**ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 2**

**Тема.** **Аксіоматичні теорії натуральних, цілих і раціональних чисел**.

**Приклади розв’язання задач**

**Задача 1.** Довести, що , вважаючи, що властивості числових нерівностей вже доведено.

***Розв’язання.*** Розглянемо очевидну для будь-якого натурального числа нерівність . За властивістю монотонності відносно множення для довільного  отримаємо нерівність .

**Задача 2. Теорема** (**Архімеда).** .

***Доведення.*** Зрозуміло, що треба розглянути лише випадок . За означенням відношення порівняння натуральних чисел в цьому випадку існує натуральне число  таке, що . Візьмемо  і застосуємо означення множення. Тоді . Отже, треба порівняти числа  і . За попередньою теоремою , а значить при будь-якому натуральному  отримаємо , звідки випливає нерівність, що доводиться.

**Задача 3**. Довести, що .

***Доведення.*** Застосуємо принцип індукції по . При  одержимо

.

Припустимо, що для натурального  вірна імплікація

.

Для  отримаємо . За індуктивним припущенням маємо наслідок . Отже, .

**Задача 4.** Показати, що між довільними двома різними раціональними числами існує принаймні одне раціональне число.

**Вказівка.** Розгляньте півсуму даних чисел.

**Задача 5.** Довести властивість різниці цілих чисел: .

***Розв’язання.*** Нехай , , . Тоді

,

і



Цілі числа в правих частинах останніх двох рівностей належать одному класу, або, інакше, рівні між собою.

**Задачі для самостійного розв’язання**.

1. Впорядкувати цілі числа

.

2. Впорядкувати раціональні числа:

.

З. Порівняти цілі числа і знайти їх суму та різницю: .

4. Порівняти раціональні числа і знайти їх суму та різницю: 

5. Довести властивості різниці

1). ,

2). ,

3). .

1. Софізми:

А) «Доведення» рівності 2+2=5.

0=0,

10-10=15-15,

10-6-4=15-9-6,

2(5-3-2)=3(5-3-2),

2=3,

2+2=3+2,

2+2=5.

Б) «Доведення» рівності -1=1.

.

***Завдання за темами лекцій 1 і 2:*Самостійна робота 1 (10 балів)-на сторінці курсу в Мудл. (надіслати у відповідну папку).**