

Н.К.Максишко

**МОДЕЛЮВАННЯ
ЕКОНОМІКИ
МЕТОДАМИ ДИСКРЕТНОЇ
НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ**

**Запоріжжя
2009**

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Н.К.Максимишко

**МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІКИ
МЕТОДАМИ ДИСКРЕТНОЇ
НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ**

Монографія

**Запоріжжя
ПОЛІГРАФ
2009**

УДК 519.862

ББК 65в641,021

М17

Рецензенти:

Доктор економічних наук, професор

Вітлінський В.В.

Доктор економічних наук, професор

Вовк В.М.

Доктор економічних наук, професор

Сергеева Л.Н.

Рекомендовано до друку

Вченою радою ДВНЗ «Запорізький національний університет»

(протокол №7 від 02.03.2009 р.)

М17 Максишко Н.К. Моделювання економіки методами дискретної нелінійної динаміки: Монографія / Наук. ред. проф. В.О.Перепелиця. – Запоріжжя: Поліграф, 2009.– 416 с.

Розглянуто проблеми застосування методів дискретної нелінійної динаміки таких як фрактальний аналіз, фазовий аналіз та клітинні автомати для моделювання економіки по дискретним послідовностям статистичних даних (часовим рядам), у тому числі проведено аналіз існуючого математичного та програмного забезпечення, представлено результати досліджень у частині обґрунтування адекватності методів, а також у їх алгоритмічній та програмній реалізації. Поряд із одержанням нового знання про прогностичні характеристики часових рядів економічних показників на рівні макро-, мезо- та мегаекономіки, представлено нові методи прогнозування, досліджені можливості застосування методології дискретної нелінійної динаміки для аналізу проблем мікроекономіки.

Для спеціалістів в галузі моделювання та управління складними системами в умовах невизначеності, а також для викладачів, студентів і аспірантів економічних спеціальностей.

УДК 330.46: 519.246

ISBN 978-966-375-148-1

© Н.К.Максишко, 2009

© Поліграф, 2009, оформлення

Створити світ легше, ніж його зрозуміти

Анатоль Франс.

*Три стадії визнання наукової істини:
перша – «це абсурд»,
друга – «в цьому щось є»,
третья – «це загальновідомо»*

Ернест Резерфорд.

*Моїм батькам,
Волязловським
Анполінарії Іванівні та Костянтину Харитоновичу,
які пішли занадто рано,
присвячується.*

ЗМІСТ

ВСТУП	6
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІКИ	13
1.1 Місце нелінійної динаміки у моделюванні економіки. . .	13
1.2 Методи дискретної нелінійної динаміки в економіко- математичному моделюванні	22
1.2.1 Фрактальний аналіз	24
1.2.2 Фазовий аналіз	45
1.2.3 Клітинні автомати - алгоритмічна модель складної системи	60
1.2.4 Еволюційні алгоритми та інструментарій генетичних алгоритмів	78
1.3 Особливості динаміки економічних систем як об'єкту моделювання.....	88
РОЗДІЛ 2. МЕТОДОЛОГІЯ ДИСКРЕТНОГО ПІДХОДУ В НЕЛІНІЙНІЙ ДИНАМІЦІ: ФРАКТАЛЬНИЙ ТА ФАЗОВИЙ АНАЛІЗ	99
2.1 Метод нормованого розмаху Херста: можливості та недоліки	99
2.2 Метод послідовного <i>R/S</i> -аналізу часових рядів – ефективна модифікація методу нормованого розмаху Херста	108
2.3 Оцінка глибини пам'яті часового ряду на базі алгоритму послідовного <i>R/S</i> -аналізу	113
2.4 Фазовий аналіз як інструмент дослідження циклічних характеристик часового ряду	119
2.5 Огляд існуючого програмного забезпечення для розв'язання задач фрактального аналізу	134
2.6 Дослідження властивостей алгоритмів фрактального аналізу на базі комп'ютерного експерименту	143
РОЗДІЛ 3. МОДЕЛЬ КЛІТИННОГО АВТОМАТА ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ЧАСОВИХ РЯДІВ	177
3.1 Загальна схема та принципи роботи клітково-автоматної прогнозної моделі	179
3.2 Алгоритми класифікації для перетворення числового часового ряду в лінгвістичний часовий ряд	181
3.2.1 Метод огиначаючих ламаних	184
3.2.2 Метод трендових коридорів	188
3.2.3 Алгоритм лінгвістичної класифікації на базі квазістатистики	191
3.3 Частотний аналіз пам'яті лінгвістичного часового ряду.	209
3.4 Прогнозування на базі клітинного автомату	214

РОЗДІЛ 4. ЗАСТОСУВАННЯ ФРАКТАЛЬНОГО ТА ФАЗОВОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ МАКРОЕКОНОМІЧНИХ ПРОБЛЕМ	217
4.1 Цілі та інструментарій макроекономічного аналізу.	217
4.2 Використання фрактального аналізу для визначення горизонту прогнозування ВВП	219
4.3 Дослідження часового ряду індексу зростання промислового виробництва	223
4.3.1 Фрактальний аналіз.	228
4.3.2 Фазовий аналіз часового ряду ІЗПВ регіону	233
4.3.3 Фазовий аналіз часового ряду ІЗПВ країни	237
4.3.4 Порівняльний аналіз передпрогнозої інформації для часових рядів індексів ЗПВ країни й регіону . .	240
4.4 Гібридний підхід до прогнозування макроекономічних показників.	244
РОЗДІЛ 5. АНАЛІЗ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ДИНАМІКИ ЦІН НА РИНКУ ДОРОГОЦІННИХ МЕТАЛІВ	250
5.1 Загальна характеристика ринку дорогоцінних металів . .	251
5.2 Аналіз статистичних характеристик динаміки цін на дорогоцінні метали	265
5.3 Фрактальний аналіз часових рядів цін на дорогоцінні метали	272
5.4 Фазовий аналіз часового ряду ціни на золото.	287
5.5 Прогнозування ціни на золото із застосуванням генетичного алгоритму на базі моделі клітинного автомата та нейронної мережі	295
РОЗДІЛ 6. МЕТОДИ ФРАКТАЛЬНОГО ТА ФАЗОВОГО АНАЛІЗУ В ДОСЛІДЖЕННІ МІКРОЕКОНОМІЧНИХ ПРОБЛЕМ.	302
6.1 Застосування методів дискретної нелінійної динаміки для оцінки ступеня вірогідності інформації платника податків	302
6.2 Моделювання динаміки показників діяльності в галузі страхування на базі фазового аналізу	326
6.3 Багатокритеріальний підхід до порівняльного аналізу трендостійкості часових рядів обсягів реалізації товарної продукції	337
ВИСНОВКИ	360
ЛІТЕРАТУРА.	364
Додаток 1. Історія розвитку теорії динамічних систем, нелінійної динаміки та синергетики	393
Додаток 2. Графічне представлення динаміки цін на дорогоцінні метали, нафту та котирувань EUR/USD	406
Додаток 3. Графічне представлення пам'яті лінійного клітинного автомата для ЧР Z_8 цін на золото	411

ВСТУП

Сучасний етап розвитку економіки України та світу характеризується встановленням нових видів та форм економічних відносин між суб'єктами економічної діяльності, підвищенням складності економічних процесів, суттєвим зростанням рівня невизначеності та ризику, суттєвою нерівноважністю та суперечністю між цілями, швидкими темпами глобалізації світових соціальних та економічних процесів, що набувають все більшого впливу на результати економічної діяльності. Світ безперервно змінюється та ускладнюється і, відповідно, змінюються та ускладнюються наші уявлення про нього.

Глобалізаційні процеси накладають свій відбиток на характер проблем, що виникають. Ці проблеми чим далі набувають все більш складний, комплексний характер, є взаємообумовленими і тісно пов'язаними одна з іншою. Їх виникнення, становлення і подальший розвиток часто є одним із підсумків взаємодії, на перший погляд, різних соціально-політичних, техніко-економічних, природних процесів.

Наукова думка також постійно рухається вперед, усе глибше занурюючись у особливості проблем, що виникають, та пропонуючи нові ідеї та підходи до їх вирішення. Питання управління складними економічними системами розглядаються в різних галузях науки, охоплюючи ті або інші аспекти діяльності суб'єктів економіки на її різних рівнях: індивідуальних економічних суб'єктів – на рівні наноекономіки, фірм і домогосподарств – на рівні мікроекономіки, національного господарства в цілому – макроекономіки, а також галузей, регіонів – об'єктів мезоекономіки, та світового господарства – на рівні мегаекономіки, що останнім часом виокремлюються у

науковій літературі. При цьому змінюється методологія науки, основоположні парадигми, що відображають сукупність загальних уявлень – картину світу, архетип та стиль наукового мислення. На сучасному історичному етапі розвитку суспільства – етапі переходу від постіндустріального до інформаційного суспільства «третьої хвилі» – у розвитку економічної науки надзвичайно особливого значення набуває методологія економіко-математичного моделювання, що реалізується на базі та за підтримки сучасних потужних інформаційних технологій.

Розробці теорії економіко-математичного моделювання та її застосуванню в реальній економіці присвячені роботи видатних вітчизняних вчених: Л.І. Абалкіна, А.Г. Аганбегяна, С.А. Айвазяна, К.О. Багриновського, В.М.Буркова, В.В. Вітлінського, В.М. Вовка, В.М. Гейця, Є.Г. Гольдштейна, О.Г. Гранберга, Ю.М. Єрмольєва, В.А. Забродського, В.Я. Заруби, Л.В. Канторовича, Т.С. Клебанової, Н.Є. Кобринського, К.Ф.Ковальчука, А.В. Лотова, Ю.Г. Лисенка, І.М. Ляшенка, Є.З. Маймінаса, В.С. Михалевича, М.В. Михалевича, Н.М. Моїсеєва, В.С. Немчинова, В.В. Новожилова, Д.О. Новікова, А.О. Первозванського, В.О. Перепелиці, І.В. Сергієнка, Є.Є. Слуцького, Д.Б. Юдина, О.І. Ястремського та багатьох інших.

Економіко-математичне моделювання, як науково-прикладна дисципліна, вступає в новий цикл свого розвитку. У другій половині ХХ сторіччя всі моделі та прогнози в економіці базувалися на теорії лінійних методів, що стверджувала, що будь-яка система прагне до рівноваги. Але бізнес і економіка в цілому прагне не до рівноваги, а до зростання. Тому наприкінці ХХ ст. було визнано, що в її аналізі й прогнозах необхідно керуватися нелінійною

динамікою та народженою в її надрах теорією хаосу. На початку XXI століття проблеми нелінійності, нерівноваги, самоорганізації посідають пріоритетне місце серед наукових досліджень і публікацій. Теорія нелінійних динамічних систем, синергетика та теорія динамічного хаосу, вже перейшли межі конкретних дисциплін і доводять свою високу наукову та практичну значимість. Нелінійна парадигма та синергетичний підхід впевнено займають передові позиції у економіко-математичних дослідженнях.

До початку 90-х років минулого сторіччя фактично відпали сумніви в тому, що ринки капіталу не підпорядковуються нормальному закону. Разом із цим з'явилося усвідомлення того, що для адекватного моделювання цих ринків потрібний новий, відмінний від класичного, інструментарій, у тому числі і у новій статистиці. Так само, як і у фізиці, реалізувати принципи нелінійної парадигми в процесі математичного моделювання конкретних соціальних та економічних процесів і систем дослідникам вдалося завдяки використанню методів нелінійної динаміки [19, 108, 238], у першу чергу таких, як фрактальний аналіз [207, 208], фазовий аналіз [208], штучні нейронні мережі [129, 234], нечіткі системи [234, 292], генетичні алгоритми [111, 129].

