ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 1

РОЗРАХУНКОВІ МОДЕЛІ БУДІВЕЛЬ ПРИ ДИНАМІЧНИХ ВПЛИВАХ

Проблеми коректного теоретичного моделювання процесів динаміки, проведення розрахунків і натурних випробувань будівельних конструкцій будівель і споруд виникають при проектуванні, будівництві, реконструкції, обстеженні та діагностиці стану будівельних об'єктів.

Часто ці проблеми пов'язані з необхідністю зменшення рівня вібрації будівельних конструкцій з метою підвищення комфорту людей, що знаходяться на них, поліпшення умов роботи технологічного обладнання, а також зниження динамічних напружень і вірогідності виникнення явища втоми при роботі будівельних конструкцій на витривалість. Причому, останніми роками обстеження та оперативна діагностика стану існуючих будівельних конструкцій стають одними з основних робіт із-за необхідності безаварійної експлуатації будівель та споруд, термін служби конструкцій яких або закінчується, або вже витік.

Інженерами-проектувальниками при динамічних розрахунках таких об'єктів в найбільш поширених обчислювальних комплексах приймається, наприклад, довільне усереднювання логарифмічних декрементів коливань або пропорційних ним коефіцієнтів непружного опору і тому подібних заходів дисипації. Складність і неоднозначність цієї процедури тим більше, чим більше різноманітності матеріалів і властивостей підсистем. Відомо, що значення логарифмічних декрементів коливань для різних конструкцій і матеріалів змінюються в реальних системах від тисячних доль одиниці до цілих одиниць.

Також зазвичай не враховуються ефекти просторових коливань об'єкту всупереч рекомендаціям нормативних документів. Відсутнє коректне урахування нелінійної взаємодії елементів конструкцій та підсистем між собою і з багатьма видами динамічних навантажень. У зв'язку з цими спрощеннями можуть бути отримані помилкові результати, які істотно – і кількісно, і якісно – відрізняються від дійсних.

Достовірність динамічних моделей і розрахунків якнайкраще оцінюється шляхом коректного проведення натурних динамічних випробувань споруди. На практиці розглядаються не лише методики проведення специфічних натурних і лабораторних динамічних випробувань з коригуванням можливих похибок, але і розширюються можливості таких випробувань. Вони застосовуються у якості способу діагностики поточного стану конструкцій, як своєрідний варіант методів неруйнівного контролю.

При виконанні динамічних розрахунків важливий обґрунтований вибір апарату таких розрахунків. Як основний розрахунковий інструмент, застосовуються програмні комплекси, які реалізують метод кінцевих елементів і призначені для статичного та динамічного розрахунку окремих будівельних конструкцій, будівель і споруд в цілому, у тому числі спільно з основами.

Завдання динамічного розрахунку у вітчизняних ПК формулюється, як і в статичному випадку, у вигляді варіаційної рівності

$$
\begin{aligned}
& b\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},\ v\right) + c\left(\frac{\partial u}{\partial t},\ v\right) + a(u,\ v) = (f(t),\ v), \qquad t > 0 \\
& u(0) = u^0, \quad \partial u/\partial t(0) = u^1,
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

де $u_i = u(t)$ – точне рішення;

$b(u,v)$, $c(u,v)$ – можливі роботи інерційних і демпфуючих сил;

u^0, u^1 – початкові значення переміщення та швидкості.

Реалізований метод вирішення динамічної задачі, який полягає у поєднанні МКЕ з розкладанням по формах власних коливань. Рішення знаходиться у вигляді:

$$
u_h = \sum_{i=1}^{N} u_i(t)\,\mu_i, \tag{1.2}
$$

де $u_i(t)$ – скалярні функції;

μ_i – базисні функції відповідної статичної задачі.

