

## Тема 5. Перевіркові розрахунки елементів в гідравлічних комплексах з кільцевими мережами

**Мета вивчення теми :** засвоєння перевірки адекватності математичної моделі поточкорозподілу в реальному часі, усвідомлення принципів перевірочних розрахунків розгалужених мереж.

### План

1. Перевірка адекватності математичної моделі поточкорозподілу в реальному часі.
2. Особливості перевірочних розрахунків розгалужених мереж з одним водоживлювачем без регулюючих ємностей та їх застосування для оперативного управління.
3. Особливості перевірочних розрахунків розгалужених мереж з одним підживлювачем та різною кількістю джерел живлення та їх застосування для оперативного управління.
4. Графічний аналіз роботи розгалуженої інженерної мережі транспортування води з двома підживлювачами.

1. Задачею перевірочних розрахунків являється визначення дійсних витрат і тисків в усіх елементах комплексу споруд при їх сумісній роботі та заданих характеристиках окремих елементів.

Звичайно при перевірочних розрахунках відомими являються: діаметри всіх ліній системи, геодезичні позначки всіх її вузлів, гідравлічні характеристики прийнятих водоживлювачів і нефіксованих відборів. В практичних розрахунках як правило вимагається також, щоб величини вільних напорів в вузлах мережі знаходилися в певних межах.

Нехай  $p$  - загальна кількість ділянок системи,  $m$  - загальна кількість вузлів системи, в яку також включаються точки розміщення водоживлювачів та нефіксованих відборів,  $e$  - кількість водоживлювачів і нефіксованих відборів.

Невідомими в системі, яка аналізується, будуть:  $p$  лінійних витрат ділянок  $q_{ik}$ ,  $m$  п'єзометричних напорів  $H_i$  в усіх  $m$  вузлах системи,  $e$  витрат водоживлювачів і нефіксованих відборів.

Тоді загальна кількість невідомих буде:

$$p + m + e ,$$

з яких  $p + e$  невідомих витрат і  $m$  невідомих напорів.

Для знаходження цих невідомих при сумісній роботі елементів системи в загальному випадку можуть бути складені такі групи рівнянь:

- Рівняння вигляду  $\sum Q=0$

-

$$(\sum(q_{ik}+Q_i)=0)$$

в кількості  $m$ .

- Рівняння вигляду

-

$$\Pi_i - \Pi_k = h_{ik} = S_{ik} \times q_{ik}^\beta,$$

де  $\Pi_i$  і  $\Pi_k$  - величини п'єзометричних напорів на кінцях кожної ділянки;

$h_{ik}$  - втрати напору на ділянці  $ik$ ,

$S_{ik}$  - гідравлічний опір ділянки,

$q_{ik}$  - лінійна витрата ділянки.

Кількість таких рівнянь для систем, які включають кільця і тупикові лінії, буде рівною  $p-n$ , де  $n$  - число кілець.

- Рівняння вигляду

-

$$\sum h_{ik} = 0 \quad \text{або} \quad \sum S_{ik} q_{ik}^\beta,$$

для всіх  $n$  кілець мережі. Ці рівняння називаються рівняннями внутрішньої ув'язки мережі.

Рівняння вигляду

$$f_1(Q) - (\sum h)_1 = f_2(Q) - (\sum h)_2,$$

які пов'язують попарно водоживлювачі і точки нефіксованих відборів при їх сумісній роботі через втрати напору в лініях, що їх з'єднують. Загальна кількість таких рівнянь буде дорівнювати  $e-1$ . Функції вигляду  $f(Q)$  виражають напірно-витратні характеристики водоживлювачів і нефіксованих відборів. Ці рівняння можуть біти названі рівняннями "зовнішньої ув'язки" системи.

Загальне число рівнянь буде

$$m + (p - n) + n + (e - 1) = p + m + e - 1,$$

тобто на одиницю менше, ніж число невідомих. При цьому всі витрати і всі втрати напору можуть бути визначені з одержаних

$$p + m + e - 1$$

рівнянь. Не можуть бути знайденими тільки абсолютні величини п'єзометричних позначок в вузлах мережі  $\Pi_i$ .

