МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

математичний Факультет

Кафедра ЗАГАЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ

 **ЗАТВЕРДЖУЮ**

Декан \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ факультету

 \_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 (підпис) (ініціали та прізвище)

 «\_\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_202\_\_\_

**ОСНОВИ МАТЕМАТИКИ**

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

підготовки магістрів

очної (денної) та заочної (дистанційної) форм здобуття освіти

спеціальності 111 - Математика

освітньо-професійна програма Математика

**Укладач:** Стєганцева Поліна Георгіївна, к. ф.-м. н., доцент, доцент кафедри загальної математики

|  |  |
| --- | --- |
| Обговорено та ухваленона засіданні кафедри\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Протокол №\_\_\_\_ від “\_\_\_”\_\_\_\_\_\_\_\_202\_ р.Завідувач кафедри\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (підпис) (ініціали, прізвище ) | Ухвалено науково-методичною радою факультету \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Протокол №\_\_\_\_від “\_\_\_”\_\_\_\_\_\_\_202\_\_ р.Голова науково-методичної ради факультету \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (підпис) (ініціали, прізвище ) |

|  |  |
| --- | --- |
| Погоджено з навчально-методичним відділом\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (підпис) (ініціали, прізвище) | Погоджено з навчальною лабораторією інформаційного забезпечення освітнього процесу (підпис) (ініціали, прізвище) |

2020 рік

**1. Опис навчальної дисципліни**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** |
| **Галузь знань, спеціальність,** **освітня програма** **рівень вищої освіти**  | **Нормативні показники для планування і розподілу дисципліни на змістові модулі**  | **Характеристика навчальної дисципліни** |
| очна (денна) форма здобуття освіти | заочна (дистанційна) форма здобуття освіти |
| Галузь знань11 – Математика та статистика | Кількість кредитів – 4  | **Нормативна**  |
|  |
| Спеціальність:111 – Математика | Загальна кількість годин – 120 | **Семестр:** |
| 2 -й |  -й |
| Змістових модулів – 3 | **Лекції** |
| Освітньо-професійна программа –Математика | 24 год. | год. |
| **Практичні** |
| Рівень вищої освіти: **магістерський**  | Кількість поточних контрольних заходів – 6 | 24 год. | год. |
| **Самостійна робота** |
| 86 год. | год. |
| **Вид підсумкового семестрового контролю**: Іспит  |

* + 1. **2. Мета та завдання навчальної дисципліни**

**Метою** викладання навчальної дисципліни «Основи математики» є ознайомлення студентів з різними аспектами побудови математичної теорії на прикладах арифметики, алгебри та геометрії.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Основи математики» є:

* вивчення загальних питань аксіоматики;
* ознайомлення з основними проблемами аксіоматичної побудови математичної теорії;
* ознайомлення з аксіоматичними теоріями числових систем;
* ознайомлення з проективними основами геометрії, з теоретико-груповими принципами геометрії;
* вивчення основних фактів геометрії Лобачевського, як першої неевклідової геометрії;
* систематизація набутих при вивченні базових математичних дисциплін знань, вмінь та навичок.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен набути таких результатів навчання (знання, уміння тощо) та компетентностей:

|  |  |
| --- | --- |
| Заплановані робочою програмою результати навчаннята компетентності  | Методи і контрольні заходи |
| **1** | **2** |
| **Загальні:**Здатність до навчання, в тому числі, і самостійного. Здатність використовувати математичні методи. Здатність застосовувати прийоми логічного мислення: аналіз, синтез, індукцію, дедукцію, узагальнення та конкретизацію та ін.. Здатність до провадження дослідницької та інноваційної діяльності.Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово. Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.**Спеціальні:**Здатність створювати математичну модель розв’язуваної проблеми.Здатність розв’язувати проблеми різної складності та формулювати нові проблеми математичною мовою.Здатність конструювати доведення та обґрунтовувати отримані результати у відповідності до обраного методу дослідження. Здатність формулювати гіпотези та доводити або спростовувати їх. Здатність викладення результатів дослідження у логічній послідовності, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей та технічних викладок.Здатність використовувати методи сучасної алгебри, геометрії, математичного і функціонального аналізу, диференціальних рівнянь.Готовність розв’язувати нові проблеми у нових галузях знань. | Індивідуальне завданняВключення до індивідуального завдання задач без указання методу розв’язанняВключення до індивідуального завдання задач відповідного змістуЗахист частини індивідуального завдання в оффлайн-режимі, контрольні роботи.Організація взаємоперевірки виконаних самостійно робіт.Самостійні та контрольні роботи.Індивідуальні завдвння.Індивідуальні завдвння, контрольні роботи.Захист частини індивідуального завдання в оффлайн-режимі.Індивідуальні завдвння.Самостійні та контрольні роботи.Підсумкові заходи. |