Підставив у (1.1) U_h виду (1.2) замість U та μ_j (j = 1…N) замість V, одержимо систему диференційних рівнянь другого порядку у матричній формі для вимушених коливань:

$$M\,\frac{d^2x\,(t)}{dt^2} + \tilde{N}\frac{dx\,(t)}{dt} + K\,x\,(t) = P\,(t), \tag{1.3}$$

де $x(t)$, x^0, x^1 – вектори з елементами $X_i(t) = u_i(t)$, $x_i^0 = L_iU^0$, $x_i^1 = L_iU^1$;

M та C – матриці мас і демпфування з елементами $m_{ij} = b(\mu_i,\mu_j)$, $c_{ij} = c(\mu_i,\mu_j)$.

Матриця жорсткості K і вектор навантажень $P(t)$ визначаються як і для статичної задачі.

Система (1.3) вирішується методом розкладення по формах власних коливань.

Нехай λ_i, φ_i $<M\,\varphi_i,\ \varphi_i> = 1$ – рішення задачі власних значень:

$$K\,\varphi = \lambda\,M\,\varphi. \tag{1.4}$$

Символом < …,… > позначається скалярний добуток в R^N.

Задача власних значень (1.4) вирішується методом ітерації підпросторів.

Вважаючи у (1.3)

$$x\,(t) = \sum_{i=0}^{N} y_i\,(t)\,\varphi_i \tag{1.5}$$

з ортогональності функції φ_i отримаємо (при певних припущеннях відносно матриці C), що система (1.3) розкладається на незалежні рівняння відносно $y_i(t)$:

$$\frac{d^2}{dt^2} y_i(t) + 2\xi_i \omega_i \frac{d}{dt} y_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) = P_i(t), \quad t>0,$$
$$y_i(0) = y_i^0, \qquad \frac{dy_i}{dt}(0) = y_i^1, \tag{1.6}$$

$$\omega = \lambda_i^{-0.5},\ 0<\xi_i<1,\ P_i(t) = < P(t), \varphi_i >,\ y_i^0 = < x^0, M\varphi_i >,\ y_i^1 = < x^1, M\varphi_i > .$$

Рішення рівняння (1.6) має вигляд:

$$y_i = e^{-\xi_i \omega_i t} \left(\frac{y_i^1 + y_i^0 \xi_i \omega_i}{w_i} \sin \overline{\omega_i} t + y_i^0 \cos \overline{\omega_i} t \right) + \frac{1}{\overline{\omega_i}} \int_0^t P_i(\tau)^{-\xi_i \omega_i (t-\tau)} \sin \overline{\omega_i} (t-\tau) \, d\tau,$$

$$\overline{\omega_i} = \omega_i \sqrt{1-\xi_i^2} . \tag{1.7}$$

Вектори інерційних сил $S_i(t)$ обчислюються за формулою:

$$S_i(t) = \omega_i^2 y_i(t) M \varphi_i. \tag{1.8}$$

У розрахунках використовуються величини:

$$S_{i,0} = \max_t \left\{ \left| \omega_i^2 y_i(t) \right| \right\}. \tag{1.9}$$

Для різних видів динамічного навантаження використовуються наступні залежності:

- для сейсмічного навантаження

$$S_{i,0} = A \beta_i , \tag{1.10}$$

де A – відносна величина прискорення;

β_i – коефіцієнт динамічності, що залежить від ω_i та ξ_i.

- для імпульсного та ударного навантажень

$$S_{i,0} = \varepsilon_i \, \overline{P}_i \, \psi, \qquad \left(t_0 \le 2.5 \frac{2\pi}{\omega_i} \right), \tag{1.11}$$

де ε_i – залежить від t_0 та ω_i;

t_0 – час дії імпульсу;

ψ – враховує періодичність дії навантаження;

P_i – визначається за формулами

$$P_i = \begin{cases} \int_0^{t_0} P_i(\tau)\, d\tau & - для\, імпульсу \\ M_0\, v_0\, (1+\nu) & - для\; удару \end{cases}, \tag{1.12}$$

де $M_0,\ v_0$ – маса та швидкість тіла, що ударяє;

ν – коефіцієнт відновлення форми тіл, що співударяються.

