Міністерство освіти і науки України
Запорізький національний університет
Інженерний навчально-науковий інститут ім. Ю.М. Потебні

Кафедра: ***Електроніки, іформаційних систем та програмного забезпечення***

Лабораторна робота №1

з дисципліни **Цифрова схемотехніка**

Арифметичні і логічні основи цифрової схемотехніки

Студента (ки) ______ курсу, групи _______________

____
(прізвище та ініціали) (Піжпис)

Викладач ____

____
(оцінка, дата, підпис)

м. Запоріжжя – 2024 рік

Лабораторна робота №1

Логічний синтез цифрових пристроїв комбінаційного типу

Метою виконання роботи є закріплення теоретичних знань і придбання практичних навиків логічного синтезу цифрових ІС, включаючи побудову схем за результатами логічного синтезу і аналізу їх характеристик.

Ключові терміни та поняття: арифметичні операції, логічні операції, логічна функція, мінімізація, мінтерм, макстерм, структурна формула, універсальний базис.

План теоретичного опрацювання теми.

1. Засвоїти методи представленя чисел у двійковій системі числення.
2. Засвоїти арифметичні та логічні операції булевої алгебри.
3. Засвоїти форми представлення логічних функцій.
4. Засвоїти основи синтезу цифрових пристроїв комбінаційного типу.

Методичні вказівки до вивчення питань та виконання завдань.

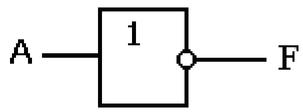
У основі алгебри логіки (булевої алгебри) лежать логічні величини, які позначаються A, B, C і так далі. Логічні величини характеризують два взаємовиключні поняття: так – ні, включено – вимкнено. Якщо одне із значень логічної величини позначене через A, те друге значення (протилежне) позначається $\overline{A}$.

Основними логічними функціями є заперечення, логічне складання і логічне множення.

Інверсія (заперечення, функція НЕ) це проста логічна функція:

$$F = \overline{A}.$$

Схему, що забезпечує виконання такої функції, називають інвертором або схемою НЕ, позначення схеми:



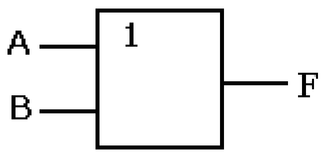
Логічне складання, диз'юнкція (∨, +) або функція АБО

$$F = A + B$$

визначається таким чином:

функція F = 1, якщо A = 1 або B = 1, або і A = 1 і B = 1;

Позначення схеми:



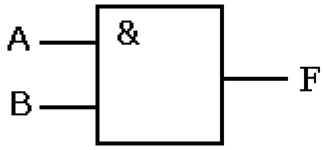
Логічне множення, кон'юнкція (∧, ×, ·) або функція І

$$F = A \cdot B,$$

визначається таким чином:

функція F = 1 лише якщо одночасно і A = 1 і B = 1;

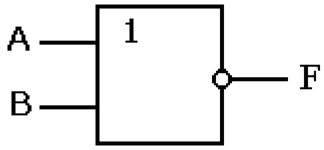
Позначення схеми:



Поєднання функції АБО з інверсією наводить до комбінованої функції АБО – НЕ:

$$F = \overline{A + B}$$

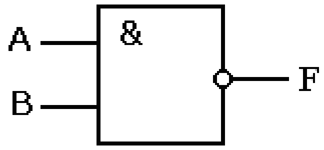
що позначається таким чином



Поєднання функції І з інверсією наводить до комбінованої функції І – НЕ:

$$F = \overline{A \cdot B}$$

що позначається таким чином:



Функції АБО – НЕ і І – НЕ найпоширеніші, оскільки на їх основі можна реалізувати будь-яку іншу логічну функцію. Зрозуміло, кількість аргументів функції і, отже, входів у відповідних схем може бути рівне трьом, чотирьом і більше.

У визначенні основних логічних функцій використані операції:

- складання – диз'юнкція, “+”;
- множення – кон'юнкція “×”;
- заперечення – інверсія “ – ”;

а так само відношення еквівалентності “=” (не рівність, а лише еквівалентність

Алгебра логіки базується на декількох аксіомах, з яких виводять основні закони для перетворень з логічними змінними.

