

## Практичне заняття №6.

### Приклади вирішення задач

#### Приклад 1

Споживання матеріального ресурсу на підприємстві за добу становить 300 тонн. З постачальником укладено угоду про надходження матеріалу на підприємство рівними партіями через кожні 17 діб (тобто 21 раз на рік). За попередні півроку були зафіксовані певні відхилення від встановленої величини (17 діб).

Номер поставки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Фактична кількість діб між поставками	16	17	17	18	18	19	17	15	18	18	17

Визначити мінімальний запас матеріалів, що дозволить підприємству за таких умов уникнути зриву виробництва.

#### Розв'язання

У таблиці наведено обчислення дисперсії випадкової величини (тривалості інтервалу поставки), тобто міру розсіяння випадкової величини навколо її математичного сподівання (встановленої величини інтервалу поставки).

Номер поставки	Встановлена величина інтервалу поставки, t, діб	Фактична кількість діб між поставками (ti)	Відхилення в днях (t-ti)	Квадрат відхилення (17-ti) <sup>2</sup>
1	17	16	1	1
2	17	17	0	0
3	17	17	0	0
4	17	18	-1	1
5	17	18	-1	1
6	17	19	-2	4
7	17	17	0	0
8	17	15	2	4
9	17	18	-1	1
10	17	18	-1	1
11	17	17	0	0
Сума	-	-	-	13

Таким чином, дисперсія тривалості інтервалу поставки становить 13. Стандартне відхилення випадкової величини від її математичного сподівання обчислюється так:

$$\sigma = \sqrt{D / (n - 1)},$$

де D — дисперсія, n — кількість спостережень відхилень випадкової величини.

$$\sigma = \sqrt{13 / (11 - 1)} = \sqrt{1,3} = 1,14.$$

Таким чином, щоб підприємство працювало без зривів, обсяг мінімального запасу матеріалів повинен становити:

$$Z = 300 \cdot 1,14 = 342 \text{ (тонни)}.$$

### Завдання для самостійного опрацювання

### **Задача 1**

Споживання борошна на хлібокомбінаті за добу становить 16 т. З постачальником укладено угоду, що поставки борошна здійснюватимуться однаковими партіями через кожні 20 діб (тобто 18 разів на рік).

За попередні півроку були певні відхилення від встановленого терміну поставки. Дані про фактичну кількість діб між поставками наведено в таблиці.

Номер поставки	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Фактична кількість діб між поставками	22	18	20	20	19	23	21	21	19

Який обсяг резерву (мінімального запасу) борошна повинен мати хлібокомбінат, щоб за такими умов уникнути зриву виробництва через нестачу сировини?

### **Задача 2**

Споживання сировини на підприємстві за добу становить 20 т. Вона постачається на підприємство кожні 25 днів (тобто 14 разів на рік). У таблиці наведено дані про зафіксовані відхилення термінів поставок від встановленої величини протягом останнього півріччя.

Номер поставки	1	2	3	4	5	6	7
Фактична кількість діб між поставками	26	28	24	25	26	24	27

Визначте обсяг резерву сировини (або її мінімального запасу), який дозволить підприємству уникнути зриву виробництва через нестачу сировини за таких умов її постачання.

### **Задача 3**

Фірма страхує автомобіль від викрадення на суми 5 тис. грн за один автомобіль. За статистикою імовірність викрадення автомобіля за рік становить 0,05 %. Якою має бути сума річного страхового внеску, щоб річний дохід фірми від страхування дорівнював 1 млн грн ( у середньому за рік страхується 100 автомашин)?

### **Задача 4**

Розробіть схему хеджування, що цілком виключає ризик кредитора завдяки страхуванню відданого під заставу майна. Умови угоди: на угоду виділяється 1 млн грн; сума надається в борг під 20 фіксованих річних процентів; страхова сума дорівнює сумі боргу; страховий тариф становить 5 % страхової суми.

## **Практичне заняття за темою 2.**

### **Приклади вирішення задач**

#### **Приклад 1**

Продавець фруктів скуповує малину у селян по 15 грн за кошик і продає у місті за 25 грн. Протягом кожного з 40 днів “малинового сезону” він продавав різну кількість кошиків. Це обумовлено випадковістю попиту на цей товар. Торговець помітив, що попит обсягом 4 кошики спостерігався 4 дні, 5 — 8 днів, 6 — 16 днів, 7 — 10, 8 — 2 дні.

Визначити оптимальну кількість товару, яку необхідно закуповувати продавцю, щоб в заданих умовах попиту на товар він отримав максимальні прибутки (за критерієм Байєса-Лапласа).

### **Розв'язання**

Кращим рішенням вважається таке, що забезпечує найбільше значення математичного сподівання випадкової величини. Варіантами рішень будуть обсяги кількості кошиків малини, які слід одноразово закуповувати продавцю у селян. Економічне середовище характеризується попитом на малину. Зрозуміло, що продавцю недоцільно закуповувати менше, ніж 4 кошики та більше, ніж 8 кошиків.