**Міждисциплінарні зв’язки.**

Для вивчення курсу студенти повинні мати знання з базових математичних дисциплін, зокрема з теорії дійсних чисел Кантора, Вейерштрасса, Дедекінда, з аналітичної геометрії. Крім цього бажано бути ознайомленими з основними ідеями, про які повідомляється на спеціальних курсах. Аксіоматичний метод, що лежить в основі курсу геометрії відображає взаємозв’язок основних дисциплін – алгебри, геометрії, математичного аналізу. Абстрактні геометричні теорії, побудовані цим методом, успішно використовуються в математиці, механіці, фізиці.

Знання, що отримає студент при вивченні цього курсу, є необхідними для спеціаліста в галузі математики.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Змістовий модуль | Усьогогодин | Аудиторні (контактні) години | Самостійна робота, год | Система накопичення балів |
| Усьогогодин | Лекційні заняття, год | ПрактичніЗаняття,год | Теор.зав-ня, к-ть балів | Практ.зав-ня,к-ть балів | Усього балів |
| о/дф. | з/дистф. | о/д ф. | з/дистф. | о/д ф. | з/дистф. |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
| 1 | 32 |  | **8** |  | **8** |  | **20** |  | **5** | **10** | **15** |
| 2 | 32 |  | **8** |  | **8** |  | **20** |  | **5** | **15** | **20** |
| 3 | 26 |  | **8** |  | **8** |  | **16** |  | **5** | **20** | **25** |
| Усього за змістові модулі | 90 |  | **24** |  | **24** |  | **56** |  |  |  | 60 |
| Підсумковий семестровий контроль**залік/екзамен** | 30 |  |  |  |  |  | 30 | 30 |  |  | 40 |
| Загалом | **120** | **100** |

**4. Структура навчальної дисципліни**

**3. Програма навчальної дисципліни**

**Змістовий модуль 1.** **Аксіоматичні теорії числових множин.**

Загальні питання аксіоматики.

Поняття математичної структури, аксіоматичної теорії математичної структури, ізоморфізму математичних структур. Суть аксіоматичного методу. Вимоги до системи аксіом. Поняття інтерпретації (моделі) системи аксіом. Континуум-гіпотеза.

Аксіоматичні теорії натуральних, цілих, раціональних та дійсних чисел.

Аксіоматика Пеано системи натуральних чисел. Аксіоматичне означення цілих чисел. Множина цілих чисел як розширення множини натуральних чисел. Аксіоматичне означення раціональних чисел. Множина раціональних чисел як розширення множини цілих чисел. Означення перерізу на множині раціональних чисел. Три підходи до побудови теорії дійсних чисел: Кантора, Вейєрштраса і Дедекінда. Роль аксіоми неперервності в побудові математичного аналізу.

**Змістовий модуль 2. Аксіоматична побудова евклідової геометрії.**

Огляд і порівняння різних систем аксіом евклідової геометрії.

Доведення несуперечливості системи аксіом Вейля евклідової геометрії. Доведення незалежності аксіоми  системи Вейля. Доведення повноти системи Вейля. Порівняння аксіоматичних теорій евклідової планіметрії, побудованих на шкільній аксіоматиці та на базі системи аксіом Вейля. «Начала» Евкліда: зміст, структура, недоліки. Проблема п’ятого постулату та історія її вирішення. Побудова евклідової геометрії на базі системи аксіом Гільберта. Обґрунтування теорії вимірювання за допомогою аксіом четвертої групи. Довжина, площа об’єм. Третя проблема Гільберта та її розв’язання. Поняття абсолютної геометрії. Еквівалентність аксіоми паралельності та п’ятого постулату Евкліда. Інші еквіваленти п’ятого постулату.

Дослідження систем аксіом евклідової геометрії.

Дослідження системи аксіом Гільберта. Арифметична модель евклідової геометрії. Доведення незалежності деяких аксіом. Доведення повноти системи аксіом Гільберта.

**Змістовий модуль 3. Аксіоматична побудова геометрії Лобачевського.**

Огляд основних фактів геометрії Лобачевського.