Дана монографія присвячена результатам досліджень з розробки та використання методів дискретної нелінійної динаміки, таких як фрактальний аналіз, фазовий аналіз та моделі лінійного клітинного автомата для моделювання економіки і є подальшим розвитком напряму, що представлено монографією [131]. Розглядаючи методологію моделювання як, перш за все, вміння формулювати та вирішувати проблеми, в даній книзі поряд із новими прикладами застосування методології нелінійної динаміки до аналізу проблем макро-, мікро-, мезо- та мегаекономіки,

представлено результати досліджень у частині обґрунтування адекватності методів, а також у їх алгоритмічній та програмній реалізації.

Перший розділ книги присвячений аналізу місця методів нелінійної динаміки у методології економіко-математичного моделювання в контексті еволюції економічної думки та досягнень широкого кола природничих наук.

Економіка, як об'єкт моделювання, розглядається як *складна імовірнісна динамічна система*, що охоплює процеси виробництва, обміну, розподілу, споживання матеріальних та інших благ [43] та належить до класу кібернетичних, тобто керованих, систем [284]. В основі авторської концепції застосування саме класу дискретних нелінійних методів моделювання економіки покладено наступні парадигми сучасної економічної науки: *еволюційна парадигма*, що найважливішим елементом аналізу соціально-економічних систем вбачає вивчення змін у їхній динаміці та урахування їхнього історичного розвитку, *нелінійна парадигма*, у рамках якої поведінка системи характеризується нестійкістю та нелінійною реакцією навіть на незначні збурення, *парадигма складності*, у рамках якої об'єкти моделювання мають такі характерні властивості, як необоротність еволюції, рідкі катастрофічні події, висока гетерогенність та адаптивність взаємодіючих елементів системи та ін. Ці базові положення, які поєднані і потужній міждисциплінарній науці – синергетиці, та особливості економічної динаміки як об'єкту дослідження, що обговорюються у п.1.3 визначають вибір методології та інструментарію моделювання. У п.1.2 представлено огляд існуючих підходів, моделей та методів моделювання еволюції систем, що базуються на використанні дискретних структур та

застосовуються для розв'язання нелінійних задач на дискретних множинах, тобто існуючих *моделей та методів дискретної нелінійної динаміки*: фрактального аналізу, фазового аналізу, клітинних автоматів, еволюційних алгоритмів.

У другому та третьому розділах представлений пропонування для моделювання економіки інструментарій фрактального аналізу, фазового аналізу (розділ 2) а також модель лінійного клітинного автомата (розділ 3), які належать до дискретних методів нелінійної динаміки та призначені для аналізу й прогнозування динаміки економічних систем по дискретних послідовностях статистичних даних (часовим рядам). У п.2.1 наведений відомий метод фрактального аналізу – метод нормованого розмаху Херсту та виявлені недоліки, що обмежують його можливості по ідентифікації поведінки спостережуваної системи. У п.2.2 представлена модифікована версія методу фрактального аналізу – метод послідовного R/S -аналізу. Ефективність застосування методу полягає в його здатності не тільки ідентифікувати характер поведінки системи (у плані наявності або відсутності довгострокової пам'яті, трендостійкості та ін.), але й у можливостях одержання чисельних чітких або нечітких характеристик поведінки. У п. 2.3 представлений алгоритм оцінки глибини пам'яті часового ряду на базі алгоритму послідовного R/S -аналізу. Для уточнення та дослідження характеристик циклічної поведінки економічного об'єкта, що отримано за допомогою фрактального аналізу, в п.2.4 розглянуто інструментарій фазового аналізу.

Застосування методів нелінійної динаміки пов'язане з великим обсягом обчислень, що практично неможливо без використання обчислювальної техніки та відповідних програмних засобів. У п.2.5 проаналізований стан

існуючого програмного забезпечення для розв'язання задач фрактального аналізу, а в п.2.6 представлено власні здобутки автора в цьому напрямі та результати дослідження властивостей алгоритмів фрактального аналізу на базі комп'ютерного експерименту.

У розділах із четвертого по шостий представлено результати досліджень, які отримані автором самостійно або в співавторстві, і які представляють можливості використання моделей та методів дискретної нелінійної динаміки для підтримки прийняття рішень в економіці на різних її рівнях.

У розділі 4 висвітлено застосування фрактального та фазового аналізу для моделювання макроекономіки. Розглянуто проблему визначення горизонту прогнозування ВВП, а також дослідження індексу зростання промислового виробництва. Для аналізу використано вихідні дані по Україні та по регіону - Запорізькій області, яка за результатами останніх рейтингів є одним з найбільш конкурентоздатних регіонів України.

Розділ 5 присвячено аналізу та прогнозуванню динаміки цін на ринку дорогоцінних металів. У даному розділі розглянуто загальну характеристику ринку дорогоцінних металів, а для аналізу як вихідні дані - дискретні послідовності даних – обрано часові ряди цін на дорогоцінні метали (золото, срібло, платину) на державному та світовому ринках.

Розділ 6 присвячено застосуванню методів фрактального та фазового аналізу в дослідженні мікроекономічних проблем: у податковій сфері (для оцінки ступеня вірогідності інформації платника податків), у галузі страхування, а також у сфері виробництва та торгівлі.

Як показують результати досліджень, застосування моделей та методів дискретної нелінійної динаміки на

різних рівнях сучасної економіки надає нову інформацію щодо природи та сутності процесів, що в ній відбуваються. Ця інформація має плідне використання при виборі методу прогнозування, що призводить до значного покращення якості прогнозу та, у кінцевому результаті, до підвищення якості управління економікою.

Автор дякує своєму науковому консультанту доктору фізико-математичних наук, професору Перепелиці В. О. та колективу кафедри економічної кібернетики Запорізького національного університету за обговорення проблем розробки та застосування моделей та методів дискретної нелінійної динаміки в економіці, плідний аналіз основних результатів та за допомогу в роботі над монографією.

Щиро вдячна рецензентам: завідувачу кафедри економіко-математичного моделювання Київського національного економічного університету ім. Вадима Гетьмана доктору економічних наук, професору В. В. Вітлінському, завідувачу кафедри економічної кібернетики Львівського національного університету ім. І. Я. Франка доктору економічних наук, професору В. М. Вовку, а також завідувачу кафедри економічної кібернетики та статистики Класичного приватного університету доктору економічних наук, професору Л. Н. Сергєєвій – за цінні зауваження.

За натхнення та підтримку щодо видання цієї монографії я особливо вдячна моїм наставникам та колегам по Всеукраїнській Асоціації економічної кібернетики та її Віце-президенту члену-кореспонденту НАН України Ю.Г. Лисенку.

Приношу всім мою щирю й глибоку шану та вдячність.

РОЗДІЛ 1.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІКИ МЕТОДАМИ ДИСКРЕТНОЇ НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ

1.1 Місце нелінійної динаміки у моделюванні економіки

Математичне моделювання [179, 236] є основним ефективним інструментальним методом дослідження економіки [24, 42, 43, 45, 66, 73, 119, 131, 173, 211, 215, 219, 238, 275, 284]. Метою математичного моделювання економіки є: *по-перше*, аналіз, дослідження економічних об'єктів та процесів; *по-друге*, економічне прогнозування, передбачення розвитку економічних процесів; *по-третє*, управління економічним об'єктом, тобто вироблення управлінських рішень на всіх рівнях господарської ієрархії управління (задачі синтезу).

Процес математичного моделювання полягає у побудові, обґрунтуванні та застосуванні моделі – математичного об'єкта (опису), що використовується під час дослідження замість економічного об'єкта або процесу, і відображає його найбільш суттєві для даного дослідження властивості. Завдяки активній ролі суб'єкта процес моделювання має творчий, активний характер.

Необхідно відмітити, що наряду з аналітичними (дескриптивними) функціями моделювання для сучасної економіки особливо важливим є завдання прогнозування поведінки економічного об'єкта або процесу. А тому при створенні економіко-математичної моделі наряду із іншими вимогами (адекватності, релевантності, нетривіальності, потужності, результативності,

економічності тощо) дуже важливим є врахування її *прогностичних можливостей*. Завдання, що поставлене перед дослідником, обумовлює вибір необхідного математичного апарата і відповідної методології моделювання.

Розвиток методології економіко-математичного моделювання має довгу історію [43, 195, 255]. Становлення двох різних за суттю наук – економіки та математики – протягом багатьох століть відбувалося за власними законами, що відображали їх природу, і водночас вони постійно перетиналися одна з одною. Зародження економіко-математичної ідеї сходить коріннями до глибокої старовини. Сам термін «економіко-математичні методи і моделі» з'явився лише в ХХ столітті. До цього економіко-математична наука розвивалася в рамках політичної економії, а пізніше в рамках чистої економічної теорії. Історично правильний виклад зародження й становлення ідеї економіко-математичного підходу є складною задачею, зважаючи на величезну кількість фактичного матеріалу, різноманітності різних шкіл і переконань, їх взаємозв'язків і переплетінь, різного відношення економістів до основ економічної теорії, її розвитку та структури. Проте, визначним фактом є те, що більша частина Нобелівських премій в галузі економіки, присудження яких було започатковане у 1969 р., надана саме за роботи економіко-математичної спрямованості.

Сучасна методологія економіко-математичного моделювання є достатньо розвинутою галуззю знань, що досліджує передумови, принципи, структуру, логічну організацію, засоби та методику застосування формальних математичних методів до дослідження та розв'язання проблем функціонування, управління та розвитку економічних систем [255].

Математичні моделі та методи, які застосовуються в галузі економіки, є потужним засобом, що дозволяє досліднику глибше проникнути в суть явища, простежити його закономірності, виявити приховані зв'язки, які малодоступні спостереженню простим, неозброєним поглядом. Досягнення точних наук допомагають фахівцям у галузі економіки зрозуміти глибинний взаємозв'язок подій, підсилюють обґрунтованість зроблених передбачень та виконаного економічного аналізу. Це, своєю чергою, дозволяє знаходити ефективні рішення для органів державної влади та окремих суб'єктів ведення господарства при складних та неоднозначних ситуаціях, що властиві нашій дійсності. Саме таку спрямованість мали фундаментальні роботи з розвитку економіко-математичних методів у 50-80-х роках ХХ сторіччя, коли інтерес до цих методів особливо зріс. При цьому можна відзначити [173], що, незважаючи на різноманіття наукових шкіл, які існували у теоретико-економічних дослідженнях, зазначені роботи не були орієнтовані на якусь одну з них. Вони створювали певний інструментарій, за допомогою якого представники різних наукових напрямів могли б аналізувати складні економічні процеси та формувати обґрунтовані рекомендації щодо дій учасників цих процесів.

Проте увага до економіко-математичних методів трохи послабшала наприкінці 80-х років, особливо в тих країнах, які стали на шлях ринкових перетворень. Цьому сприяли завищеність очікувань щодо реалізації неоліберальних шляхів розвитку економіки, а також уявлення про те, що саморегуляція в умовах ринку спростить характер економічних відносин [173]. Це призвело до кардинального перегляду методології моделювання. У сучасних умовах на перший план виходить широке впровадження методів кібернетики як науки, що вивчає загальні закономірності

складних систем і методи управління ними. Такі фундаментальні поняття, як структура системи, ієрархічність підсистем, зворотні зв'язки, саморегулювання набувають особливого значення при вивченні та управлінні економікою. У свою чергу результати застосування кількісних методів та моделювання впливають на теоретико-економічні дослідження, сприяють виявленню нових закономірностей функціонування як економіки в цілому, так і її окремих складових.

На даному етапі розвитку науки мета моделювання економіки полягає не у простому описі системи, а у тому, щоб цей опис дозволяв глибше зрозуміти її поведінку (отримати нові знання) [43].

З точки зору сучасних уявлень *економіка*, як об'єкт моделювання, розглядається як *складна імовірнісна динамічна система*, що охоплює процеси виробництва, обміну, розподілу, споживання матеріальних та інших благ [43] та належить до класу кібернетичних, тобто керованих, систем [284].