Коефіцієнт ψ залежить від того, чи є коливання встановившимися $\left(n > \frac{\pi}{4\xi_1} \right)$ або невстановившимися $\left(n < \frac{\pi}{4\xi_1} \right)$, де n – число повторень імпульсів.

- для гармонійного навантаження обчислюються сумарні за всіма формами інерційні сили S_1 і S_2, які відповідають косинусоїдальній (дійсній) та синусоїдальній (уявній) складовим:

$$S_1 = \sum_i a_i \, M \, \varphi_i, \qquad S_2 = \sum_i b_i \, M \, \varphi_i, \tag{1.13}$$

де $a_i = \dfrac{P_{i,1}\,\chi_i - P_{i,2}\,\xi_i\,\alpha_i}{\chi_i^2 + \alpha_i^2\,\xi_i^2}, \quad b_i = \dfrac{P_{i,2}\,\chi_i - P_{i,1}\,\xi_i\,\alpha_i}{\chi_i^2 + \alpha_i^2\,\xi_i^2}, \quad \alpha_i = \dfrac{\theta}{\omega_i}, \quad \chi_i = 1 - \alpha_i^2.$

Тоді

$$\max \sum_i S_i(t) = S_1^2 + S_2^2. \qquad (1.14)$$

У наведених вище варіантах дій можливе точне визначення $y_i(t)$. В інших випадках ці значення знаходяться чисельно.

При розрахунках на сейсмічні дії сучасні кінцевоелементні програмні комплекси також дозволяють застосувати метод спектру відповідей. У комплексах реалізовані різні модулі розрахунку на динамічні дії: сейсмічні дії за ДБН В.1.1-12:2006 та СНіП II-7-81 (включаючи зміни від 01.01.1996 р. та 01.01.2000 р.), за акселерограмами, за нормами деяких країн ближнього та далекого зарубіжжя, за методом спектру відповідей; вітрова дія з урахуванням пульсації за СНіП 2.01.07-85*; імпульсна дія; ударна дія; гармонійні коливання (у тому числі з урахуванням частотних зон); модальний аналіз.

Така реалізація динамічних дій дозволяє, з одного боку, порівняно легко сформувати розрахункову модель і виконати динамічний розрахунок на будь-який набір динамічних дій. Однак, з іншого боку, така уявна легкість призводить до істотних погрішностей динамічних розрахунків із-за необґрунтованого призначення розрахункових моделей і недотримання обов'язкових правил їх формування при динамічних діях.

Ґрунтуючись на огляді проведених досліджень, можна сказати, що динамічні розрахунки вимагають урахування великої кількості чинників, особливо у порівнянні зі статичними. Необхідно враховувати деякі особливості, що виникають при складанні розрахункових моделей і при використанні їх у розрахунках на динамічні дії.

Розрахункова модель несучої системи будівлі, за допомогою якої описується пружний опір конструкцій у процесі аналізу динамічної реакції споруди, найчастіше по зовнішній структурі приймається такою ж, як і при статичному розрахунку. Звісно, у таку схему додаються інерційні характеристики та дані про сили опору руху; крім того, детальніше описуються зовнішні дії, які можуть бути представлені як деякі функції часу. Існує певна небезпека використання однакового опису несучої конструкції для статичного і динамічного розрахунків.

При статичних розрахунках, орієнтованих на аналіз граничних станів системи, з розрахункової моделі видаляються елементи, які мало позначаються на граничному опорі системи. Відкидаються перегородки, багато елементів огороджуючих конструкцій та інші компоненти будівлі, які при деформаціях, відповідних рівню розрахункової статичної дії, насправді практично не беруть участь в роботі. Проте, при аналізі динамічної поведінки, особливо в частині оцінки вкладу вищих власних частот, відповідні амплітуди коливань можуть виявитися набагато меншими, ніж ті переміщення, при яких ці конструктивні елементи виключаються з роботи.