Рівняння другої, третьої і четвертої груп (при вже відомих витратах) дають можливість встановити зв'язок між вузловими п'єзометричними позначками, тобто дають величину втрат напору на ділянках, але не дають абсолютної величини  $\Pi_i$ . Отже можна одержати форму п'єзометричної поверхні, але без прив'язки її до позначок місцевості. Якщо витрати води будуть знайдені, то втрати напору, а отже і всі вузлові п'єзометричні

позначки (чи напори), які визначаються, можуть бути також знайдені (якщо один із них буде відомим).

В окремих випадках для знаходження всіх невідомих витрат достатньо рівнянь першої групи, тобто лінійних рівнянь. В загальному випадку число невідомих витрат дорівнює  $p + e$ , число рівнянь першої групи  $m$ . Цих рівнянь буде досить для визначення всіх витрат при умові, що

$$p + e = m .$$

Враховуючи, що для всякої плоскої мережі

$$p = n + m - 1 ,$$

число невідомих витрат може бути рівним числу рівнянь першої групи при умові:

$$n + m - 1 + e = m \quad \text{або} \quad n + e = 1 .$$

Останнє рівняння можливе тільки коли  $n=0$ . В цьому випадку  $e=1$ , що справедливо для розгалуженої мережі.

Таким чином, визначити всі витрати, користуючись тільки рівняннями першої групи, можна тільки при тупикових мережах без нефіксованих відборів і з одним джерелом живлення.

При відомих витратах ділянок втрати напору в них можуть бути обчислені незалежно для кожної ділянки, після чого можна встановити зв'язок між п'єзометричними напорами всіх вузлів мережі.

В системах з одним джерелом живлення і фіксованими відборами води сума всіх цих відборів завжди дорівнює подачі водоживлювача. Отже в цьому випадку подача водоживлювача стає величиною відомою, число невідомих зменшується на 1 і одне з рівнянь вигляду  $\sum Q_{\text{вузл}}=0$  перетворюється в тотожність. В цих випадках по напірно-витратній характеристиці водоживлювача при відомій подачі можна визначити напір.

Якщо в системі, що розглядається, буде співвідношення  $p+e>m$  (або, що те ж саме,  $n+e>1$ ), рівнянь першої групи недостатньо для визначення невідомих витрат. Це може мати місце як при  $e>1$ , тобто при наявності кількох джерел живлення, так і при  $n>0$ , тобто при наявності в мережі замкнутих контурів (кілець).

Таким чином, для загального випадку розрахунку змішаних мереж, які включають кільця і тупикові лінії, необхідно мати всі рівняння чотирьох груп. Для змішаних мереж з одним джерелом живлення зникають рівняння четвертої групи (рівняння зовнішньої ув'язки). Для розгалужених мереж з кількома джерелами живлення і нефіксованими відборами зникають рівняння третьої групи (рівняння внутрішньої ув'язки).

2. Розглянемо систему з фіксованими відборами і одним водоспоживачем, яким може бути насосна станція або напірний резервуар (рис. 7).