У сучасній економіці особливу роль відіграють нові наукові методи моніторингу, моделювання, аналізу, пошуку циклічності, візуалізації та прогнозування. Це пов'язане з тим, що в ній швидко та кардинально змінюються парадигми, концепції, виробничі та програмні платформи, підходи, технології. Науковий аналіз і наукове прогнозування особливо гостро затребувані перехідними економіками при роботі в умовах ринку, який насичений конкуруючими учасниками зі складною нелінійною інтерференцією повільних (товарних), середнього темпу (фінансових) та швидких (інформаційних) потоків і процесів на ньому. Розвиток нано-, мікро-, мезо-, макро- та мегаекономічного моделювання, аналізу, планування та прогнозування в сучасних умовах пов'язаний з послідовним зростанням рівня їхньої формалізації. Основу для цього

процесу заклав, зокрема, прогрес в галузі фізики, прикладної математики, математичної статистики, у методах оптимізації, теорії наближень, економетриці, прогностиці, синергетиці, теорії фракталів та хаосу.

Протягом останнього десятиліття прийшло усвідомлення того, що реальним соціально-економічним процесам і системам властиві високий ступінь невизначеності та надмірна складність динаміки їхнього еволюціонування. Лавиноподібне підвищення складності вимагає застосування математичних методів, які у свою чергу припускають інший рівень формалізації економіки як моделі [255].

Постановкою, розв'язанням задач аналізу та прогнозування економічної динаміки, а також розробкою методології її моделювання в нашій країні займалися наукові колективи під керівництвом В.М. Глушкова, Т.С. Клебанової, Ю.Г. Лисенка, В.О. Перепелиці, В.Л. Петренко, Л.Н. Сергєєвої, В.М. Солов'єва, О.І. Черняка та інші. На думку [255, с. 21], **економічна динаміка** є розділом економічної науки, що вивчає детерміновану поведінку в часі економічних систем під впливом внутрішніх та зовнішніх факторів з метою аналізу рівноваги та керування стійкістю.

Предметом дослідження даної монографії є математичні **моделі еволюції економічних систем** (економічної динаміки) за часовими рядами – дискретними послідовностями вимірювань економічних показників.

Актуальність таких досліджень підтверджується, наприклад, тим фактом, що, коли журнал Королівського товариства економістів Великобританії («The Economic Journal» [311]) напередодні свого сторіччя (він видається з 1891 р.) звернувся до ряду авторитетних економістів з питанням: «Як їм представляється економічна теорія в наступні сто років?», - більшість з них підкреслило велику

ймовірність зрушення теорії вбік дослідження проблем еволюції.

Теоретичною базою моделювання економічної еволюції (динаміки) є еволюційна економіка. Засновником еволюційної економіки як розділу економічної науки вважають австрійського економіста Йозефа Шумпетера [281]. Основні принципи сучасної еволюційної економіки були сформульовані в 1982 р. у книзі Р. Нельсона та С. Уінтера [188]. З тих пір цей напрям швидко розвивається. **Головною метою еволюційного підходу є фундаментальне розуміння дійсності.** Еволюціоністи визнають високий рівень складності та еволюційний характер розвитку економічних систем. Еволюційна парадигма заснована на вивченні змін у динаміці соціально-економічних систем та враховує їхній історичний розвиток, а застосовувані еволюціоністами принципи аналізу економічного розвитку та поведінки економічних агентів добре узгоджуються з реальними фактами [33, 64, 67, 72, 76, 80, 84, 110, 120, 243, 282, 321, E7].

Існує думка [43], що підходи еволюційної економіки можуть бути плідними в побудові теорії економіки перехідного періоду, коли процеси прискорюються, ламаються старі інституції та створюються нові, економічна рівновага не встигає ще встановитися, як умови знову змінюються. У працях з економічної теорії останнім часом як центральні проблеми постають: деталізований аналіз функціонування ринків в умовах різноманітних «недосконалостей», роль інформації, процес формування очікувань суб'єктами економіки. Значна увага приділяється неповноті інформації та недосконалості конкуренції, неподільності, зростаючому ефекту масштабу, а також співвідношенням між цими чинниками. Той факт, що не все в діловій поведінці відбувається у відповідності з передбачуваними зразками, еволюційна теорія враховує,

визначаючи наявність елементів невизначеності та породжуваного цим ризику.

Розвиток економічної теорії (зміна поглядів, уявлень та поява нових напрямів) з одного боку та стрімкий розвиток фундаментальної науки з іншого боку сприяв становленню якісно нового етапу в розвитку економіко-математичного моделювання.

Ще в 70-і роки 20-го сторіччя дослідники еволюційних процесів виходили з того, що є два класи динамічних систем. Одні є *детермінованими*, наприклад, обертання Місяця навколо Землі. Прогноз їхньої поведінки може бути даний на будь-який бажаний час, наприклад, сонячні затемнення можна пророчити на багато тисяч років уперед. Інші – *стохастичні*, ними займається теорія ймовірностей. Типовий приклад - кидання костей при грі в нарди: те, що випаде цього разу, ніяк не залежить від результатів попередніх кидань.

Завершення 20-го сторіччя ознаменувалося відкриттям ще одного важливого класу еволюційних процесів. Формально ці процеси є *детермінованими*: точно знаючи їхній поточний стан, можна встановити, що відбудеться із системою в як завгодно далекому майбутньому. Однак, як завгодно мала неточність у визначенні початкового стану системи стрімко наростає та з деякого часу дослідник втрачає можливість що-небудь пророчити. У такого роду випадках прийнято говорити, що система поводить *хаотично*.

Системи з хаотичною поведінкою спочатку були виявлені в гідродинаміці, фізиці лазерів, хімічній кінетиці, астрофізиці, в екології [264]. Аналіз цих явищ дозволяє трактувати хаос, як фундаментальну властивість матерії [109, 222, 223]. З математичної точки зору хаотичний характер поведінки тих або інших систем безпосередньо обумовлений тим, що еволюціонування цих систем є

нелінійним (нелінійна динаміка). Усвідомлення цього факту призвело до того, що багатьма дослідниками був виявлений хаотичний характер поведінки також і економічних детермінованих систем [208, 237, 238 та ін.]. Важливо відзначити, що причиною хаотичного характеру еволюціонування економічних систем можуть бути не тільки екзогенні, але й ендогенні економічні фактори [80].

Таким чином, зростаюча складність сучасної економіки та процесів, що в ній відбуваються, призвели до виникнення нової – нелінійної парадигми управління. На початку XXI століття пріоритетне місце серед наукових досліджень та публікацій в галузі математичного моделювання посідають проблеми нелінійності, необерненості, нерівноваги, самоорганізації, самоуправління [16, 20, 33, 44, 47, 64, 88, 93, 100, 109, 110, 123, 151, 157, 158, 213, 220, 222, 223, 225, 231, 269]. В основу методології цих наукових досліджень покладено теорію нелінійних динамічних систем [17, 35, 58, 62, 81, 85, 113, 127, 151, 159] і, значним чином, синергетику [64, 72, 80, 88, 93, 94, 126, 162, 192, 226, 242, 267, 268] та теорію динамічного хаосу [16, 19, 63, 108, 121, 153, 280], які вже перейшли межі конкретних дисциплін і довели свою високу наукову та практичну значимість. З історією розвитку уявлень про складну динаміку нелінійних систем, становлення та досягненнях концепції нелінійної динаміки (динамічного хаосу) можна ознайомитися у Додатку 1.

Нелінійна парадигма та синергетичний підхід впевнено займають передові позиції як у теоретико-економічних, так і у економіко-математичних дослідженнях [20, 44, 47, 66, 100, 131, 151, 155, 191, 193, 209, 226, 238].

Синергетикою називають міждисциплінарну науку, яка має на меті виявлення спільних принципів еволюції, самоорганізації та адаптації складних систем у різних галузях знань на підставі побудови та дослідження

нелінійних динамічних математичних моделей. *Синергетична економіка* [43] надає особливого значення, на відміну від лінійних, нелінійним аспектам економічного еволюційного процесу: не стійкості, а нестійкості, не неперервності, а розривам (дискретності), не постійності, а структурним змінам. Ця теорія трактує нелінійність і нестійкість як джерело розвитку різноманіття та складності економічної динаміки, а економічна еволюція тлумачиться як незворотній процес. При цьому враховується ще й неповнота та невизначеність інформації. Синергетика акцентує увагу передусім на тому, що економічні системи можуть проходити через ієрархію нестійкого розвитку, і в них (системах) розвиваються дедалі більш складні структури. Такі нестійкості викликані зміною зовнішніх параметрів і можуть привести до нової просторово-часової організації системи. Зокрема, це демонструється виникненням раптових (структурних) змін, існуванням граничних циклів і хаосу, роллю, яку відіграють стохастичні процеси в економічній еволюції, ефектами часових масштабів і швидкостей установалення відносної рівноваги в економічному аналізі тощо.

Проте необхідно відмітити, що синергетична економіка все ж таки розвивається на підставі традиційної, але вона відхиляє деякі ідеї традиційної економіки і трактує її результати лише як часткові, а не загальні випадки.

Синергетична економіка ґрунтується на чітких послідовних стадіях економічного аналізу. У своїх «Основах економічного аналізу» Пауль А. Самуельсон поділяє розвиток аналітичної економіки на п'ять великих стадій [43]. По-перше, у Вальраса можна побачити кульмінацію опису детермінованої рівноваги на статичному рівні. Парето та інші вчені зробили наступний крок, який є основою теорії порівняльної статистики. Третій крок, що характеризує мінімізацію витрат у межах економічної

одиниці, був зроблений Джонсоном, Слуцьким, Хіксом, Алленом та іншими економістами. Четверте досягнення — це відкриття принципу відповідності. Природний — п'ятий — крок, який необхідно зробити після того, як досліджено відгук системи на зміну заданих параметрів, полягає в тому, щоб дослідити поведінку системи як функцію від часу. Далі Самуельсон наголошує: «Користь від будь-якої теоретичної побудови полягає в тім, що вона прояснює процес зміни економічних даних — змінних величин чи параметрів, від яких вони залежать».

Означене загальне положення є справедливим у сфері як динаміки, так і статички. Наступний логічний крок — перехід до створення теорії порівняльної динаміки, яка повинна включати в себе теорію порівняльної статички та кожен з попередніх п'яти кроків як часткові випадки і водночас бути значно ширшою. Цей крок починає здійснюватися через відносно тривалий проміжок часу, бо лише в наш час математика спроможна надати відповідний інструментарій, необхідний для розуміння суті динамічної поведінки економічних систем.

Сучасна економічна наука має гостру потребу в нових інструментах для теоретичних та прикладних досліджень складних економічних систем та процесів. Методи та моделі дискретної нелінійної динаміки, що базуються на еволюційній ідеології, синергетиці та використанні комп'ютерних технологій, претендують на роль таких інструментів.

1.2 Методи дискретної нелінійної динаміки в економіко-математичному моделюванні

Соціально-економічним системам і процесам властиві, з одного боку, багаторівневість, різномасштабність, багатопараметричність, а з іншого боку, неможливість

структурування або слабка структуризація, а отже, і формалізація основних параметрів. Істотні труднощі при моделюванні також викликає необхідність урахування соціально-психологічних факторів. Спроби детального врахування такого типу параметрів настільки ускладнюють моделі, що вони рідко виявляються успішними. Разом із тим, відомо, що дуже часто невеликі зміни параметрів можуть призвести до настільки значних змін вихідних значень, що повністю дискредитують всю модель.

Тому при моделюванні економічних явищ особливий інтерес представляють моделі, що не претендують на детальний опис особливостей кожного конкретного випадку, проте дозволяють, з одного боку, застосовувати загальний підхід, а, з іншого боку, враховувати особливості соціально-економічної ситуації. До таких моделей відносяться, зокрема, деякі моделі дискретної математики. Природність використання останніх пояснюється ще й наступним фактом: останнім часом помічено, що неосяжно широкий клас задач, які моделюються, має принципово дискретну структуру [42, 263].

