції та ризику. Для дослідження впливу цих факторів розрізняють реальну та номінальну процентні ставки.

Згідно з класичною теорією процентної ставки І. Фішера, під *реальною процентною ставкою* розуміють процентну ставку, що врівноважує попит та пропозицію на ринку капіталів. *Номінальна процентна ставка* – це ставка, за якою кредитор отримує винагороду за надані ним кошти. Номінальна процентна ставка складається з двох частин: реальної процентної ставки та інфляційної складової, розмір якої залежить від інфляційних сподівань, а не реальних темпів інфляції.

Для обчислення номінальної процентної ставки використовують формулу Фішера. Її можна отримати з наступних міркувань. Якщо прийняти суму позики за одиницю, то через рік вона буде дорівнювати $1 + r_r$, де r_r – реальна процентна ставка. Внаслідок інфляції, прогнозований річний темп приросту якої дорівнює i, потік доходів потрібно збільшити у $1+i$ разів. Нехай r – номінальна процентна ставка. Тоді отримуємо:

$$1+r=\left(1+r_r\right)\left(1+i\right)=1+r_r+i\cdot r_r+i\,.$$

З цієї рівності отримуємо вираз для номінальної процентної ставки – *формулу Фішера*:

$$r=r_r+i+i\cdot r_r\,. \tag{4.14}$$

Рівень процентної ставки, яку задає інвестор при здійсненні вкладення капіталу у реальний інвестиційний проект, визначається рівністю

$$r=r_r+i+i\cdot r_r+r_p\,, \tag{4.15}$$

де r_p – премія за ризик інвестиційного проекту.

Визначимо величину номінальної процентної ставки, що враховує інфляційну складову та надбавку (премію) за ризик.

Згідно з формулою Фішера, номінальну середньоринкову процентну ставку r_2 можна визначити рівністю:

$$r_2=r_{r2}+i+i\cdot r_{r2}\,, \tag{4.16}$$

де r_{r2} – реальна середньоринкова процентна ставка. Для номінальної процентної ставки r_1 для інвестицій з нульовим рівнем ризику ($\beta=0$) отримаємо:

$$r_1=r_{r1}+i+i\cdot r_{r1} \tag{4.17}$$

У рівності (4.17) r_{r1} – реальна процентна ставка для інвестицій з нульовим рівнем ризику.

Якщо відомі дані для оцінки коефіцієнта β інвестиційного проекту, то, використовуючи модель рівноваги ринку капіталів, можна записати формулу для знаходження номінальної процентної ставки для цього проекту:

$$r=r_1+\beta\left(r_2-r_1\right). \tag{4.18}$$

Підставимо (4.16) та (4.17) у (4.18). Отримаємо:

$$r=r_{r1}+i+i\cdot r_{r1}+\beta\left(r_{r2}-r_{r1}\right)+\beta\cdot i\cdot\left(r_{r2}-r_{r1}\right). \tag{4.19}$$

На практиці часто застосовують спрощені формули для обчислення номінальної процентної ставки проекту:

$$r = r_{r1} + i + \beta\left(r_{r2} - r_{r1}\right), \quad (4.20)$$

$$r = r_{r1} + i + i \cdot r_{r1} + \beta\left(r_{r2} - r_{r1}\right). \quad (4.21)$$

При високому рівні інфляції i наближені формули (4.20) та (4.21) надають занижені значення номінальної процентної ставки і у цьому випадку доцільно використовувати формулу (4.19).

Приклад 4.5. Реальна процентна ставка для інвестицій з нульовим ризиком складає 6%, прогнозовані темпи інфляції – 30% у рік, реальна середньоринкова процентна ставка 18%, коефіцієнт систематичного ризику для інвестиції, що досліджується, $\beta = 1,2$. Знайти номінальну процентну ставку, що враховує інфляцію та ризик.

Розв'язання. Маємо $r_{r1} = 0,06; i = 0,3; r_{r2} = 0,18; \beta = 1,2$. Підставимо ці значення у формулу (4.19). Отримуємо:

$$r = 0,06 + 0,3 + 0,06 \cdot 0,3 + 1,2 \cdot 0,12 + 0,3 \cdot 1,2 \cdot 0,12 = 0,5652.$$

Отже, за формулою (4.19) номінальна процентна ставка за інвестиціями, що враховує інфляцію та ризик, повинна становити 56,52%.