$0+0=0$ (1.1) $0 \cdot 0=0$ (1.5) $\bar{0}=1$ (1.9)

$1+0=1$ (1.2) $0 \cdot 1=0$ (1.6) $\bar{1}=0$ (1.10)

$0+1=1$ (1.3) $1 \cdot 0=0$ (1.7)

$1+1=1$ (1.4) $1 \cdot 1=1$ (1.8)

Приведені аксіоми справедливі також для булевих змінних A, B і C. Важливі властивості цих логічних змінних ілюструються наступними попарно об’єднаними законами:

1. Закон тавтології (ідемпотентності):

$$\begin{cases} A \cdot A = A & (1.11) \\ A + A = A & (1.12) \end{cases}$$

2. Закон нульової множини:

$$\begin{cases} A \cdot 0 = 0 & (1.13) \\ A + 0 = A & (1.14) \end{cases}$$

3. Закон універсальної множини:

$$\begin{cases} A \cdot 1 = A & (1.15) \\ A + 1 = 1 & (1.16) \end{cases}$$

4. Закон додатковості:

$$\begin{cases} A \cdot \overline{A} = 0 & (1.17) \\ A + \overline{A} = 1 & (1.18) \end{cases}$$

5. Закон подвійної інверсії (подвійного заперечення):

$$\overline{\overline{A}} = A \qquad (1.19)$$

6. Закон обертання:

якщо $A = B$, то $\overline{A} = \overline{B}$ (1.20)

7. Закон комутативності (переміщення):

$$\begin{cases} A \cdot B = B \cdot A & (1.21) \\ A + B = B + A & (1.22) \end{cases}$$

8. Закон асоціативності (сполучний):

$$\begin{cases} A \cdot B \cdot C = A \cdot (B \cdot C) & (1.23) \\ A + B + C = A + (B + C) & (1.24) \end{cases}$$

9. Закон дистрибутивності (розподільний):

$$\begin{cases} A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C) & (1.25) \\ A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C) & (1.26) \end{cases}$$

10. Закон дуальності (теорема Де Моргана):

$$\begin{cases} \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B} & (1.27) \\ \overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B} & (1.28) \end{cases}$$

11. Закон склеювання:

$$\begin{cases} (A + B) \cdot (A + \overline{B}) = A & (1.29) \\ (A \cdot B) + (A \cdot \overline{B}) = A & (1.30) \end{cases}$$

12. Закон поглинання:

$$\begin{cases} A \cdot (A + B) = A & (1.31) \\ A + (A \cdot B) = A & (1.32) \end{cases}$$

13. Закон тотожності:

$$A \equiv A \qquad (1.33)$$

У правильності затвердження того або іншого закону легко переконатися за допомогою ілюстрації у вигляді ключової схеми, приймаючи, що якщо розімкнений ключ має позначення $\overline{A}$, то A позначатиме замкнутий ключ, а також, що розімкнуте коло означає логічний 0, тоді як замкнуте коло – логічну 1.

Вживання тотожності і законів дозволяє здійснити спрощення логічних функцій.

Перемикаючою функцією називається двійкова змінна (F). При цьому виходить $2^4 = 16$ логічних функцій, що позначають операції над двома аргументами. Визначення цих функцій через операції кон'юнкції, диз'юнкції і інверсії, а також найменування функції представлене в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 - Повний набір функцій двох аргументів

A 0 0 1 1 / B 0 1 0 1	Вираження через операції «І», «АБО», «НІ»	Найменування функції
F_0 0 0 0 0	$F_0 = 0$	константа 0
F_1 0 0 0 1	$F_1 = AB$	кон'юнкція
F_2 0 0 1 0	$F_2 = A\overline{B}$	заборона
F_3 0 0 1 1	$F_3 = A$	тотожність
F_4 0 1 0 0	$F_4 = \overline{A}B$	заборона
F_5 0 1 0 1	$F_5 = B$	тотожність
F_6 0 1 1 0	$F_6 = A\overline{B} + \overline{A}B$	виключна диз’юнкція
F_7 0 1 1 1	$F_7 = A+B$	диз'юнкція
F_8 1 0 0 0	$F_8 = \overline{A+B}$	АБО–НЕ, стрілка Пірсу
F_9 1 0 0 1	$F_9 = AB + \overline{A}\overline{B}$	еквівалентність
F_{10} 1 0 1 0	$F_{10} = \overline{B}$	інверсія
F_{11} 1 0 1 1	$F_{11} = A + \overline{B}$	імплікація від А до В
F_{12} 1 1 0 0	$F_{12} = \overline{A}$	інверсія
F_{13} 1 1 0 1	$F_{13} = \overline{A} + B$	імплікація від В до А
F_{14} 1 1 1 0	$F_{14} = \overline{AB}$	І-НЕ, штрих Шеффера
F_{15} 1 1 1 1	$F_{15} = 1$	константа 1