Крім того, самі жорсткісні характеристики багатьох будівельних матеріалів (і особливо основ) при динамічному розрахунку повинні розглядатися з іншими значеннями. При статичному розрахунку ці характеристики можуть прийматися з урахуванням змін реологій, що розвиваються при тривалому навантаженні під дією сил, інтенсивність яких, можливо, близька до граничної. Отже, враховується, наприклад, податливість ґрунтових основ по усередненому січному модулю, довідкові дані по модулях пружності залізобетону в деякій мірі враховують процеси реологій його твердіння і таке інше.

При динамічному розрахунку для помірного рівня експлуатаційних навантажень і не дуже великих частот динамічна жорсткість близька до миттєвої статичної жорсткості (тобто визначається не січним, а дотичним модулем), трохи зростаючи із збільшенням частоти.

Зважаючи на практичні труднощі виконання динамічного розрахунку з урахуванням реального значення динамічної жорсткості, необхідно враховувати те, що в результатах буде присутня певна похибка значень власних частот. Ця похибка регламентована залежно від типу конструкції у ряді інструкцій за розрахунком будівель і споруд на експлуатаційні динамічні дії. Такий підхід пов'язаний з певними видами конструкцій і вимагає досить детального обґрунтування при перенесенні на об'єкти з іншою конструктивною схемою, але вказані обґрунтування найчастіше відсутні.

Більшість програм для динамічного розрахунку конструкцій, реалізовуючи вказівки діючих нормативних документів, оперують з усередненими по конструкції заходами дисипації (наприклад, логарифмічними декрементами коливань δ). Це виправдано, якщо дана конструкція виконана з одного матеріалу з приблизно однаковими конструктивними рішеннями і без яскраво виражених точок, де розвивається внутрішнє конструктивне тертя. Але його перенесення на розрахунок систем, виконаних з матеріалів і конструкцій з різко відмінними пружними, дисипативними та інерційними властивостями, наприклад, у моделях взаємодії будівель з основами, може привести до помітних похибок.

У багатьох реальних спорудах значення δ для різних підсистем відрізняються на порядки: від тисячної долі для металевих конструкцій (прокат, зварні елементи) до цілих одиниць для ґрунтових основ. Звичайно, ці якісні та кількісні відмінності властивостей конструкції повинні були б враховуватися в коректних динамічних моделях.

Правильне урахування фактичних дисипативних властивостей системи особливо важливий при аналізі резонансних режимів, коли висота резонансного піку обернено пропорційна величині δ, а також при оцінці тривалості експозиції, пов'язаної з дозою вібрації, яку можуть отримати люди, що знаходяться на конструкції, що коливається.

Величину втрат енергії у самій споруді, визначувану внутрішнім тертям в матеріалі та конструкційним демпфуванням у вузлах і з'єднаннях, важко розраховувати теоретично, тому вона встановлюється при експериментах і натурних спостереженнях.

Похибки в оцінці логарифмічного декремента найсильніше позначаються на величині кута зрушення фаз μ між збуджуючою силою та реакцією конструкції. Ця обставина може ставить під сумнів формально правильні результати підсумовування реакцій конструкції (переміщень, зусиль), визначених окремо по формах власних коливань.

Досить часто у динамічних розрахунках присутня помилка, яка полягає в тому, що при розгляді конструкцій на пружній основі цю основу не наділяють інерційними властивостями. Як показують спеціальні дослідження, при цьому похибка може мати не лише кількісний, але і якісний характер.

Положення перших резонансних піків іноді не сильно залежить від інерційних властивостей основи, але амплітудні значення коливань елементів з приєднаною масою ґрунту істотно менші, якщо враховується інерція і «робота» основи. Ці ефекти пов'язані з тим, що згасання коливань внаслідок випромінювання енергії в напівпростір виявляється порівнянним зі втратами на внутрішнє тертя в конструкції, якщо не більшим за них. У роботі були проведені порівняльні розрахунки різних моделей пружної основи для вирішення динамічних задач; показано, що шляхом спеціального підбору параметрів моделі можна отримати близькі до дослідів результати, але при обов'язковому урахуванні інерційних властивостей основи.