За спрощеною формулою (4.20) отримуємо:

$$r = 0,06 + 0,3 + 1,2 \cdot 0,12 = 0,504,$$

тобто номінальна процентна ставка тут занижена на 6,12%.

Отримаємо уточнену формулу Фішера, що враховує перевищення Δi реальних майбутніх темпів інфляції над прогнозованими. Виходячи з тих же міркувань, що й при отриманні формули Фішера, знаходимо:

$$1 + r = \left(1 + r_r\right)\left(1 + i + \Delta i\right) \Rightarrow r = r_r + i \cdot r_r + \Delta i \cdot r_r + i + \Delta i. \quad (4.22)$$

Аналогічно до (4.19) можна отримати модифіковану формулу розрахунку номінальної процентної ставки з врахуванням можливого перевищення темпів інфляції Δi. Маємо:

$$r_2 = r_{r2} + i \cdot r_{r2} + \Delta i \cdot r_{r2} + i + \Delta i, \quad (4.23)$$

$$r_1 = r_{r1} + i \cdot r_{r1} + \Delta i \cdot r_{r1} + i + \Delta i, \quad (4.24)$$

$$r = r_1 + \beta\left(r_2 - r_1\right). \quad (4.25)$$

Підставивши у (4.25) співвідношення (4.23) та (4.24), після перетворень отримаємо:

$$r = r_{r1} + \left(i + \Delta i\right)\left(1 + r_{r1}\right) + \beta\left(r_{r2} - r_{r1}\right)\left(1 + i + \Delta i\right). \qquad (4.26)$$

Приклад 4.6. В умовах прикладу 4.5 розрахувати номінальну процентну ставку з врахуванням можливого перевищення темпів інфляції над прогнозованими $\Delta i = 10\%$.

Розв'язання. Використовуючи формулу (4.26), отримуємо:

$$r = 0,06 + (0,3 + 0,1) \cdot (1 + 0,06) + 1,2 \cdot 0,12 \cdot (1 + 0,3 + 0,1) = 0,6856.$$

Для врахування ризику ліквідності, що притаманний багатьом об'єктам інвестування, у номінальну процентну ставку потрібно включати надбавку за ризик ліквідності r_l. У цьому випадку при розрахунку номінальної процентної ставки у правих частинах формул (4.21) та (4.26) додають r_l.

4.7 Майбутня та нинішня вартість

Грошові кошти у нинішній момент часу мають більшу вартість, ніж та сама сума через певний період часу. Вартість грошей з часом зменшується навіть за відсутності інфляції. Основними причинами цього є: а) наявність ризику, що пояснюється можливістю недоотримання коштів у майбутньому; б) пріоритет поточного споживання.

Інвестування коштів приводить до необхідності оцінки майбутніх грошових надходжень та їх нинішньої вартості для інвестора, порівняння грошових коштів, що відносяться до різних періодів часу. Для розв'язання таких задач необхідно досліджувати зміну вартості грошей у часі. Для цього використовують *дисконтування* грошових коштів, тобто приведення їх до одного проміжку часу. Дисконтування ґрунтується на обчисленні складних процентів, коли проценти додаються до основного капіталу і при цьому змінюється база для обчислення суми, що додається до капіталу. Механізм нарощування грошових коштів по складним процентам називають також *капіталізацією процента.*

Зв'язок між нинішньою вартістю PV та майбутньою вартістю FV цієї суми через t періодів часу визначається за формулою:

$$FV = PV\left(1+r\right)^{t}, \tag{4.27}$$

де r – величина процентної ставки, що нараховується на капітал за 1 період часу.

Приклад 4.7. Інвестор поклав на терміновий депозит у банк 2 тис. у.г.о. грошових одиниць на 5 років під 50% річних. Проценти складні. Визначити майбутню вартість депозиту по завершенні його терміну.

Розв'язання. $PV = 2$. $FV = 2\left(1+0,5\right)^{5} = 15,1875$ (тис. у.г.о.) – майбутня вартість депозиту по завершенні його терміну.

Темп приросту капіталу у часі дорівнює процентній ставці.

В умовах інфляції при наданні кредитів банки використовують процентні ставки, що змінюються у часі. У таких ситуаціях майбутня вартість коштів визначається за формулою:

$$FV = PV\left(1+r_1\right)^{T_1}\left(1+r_2\right)^{T_2}\ldots\left(1+r_n\right)^{T_n}. \tag{4.28}$$

У формулі (4.28) $r_1, r_2, \ldots, r_n$ – процентні ставки, що діють на протязі відповідних періодів часу $T_1, T_2, \ldots, T_n$.