Аксіоматична теорія геометрії Лобачевського. Аксіома паралельності Лобачевського. Означення і властивості паралельних і розбіжних прямих в геометрії Лобачевського.Відрізок і кут паралельності. Функція Лобачевського та її властивості. Пучки прямих на площині Лобачевського та їх ортогональні траєкторії.

Дослідження систем аксіом геометрії Лобачевського. Значення відкриття Лобачевського.

Дослідження системи аксіом планіметрії Лобачевського. Інтерпретації Пуанкаре і Келі-Клейна. Елементи сферичної геометрії. Точки і прямі в сферичній геометрії. Відстань між точками і кут між прямими. Сферичні двокутники та трикутники. Сферичний надлишок. Сферична тригонометрія. Елементи геометрії Рімана. Аксіоматична теорія псевдоевклідової геометрії. Сфери псевдоевклідового простору. Геометрія на сфері уявного радіусу псевдоєвклідового простору. Геометрія Евкліда, як граничний випадок геометрії Лобачевського. Значення геометрії Лобачевського.

**5. Теми лекційних занять**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № змістового модуля | Назва теми | Кількістьгодин |
| о/дф. | з/дистф. |
| **1** | **2** | **3** | **4** |
| 1 | 1. Загальні питання аксіоматики.

Поняття математичної структури, аксіоматичної теорії математичної структури, ізоморфізму математичних структур. Суть аксіоматичного методу. Вимоги до системи аксіом. Поняття інтерпретації (моделі) системи аксіом. Континуум-гіпотеза. 1. Аксіоматичні теорії натуральних, цілих, раціональних та дійсних чисел.

Аксіоматика Пеано системи натуральних чисел. Аксіоматичне означення цілих чисел. Множина цілих чисел як розширення множини натуральних чисел.3. Аксіоматичне означення раціональних чисел. Множина раціональних чисел як розширення множини цілих чисел. Означення перерізу на множині раціональних чисел. 4. Три підходи до побудови теорії дійсних чисел: Кантора, Вейєрштраса і Дедекінда. Роль аксіоми неперервності в побудові математичного аналізу. | 2222 | … |
| **2** | 1. Огляд і порівняння різних систем аксіом евклідової геометрії.

Доведення несуперечливості системи аксіом Вейля евклідової геометрії. Доведення незалежності аксіоми  системи Вейля. Доведення повноти системи Вейля. 1. «Начала» Евкліда: зміст, структура, недоліки. Проблема п’ятого постулату та історія її вирішення. Побудова евклідової геометрії на базі системи аксіом Гільберта. Обґрунтування теорії вимірювання за допомогою аксіом четвертої групи. Довжина, площа об’єм. Третя проблема Гільберта та її розв’язання.
2. Поняття абсолютної геометрії. Еквівалентність аксіоми паралельності та п’ятого постулату Евкліда. Інші еквіваленти п’ятого постулату.

Дослідження систем аксіом евклідової геометрії.1. Дослідження системи аксіом Гільберта. Арифметична модель евклідової геометрії. Доведення незалежності деяких аксіом. Доведення повноти системи аксіом Гільберта.
 | 2222 |  |
| **3** | 1. Огляд основних фактів геометрії Лобачевського.

Аксіоматична теорія геометрії Лобачевського. Аксіома паралельності Лобачевського. Означення і властивості паралельних і розбіжних прямих в геометрії Лобачевського.Відрізок і кут паралельності.1. Функція Лобачевського та її властивості. Пучки прямих на площині Лобачевського та їх ортогональні траєкторії.
2. Елементи сферичної геометрії. Точки і прямі в сферичній геометрії. Відстань між точками і кут між прямими. Сферичні двокутники та трикутники. Сферичний надлишок. Сферична тригонометрія. Елементи геометрії Рімана.
3. Аксіоматична теорія псевдоевклідової геометрії. Сфери псевдоевклідового простору. Дослідження системи аксіом планіметрії Лобачевського. Інтерпретації Пуанкаре і Келі-Клейна. Геометрія на сфері уявного радіусу псевдоєвклідового простору. Геометрія Евкліда, як граничний випадок геометрії Лобачевського. Значення геометрії Лобачевського.
 | 2222 |  |
| Разом | **24** | … |

**6. Теми практичних занять**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № змістового модуля | Назва теми | Кількістьгодин |
|  | о/дф. | з/дистф. |
| **1** | **2** | **3** | **4** |
| 1 | 1. Загальні питання аксіоматики.