У наших дослідженнях з усього різноманіття моделей та методів нелінійної динаміки ми будемо використовувати та розвивати підходи, які відносяться до класу моделей та методів дискретного аналізу, таких як фрактальний аналіз, фазовий аналіз, клітинні автомати та генетичні алгоритми. Як відомо [170], *дискретний аналіз* – це галузь математики, що займається вивченням властивостей структур фінітного (скінченого) характеру, які виникають як у самій математиці, так і в області її додатків [13,87,229,233,240]. Теорія скінчених автоматів і теорія алгоритмів є невід'ємною частиною дискретного аналізу. Дискретні моделі, які будуть розглядатися подалі для моделюванні економіки, можна віднести до класу

алгоритмічних моделей, а відповідні методи її аналізу та прогнозування будуть істотно враховувати дискретну природу об'єкта дослідження.

Означення.

Під терміном **«моделі (методи) дискретної нелінійної динаміки»** будемо розуміти моделі (методи), які ґрунтуються на використанні дискретних структур та застосовуються для розв'язання нелінійних задач на дискретних множинах.

1.2.1 Фрактальний аналіз

Під *фрактальним аналізом* розуміють аналіз, що спрямований на виявлення рекурсивних (фрактальних) моделей (recursive model).

Зародження нової парадигми [80, 151-162, 195, 208], що включає в себе нову фрактальну статистику, було визначено часом, розвитком науки та економічних процесів. Аж до 90-х років ХХ сторіччя при використанні інструментарію класичної статистики в економіко-математичному моделюванні домінувала лінійна парадигма. Відповідно до цієї парадигми кожний вплив на початкові умови викликає пропорційну реакцію одержуваного результату. Проте ринки рідко бувають настільки стійкими й на незначні збурювання можуть реагувати нелінійно. За думкою [207,208, 254] ринки – це природне явище, причому їхня діяльність не підпорядковується законам класичної фізики, параметричної статистики або лінійної математики. До зміни тренда на фінансових ринках призводять несподівані урядові заяви, погодні явища, повідомлення про види на врожай, політичні або економічні події, що відбуваються в країнах, що впливають на світову та регіональну економіку.

Такі «поштовхи» здатні змінити поведінку системи, іноді призвести до різких кількісних змін та змін у напрямку. Тобто, доволі часто виникає біфуркаційна [109] або, в іншій термінології, експонентна суперреакція [80] на вплив - це і є ще одне трактування сутності нелінійності. Тому, відносно цілого ряду реальних економічних процесів класичні лінійні методи статистики є неадекватними, а внаслідок цього, і непридатними для аналізу та прогнозування. Ці методи моделюють ринок, виходячи з теорії рівноваги [208], і, зокрема, ігнорують час. Іншими словами, використання лінійних методів припускає, що розглянуті еволюційні процеси не мають пам'яті про минуле або мають дуже обмежену пам'ять [208], що не відповідає суті реальних економічних процесів.

Біфуркаційні явища в динаміці соціально-економічних систем і процесів (великі падіння або великі викиди) пояснює теорія хаосу [16, 19, 63, 108, 109, 121, 153, 238, 280, 283]. З цієї причини багато хто з ринкових технічних аналітиків обґрунтовано припустили, що розпізнати в хаотичній динаміці нові закономірності їм допоможе фрактальний аналіз та фрактальна геометрія [23, 39, 102, 163-166, 238, 261, 271].

Вже досягнуте розуміння того, що складність навколишньої нас природи тісно пов'язана з цією геометрією. Природа не є рядом повторюваних закономірностей, але на противагу тому характеризується **локальною випадковістю та глобальним порядком.**

Фрактали в реальному світі обумовлені глобальними статистичними структурами, що одночасно породжують локальні випадковості, тобто хаос і порядок співіснують. Для ринкового економічного аналізу це має суттєві наслідки.

Розглянемо більш детально поняття та сутність фракталів та фрактальної геометрії [27, 39, 77, 102, 163-166, 197].

Не існує єдиного (а тому і абсолютно точного) визначення фракталу.

Термін *фрактал* (від латинського слова *fractus* – дробовий) був запропонований Бенуа Мандельбротом у 1975 році для позначення нерегулярних самоподібних математичних структур. Хоча Мандельброт почав свої дослідження в даному напрямку в середині 60-х років ХХ ст., фрактальна геометрія одержала свою назву лише в 1977 році завдяки його книзі «The Fractal Geometry of Nature» [165, 337]. У цій роботі використані наукові результати багатьох вчених, що працювали в цій же області (насамперед, Пуанкаре, Кантора, Хаусдорфа, Фату, Жюліа та ін.). Метою фрактальної геометрії був аналіз ламаних, зморшкуватих і нечітких форм. Мандельброт використав слово фрактал тому, що це передбачало уламаність та фракційність цих форм. Основне визначення фракталу, дане Мандельбротом, представляє фрактал як деяку самоподібну множину, тобто фрактал – це структура, що складається із частин, які в деякому сенсі подібні до цілого [336]. За його думкою, фрактальна геометрія є геометрією природи, а дефініція фракталу стоїть в одному ряді з дефініцією природи.

У найпростішому випадку невелика частина фракталу містить інформацію про весь фрактал. Строге визначення самоподібних множин було дано Дж. Хатчінсоном у 1981 році. Він назвав множину самоподібною, якщо вона складається з декількох компонентів, подібних всій цій множині, тобто компонентів, які одержувані в результаті афінних перетворень - повороту, стиснення та відображення вихідної множини. Однак, у контексті

застосування фракталів для аналізу фінансів цю властивість виявилось краще описувати із використанням більш загального поняття - самоафінності [27, 164, 261]. Ця ж властивість подібності (або, інакше, скейлінгу) дуже тісно пов'язана з поняттям інваріантності щодо масштабу та позначається як «принцип масштабування» (англ. - «principle of scaling»).

Самоподібність (та самоафінність) - це хоча й необхідна, але далеко не достатня властивість фракталів. Головна особливість фракталів полягає в тому, що їхня розмірність не укладається у звичні геометричні уявлення. Фракталам характерна геометрична «ізрізаність». Тому використовується спеціальне поняття фрактальної розмірності, що введене Феліксом Хаусдорфом (1868-1942) та Абрамом Безіковичем (1891-1970). Стосовно до ідеальних об'єктів класичної евклідової геометрії вона давала ті ж чисельні значення, що й відома задовго до неї так звана топологічна розмірність (інакше кажучи, була рівною нулю для точки, одиниці – для гладкої плавної лінії, двом – для фігури та поверхні, трьом – для тіла й простору). Але збігаючись з відомою, топологічною, розмірністю на ідеальних об'єктах, нова розмірність мала більш тонку чутливість до всякого роду недосконалостей реальних об'єктів, дозволяючи розрізняти та індивідуалізувати те, що колись було безлике й нерозрізнене. Так, відрізок прямої, відрізок синусоїди та самий вигадливий меандр нерозрізнені з погляду топологічної розмірності – всі вони мають топологічну розмірність, що дорівнює одиниці, тоді як їхня розмірність Хаусдорфа-Безіковича різна та дозволяє числом вимірювати ступінь звивистості. Розмірність фрактальних об'єктів не є цілим числом, характерним для звичних геометричних. Разом із тим, у більшості випадків

фрактали нагадують об'єкти, що щільно заповнюють реальний простір, але не використовують його повністю.

Таким чином, друге з відомих означень представляє фрактал як множину точок, розмірність Хаусдорфа-Безіковича [238, 261] якого строго більше його топологічної розмірності. Остання завжди дорівнює цілому числу, у той час як фрактал має дробову (фрактальну) розмірність [27, 208, 238, 280]. З погляду якісного змісту фрактальна розмірність показує, як форма або, наприклад, часовий ряд заповнюють простір. Спосіб заповнення об'єктом простору визначається тими силами, які визначили його формування. Наприклад, в економіці – для часового ряду прибутку акцій такими силами виступають мікро- і макроекономічні чинники, що впливають на очікування інвесторів.

Продовжуючи аналізувати властивості фракталів, на яких базуються їхні визначення, необхідно відзначити, що незважаючи на те, що фрактали – це насамперед мова геометрії, однак їхні головні елементи (на відміну від звичних об'єктів евклідової геометрії, таких, як пряма лінія або коло) недоступні безпосередньому спостереженню. Фрактали виражаються не в первинних геометричних формах, а в алгоритмах, наборах математичних процедур. Ці алгоритми трансформуються в геометричні форми за допомогою комп'ютера. Фрактальну геометрію визначають як рекурсивну геометрію, тобто геометрію динамічних форм, моделей, які мають математичну властивість рекурсії. Зауважимо, що під рекурсією розуміють [170] спосіб завдання функцій, при якому значення шуканої функції в даній точці визначається через її значення в попередніх точках (при відповідному відношенні передування). Це означає, що якщо дано, наприклад, всі змінні моделі до моменту $(t-1)$, то модель забезпечує

одержання одного за одним значення змінних для t , за ними – для $(t + 1)$ і так далі. У загальному значенні рекурсія (recurrence) припускає обчислення функції за певним алгоритмом. Таким чином, ми підійшли до третього трактування визначення фракталу – алгоритмічного.

У алгоритмічному сенсі фрактал є атрактором (граничною множиною) правила (алгоритму), що його породжує. Алгоритм побудови фракталу (як атрактора) реалізується на кожному кроці як гра хаосу: рекурсивна процедура, що породжує, не знає, в якому напрямі вона буде рухатися до того, як завершиться реалізація попереднього кроку. Прогнозувати цей напрям неможливо, але, одержавши інформацію, процес спрямовується внутрішнім детерміністичним правилом. При цьому множина можливостей нескінченна. З цього випливає, що аттрактор, образно, є нескінченою множиною можливих рішень, тобто реалізацій. При цьому важливо відзначити, що положення кожної його точки залежить від того, де розташувалася точка попередня. Більш того, місце кожної наступної точки залежить від положення всіх попередніх.

У наш час геометрія фракталів, їхня незвичайна краса та різноманіття скорила та продовжує захоплювати численних дослідників, починаючи від програмістів і закінчуючи людьми мистецтва. У наукових публікаціях (наприклад, [27, 39, 83, 130, 164, 166, 228, 251, 264, 272, 314, 342, 343]) і на численних сайтах [E8, E9 та ін.] обговорюються питання розробки та реалізації алгоритмів створення красивих картин, що використовують фрактальну природу рекурсивних (ітераційних) відображень.

Для того, щоб зрозуміти сутність та представити все різноманіття фракталів необхідно розглянути їхню класифікацію. Існує декілька класифікацій фракталів. Одна

з них розбиває всю множину фракталів на три групи: геометричні, алгебраїчні та стохастичні. Розглянемо їх докладніше.

а) Геометричні фрактали

Фрактали цього класу самі наочні. У двомірному випадку їх одержують за допомогою ламаної (або поверхні в тривимірному випадку), що називається генератором. За один крок алгоритму кожний з відрізків, що становлять ламану, замінюється на ламану-генератор у відповідному масштабі. У результаті нескінченного повторення цієї процедури утворюється геометричний фрактал.

Одним із самих типових прикладів геометричних фракталів є крива Коха. Вона була винайдена в дев'ятнадцятому столітті німецьким математиком по імені Хельге фон Кох, який, вивчаючи роботи Георга Контора та Карла Вейерштрасса, наштовхнувся на описи деяких дивних кривих із незвичайною поведінкою. Запал (або, інакше, ініціатор) – пряма лінія. Генератор – рівносторонній трикутник, сторони якого рівні третини довжини великого відрізка. Ці трикутники на кожному кроці додаються до середини кожного сегмента. У своєму дослідженні Мандельброт багато експериментував із кривими Коха, і одержав фігури такі, як Острова Коха, Хрести Коха, Сніжинки Коха (див. рис.1.1) і навіть тривимірні представлення кривої Коха, використовуючи тетраедр і додаючи менші за розмірами тетраедри до кожної його грані. Крива Коха має розмірність $\ln 4 / \ln 3 = 1,261859507$.