На підставі таблиці можна скласти набір двійкових функцій, який забезпечує представлення будь-якій іншій функції за допомогою суперпозиції (заміни аргументів функції іншими функціями) функції цього набору. Такий набір простих функцій, за допомогою якого можна виразити будь-які інші скільки завгодно складні логічні функції, називається функціонально повним (ФПН). Набор функції АБО, І, НЕ є основний функціонально повний набір (ОФПН). На цих операціях будуються основні логічні елементи, які використовуються для проектування логічних пристроїв. Широко використовуються також елементи, що не входять в ОФПН: елемент Шеффера І - НЕ і стрілка Пірса АБО - НЕ.

Послідовність операцій синтезу цифрових пристроїв комбінаційного типу:

- складання таблиці відповідності комбінаційного цифрового пристрою згідно його визначення, призначення, словесного опису принципу роботи;
- складання логічної формули згідно таблиці відповідності;
- спрощення логічної формули;
- аналіз отриманої формули з метою побудови різних варіантів і знаходження найкращого з них по тих або інших критеріях;
- складання функціональної схеми комбінаційного цифрового пристрою з елементів І, АБО, НЕ.

Аналітичний запис логічної формули комбінаційного цифрового пристрою.

1.Запис у формі ДДНФ.

У ДДНФ логічна формула є логічною сумою декількох логічних добутків, в кожен з яких входять всі незалежні змінні із інверсією або без неї.

Формула здійснюється в два етапи.

а) записується логічна сума добутків, в кожен з яких входять всі незалежні змінні. Кількість доданків дорівнює числу наборів таблиці відповідності, на яких логічна функція дорівнює «1».

б) ставиться знак інверсії над тими незалежними змінними, які дорівнюють«0» в даному наборі.

2. Запис у формі ДКНФ.

У ДКНФ формула є логічним добутком декількох логічних сум, в кожну з яких входять всі незалежні змінні із інверсією або без неї.

Як і у попередньому випадку, формула здійснюється в два етапи.

а) записується логічний добуток всіх співмножників. Кількість співмножників дорівнює числу наборів таблиці відповідності, на яких логічна функція дорівнює «0».

б) ставиться знак інверсії над тими незалежними змінними, які дорівнюють «1» в даному наборі.

Структурні формули у вигляді ДДНФ і ДКНФ еквівалентні і, за допомогою законів алгебри, логіки можуть бути перетворені одна в іншу.

Залежність складності логічної формули і функціональної схеми логічного пристрою наводять до виводу про необхідність мінімізації структурної формули логічного пристрою. Мінімізація здійснюється з використанням основних співвідношень, законів і теорем алгебри логіки.

При відносно невеликому числі змінних ($k \le 6$) вельми зручним і наочним є графічне представлення логічних функцій у вигляді так званих карт мінтермів. Найбільш розповсюдженою їх формою є карти Карно. На рисунку 1.1 показані карти Карно для функцій k = 2, 3, 4, 5 і 6 змінних.

Карта Карно містить $n = 2^k$ клітинок, причому кожній клітинці відповідає один з n мінтермів. Для ілюстрації цього на рисунку 1.1, а, б у клітинках карт Карно записані відповідні їм мінтерми.

Координати рядів і стовпців слідують не в природному порядку зростання двійкових кодів, а в порядку 00, 01, 11, 10. Це код Грея. Зміна порядку дотримання наборів зроблена для того, щоб сусідні набори (що відрізняються між собою лише цифрою одного розряду) були сусідніми в геометричному сенсі.