Приклад 4.8. В умовах високої інфляції річна процентна ставка по кредиту, виданому банком, становила 40%, за другий рік користування кредитом процентна ставка зростає на 2%, за кожний наступний – на 3%. Термін користування кредитом – 5 років. Визначити майбутню вартість кредиту, якщо його початкова сума склала 5 тис. у.г.о.

Розв'язання. Майбутню вартість кредиту знайдемо за формулою (4.28):

$$FV = 5\left(1+0,4\right)\left(1+0,42\right)\left(1+0,45\right)\left(1+0,48\right)\left(1+0,52\right) \approx 29,067 \text{ (тис. у.г.о.)}$$

У деяких випадках, наприклад, для облігацій або термінових банківських депозитів, проценти додаються до капіталу частіше, ніж один раз на рік. Якщо проценти додаються до капіталу m разів на протязі року через рівні проміжки часу, то через T років отримаємо майбутню вартість:

$$FV = PV\left(1+\frac{r}{m}\right)^{mT}. \tag{4.29}$$

Приклад 4.9. Початковий капітал складає 2 тис. у.г.о., річна процентна ставка складає 5%, проценти додаються до капіталу кожні півроку. Знайти майбутню вартість капіталу через 1 рік та через 5 років.

Розв'язання. Через 1 рік отримуємо майбутню вартість

$$FV = 2\left(1 + \frac{0,05}{2}\right)^{2\cdot 1} \approx 2,101 \text{ (тис. у.г.о.).}$$

Через 5 років маємо:

$$FV = 2\left(1 + \frac{0,05}{2}\right)^{2\cdot 5} \approx 2,560 \text{ (тис. у.г.о.)}$$

Оцінка ефективності доступних можливостей для інвестування ґрунтується на порівнянні вартості майбутніх затрат з вартістю потоку прогнозованих доходів. Оскільки майбутні потоки доходів та витрат мають меншу вартість, ніж нинішні потоки. Цю різницю слід враховувати при прийнятті інвестиційних рішень. Дисконтування дозволяє привести доходи та витрати на різних етапах планового періоду часу до початку цього періоду.

Метод дисконтування полягає у множенні номінальної суми грошових потоків у різні періоди часу на відповідні коефіцієнти дисконтування. Нинішня вартість PV майбутнього доходу FV, який планується отримати через T років, визначається за формулою:

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^T}, \tag{4.30}$$

де r – річна ставка (норма) дисконту.

Нинішня вартість прогнозованого майбутнього потоку доходів залежить від розподілу цих доходів у часі та норми дисконту. Нехай FV_i – кошти, які інвестор сподівається отримати у i-му періоді часу у майбутньому, r – норма дисконту, T – плановий період часу. Нинішня вартість майбутнього потоку доходів на протязі T одиниць часу визначається за формулою:

$$PV = \sum_{i=1}^{T} \frac{FV_i}{(1+r)^i}. \tag{4.31}$$

Приклад 4.10. На протязі майбутніх 5 років фірма щорічно планує отримувати прибуток 1 млн. у.г.о. Визначити нинішню вартість прибутку на протязі планового періоду, якщо норма дисконту складає 10%.

Розв'язання. Застосувавши формулу (4.31), отримаємо:

$$PV = \frac{1}{1+0,1} + \frac{1}{(1+0,1)^2} + \frac{1}{(1+0,1)^3} + \frac{1}{(1+0,1)^4} + \frac{1}{(1+0,1)^5} \approx 3,791 \text{ (млн. у.г.о.)}$$

Послідовність рівних за величиною платежів, що здійснюється через певні, рівні проміжки часу, називають *ануїтетом*. Кожний окремий платіж, що входить до складу ануїтету, називають його *членом*. Нинішня вартість ануїтету визначається за формулою (4.31).

Приклад 4.11. Що вигідніше: одночасно отримати 50 у.г.о., чи отримувати щорічно по 12 у.г.о. за умови, що норма дисконту складає 10%?

Розв'язання. Визначимо нинішню вартість ануїтету за формулою (4.31).

$$PV = 12\left(\frac{1}{1+0,1} + \frac{1}{(1+0,1)^2} + \frac{1}{(1+0,1)^3} + \frac{1}{(1+0,1)^4} + \frac{1}{(1+0,1)^5}\right) \approx 45,492 \text{ (у.г.о.)}$$

Оскільки отримане значення нинішньої вартості ануїтету менше 50 у.г.о., то одноразове негайне отримання 50 у.г.о. вигідніше.