Характерними є також властивості тріадної кривої Коха.

По-перше, ця крива не має фіксованої довжини – із числом поколінь її довжина прагне до нескінченності.

По-друге, до цієї кривої неможливо побудувати дотичну – кожна її точка є точкою перегину, у якій похідна не існує, – ця крива не гладка.

Довжина та гладкість - фундаментальні властивості кривих, які вивчаються як евклідовою геометрією, так і іншими геометріями (Лобачевського, Римана тощо). До тріадної кривої Коха традиційні методи геометричного аналізу виявилися непридатними, тому криву Коха назвали чудовиськом – «монстром» серед гладких мешканців традиційних геометрій.

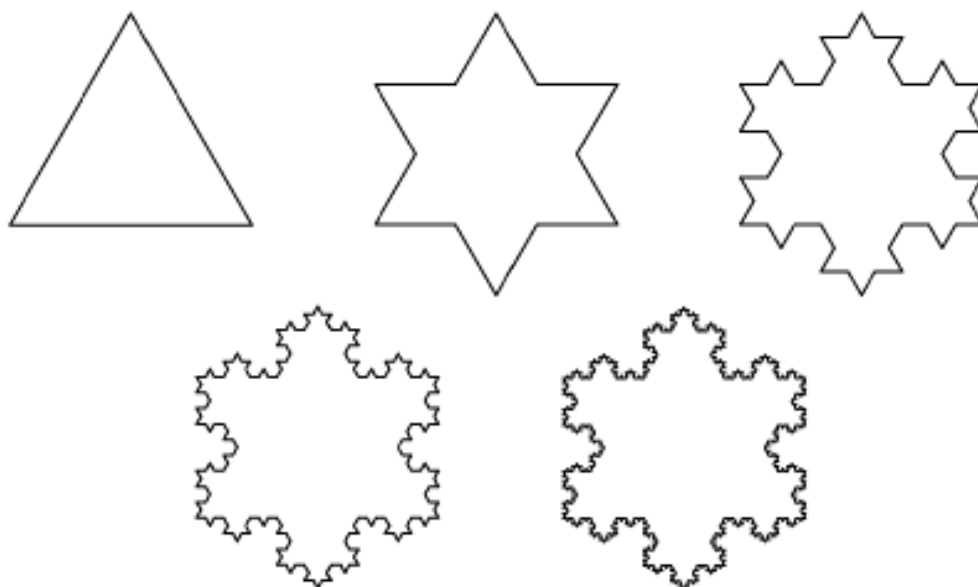


Рисунок 1.1 - Сніжинка (тріадна крива) Коха – за етапами побудови. Запал - одиничний відрізок довжини 1. Алгоритм побудови: запал розбивається на три рівні частини довжиною в $1/3$, відкидається середня частина та замінюється ламаною із двох ланок довжиною $1/3$ (генератор – утворюючий елемент)

Прикладами геометричних фракталів також є: серветка (або трикутник) Серпінського (рис. 1.2), «дракон» Хартера-Хейтуея (рис. 1.3), губка Менгера (рис. 1.4) та ін.

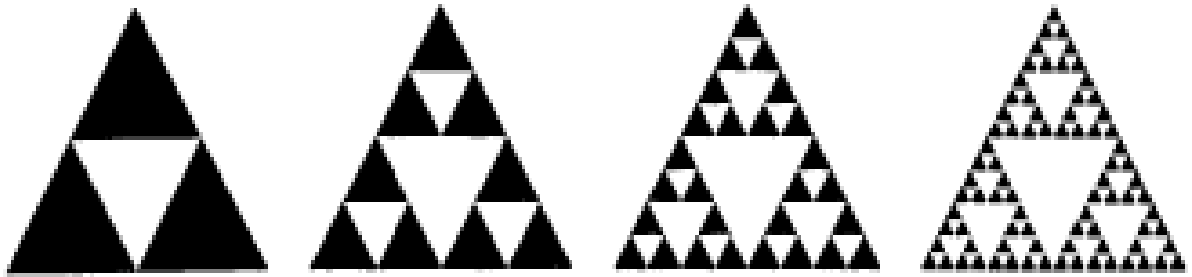


Рисунок 1.2 – Регулярний фрактал – серветка (або трикутник) Серпінського (Sierpiński gasket) – по етапах побудови. Зал – трикутник з усіма внутрішніми точками. Утворюючий елемент виключає із залу центральний трикутник. Праворуч: четверте покоління передфракталів; фрактальна крива утворюється у границі при нескінченно великій кількості поколінь і має фрактальну розмірність $D = \ln 3 / \ln 2 = 1,58\dots$

Фрактал, представлений на рис. 1.2 – трикутник Серпінського (названий на честь польського математика Вацлава Серпінського, що вперше описав його в 1916 році) – отриманий за допомогою алгоритму зі зворотним зв'язком (рекурсивного алгоритму) і наочно демонструє властивість самоподібності (або *scaling*): кожна частина фігури, якою б малою вона не була, містить зображення, що у збільшеному вигляді відтворює цілий трикутник Серпінського.

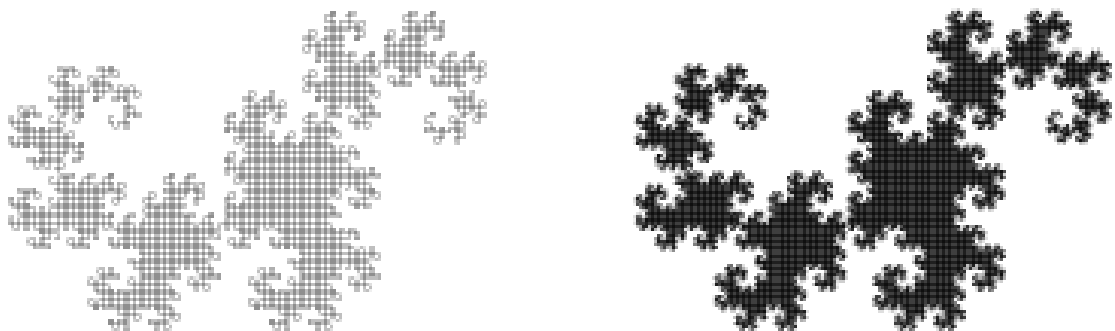


Рисунок 1.3 – 12-те и 16-те покоління дракону Хартера-Хейтуея

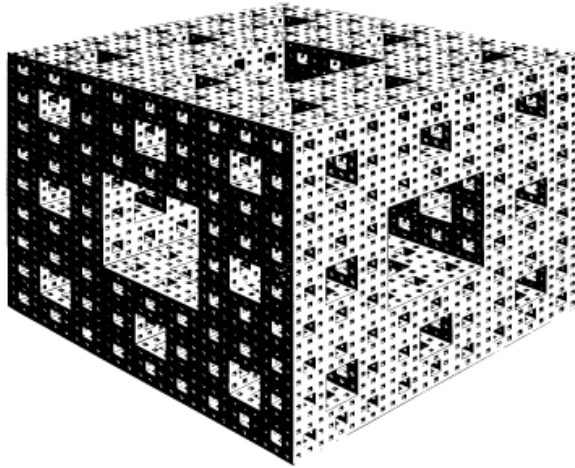


Рисунок 1.4 – Губка Менгера (Menger sponge)

б) Алгебраїчні фрактали

Це сама велика група фракталів. Одержують їх за допомогою нелінійних процесів у n -мірних просторах. Найбільш вивчені двовимірні процеси. Інтерпретуючи нелінійний ітераційний процес, як дискретну динамічну систему, можна користуватися термінологією теорії цих систем: фазовий портрет, процес, що встановився, аттрактор та ін. Одним з найбільш відомих прикладів таких фракталів є множина Мандельброта (рис. 1.5).

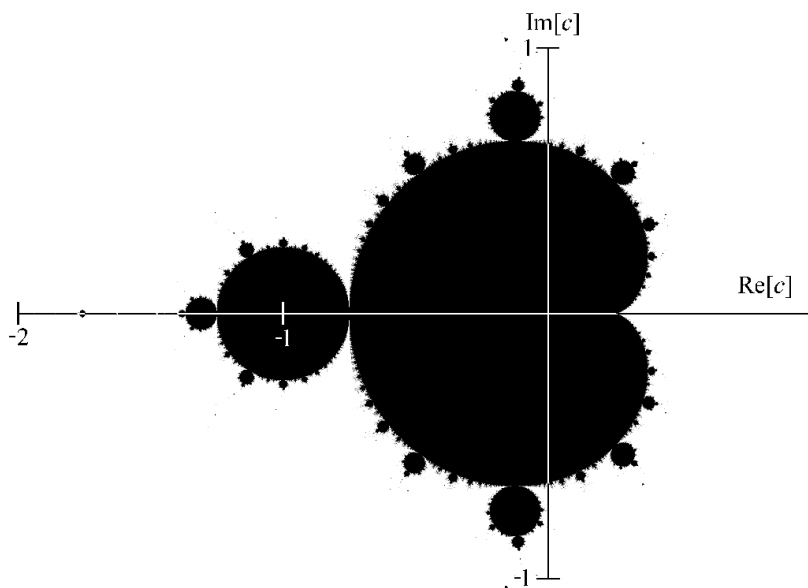


Рисунок 1.5 – Множина Мандельброта

Множина Мандельброта — це фрактал, визначений як множина точок c на комплексній площині, для яких ітеративна послідовність

$$z_0 = 0,$$

$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$

не йде на нескінченність.

в) Стохастичні (випадкові) фрактали

Це відомий клас фракталів, які утворюються у тому випадку [83], якщо в ітераційному процесі хаотично змінювати які-небудь його параметри. Випадкові фрактали представляють собою обрані навмання в різних масштабах комбінації правил, що породжують. При цьому утворюються об'єкти дуже схожі на природні — несиметричні дерева, нерівні берегові лінії та ін. Двовимірні стохастичні фрактали використовуються при моделюванні рельєфу місцевості та поверхні моря. Така комбінація випадковості та детермінованості, породжуючи правило, або «причинність», є також корисною в аналізі ринків капіталу [164, 208, 207 та ін]. Саме комбінація випадкових подій і деякої залежності є характеристикою фрактальних часових рядів. Одним із прикладів випадкових фракталів є узагальнений броунівський рух, який також був визначений Мандельбротом [див. 165, 261, 338].

За думкою [67] «сутність концепції фракталів за Мандельбротом зводилась до того, що в реальності завжди існує відхилення від механічних абстракцій, таких як «евклідів простір» або «ньютонівська механіка», отже, похибка, відхилення, фон, перешкоди, неточності та ін. більш фундаментальні та онтологічні, ніж процеси, що описуються класичною наукою». Автор відзначає, що «фактично, Мандельброт запропонував заснувати контр-науку, де за норму приймалися «перешкоди», «шуми», а

впорядковані структури розглядалися як відхилення або малоймовірні окремі випадки».

Існує також інша класифікація фракталів, що поділяє всі фрактали на детерміновані (алгебраїчні та геометричні) і недетерміновані (стохастичні, випадкові). Недетерміновані фрактали відрізняються від детермінованих тим, що вони будуються шляхом застосування керованої випадковості.

Потрібно відмітити, що Мандельброт написав величезну кількість наукових праць, зокрема, [163-166, 335 - 339], присвячених дослідженню фрактальної геометрії, спостережуваних у багатьох галузях людської діяльності: зміні цін і розподілів заробітної плати, статистиці помилок при викликах на телефонних станціях, частоті слів у друкованих текстах, різних математичних об'єктах тощо. Виявилось, що всі об'єкти з нечіткою, хаотичною, невпорядкованою структурою (а таких у природі переважна більшість) виявилися такими, що складаються із фракталів. Зв'язок між хаосом і фракталами далеко не випадковий – він виражає їхню глибинну сутність.