Практичні розрахунки, за допомогою яких можуть бути враховані ефекти випромінювання енергії коливань в основу, ґрунтуються на використанні еквівалентних жорсткостей і коефіцієнтів втрат енергії у спрощеній моделі, де до фундаментної плити приєднані еквівалентні пружини, що відбивають опір основи поступальним і кутовим переміщенням, та відповідні ним демпфери. Реальна основа може мати надзвичайно складну структуру, у тому числі тріщинуватість. Наприклад, вона може перешкоджати відведенню енергії. Граничну величину дисипації енергії в основу рекомендується обмежувати, вважаючи значення коефіцієнта загасання величиною близько 15…35 % від критичної.

Вирішення динамічних задач, незважаючи на швидкий розвиток комп'ютерної техніки, зазвичай вимагає значно великих ресурсів, чим вирішення аналогічних по складності конструкції задач статичного розрахунку. Тому, за винятком простих моделей, практично завжди є істотною проблема вибору необхідного числа динамічних ступенів свободи. Є широко використовуване емпіричне правило, яке стверджує, що для системи з n динамічними ступенями свободи надійно обчислюються приблизно *n/2* перших власних частот і відповідних ним форм власних коливань.

Сучасні споруди іноді мають такі великі розміри, що час поширення збудження (наприклад, від сейсмічного поштовху) виявляється порівнянним з періодами власних коливань. Звісно, в цьому випадку ігнорування процесів передачі збудження із запізнюванням виявляється неприпустимим.

Прагнення до зменшення кількості динамічних ступенів свободи часто реалізується шляхом угрупування мас конструкції у відносно невеликій кількості вузлів, при цьому інші вузли розрахункової схеми залишаються без мас. Крім того, майже завжди можна нехтувати деякими інерційними характеристиками системи, наприклад, пов'язаними з обертальними ступенями свободи. Таким чином, виникає завдання динамічного аналізу системи з неповним числом мас, в якій число динамічних ступенів свободи, що враховуються, може, наприклад, складати близько 10 % від числа статичних ступенів свободи. Виключення чисто статичних ступенів свободи виконується з використанням процедури статичного ущільнення, якщо ж йдеться про часткове виключення динамічних ступенів свободи, то тоді використовується конденсація по Р. Гайану.

Відмінність між цими двома процедурами полягає в тому, що при статичній конденсації порівняно малі маси просто відкидаються при аналізі вільних коливань системи; при динамічній же конденсації ці маси розподіляються між іншими інерційними характеристиками.

Таким чином, динамічно сконденсована задача відповідає коливанням механічної системи, яка виходить з початкової системи шляхом накладення на її можливі форми коливань додаткових зв'язків. З іншого боку, механічна система, що відповідає статично сконденсованій задачі власних коливань, виходить з динамічно сконденсованої системи простим відкиданням частини мас. Зниження ж інерційних характеристик системи зміщує частотний спектр тільки вправо. Це твердження доводиться в загальному вигляді, якщо спиратися на варіаційні описи задач власних значень.

При вирішенні динамічних задач не обов'язково враховувати усі знайдені форми власних коливань, багато з них фактично не збуджуються при зовнішній дії. Проблема коректного завдання необхідного числа форм власних коливань, що враховуються, в загальному випадку вирішується методом спроб, оскільки отримати апріорну оцінку досить важко. Проте є і такі випадки, коли в нормативних документах, що регламентують розрахунок на ту або іншу динамічну дію, рекомендується урахування певного числа форм власних коливань. Це знижує ризик того, що деяка дуже гнучка частина споруди, практично ізольовані власні коливання якої визначають перші власні форми, буде врахована, а коливання усієї іншої споруди виявляться проігнорованими.

Таким чином, призначення адекватної розрахункової динамічної моделі досліджуваного об'єкту при динамічних діях з урахуванням найбільшої кількості чинників, конструкцій, що істотно впливають на роботу, її коректний розрахунок і зважений професійний аналіз його результатів – це запорука забезпечення тривалої та безаварійної експлуатації об'єкту, що розраховується, і дотримання необхідних характеристик міцності і комфортності.