У таблиці подано фінансові результати продавця (прибуток), який він матиме за різними варіантами його можливих рішень та стану попиту.

Рішення (кількість закуплених кошиків)	Стан економічної системи (попит в кошиках)				
	Q <sub>1</sub> (4 кошики)	Q <sub>2</sub> (5 кошиків)	Q <sub>3</sub> (6 кошиків)	Q <sub>4</sub> (7 кошиків)	Q <sub>5</sub> (8 кошиків)
4	4•25-4•15=40	4•25-4•15=40	4•25-4•15=40	4•25-4•15=40	4•25-4•15=40
5	4•25-5•15=25	5•25-5•15=50	5•25-5•15=50	5•25-5•15=50	5•25-5•15=50
6	4•25-6•15=10	5•25-6•15=35	6•25-6•15=60	6•25-6•15=60	6•25-6•15=60
7	4•25-7•15=-5	5•25-7•15=20	6•25-7•15=45	7•25-7•15=70	7•20-7•15=70
8	4•25-8•15=-20	5•25-8•15=5	6•25-8•15=30	7•25-8•15=55	8•25-8•15=80

Дані в цій таблиці можна інтерпретувати так: якщо продавець малини закупить 7 кошиків, а попит на малину складе тільки 5 кошиків, він отримає тільки 20 грн прибутку. Найбільший прибуток при цьому він зможе отримати у випадку, коли попит на малину також буде 7 кошиків. На максимальний прибуток він зможе розраховувати тільки закупивши 8 кошиків при стані попиту у 8 кошиків. Однак у цьому випадку при інших станах попиту — 5, 6, 7 кошиків — він отримає прибуток тільки у розмірах 5, 30, 55 грн. Якщо попит буде тільки у 4 кошики він зазнає збитків, оскільки половина товару буде непроданою.

За даними частоти настання протягом 40 днів “малинового сезону” різних варіантів попиту на малину обчислимо імовірність їх настання:

$$p_1(Q_1) = 4 / 40 = 0,1;$$

$$p_2(Q_2) = 8 / 40 = 0,2;$$

$$p_3(Q_3) = 16 / 40 = 0,4;$$

$$p_4(Q_4) = 10 / 40 = 0,25;$$

$$p_5(Q_5) = 2 / 40 = 0,05.$$

Найімовірніший прибуток продавця від прийнятого рішення можна обчислити як математичне сподівання випадкової величини (його фінансових результатів) ( $M(X)$ ) за формулою

$$D = \sum p_i (X_i - M(X))^2,$$

де  $p_i$  — імовірність настання  $i$ -ї події (отримання  $i$ -го варіанта фінансового результату);  $X_i$  — значення  $i$ -го варіанта випадкової події (фінансового результату продавця).

Обчислимо прибуток продавця, якщо він прийме рішення закупити тільки 4 кошики:

$$M(4) = 0,1 \cdot 40 + 0,2 \cdot 40 + 0,4 \cdot 40 + 0,25 \cdot 40 + 0,05 \cdot 40 = 40 \text{ (грн)}.$$

Обчислимо прибуток продавця, якщо він прийме рішення закупити тільки 5 кошиків:

$$M(5) = 0,1 \cdot 25 + 0,2 \cdot 50 + 0,4 \cdot 50 + 0,25 \cdot 50 + 0,05 \cdot 50 = 47,5 \text{ (грн)}.$$

Обчислимо прибуток продавця, якщо він прийме рішення закупити тільки 6 кошиків:

$$M(6) = 0,1 \cdot 10 + 0,2 \cdot 35 + 0,4 \cdot 60 + 0,25 \cdot 60 + 0,05 \cdot 60 = 50 \text{ (грн)}.$$

Обчислимо прибуток продавця, якщо він прийме рішення закупити тільки 7 кошиків:

$$M(7) = 0,1 \cdot (-5) + 0,2 \cdot 20 + 0,4 \cdot 45 + 0,25 \cdot 70 + 0,05 \cdot 70 = 42,5 \text{ (грн)}.$$

Обчислимо прибуток продавця, якщо він прийме рішення закупити тільки 8 кошиків:

$$M(8) = 0,1 \cdot (-20) + 0,2 \cdot 5 + 0,4 \cdot 30 + 0,25 \cdot 55 + 0,05 \cdot 80 = 28,75 \text{ (грн)}.$$

Таким чином, за даних умов попиту на малину продавцю слід закуповувати 6 кошиків малини. Таке рішення забезпечить отримання ним максимально можливого прибутку за даних умов попиту на малину — 50 грн.

### **Приклад 2**

За даними попереднього прикладу визначити оптимальну стратегію продавця за критерієм Вальда.