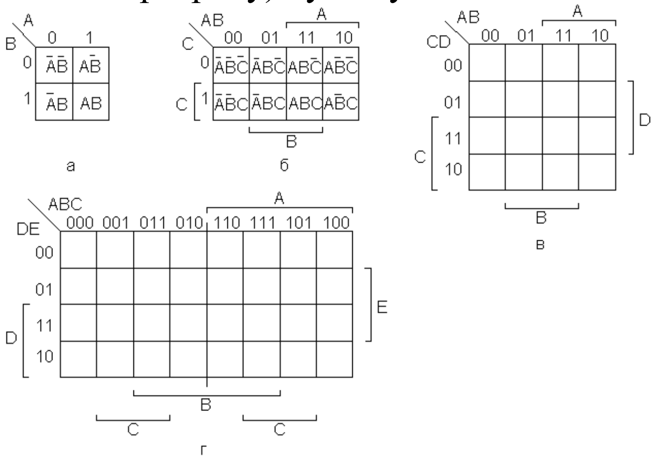


Рисунок 1.1 – Карти Карно для функцій двох (а), трьох (б), чотирьох (в) і п'яти (г) змінних

Правила групування мінтермів.

1. Групуються дві клітки, що стоять поруч, в стовпці, або ряду. Кожна з групованих кліток відрізняється від будь-якої сусідньої лише одною змінною, яка при цьому і виключається; число групованих клітинок має бути парним; можна групувати крайні клітинки між собою, оскільки карта – по суті тор.

2. Групуються клітинки, що є повними квадратами з 4, 16 кліток.

3. Групуються клітинки, що є повними горизонтальними рядами, або вертикальними стовпцями.

4. Групуються клітинки, що представляють два поруч розташованих стовпця, або рядка.

5. Клітинка може входити в декілька об'єднань.

<u>Послідовність і порядок проведення роботи.</u>

Лабораторний стенд для придбання практичних навиків логічного синтезу цифрових інтегральних схем збирається студентами в програмному застосуванні Electronics Workbench.

База даних включає комплект IC, що містить логічні елементи основного ФПН (І,ИЛИ, НЕ), а також елементи І – НЕ і АБО-НЕ. Програмне застосування оснащене віртуальними приладами, які задають вхідні дії шляхом подання напруги живлення, що контролює функціонування електронних схем.

Програмне застосування Electronics Workbench дозволяє реалізувати будь-яку із заданих для лабораторного дослідження логічних функцій. Реалізація логічних функцій здійснюється подачею вхідних сигналів (аргументів) A, B, C, D на входи вибраних логічних елементів і подальшим з'єднанням виходів цих ЛЕ з іншими елементами відповідно до схеми, отриманої в результаті структурного синтезу.

<u>Завдання експериментального дослідження і порядок виконання роботи.</u>

1. Відповідно до номера підгрупи вибрати задану функцію F.

1) $F=\overline{A}\cdot B\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+B\cdot\overline{C}\cdot D+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{D}+A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot D$

2) $F=A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D+A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot B\cdot C+A\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot D$

3) $F=\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D+B\cdot\overline{C}\cdot D+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{D}+A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{D}$

4) $F=A\cdot B\cdot C\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D+A\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot B\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot D+A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D$

5) $F=A\cdot B\cdot C\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D+A\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot B\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot D+A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D$

6) $F=A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D+A\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D+\overline{B}\cdot C\cdot D+A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}$

2. Скласти таблицю функціонування пристрою для чотирьох змінних (ABCD).

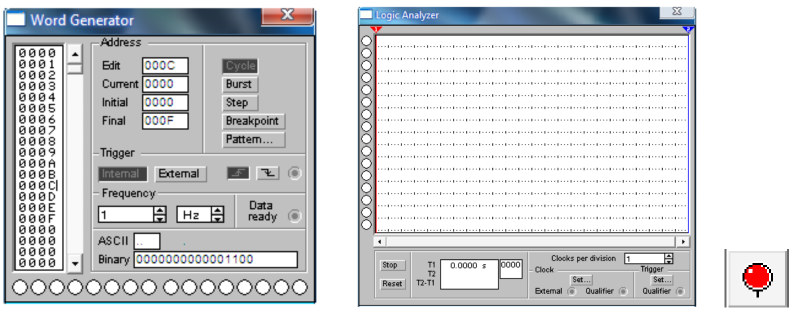
3. Нанести функцію на карту Карно і спростити її, використовуючи відомі методи.

4. Привести структурну схему, що реалізує отриману в результаті мінімізації функцію до єдиного логічного базису І-НЕ..

5. Зібрати отриману схему в програмному застосуванні Electronics Workbench.

6. Підключити до схеми наступні прилади для проведення аналізу функціонування (рис. 1.2): генератор двійкових слів (а), логічний аналізатор (б), проміжну індикацію в усіх логічних вузлах від входу до виходу схеми (в).