Перевірка виконання вимог до системи аксіом. Поняття інтерпретації (моделі) системи аксіом. 1. Аксіоматика Пеано системи натуральних чисел. Аксіоматичне означення цілих чисел. Множина цілих чисел як розширення множини натуральних чисел.
2. Аксіоматичне означення раціональних чисел. Множина раціональних чисел як розширення множини цілих чисел. Означення перерізу на множині раціональних чисел.
3. Три підходи до побудови теорії дійсних чисел: Кантора, Вейєрштраса і Дедекінда.
 | 2222 | … |
| **2** | 1. Доведення несуперечливості системи аксіом Вейля евклідової геометрії. Доведення незалежності аксіоми  системи Вейля. Доведення повноти системи Вейля.
2. Порівняння аксіоматичних теорій евклідової планіметрії, побудованих на шкільній аксіоматиці та на базі системи аксіом Вейля.
3. Еквівалентність аксіоми паралельності та п’ятого постулату Евкліда. Доведення еквівалентів п’ятого постулату.
4. Арифметична модель евклідової геометрії.
 | 2222 |  |
| **3** | 1. Аксіома паралельності Лобачевського. Означення і властивості паралельних і розбіжних прямих в геометрії Лобачевського.
2. Відрізок і кут паралельності. Функція Лобачевського та її властивості.
3. Дослідження системи аксіом планіметрії Лобачевського. Інтерпретації Пуанкаре і Келі-Клейна.
4. Аксіоматична теорія псевдоевклідової геометрії. Сфери псевдоевклідового простору. Геометрія на сфері уявного радіусу псевдоєвклідового простору. Геометрія Евкліда, як граничний випадок геометрії Лобачевського.
 | 2222 |  |
| Разом | **24** | … |

1. **Види і зміст поточних контрольних заходів**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № змістового модуля | Вид поточного контрольного заходу | Зміст поточного контрольного заходу | \*\*Критерії оцінювання | Усього балів |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| 1 | Теоретичне завдання – тест 1 | *Питання для підготовки*:* математична структура, аксіоматична теорія,
* вимоги до системи аксіом,
* інтерпретації (моделі) системи аксіом,
* аксіоматика Пеано системи натуральних чисел,
* аксіоматичне означення цілих чисел,
* множина раціональних чисел як розширення множини цілих чисел,
* означення перерізу на множині раціональних чисел,
* теорія Кантора дійсного числа,
* означення дійсного числа за Дедекіндом,
* аксіома неперервності множини дійсних чисел.
 | Правильно/Неправильно | **5** |
| Практичне завдання – самостійна робота 1 | *Вимоги до виконання та оформлення*: До кожної задачі обов’язково: умова, рисунок, розв’язання з посиланнями на означення, теореми та формули. | За кожну несуттєву помилку знімається бал; при наявноісті розв’язку і 1 суттєвої помилки знімається половина балів;наявність більше однієї суттєвої помилки – 0 балів. | **10** |
| **Усього за ЗМ 1****контр.****заходів** | **2** |  |  | **15** |
| 2 | Теоретичне завдання – тест 2 | *Питання для підготовки*:* несуперечливість системи аксіом Вейля евклідової геометрії,
* незалежність окремих аксіом системи Вейля,
* повнота системи Вейля,
* «Начала» Евкліда: зміст, структура, недоліки,
* проблема п’ятого постулату та історія її вирішення,
* система аксіом Гільберта,
* довжина, площа об’єм.
* поняття абсолютної геометрії,
* еквіваленти п’ятого постулату,
* арифметична модель евклідової геометрії,
* повнота системи аксіом Гільберта.
 | Правильно/Неправильно | **5** |
| Практичне завдання – самостійна робота 2 | *Вимоги до виконання та оформлення*: До кожної задачі обов’язково: умова, рисунок, розв’язання з посиланнями на означення, теореми та формули. | За кожну несуттєву помилку знімається бал; при наявноісті розв’язку і 1 суттєвої помилки знімається половина балів;наявність більше однієї суттєвої помилки – 0 балів. | **15** |
| **Усього за ЗМ 2****контр.****заходів** | **2** | … | … | **20** |
| 3 | Теоретичне завдання – тест 3 | *Питання для підготовки*:* Аксіоми планіметрії Лобачевського,
* Аксіома паралельності Лобачевського,
* Означення паралельних і розбіжних прямих в геометрії Лобачевського,
* властивості паралельних і розбіжних прямих в геометрії Лобачевського,
* Відрізок і кут паралельності,
* Функція Лобачевського та її властивості,
* Пучки прямих на площині Лобачевського та їх ортогональні траєкторії,
* Відстань між точками і кут між прямими в сферичній геометрії,
* Сферичні двокутники та трикутники,
* Аксіоми псевдоевклідової геометрії,
* Сфери псевдоевклідового простору,
* Інтерпретації Пуанкаре і Келі-Клейна.
* Геометрія Евкліда, як граничний випадок геометрії Лобачевського.
 | Правильно/Неправильно | **5** |
| Практичне завдання – індивідуальне завдання | *Вимоги до виконання та оформлення*: До кожної задачі обов’язково: умова, рисунок, розв’язання з посиланнями на означення, теореми та формули. | За кожну несуттєву помилку знімається бал; при наявноісті розв’язку і 1 суттєвої помилки знімається половина балів;наявність більше однієї суттєвої помилки – 0 балів. | **20** |
| **Усього за ЗМ 3****контр.****заходів** | **2** |  |  | **25** |
| **Усього за змістові модулі контр.****заходів** | **6** |  |  | **60** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Усього за підсумковий семестровий контроль |  | **40** |