Особливість фрактальної геометрії полягає в тому, що надзвичайно складні форми можуть утворюватися за простих процесів генерування. Більш того, відповідно до теорії динамічних систем: прості, детерміновані рівняння можуть породжувати таку хаотичну поведінку, при якій система ніколи не вертається в стабільний стан і не виявляється ніякої закономірності. Часто такі системи поведуться цілком нормально до деякого певного значення ключового параметра, потім зазнають перехід, в якому існує дві можливості подальшого розвитку, потім чотири, і, нарешті, хаотичний набір можливостей. Тому фрактальну геометрію Мандельброта називають геометрією хаосу. Для вивчення реальних процесів застосовується саме теорія хаосу.

Повернемося до питання про те, чи дійсно існує необхідність використання фрактальної геометрії в математичному моделюванні еволюції економічних процесів і систем. Об'єктом моделювання у даному випадку виступають економічні часові ряди (ЧР), що відбивають динаміку економічної системи або процесу.

Відзначимо, що класична статистика базується на *центральної граничній теоремі* (або Законі великих чисел), яка стверджує, що в міру проведення все більшої кількості спостережень, граничний розподіл випадкових значень буде нормальним розподілом. Останнє означає, що події повинні бути незалежними, тобто не повинні впливати одна на одну, і при цьому всі вони повинні мати однакову ймовірність настання. Довгий час припускалося, що поведінка більшості реальних соціально-економічних систем підпорядковується нормальному або «майже нормальному» закону. На початку 90-х років минулого сторіччя фактично відпали сумніви в тому, що ринки капіталу не підпорядковуються нормальному закону. Разом із цим з'явилося усвідомлення того, що для адекватного моделювання цих ринків потрібний інструментарій нової статистики, відмінної від стандартної.

Так, досліджуючи економіку, Мандельброт [164], виявляє, що довільні на перший погляд коливання ціни можуть слідувати схованому математичному порядку в часі, що не описується стандартною статистикою. На весь світ прославилася «обрахування» Мандельбротом цін на бавовну (за цими цінами були надійні дані більш як за сто років). Коливання їх протягом дня здавалися непередбаченими, але комп'ютерний аналіз допоміг простежити тенденцію цінової зміни. Було виведено графік, на якому коливання цін за один конкретний день були накладені на більш тривалий відрізок часу. Мандельброт

простежив симетрію в тривалих коливаннях ціни й коливаннях короткочасних. Це відкриття виявилось повною несподіванкою для економістів. Сам Мандельброт у той час не цілком розумів їхній таємний зміст, але відчував, що знайшов щось дуже важливе. Пізніше з'ясувалося, що він інтуїтивно почав розробляти рекурсивний (фрактальний) метод в економіці. Ознайомившись із роботами знаменитого британського гідролога Херста, він дійшов висновку про існуючу залежність між рівнями цін: про кореляції, які спадають згодом, але настільки повільно, що, «здається, ніколи не зникнуть повністю, як би далеко назад у часі ми не верталися» [166].

Таким чином, виявилось (і до цього часу багато вже дослідників дійшли впевненості в цьому), що відповідний інструментарій нової статистики вже існує у вигляді непараметричної методології, що була відкрита Х.Е. Херстом. У 1951 р. він опублікував роботу, яка мала назву «Довгострокова місткість водоймища». На перший погляд робота розглядала моделювання проекту водоймища, але Херст залучив у своє дослідження багато природних систем і розробив нову статистичну методологію для розрізнення випадкових та не випадкових систем, сталості трендів і тривалості циклів, якщо такі є. Тобто, він розробив метод, названий методом нормованого розмаху, або R/S -аналізом, який використовується для розрізнення випадкового часового ряду та фрактального часового ряду.

Простежимо логіку народження Херстом нової статистики, що одержала пізніше назву «фрактальна статистика». Херст знав про роботу Ейнштейна (1908), у якій обґрунтовувалося наступне твердження: у процесі броунівського руху випадкова частка проходить відстань R , що збільшується пропорційно квадратному кореню із часу T спостереження за цією часткою, тобто $R \sim \sqrt{T}$.

Відзначимо, що це рівняння використовується, наприклад, у фінансовій математиці для того, щоб обчислити стандартне відхилення. Херст пронормував розмах R стандартним відхиленням S і представив наступне узагальнення вищевказаного рівняння: $(R/S)_n = C * n^H$, де C – константа, а n – число спостережень (рівнів), що складають розглянутий часовий ряд (ЧР). Значення $(R/S)_n$ називаються *нормованим розмахом*, а показник ступеня H називається *показником Херста*. Відзначимо при цьому, що показник Херста можна наближено, але з прийнятною точністю, обчислювати за допомогою наступної процедури: побудувати в декартових координатах точки зі значенням ординати $y_n = \log(R/S)_n$ та значеннями абсциси $x_n = \log(n)$ та обчислити тангенс кута нахилу відрізка прямої, що для цих точок представляє просту регресію, яку знайти за допомогою методу найменших квадратів.

Ідея нової статистики народилася у вигляді наслідку з наступного факту: якби рівні спостережуваного ЧР (у Херста ці рівні представляли собою величину річних приливів Нілу) були незалежно розподілені, то для значення H повинна виконуватися рівність $H = 0,50$. Але Херст виявив, що $H = 0,91$. Останнє означає, що нормований розмах збільшується швидше, ніж квадратний корінь із часу. Значення $H = 0,91$ означало, що зміни в щорічних нільських розливах впливали один на одного або, інакше кажучи, що розглянутий ЧР (приливів Нілу) має довгострокову пам'ять. Подалі дослідження Херста та інших учених призвели до відкриття існування пам'яті практично у всіх ЧР, що відбивають еволюцію явищ природи - випадання опадів, плями на сонці, річні кільця у дерев та ін. Аналіз одної з найдовших виборок методом нормованого розмаху був проведений Мандельбротом та

Уоллісом [339] для дослідження давніх кліматичних змін за товщиною шарів у шаруватих мулистих відкладеннях озера Томіскамінг, що у Канаді. Ці дані охоплюють період з 1809 року, а отримане для них значення показника Херсту дуже велике ($H = 0,96$).

Якщо H відрізняється від 0,50, то це означає, що спостереження не є незалежними. Кожне спостереження має пам'ять про всі події, що йому передують. І це не короткострокова пам'ять, яку часто називають «марківською». Це інша пам'ять – довгострокова (або, краще, довготривала), теоретично вона зберігається назавжди. Недавні події мають вплив більший, ніж події віддалені, проте залишковий вплив цих останніх завжди відчутний. Усвідомлення універсальності цього факту з'явилося через третину сторіччя, коли численними дослідниками було встановлено, що довгострокова пам'ять властива багатьом ЧР, що відбивають динаміку еволюційних процесів у соціально-економічній та інших сферах людської діяльності. Цікавим є також той факт, що Мандельброт – засновник фрактальної геометрії – визначив концепцію довгострокової пам'яті (залежності) у поясненні результатів, які отримав Херст як «один із стовпів фрактальної геометрії» [166]. У цій самій роботі вчений відмічає, що «ніхто не може бути незалежним від світу ... Світова економіка — це безмежно складна машина... У такому світі вплив давно минулих подій на сучасність цілком узгоджується зі здоровим глуздом». Застосування методу нормованого розмаху Херста виявило, що статистичні властивості багатьох природних явищ, а також ринкова статистика краще всього описуються за допомогою одного з видів випадкових одновимірних фракталів – узагальненого броунівського руху (що і пояснює назву «фрактальна статистика»). Опис математичного

інструментарію та алгоритмів використання фрактальної статистики, зокрема, R/S -аналізу, можна знайти в [131, 207, 208, 237, 238].

Якщо система за достатньо тривалий термін дає статистику Херста H , то це свідчить про результат взаємопов'язаних подій. Мірою взаємного зв'язку подій, як відомо, є коефіцієнт кореляції. Вплив сучасного на майбутнє може бути поданим наступним кореляційним співвідношенням [208]:

$$C = 2^{2H-1} - 1, \quad (1.1)$$

де C – міра кореляції, H – показник Херста.

Область значень показника Херста H – це інтервал $(0,1)$. Значення показника H дозволяє розбити (класифікувати) всі ЧР на три групи: 1) $H = 0,5$, 2) $0 \leq H < 0,5$ та 3) $0,5 < H \leq 1$. На рис. 1.6 представлено графіки ЧР, що породжено узагальненим броунівським рухом та відрізняються значенням показника Херста H .

Значення $H = 0,5$ (рис. 1.6б) вказує на випадковий ЧР. Події випадкові та некорельовані (відповідно (1.1) $C = 0$). Сучасне не впливає на майбутнє.

Якщо $H \in (0,5; 1]$ (рис. 1.6а), то розглянутий ЧР є персистентним, або трендостійким [207, 208] і характеризується ефектом довгострокової пам'яті. Події тим більш корельовано, чим ближче значення H до одиниці (відповідно C також наближається до одиниці або до 100% кореляції згідно (1.1)). Відомо [208] також, що на основі значення показника Херста H можна отримати значення фрактальної розмірності D ЧР за наступною формулою

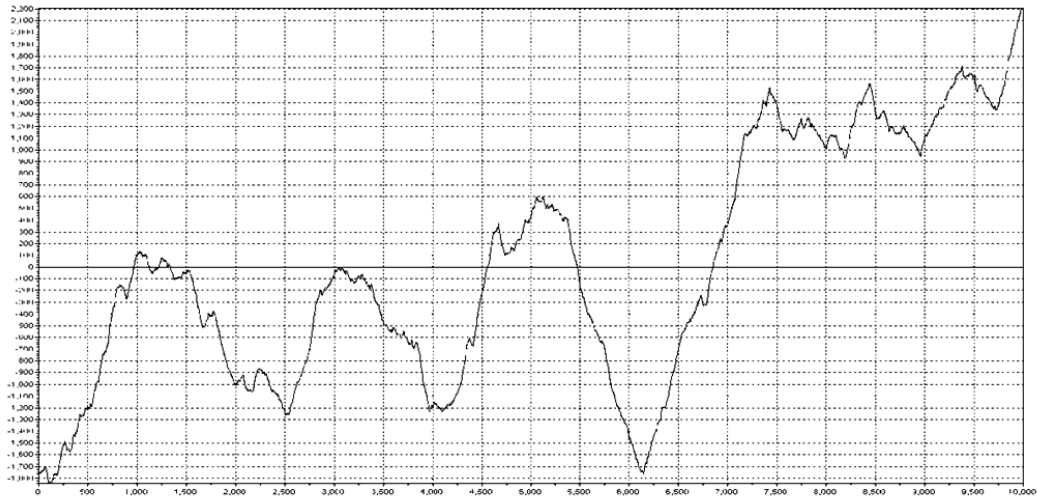
$$D = 2 - H. \quad (1.2)$$

Цілком детермінована система повинна породжувати гладку криву. Фрактальний ЧР «виокремлює» цілком випадковий процес від детермінованої системи, що збурена випадковими подіями. При цьому величина показника Херста H характеризує відношення сили тренду (детермінований чинник) до рівня шуму (випадковий чинник). Тому показник Херста також слугує оцінкою ступеня «зашумленості» ЧР.

У випадку $H \in (0,5; 1]$ (рис. 1.6а) фрактальна розмірність наближається до одиниці, що відповідає цілком детермінованій системі, а тому рівень шуму тим більш низький, чим більше H , і якщо ЧР зростає (спадає) у попередній період, то ймовірно, що він (за причини несуттєвих або малих збурень) буде зберігати цю тенденцію деякий час у майбутньому.