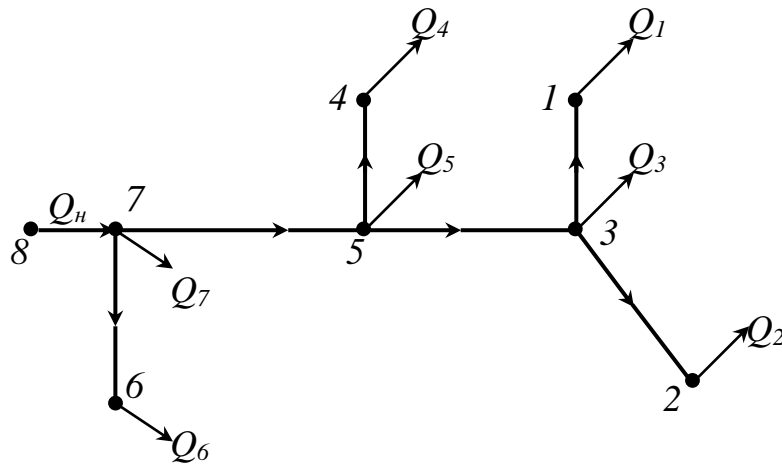


Рисунок 5.1 - Розрахункова схема безбаштової водопровідної мережі

При аналізі роботи такої мережі відомими являються діаметри і довжини (а отже і їх гідравлічний опір) ліній, фіксовані відбори в вузлах  $Q_i$ , характеристика  $Q-H$  водоживлювача, геодезичні позначки всіх вузлів мережі  $Z_n$  і насоса. Необхідно визначити лінійні витрати ділянок  $q_{ik}$ , подачу води водоживлювачем  $Q_n$  і вузлові напори в усіх вузлах  $H_i$  загальним числом  $m$ , включаючи напір, який створюється водоживлювачем  $H_n$ .

Вільні напори  $H_{vi}$  при відомих напорах  $\Pi_i$  і позначках землі  $Z_i$  визначають за формулою:

$$H_{vi} = \Pi_i - Z_i .$$

Загальна кількість витрат, які необхідно знайти, буде

$$p+e = p + 1,$$

а число напорів, які визначаються -  $m$ .

Загальна кількість невідомих буде

$$p + e + m = p + m + 1.$$

Для визначення цих невідомих може бути складено  $m$  рівнянь першої групи (у вигляді  $\sum Q_{\text{вузл}}=0$ ) і  $p$  рівнянь другої групи (у вигляді  $\Pi_i - \Pi_k = h_{ik} = \sum S_{ik} q_{ik}^2=0$ ), тобто всього  $m+p$  рівнянь.

В системі, що розглядається, для визначення всіх витрат достатньо рівнянь першої групи, бо їх число дорівнює числу невідомих, які визначаються, тобто

$$m = p + e .$$

Для мережі, яка приведена на рис.7, маємо  $m = 8$ ,  $p = 7$ ,  $e = 1$ . Тоді  $8 = 7 + 1$ .

Якщо почати обчислювати витрати на ділянках мережі з кінця її, то одержимо

$$\begin{aligned} q_{1-3} - Q_1 &= 0, & q_{1-3} &= Q_1; \\ q_{2-3} - Q_2 &= 0, & q_{2-3} &= Q_2; \\ q_{5-3} - q_{1-3} - q_{2-3} - Q_3 &= 0, & q_{5-3} &= Q_1 + Q_2 + Q_3; \\ q_{4-5} - Q_4 &= 0, & q_{4-5} &= Q_4; \\ q_{7-5} - q_{5-3} - q_{4-5} - Q_5 &= 0, & q_{7-5} &= Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5; \\ q_{7-6} - Q_6 &= 0, & q_{7-6} &= Q_6; \\ q_{7-8} - q_{7-5} - q_{7-6} - Q_7 &= 0, & q_{7-8} &= Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6 + Q_7 = \sum_{i=1}^7 Q_i \\ & & Q_n &= \sum_{i=1}^7 Q_i . \end{aligned}$$

Для визначення  $m$  невідомих вузлових напорів використовуються рівняння другої групи в кількості  $p$ , яких на одиницю менше, ніж невідомих. Якщо врахувати, що для системи з одним джерелом живлення і фіксованими відборами подача насоса завжди дорівнює сумі відборів води споживачами, то  $Q_n = \sum Q_i$ . Тоді при відомій напірно-витратній характеристиці насосу по ній можна визначити величину напору, який буде створювати насос при подачі витрати  $Q_n$ . Інші вузлові напори визначаються з використанням рівнянь другої групи вигляду

$$P_i - P_k = S_{ik} q_{ik}^2 .$$

Вільні напори визначаються за формулою:

$$H_{vi} = P_i - Z_i .$$

Після визначення вільних напорів необхідно пересвідчитись, що вони знаходяться в необхідних межах. Якщо виявиться, що при водоживлювачеві, який було намічено для використання, величини вільних напорів в диктуючих точках системи будуть меншими від необхідних, то слід взяти насос з більшим напором і навпаки. При цьому зміна водоживлювача не впливає на витрати на ділянках і на втрати напору в них, а лише впливає на вузлові напори. П'езометричні лінії при заміні водоживлювачів піднімаються або опускаються паралельно самі собі на одну і ту ж величину в кожному вузлі.

При використанні напірного резервуару як водоживлювача відмінність від розглянутого вище розрахунку буде полягати лише в тому, що не тільки подача води з резервуару буде завжди дорівнювати сумі відборів з мережі, але і напір у водоживлювача буде постійним ( $H_v = \text{const}$ ) і незалежним від подачі.

3. Розглянемо систему з розгалуженою мережею і двома насосними станціями, які подають в неї воду (рис. 8). При перевірочних розрахунках всі фіксовані відбори, геодезичні позначки всіх вузлів системи і гідравлічні опори всіх ліній відомі. Напірно-витратні характеристики обох насосних станцій також відомі або підібрані за попередніми міркуваннями. На відміну від системи з одним водоживлювачем витрати і напрями руху води в головній магістралі можуть змінюватися в залежності від характеристики водоживлювача.

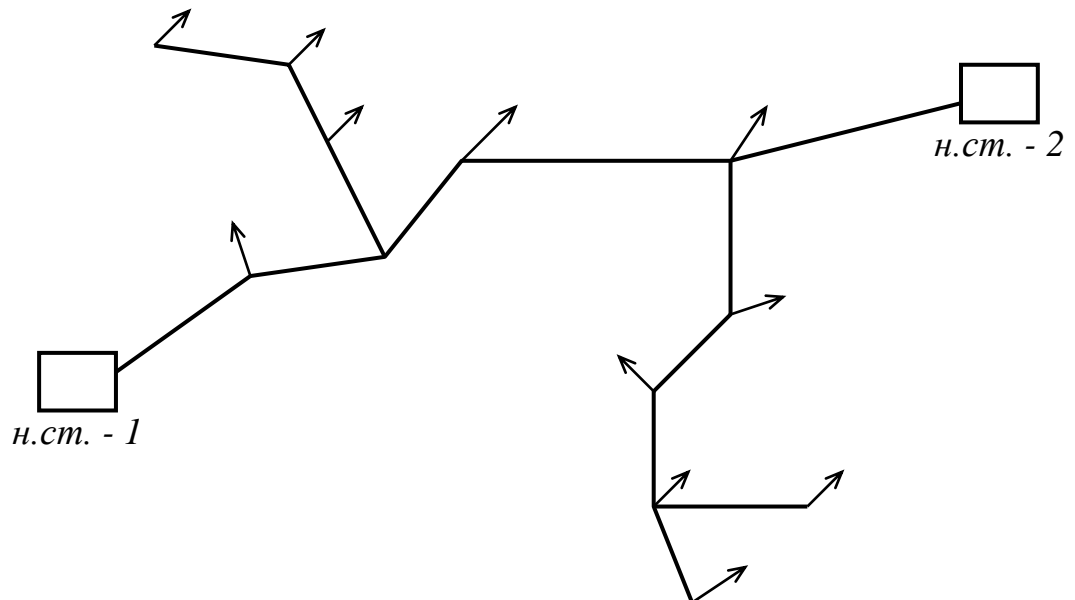


Рисунок 5.2 - Розгалужена безбаштова мережі з подачею води двома насосними станціями

Загальні витрати в відгалуженнях залежать від вузлових витрат, до яких вони підводять воду. Якщо вузлові витрат фіксовані, то аналіз роботи відгалуження виконується так, як і розгалуженої мережі з одним водоживлювачем. Тому особливості аналізу роботи системи, яка приведена на рис.8, можна розглянути на спрощеній схемі (рис.9). На цій схемі відбори відгалужень замінені фіксованими зосередженими відборами в вузлах, в яких ці відгалуження приєднуються до головної магістралі і які за величиною дорівнюють загальній витраті відгалуження.