Розглянемо випадок визначення нинішньої вартості пожиттєвої ренти при сталій величині щорічних виплат. Нинішня вартість виплат за T років складе:

$$PV = FV \cdot \sum_{i=1}^{T} \frac{1}{(1+r)^i}. \tag{4.32}$$

Помножимо обидві частини цієї рівності на $(1+r)$. Отримаємо:

$$PV(1+r) = FV \cdot \sum_{i=1}^{T} \frac{1}{(1+r)^{i-1}}.$$

Віднявши звідси почленно рівність (4.32), отримаємо:

$$PV \cdot r = FV\left(1 - \frac{1}{(1+r)^T}\right).$$

При $T \to \infty$ $\frac{1}{(1+r)^T} \to 0$, тому $PV \cdot r = FV$ або

$$PV = \frac{FV}{r}. \qquad (4.33)$$

Формулу (4.33) застосовують до виплат, що не мають певного терміну дії, наприклад, постійних щорічних прибутків від привілейованих акцій.

Приклад 4.12. Дивіденди від привілейованої акції складають 1000 у.г.о. щорічно. Норма прибутку від інвестицій з таким рівнем ризику складає 10%. Визначити нинішню вартість потоку дивідендів.

Розв'язання. Маємо $FV = 1000$ у.г.о., $r = 10\% = 0{,}1$. Підставивши ці значення у формулу (4.33), знаходимо:

$$PV = \frac{1000}{0{,}1} = 10000 \text{ (у.г.о.)}.$$

4.8 Ризик та оцінка ринкової вартості підприємства

При оцінці ринкової вартості підприємства важливим фактором є обсяг потоку доходів, який генерує це підприємство для своїх власників. Нинішня вартість потоку майбутніх доходів визначається за формулою

$$NPV = \sum_{i=1}^{T} \frac{B_i}{(1+r)^i}. \qquad (4.34)$$

У формулі (4.34) NPV – нинішня вартість потоку майбутніх доходів, B_i – номінальний доход у i-му році, r – норма дисконту з врахуванням ризику та інфляції, T – кількість років.

При прийнятті рішення про придбання підприємства необхідно оцінювати майбутній загальний дисконтований доход від його діяльності, що вимірюється показником NPV та порівнювати його з витратами,необхідними для його придбання та забезпечення його функціонування.

Оцінити нинішню вартість майбутніх доходів можна також на основі підходу, що ґрунтується на застосуванні концепції інтенсивності потоку доходів $a(t)$. Оскільки доход C змінюється у часі, то його можна розглядати як функцію часу: $C = C(t)$. Тоді інтенсивність потоку доходів $a(t) = C'(t)$. На початку діяльності підприємства (при $t=0$) $a(0)=A$, де A – задана величина. На подальшу динаміку потоку доходів впливають дві групи факторів: фізичне зношення основних засобів виробництва та випадкові фактори, що є джерелами ризику для роботи підприємства. Нехай у залежності від зношення основних засобів інтенсивність потоку доходів лінійно спадає:

$$a(t)=A-bt.$$

У кінці терміну експлуатації (при $t=T$) $a(T)=0$. Звідси отримуємо:

$$A-bT=0 \Rightarrow b=\frac{A}{T}.$$

Отже, вираз для інтенсивності для інтенсивності потоку доходів має вигляд:

$$a(t)=A\left(1-\frac{t}{T}\right).$$

Якщо r – це норма дисконту з врахуванням ризику та інфляції, то загальний дисконтований доход від роботи підприємства за T років можна визначити за формулою:

$$NPV=\int_0^T a(t)e^{-rt}dt=\frac{A}{r}-\frac{A\left(1-e^{-rT}\right)}{T\cdot r^2}. \tag{4.35}$$

Приклад 4.13. У перший рік після придбання та модернізації об’єкта доход від його діяльності склав 100 у.г.о. Термін експлуатації об’єкта складає 10 років. Середня норма дисконту, обчислена для цього періоду часу з врахуванням інфляції і ризику, складає 50%. Визначити нинішню вартість даного об’єкту.

Розв’язання. Використаємо формулу (4.35), згідно з якою при $A=100$ у.г.о., $T=10$ років, $r=0{,}5$, отримуємо:

$$NPV=\frac{100}{0{,}5}-\frac{10\left(1-e^{-5}\right)}{0{,}25}\approx 160{,}027 \text{ (у.г.о.)}$$