Більш того, наприклад, Е. Федер, розглядаючи статистику морських хвиль і отримавши $H = 0,92$, стверджує [261], що якщо висота хвиль збільшувалася на протязі часу t , то можна очікувати її збільшення на протязі наступного періоду з такою ж тривалістю. І навпаки, якщо висота хвиль зменшується на протязі часу t , то треба очікувати її подальшого зменшення на протязі такого ж інтервалу часу. Інакше, персистентні стохастичні (випадкові) процеси виявляють достатньо чітко виражені тенденції змін за відносно малого шуму. Тому, коли маємо справу із проявами персистентних стохастичних процесів, виникає спокуса та основа щодо пошуку періодичностей.

Значення $H \in [0; 0,50)$ (рис. 1.6в) відповідає антиперсистентним, або ергодичним, ЧР [207, 208]. У нестрогому визначенні антиперсистентність означає повернення до середнього або, в іншій термінології, реверсування (чергування додатних та від'ємних приростів) частіше, ніж у випадковому процесі.



a) $H = 0,95$



б) $H = 0,5$



в) $H = 0,2$

Рисунок 1.6 – Графіки ЧР, що відбивають динаміку узагальненого броунівського руху із різними значенням показника Херста H

Стійкість такої антиперсистентної поведінки залежить від того, наскільки H наближається до нуля. Чим ближче значення H до нуля, тим ближче C у (1.1) до $-0,5$, тобто від'ємної кореляції. Такий ЧР більш мінливий, або волатильний, ніж випадковий ЧР. У цьому випадку фрактальна розмірність D наближається до значення $D = 2$, тобто має місце значна «зашумленість» ЧР, а тому, якщо система демонструє зростання у попередній період, то скоріше за все у наступному періоді (за причини впливу шуму або збурень) почнеться спадання. І навпаки, якщо мало місце зниження, то ймовірним є близьке зростання. Цікавим є той факт, що, незважаючи на широке розповсюдження концепції повернення до середнього в економічних та фінансових джерелах, антиперсистентних економічних ЧР було знайдено дуже замало.

Підсумовуючи значення показника H для аналізу економічної динаміки, що представлена у вигляді ЧР, у тому числі, наприклад, ринку, необхідно вказати, що похідну від нього величину $H - 0,5$ вважають *мірою недосконалості* такого ринку [164].

Фрактальна статистика, яку надає метод нормованого розмаху Херста, є дієвим інструментом моделювання та аналізу явищ, що відбуваються в економіці. Роботи дослідників у цьому напрямі [9, 23, 34, 46, 51, 54, 56, 65, 68, 114–116, 206–210, 227, 228, 250, 265, 271, 278, 293] які можна знайти у наукових джерелах, підтверджують цю думку.

Таким чином, значення числових показників, що характеризують ефекти довгострокової пам'яті, відіграють дуже важливу роль у моделюванні та передпрогнозному аналізі ЧР, особливо таких ЧР, стосовно яких класичні методи прогнозування [74, 101, 172, 177] є неадекватними.

Завершуючи огляд щодо появи та застосування фрактального аналізу як нової (фрактальної) статистики

для моделювання та аналізу економічних систем та процесів, необхідно відзначити ще два моменти.

По-перше, важливим є питання щодо адекватності результатів, які отримано на основі значення показника Херста H . Аналіз можливих перешкод та процедуру обґрунтування адекватності H – тесту на перемішування – можна знайти в роботах Е. Петерса [207, 208]. Цей тест базується на тесті, що розроблено Шейнкманом та Ле Бароном [348] для кореляційної розмірності.

По-друге. Ми приділили достатньо уваги до викладу витоків фрактального підходу до моделювання економічних систем. Проте необхідно відмітити, що на даний час розділом фрактальної геометрії, що активно розвивається та має практичні застосування, є мультифрактальний підхід. Основні поняття щодо мультифракталів введено Мандельбротом при обговоренні явища турбулентності та надалі розповсюджені на інші ситуації. Під *мультифракталом* розуміють [261] комплексний фрактал, який може визначатися (детермінуватися) не одним єдиним алгоритмом побудови, а декількома послідовно змінюючими один одного алгоритмами. Кожен з них генерує паттерн зі своєю фрактальною розмірністю. Для опису мультифракталу обчислюють мультифрактальний спектр, який містить ряд фрактальних розмірностей, що притаманні елементам даного мультифракталу. Відповідно до [164], провідна відмінність, що відрізняє модель уніфрактальну (що розглянуто вище) від мультифрактальної моделі, полягає у характері значення саме показника Херста H : якщо для уніфрактальної моделі показник H є незмінним з часом, то для мультифрактальної моделі він неперервно змінюється ($H = H(t)$) та приймає множину значень.

Тобто показник Херста H та його поведінка знову є визначальними у діагностуванні характеру еволюції системи або процесу. У [163] можна знайти приклади використання мультифракталів для моделювання поведінки цін, які схожі з ринковими системами (товарні, фінансові ринки).

На закінчення відмітимо, що фрактальний аналіз не витісняє інші методології (наприклад, спектральний аналіз, вейвлет-аналіз, інші методи еконофізики [10, 48, 61, 167, 221, 246] тощо); він є сильною формою аналізу ЧР і повинен бути одним із інструментів передпрогнозного аналізу.

1.2.2 Фазовий аналіз

У процесі наукового пізнання дуже важливу роль відіграє форма подання інформації. У сучасних умовах швидкого зростання її об'єму та значного ускладнення процесів, що відбуваються в економіці, науковий аналіз та прогнозування, які базуються на застосуванні математичних методів, технічно підкріплені ефективними засобами високопродуктивних інформаційних технологій. Назустріч складним задачам економічної теорії приходять широкі графічні можливості систем комп'ютерної математики, які дозволяють «побачити» характерні властивості, а також визначити кількісні характеристики динаміки процесів по графічних образах, безпосередньо, як говорять, «на екрані монітора».

За епістемологічною теорією, висунутою Нобелівським лауреатом І. Пригожиним, «процес пізнання об'єктивно вимагає підключення людини до буття пізнаваного як системи, що об'єктивно розпізнає» [223].

Видатний американський психолог та дослідник Рудольф Арнхейм стверджує: «Візуальне сприйняття є візуальне мислення... Елементи мислення в сприйнятті та елементи сприйняття в мисленні взаємно додаткові. Вони перетворюють людське пізнання в єдиний процес, який веде безупинно від відчуття сенсорної інформації до найбільш теоретичних понять та ідей» [80].

Візуалізація графічних образів вигідно відрізняє способи подання інформації у нових підходах від інших, традиційних для економіки, наприклад, табличних. Звичайно, саме в таблицях збирається та впорядковується первинна інформація. Але в наукових працях, де потрібно викласти нову ідею, звернути увагу на просторовий розподіл або динаміку процесу, наочно, рельєфно уявити собі наслідки тих або інших пропонованих або економічних законів, які відкриваються, - таблиці виявляються неспроможними [42]. У той же самий час графіка рельєфна, добре доступна для огляду, виявляє причинно-наслідкові зв'язки, «будить думку» тощо.

Для використання повною мірою багатих аналітичних та графічних можливостей сучасних інформаційних технологій, офісних пакетів та візуалізаційних можливостей професійних систем комп'ютерної математики (типу MATLAB, MAPLE та ін.) на порядок денний виходить питання про необхідність математичних моделей та методів, метою яких є таке подання інформації, що дозволяє діагностувати характер поведінки економічної системи, а також дістати нетривіальних висновків для подальшого використання їх у процесах управління. Саме таким методам – доволі новим для економіки – візуалізації інформації щодо економічної динаміки та продуктивним математичним методам отримання наукового знання

відносно складної поведінки економічних систем і присвячений даний підрозділ.

Згідно сучасних поглядів економіка розглядається як складна **динамічна система** (ДС).

Цим поняттям користувався ще на початку 20-го сторіччя А. Пуанкаре. Незважаючи на те, що поняття ДС є ключовим зокрема для детерміністичного підходу, його зміст дотепер до кінця не встоявся. Аналіз літератури показує, що в термін «ДС» найчастіше вкладається різний зміст, тому корисно обговорити його докладніше.

Поняття «система» використовується зазвичай в традиційному (неформальному) значенні - «цілісний комплекс взаємопов'язаних елементів, який має певну структуру та взаємодіє із оточуючим середовищем» [284, с. 24].

Різноманітність більше пов'язані з розумінням змісту слова «динамічний» і тим, про які елементи та системи йде мова - про реальні об'єкти, про математичні конструкції, або про ті та інші одночасно. Деякими авторами це поняття навіть виводиться за рамки детермінізму та пов'язується з випадковістю. Розглянемо приклади означення поняття ДС різних відомих фахівців із цього питання, навівши фрагменти з їх книг.

«Поняття ДС виникло як узагальнення поняття механічної системи, рух якої описується диференціальними рівняннями Ньютона. У своєму історичному розвитку поняття ДС, як і будь-яке інше поняття, поступово змінювалося, наповнюючись новим, більш глибоким змістом..... У наш час поняття ДС є доволі широким. Воно охоплює системи будь-якої природи: фізичної, хімічної, біологічної, економічної та ін., причому *не тільки детерміновані системи, але й стохастичні*. Опис ДС також припускає велику розмаїтість: він може

здійснюватися або за допомогою диференціальних рівнянь, або такими засобами, як функції алгебри логіки, графи, марківські ланцюги тощо.» [35].

«Під ДС ми розуміємо будь-яку систему, якою би не була її природа, що може приймати різні математичні форми: звичайних диференціальних рівнянь (автономних та неавтономних), диференціальних рівнянь у частинних похідних, відображень прямої або площини» [25].

У параграфі «Що таке динамічна система?» книги [159] відзначається: «Взагалі кажучи, у різних книгах можна знайти різні тлумачення терміна ДС, наприклад такі:

- це синонім терміна «система звичайних диференціальних рівнянь» (ЗДР) $dx/dt = f(x)$;

- це синонім терміна «автономна система звичайних диференціальних рівнянь» $dx/dt = g(x)$;

- це математична модель деякої механічної системи.

Ми (Малинецький, Потапов – ред.) будемо дотримуватися точки зору ..., відповідно до якої поняття ДС є узагальненням поняття автономної системи диференціальних рівнянь і містить у собі дві основні компоненти: фазовий простір P (метричний простір або многовид) та однопараметричну неперервну або дискретну групу (напівгрупу) $\varphi^t(x)$ або $\varphi(x,t)$ його перетворень. Параметр групи t - це час».

Інше, не менш формалізоване, визначення: «ДС - це четвірка об'єктів (X, B, μ, A) , де X - топологічний простір або многовид, тобто абстрактний образ простору станів, B - деякі цікаві підмножини в X , наприклад, замкнуті орбіти або нерухомі точки. Вони утворюють алгебру в тому розумінні, що містять не тільки окремі елементи, але й їхнє об'єднання та перетин. Вони необхідні, щоб ввести міру, оскільки сама X може й не бути вимірною. μ – це міра,

наприклад, об'єм або частота відвідування траєкторією якоїсь області. Бажано, щоб вона була ергодичною, єдиною та інваріантною щодо групи перетворень F_t , що і визначає еволюцію. Іноді додають і типову (у сенсі міри μ) початкову точку. Наприклад, для оператора F_t , $t \in \mathbb{Z}$: $x_{t+1} = F_1(x_t) \equiv x_t(1 + x_t)$ точка $x_0 = 0$ не є типовою - вона не призводить до еволюції» [130].

«Під ДС умовилися розуміти систему будь-якої природи (фізичну, хімічну, біологічну, соціальну, економічну тощо), стан якої змінюється (дискретно або неперевно) у часі» [58].