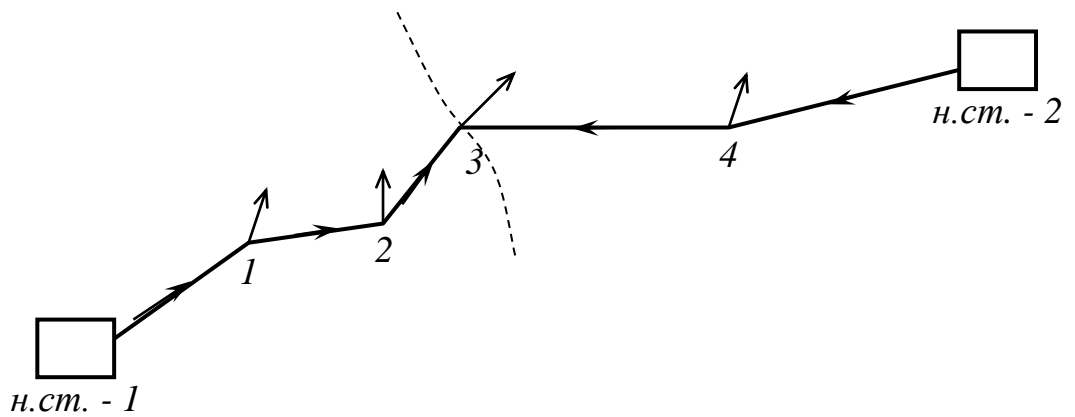


Рисунок 5.3 - Розрахункова схеми мережі

Кількість невідомих витрат в схемі, яка аналізується, буде  $p+e$ , де  $p$  - кількість лінійних витрат  $q_{ik}$ ,  $e$  - кількість невідомих подач водоживлювачів  $Q_{ni}$  ( $e=2$ ).

Кількість невідомих вузлових напорів  $H_i$  дорівнює числу вузлів системи  $m$  (з врахуванням вузлів з водоживлювачами).

Тоді загальне число невідомих буде

$$p + e + m$$

або для системи, що розглядається,

$$5 + 2 + 6 = 13 .$$

Для їх знаходження можна використати  $m$  рівнянь першої групи у вигляді  $\sum Q_n = 0$  для всіх вузлів,  $p$  рівнянь другої групи у вигляді

$$H_i - H_k = S_{ik} q_{ik}^2$$

для всіх ділянок,  $e-1$  рівнянь четвертої групи, тобто всього **12** рівнянь.

В цьому випадку рівнянь першої групи для визначення всіх витрат буде недостатньо тому, що

$$p + e > m \quad (5+2 > 6)$$

В мережі з двома джерелами живлення невідомі величини подач водоживлювачів  $Q_1$  і  $Q_2$ , тобто невідомою являється межа “зон живлення” системи окремими водоживлювачами.

Лінійні витрати пов’язані з подачею насосних станцій залежністю

$$Q_1 + Q_2 = \sum Q_i .$$

Другою парою головних невідомих являються напори  $H_1$  і  $H_2$ , які створюються водоживлювачами при їх сумісній роботі. Вони пов'язані з витратами з витратами  $Q_1$  і  $Q_2$  співвідношеннями

$$H_1 = F(Q_1) \text{ та } H_2 = F(Q_2),$$

які задаються характеристиками намічених до використання насосів. Для знаходження чотирьох головних невідомих  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $H_1$  і  $H_2$  не вистачає одного рівняння. Таким рівнянням може бути рівняння зовнішнього ув'язки