### **Розв'язання**

Згідно з критерієм Вальда оптимальна стратегія продавця буде визначатись як

$$W = \max \min \alpha_{ij} = \max(40; 10; -5; -20) = 40.$$

Таким чином, оптимальною стратегією продавця малини буде закупівля 4 кошиків малини, тоді за будь-якого попиту на малину він матиме гарантований прибуток у 40 грн.

### **Приклад 2**

У результаті аналізу проекту за стандартною методикою ЮНІДО було отримано такі його характеристики: початкове фінансування проекту становить 100 млн дол. США; інтервал планування — 1 рік; проект починає приносити прибуток через два роки в розмірі 30 млн дол. щороку; орієнтовний час життя проекту — 15 років; після закінчення проекту залишкова вартість фондів становитиме 10 млн дол. США; ставка дисконту дорівнює 19 %.

Розрахуємо  $NPV_R$  без урахування страхування. Дані проекту й результати розрахунку наведено в табл.

ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ  $NPV$  ПРОЕКТУ  
БЕЗ УРАХУВАННЯ СТРАХУВАННЯ

Номер інтервалу планування	Чистий потік коштів ( $NCF$ ), млн дол. США	Чинник дисконтування, $DF$	Розрахунок внеску в чисту поточну вартість від кожного інтервалу ( $NCF \cdot DF$ ), млн

			дол. США
1	- 100	1,000	- 100,00
2	0	0,840	0,00
3	30	0,706	21,18
4	30	0,593	17,80
5	30	0,499	14,96
6	30	0,419	12,57
7	30	0,352	10,56
8	30	0,296	8,88
9	30	0,249	7,46
10	30	0,209	6,27
11	30	0,176	5,27
12	30	0,148	4,43
13	30	0,124	3,72
14	30	0,104	3,13
15	40	0,088	3,50
Разом		$NPV_R = 19,73$	

За даними табл. чиста поточна вартість проекту становила 19,73 млн дол. США. Вона показує, наскільки привабливішим є цей проект порівняно з альтернативними проектами, що дають ефективну прибутковість 19 % річних.

Проаналізуємо параметри проекту з урахуванням страхування. Припустимо, інвестор вирішив застрахувати політичні ризики проекту в Багатобічному агентстві з гарантій інвестицій (MIGA) на таких умовах: страхування провадиться тільки від політичних ризиків; страхове покриття становить 90 % загальної суми проекту; строк страхування — 15 років; страховий тариф дорівнює 2 % суми страхування щороку; страхова премія сплачується щороку й одним платежем.

Отже, страхувальник (у цьому разі інвестор) щороку повинен сплачувати страховий внесок у такому розмірі:  $100 \cdot 0,9 \cdot 0,02 = 1,8$  млн дол.

Сплата страхової премії зменшує прибуток проекту. До того ж необхідно врахувати, що сплата страхової премії провадиться на початку інтервалу планування.

Водночас, як було показано в попередньому прикладі, страхування політичних ризиків зменшує ставку дисконту на 2,1 %. Ураховуючи те, що страхування покриває тільки 90 % вартості проекту, одержуємо зменшення ставки дисконту на таку величину:  $2,1 \cdot 0,9 = 1,9$  %.

З урахуванням страхування характеристики проекту змінилися: початкове фінансування проекту становить 101,8 млн дол. США; інтервал планування — 1 рік; проект починає приносити прибуток через два роки в розмірі 28,2 млн дол. США щороку; орієнтовний час життя проекту — 15 років; після закінчення проекту залишкова вартість фондів має дорівнювати 10 млн дол. США; ставка дисконту становить 17,1 %.

### **Розв'язання**

Обчислимо  $NPV$  з урахуванням страхування. Дані проекту й результати розрахунку наведено в табл. 8.2.

За даними табл. 8.2 чиста поточна вартість проекту становить тепер 20,50 млн дол. США. Якщо порівняти цю суму з результатами, отриманими без урахування страхування, то можна зазначити збільшення чистої поточної вартості проекту на 4 %. У цьому разі страхування перевищує комерційну привабливість проекту та є економічно доцільним.

**ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ NPV ПРОЕКТУ  
З УРАХУВАННЯМ СТРАХУВАННЯ**

Номер інтервалу планування	Чистий потік коштів (NCF), млн дол. США	Фактор дисконтування, DFV	Розрахунок внеску в чисту поточну вартість від кожного інтервалу (NCF*DF), млн дол. США
1	- 101,8	1,000	- 101,8
2	- 1,8	0,854	- 1,54
3	28,2	0,729	20,57
4	28,2	0,623	17,56
5	28,2	0,532	15,00
6	28,2	0,454	12,81
7	28,2	0,388	10,94
8	28,2	0,331	9,34
9	28,2	0,283	7,98
10	28,2	0,242	6,81
11	28,2	0,206	5,82
12	28,2	0,176	4,97
13	28,2	0,150	4,24
14	28,2	0,128	3,62
15	38,2	0,110	4,19
Разом			$NPV_R = 20,50$

**Завдання для самостійного опрацювання**

**Задача 1**

Розв'яжіть задачу за допомогою теорії статистичних рішень. Підприємство є виробником молочної продукції. Один із продуктів — вершкове масло — постачається на зовнішній ринок у ящиках. Витрати на виробництво одного ящика становлять 260 грн, на транспортування його замовнику — 5 грн. Підприємство продає кожен ящик за ціною 540 грн. Якщо ящик з продукцією не продається протягом місяця, то підприємство не одержує доходу.

Адміністратор має вирішити, яку кількість ящиків масла слід виробляти протягом місяця за умови, що попит на масло, виражений у кількості ящиків, планується 50, 60, 70, 80 і 90 ящиків, а відповідні ймовірності попиту дорівнюють 0,1; 0,15; 0,2; 0,35; 0,2. Зробити прогноз щодо найкращої стратегії адміністратора.

**Задача 2**

Відділ маркетингу пропонує компанії дані про очікуваний попит на програмні продукти за трьох варіантів ціни.

**ПОПИТ НА ПРОГРАМНІ ПРОДУКТИ, тис. грн**

Очікуваний обсяг продажу	Можлива ціна за одиницю, грн		
	8,00	8,60	8,80
Найкращий з можливого	16 000	14 000	12 500
Найбільш імовірний	14 000	12 500	12 000
Найгірший з можливого	10 000	8000	6000

Імовірність найкращого та найгіршого попиту — 0,25. Постійні витрати на виробництво — 40 000 грн. на рік, змінні витрати — 4 грн. за одиницю.

Побудуйте платіжну матрицю доходів і визначте, за якою ціною випускати продукцію компанією за допомогою таких критеріїв, як математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення й коефіцієнт варіації; критерії Байеса, Вальда, Лапласа, Севіджа та Гурвіца.

Якщо людина, яка приймає рішення про випуск продукції, має таку шкалу корисності доходу, то який варіант вона обере? Розрахуйте її премію за ризик.

Корисність доходу	0	10	20	35	60	100
Прибуток, тис. грн.	0	5	10	15	20	25

**Задача 3**

Компанія випускає безалкогольний напій і розливає його в 40-літрові бочки. Змінні витрати на виробництво 1 л напою 0,7 грн, ціна продажу — 1,50 грн. Компанія передбачає, що внаслідок перевищення пропозиції над попитом з метою реалізації продукції компанія буде змушена знизити ціну на 0,30 грн. За останні 50 тижнів попит на продукцію розподілився так:

Попит на бочки на тиждень, шт	3	4	5	6	7
Імовірність попиту	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2

Побудуйте платіжну матрицю доходів і визначите, яку кількість продукції має випускати компанія, за допомогою таких критеріїв, як математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення і коефіцієнт варіації. Зробіть висновок щодо кількості продукції, призначеної для випуску, використовуючи критерії Байеса, Вальда, Лапласа, Севіджа та Гурвіца.

**Задача 4**

Видавець звернувся у відділ маркетингу, щоб визначити попит, що очікується на книгу. Дослідження відділу маркетингу показали:

Попит на книгу на три роки, кількість примірників	2000	3000	4000	5000
Імовірність	0,1	0,5	0,2	0,2

Прибуток від реалізації однієї книги становить 10 грн. Якщо книга не продається, збитки дорівнюють 4 грн за одиницю. Якщо видавець не задовольняє попит, збитки становлять 2 грн за одиницю.

Побудуйте платіжну матрицю доходів і визначте, яку кількість продукції має випускати компанія, за допомогою таких критеріїв, як математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення й коефіцієнт варіації. Зробіть висновок щодо кількості продукції, що випускається, використовуючи критерії Байеса, Вальда, Лапласа, Севіджа та Гурвіца.

Якщо людина, яка приймає рішення про випуск продукції, має таку шкалу корисності доходу, то який варіант вона обере? Розрахуйте її премію за ризик.

### ***Задача 5***

Компанія «Білий сніг» наступного року передбачає кілька варіантів отримання доходів і понесення витрат, млн грн: варіант 1: доходи [100, 120], витрати [80, 110]; варіант 2: доходи [80, 100], витрати [70, 100]; варіант 3: доходи [100, 110], витрати [90, 120]; варіант 4: доходи [80, 120], витрати [90, 100].

Визначте оптимальний варіант з погляду критеріїв крайнього оптимізму та крайньої обережності, критеріїв Вальда, Севіджа й Гурвіца (за  $\lambda = 0,4$ ). Розрахунки оформіть у вигляді таблиць, сформулюйте висновки.