**9. Рекомендована література**

**Основна**:

1. Батурин Ю.А. Основные структуры современной алгебры [Текст] / Ю.А. Батурин. – М.: Наука, 1990.– 431 с.
2. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра [Текст] / Б.Л. Ван дер Варден - М.: Наука, 1979.– 629 с.
3. Каргополов М.И. Основы теории групп [Текст] / М.И.Каргополов, Ю.И. Мерзляков - М.: Наука, 1982.–269 с.
4. Курош А.Г. Теория групп [Текст] / А.Г.Курош. – М.: Наука, 1967.–428с.
5. Общая алгебра. Т.1 [Текст] / Мельников О.В., Ремесленников В.Н., Романьков В.А. и др.; под общ ред. Скорнякова Л.А.– М.: Наука, 1990.–314 с..
6. Кострикин А.И. Сборник задач по алгебре[Текст] / А.И Кострикин. – М.: Физ-мат. л-ра, 2001.– 463 с.
7. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры [Текст] / Л.А. Скорняков - М.: Наука, 1983.– 345с.
8. Холл М. Теория групп / М. Холл – М.: Изд-во иностранной литературы, 1962.– 462с.
9. Кострикин А. И. Введение в алгебру. III часть [Текст] / А. И. Кострикин – М.: Физматлит, 2001.– 271 с.
10. Каролинский Е.А. Сборник задач по теории групп [Текст] / Е.А. Каролинский, Б.В. Новиков – Луганск, 2002. – 68 с.

11.Стєганцев Є.В. Теорія груп : метод. вказівки для студ. напряму підготовки "Математика" спеціалізації "Алгебра і теорія чисел"[Текст] / Є.В.Стєганцев.– Запоріжжя: ЗНУ, 2013.–35с.

**Додаткова**:

1. Белоногов В. А. Задачник по теории групп [Текст]. / В. А. Белоногов – М.: Наука, 2000. – 267с.
2. Богопольский О.В. Введение в теорию групп [Текст] / О.В.Богопольский – Москва – Ижевск, 2002. – 148 с.
3. Винберг Э.Б. Курс алгебры [Текст] / Э.Б. Винберг – М.: Факториал Пресс, 2002. – 544 с.
4. Кэртис Ч. Теория представлений конечных групп и ассоциативных алгбр [Текст] / Ч.Кэртис, И. Райнер – М.: Наука, 1969. – 325с.
5. Ленг С. Алгебра [Текст] / С. Ленг - М.: Мир, 1968. – 436с.
6. Чандлер Б. Развитие комбинаторной теории групп [Текст] / Б.Чандлер, В М. Магнус – М.: Мир, 1985. – 236с.

**Інформаційні джерела**:

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру : Учебник для вузов. Ч.3 : Основные структуры [Електронний ресурс] / Режим доступу:  <http://ebooks.zsu.zp.ua/files/mathbooks/agrebra_i_teoriya_chisel/BOOKS/algebra/Kostrikin3.djvu>

2. Бесплатная электронная библиотека [Електронний ресурс] / Режим доступу: [http://lib.rus.ec/b/138952](http://lib.rus.ec/b/138952%20)

3. Сборник задач по алгебре под ред. А.И. Кострикина [Електронний ресурс] / Режим доступу: [http://ebooks.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Dyachenko/0036695.djvu](http://ebooks.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Dyachenko/0036695.djvu%20)

4. Тронин С.Н. Введение в теорию групп. Задачи и теоремы : учеб. пособие. Ч. 1-2 [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://ebooks.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Stegantseva/0034979.pdf>