$$H_1 - \sum(S_{ik} q_{ik}^2)_1 = H_2 - \sum(S_{ik} q_{ik}^2)_2 .$$

Величини сумарних втрат напору в першій і другій зонах живлення можуть бути знайдені в функції невідомих величин  $Q_1$  і  $Q_2$ . Тоді рівняння зовнішньої ув'язки можна представити у вигляді залежності

$$F_1(Q_1) - f_1(Q_1) = F_2(Q_2) - f_2(Q_2).$$

Сумісне розв'язування наведених вище рівнянь дає можливість визначити  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $H_1$  і  $H_2$ . Коли  $Q_1$  і  $Q_2$  визначено, всі інші невідомі витрати в лініях мережі легко визначаються з рівнянь першої групи. Після чого неважко визначити всі напори в усіх вузлах системи.

Система рівнянь може розв'язуватись аналітично або графічно. При розв'язуванні задачі необхідно попередньо намітити можливі області живлення системи від насосів і знайти залежність величин  $(\sum h)_1$  і  $(\sum h)_2$  від відповідних подач насосів  $Q_1$  і  $Q_2$ . Для цього намічається точка сходу потоків і розраховуються характеристики трубопроводів в кожній із зон по залежності  $\sum S_{ik} q_{ik}^2$ . Визначені таким чином втрати напору  $(\sum h)_1$  і  $(\sum h)_2$  вираховуються з ординат характеристик  $(Q - H)$  насосів **1** і **2** відповідно. Враховуючи те, що сумарна подача обох насосів завжди дорівнює сумі відборів з мережі  $\sum Q_i$ , графічне розв'язування задачі починається з будівництва характеристик кожного з насосів на кінцях відрізка вісі абсцис, який дорівнює  $\sum Q_i$  (рис. 10).



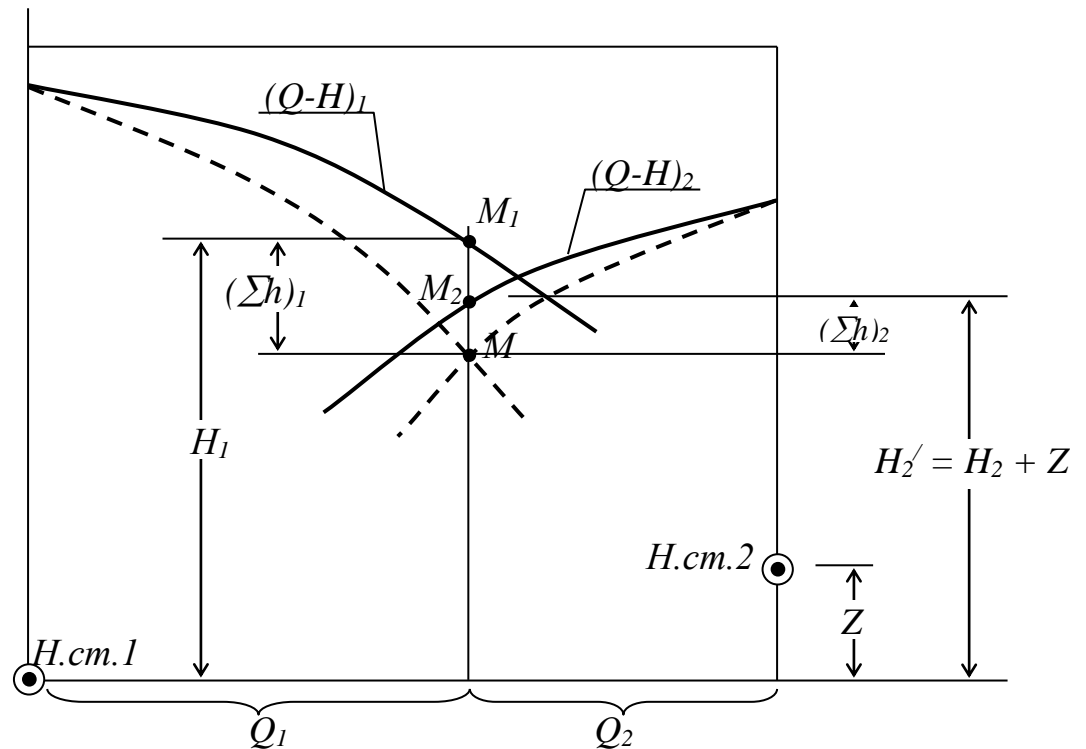


Рисунок 5.4 - Графічний аналіз роботи розгалуженої мережі з двома водоживлювачами