7. Включити живлення і провести аналіз схеми на відповідність таблиці функціонування.



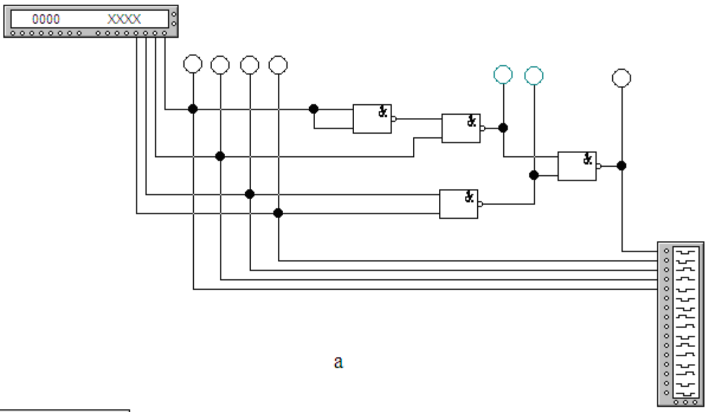
а б в

Рисунок 1.2 – Інструменти програмного застосування

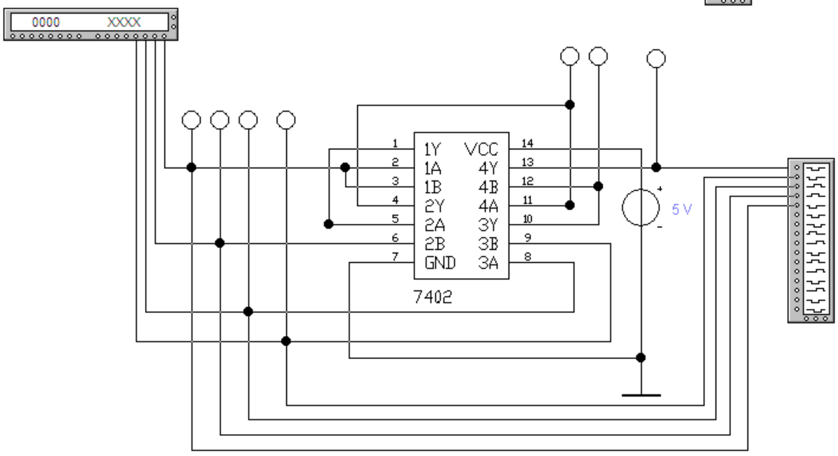
8. Провести заміну елементів елементарної логіки на реальні бібліотечні елементи програмного забезпечення Electronics Workbench (рис. 1.3). При цьому підключити джерело живлення та елементи контролю функціонування.

9. Провести аналіз функціонування розробленої схеми.

10. У звіті привести: таблиці, розрахунки, схеми, діаграми.



а



б

Рисунок 1.4 – Приклад заміни елементів елементарної логіки (а) на реальні бібліотечні елементи (б)

<u>Контрольні питання.</u>

1. Назвіть основні логічні функції.
2. Приведіть аксіоми булевої алгебри
3. Розкрийте сенс основних законів булевої алгебри.
4. Що таке перемикаюча функція?
5. Що таке нормальна форма представлення двійковій функції ?
6. Представлення булевих функцій у вигляді мінтермів і макстермів.
7. Мінімізація булевих функцій.
8. Приведіть типовий порядок логічного проектування.
9. Складіть структурну схему, що реалізовує задану логічну функцію.
10. Приведення логічних функцій до заданого елементного базису.

<u>Література</u>

1. Верьовкін Л.Л., Світанько М.В., Кісельов Є.М., Хрипко С.Л. Цифрова схемотехніка: підручник. Запоріжжя : ЗДІА, 2016. 214 с. ISBN 978-617-685-023-6.

2. Рябенький В.М., Жуйков В.Я., Гулий В.Д.. Цифрова схемотехніка: навчальний посібник. Львів : "Новий Світ-2000", 2019. 736 с. ISBN 978-966-418-067-9.

3. Задерейко О.В., Логінова Н.І., Трофименко О.Г., Троянський О.В., Толокнов А.А. Комп’ютерна схемотехніка та архітектура комп’ютерів : навч. посіб. [Електронне видання]. Одеса : Фенікс, 2021. 163 с. URL: https://hdl.handle.net/11300/14473