4. Після вирахування відповідних витрат напору з ординат кожної з характеристик буде одержано дві нові характеристики насосів, які показано пунктиром. Їх перетин між собою дає точку **М**, яка визначає величини подач кожного з насосів  $Q_1$  і  $Q_2$ . Ординати точок  $M_1$  і  $M_2$  характеристик  $(Q-H)_1$  і  $(Q-H)_2$ , які відповідають абсцисі точки **М**, дають напори насосів  $H_1$  і  $H_2$  відносно вісі насосної станції  $N_1$ . Різниця ординат  $M_1$  і **М** дає величину  $(\Sigma h)_1$ , а ординат  $M_2$  і **М** -  $(\Sigma h)_2$ . Інші величини  $q_{ik}$  і  $h_{ik}$  можуть бути легко знайдені за допомогою рівнянь першої та другої групи.

Подібний метод перевірного розрахунку безбаштових розгалужених мереж з двома джерелами живлення може бути розповсюдженим і на системи з будь-яким числом насосних станцій. При збільшенні числа насосних станцій буде відповідно зростати число невідомих величин подачі насосів  $Q_n$ . Тому для визначення всіх невідомих витрат до рівняння першої групи необхідно додавати рівняння "зовнішньої ув'язки" в кількості **e-1**.

Наприклад, для мережі з трьома насосними станціями необхідно буде два рівняння "зовнішньої ув'язки":

$$H_1 - (\Sigma h)_1 = H_2 - \Sigma(h)_2$$

$$\text{I } H_1 - (\Sigma h)_1 = H_3 - \Sigma(h)_3 ,$$

які можна представити у вигляді

$$F(Q_1) - f(Q_1) = F(Q_2) - f(Q_2)$$

$$i F(Q_1) - f(Q_1) = F(Q_3) - f(Q_3),$$

де  $Q_1, Q_2$  і  $Q_3$  - невідомі подачі насосів;

$H_1, H_2$  і  $H_3$  - відповідні їм напори насосів;

$(\Sigma h)_1, (\Sigma h)_2, (\Sigma h)_3$  - сумарні втрати напорів в зонах мережі, які живляться від відповідних насосних станцій.

Ці два рівняння “зовнішньої ув’язки” разом з основним “балансовим рівнянням”

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = \Sigma Q_i$$

складають систему рівнянь для визначення всіх невідомих витрат  $Q_1, Q_2$  і  $Q_3$ .

Межа зон живлення уточнюється в процесі розрахунку. Задача може розв’язуватись графічно чи аналітично. В усіх розглянутих системах замість окремих насосних станцій можуть бути напірні резервуари або природні водосховища, які використовуються як водоживлювачі (при умові, що вони не можуть перетворитись в нефіксовані відбори). При цій умові розрахунок систем з такими резервуарами залишається таким же, як і з насосними станціями з тією різницею, що для фіктивних ліній, які з’єднують вузол “0” з напірним резервуаром, характеристика буде мати вигляд  **$H = \text{const}$** . Схема розрахунку з фіктивними контурами відтворює схему електромодельовання системи водопостачання.

### Питання для самоконтролю

1. Які завдання вирішуються при виконанні перевірочних розрахунків?
2. Які розрахункові параметри є відомими при розрахунках схеми безбаштової водопровідної мережі?
3. Чому дорівнює кількість невідомих витрат при розрахунку розгалуженої безбаштової мережі з подачею води двома насосними станціями?
4. В яких випадках виконуються рівняння зовнішньої ув’язки?