«Абстрагуючись від конкретної фізичної природи об'єкта, про нього говорять як про ДС, якщо можна вказати такий набір величин, які називаються динамічними змінними та характеризують стан системи, що їх значення в наступний момент часу отримуються із вихідного набору за певним правилом. Це правило задає, як говорять, оператор еволюції системи» [108, с. 7].

«ДС можна представляти як об'єкт будь-якої природи, стан якого змінюється в часі відповідно до деякого динамічного закону, тобто як результат дії *детермінованого* оператора еволюції. Таким чином, поняття ДС є наслідком певної ідеалізації, при якій зневажають впливом випадкових збурень, неминуче присутніх у будь-якій реальній системі Кожній ДС відповідає деяка математична модель ...» [16].

«ДС - система, поведінка якої задається деяким набором правил (алгоритмом). Динамічна система представляє собою лише модель якої-небудь реальної системи. Будь-яка реальна система піддається флуктуаціям і тому не може бути динамічною» [113].

Цілям нашої книги найбільш близьке останнє визначення, що не вносить труднощів у класифікацію

можливих ситуацій. Багато реальних явищ або об'єктів можуть бути достатньо успішно розглянуті і як випадкові, і за допомогою «детерміністичного» математичного апарата.

Таким чином під **динамічною системою** будемо розуміти об'єкт або процес, для яких однозначно визначене поняття стану як сукупності значень деяких величин у заданий момент часу та заданий оператор, що визначає еволюцію початкового стану в часі. Цей оператор називають **оператором еволюції**. Оператор еволюції (деяке правило) дозволяє за початковим станом визначити стан системи в будь-який наступний момент часу. Тому поняття «динамічна система», «еволюційний процес» та «еволюція системи» (зміна із часом її станів) розглядаються як синоніми. Для опису поведінки економічної системи використовують знання про її стан у певні дискретні проміжки часу, кількість яких скінченна або злічена. Тому економіку можна розглядати як динамічну систему з *дискретним часом* і для опису її розвитку скористатися дискретними відображеннями, наприклад, різницевими рівняннями.

Істотною перевагою динамічного моделювання є можливість наочного представлення інформації, особливо у випадках малої розмірності системи та малого числа параметрів. Для цього використовують формальні простори: *простір станів (фазовий простір)*, *простір параметрів* та різні їхні *гібридні варіанти* [62, 109, 277].

Позначимо стан системи (економічної, технічної, соціальної, екологічної та ін.) в деякий момент t через $x(t)$, йому відповідає точка з координатами $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$. Тобто, стан динамічної системи в деякий момент часу t описує вектор $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$, різним векторам (надалі будемо говорити коротко - точкам) відповідають різні стани. Точка $x(t)$ - *точка, що зображує стан системи* -

точка евклідового векторного R_n простору, який називається **фазовим простором**. Зауважимо, що координатами фазового простору залежно від розглянутих задач і поставлених цілей також можуть бути (а тому на осях координат формального простору відповідно відкладаються) або значення динамічних змінних, або значення параметрів, або по одним - параметри, а по іншим – змінні. Точка $x(t)$ називається **фазовою точкою**. Оскільки між станами системи та фазовими точками, які їх зображують, має місце ізоморфізм, то різниці між ними найчастіше не робиться.

Термін «динаміка системи» (або «еволюція системи», «еволюційний процес») означає хронологічно впорядковану послідовність точок фазового простору. У процесі еволюції фазова точка з часом зміщується уздовж деякої лінії - **фазової траєкторії**. Сукупність характерних фазових траєкторій називають **фазовим портретом** системи [23, 62, 109, 277]. З математичної точки зору фазова траєкторія та фазовий портрет – це множини з деякою структурою. При певній навичці за видом фазового портрету можна багато чого сказати про можливий характер динаміки системи. Зауважимо, що в самій фазовій траєкторії (кривій у фазовому просторі) інформація про момент часу, коли точка опиняється в тому або іншому її місці, відсутня.

Як оператор еволюції використовують функцію, що виражає стан системи в деякий момент часу через її стан у попередній момент. При моделюванні економіки найчастіше є відомим її стан у задані дискретні моменти часу, що відповідає дискретному випадку. Тому моделю такої динамічної системи є наступне еволюційне рівняння:

$$x(t+1) = F(x(t)) = F(x), \quad t = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (1.3)$$

де $F(x)$ - оператор еволюції системи. При цьому число змінних, що визначають поведінку процесу, і тип функції, що описує цю поведінку, заздалегідь невідомі. Проте, якщо фазовий простір одновимірний, то графік правої частини еволюційного рівняння (1.3) – оператора еволюції $F(x)$ – дає наочне уявлення про еволюцію системи. Зокрема, якщо цей графік перетинає діагональ першої та третьої координатних чвертей, то координати цієї точки перетинання дають стаціонарну точку динамічної системи, тому що умовою перетинання графіка з діагоналлю першого та третього координатних кутів є співвідношення $x(t+1) = x(t)$. Динаміку системи зручно простежити графічно, як це показано на рис. 1.7.

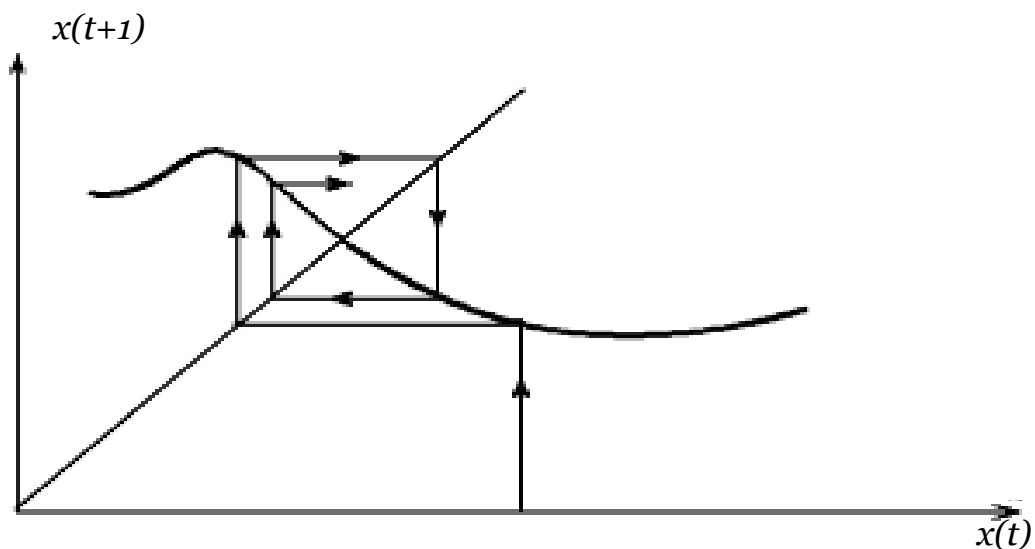


Рисунок 1.7 – Динаміка системи з дискретним часом

У типовій фазовій траєкторії можна виділити початкову ділянку (*перехідний процес*) та подальші етапи, які відрізняються більшим ступенем повторюваності – *усталена динаміка*. Усталеній динаміці, яка менш різноманітна, ніж перехідні процеси, у фазовому просторі дисипативних систем відповідають об'єкти, які називаються *атракторами* (від англійського «attract» – притягати, залучати). Необхідно зауважити, що строге визначення

атрактора – предмет багатьох дискусій у науковій літературі, і дотепер немає загальновизнаного формального визначення цього поняття. Неформально [277] **атрактор** – найменша множина, до якої прагнуть майже всі траєкторії динамічної системи з деякої області ненульового об'єму (початкових точок траєкторій).

Множини точок у фазовому просторі, з яких система потрапляє на атрактор, називається *басейном притягання* даного атрактора. Якщо атрактор у фазовому просторі єдиний, його басейном є весь фазовий простір. При наявності декількох атракторів говорять, що має місце *мультистабільність*. Відомо також [23, 277], що атрактори можуть існувати в просторі станів тільки *дисипативних динамічних систем*. Так називають системи, які мають властивість стиснення фазового об'єму. Помітимо, що таке визначення дисипативної системи є більш широким, ніж визначення, яке використовується у фізиці, де це - система з тертям.

Розглянемо деякі можливі види атракторів на прикладі тривимірного ($n = 3$) фазового простору (рис. 1.8). Крім станів рівноваги, що представляються точками (рис. 1.8,а), атрактор може представляти:

цикл – замкнену криву у фазовому просторі, образ динаміки, що повторюється з періодом T (рис. 1.8, б);

тор – «нескінченно тонку нитку, що намотується на бублик», образ квазіперіодичної динаміки (з двома характерними періодами T_1 і T_2 , що знаходяться в ірраціональному співвідношенні), рис. 1.8, в. Тор може мати три та більше виміри – представляти складну динаміку з трьома, чотирма і так далі некрратними частотами синусоїдальних компонентів;

дивний атрактор – фрактально влаштовану множину, яка зосереджена в обмеженій області фазового простору і є образом хаотичних коливань – (рис. 1.8, г).

У багатомірних системах із дискретним часом вид атрактора у фазовому просторі представляється шляхом перерізу лівих рисунків на рис. 1.8 площиною (перетин Пуанкаре [23]). Точка та однообертний цикл дає в перерізі одну точку. Більш складні цикли - кілька точок. Траєкторія на торі точками проколу січної площини «намалює» замкнену криву, що для дискретної системи представляє у фазовому просторі квазіперіодичну динаміку.

Хаотичний аттрактор буде представляти складно структуровану (часто, самоподібну) множину точок. Хаотична динаміка може спостерігатися у фазовому просторі навіть *одновимірних* необернених відображень. У одновимірному випадку, коли спостерігається часовий ряд скалярних величин $x(t) = x_t, t = 1, 2, \dots, T$, він утворює траєкторію, що є щільною на аттракторі [109, 237, 280, 283].

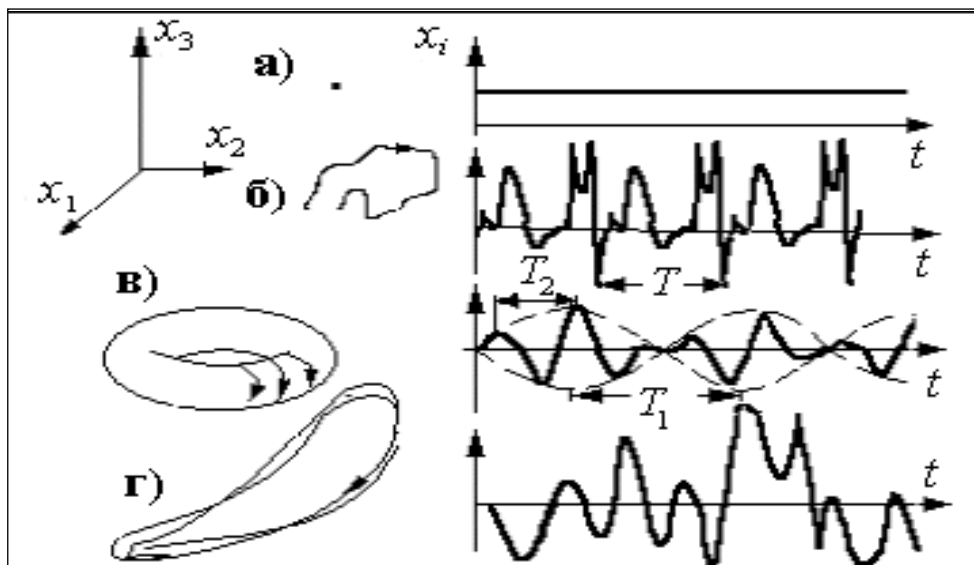


Рисунок 1.8 – Приклади характерних множин у фазовому просторі систем із неперервним часом (зліва) та часовими реалізаціями динаміки, якій вони відповідають (справа)

Окрім того, для одержання інформації про вихідну систему використовують такий спосіб представлення, за допомогою якого можна вертатися від спостережуваного стану системи до її попереднього стану. Це «повернення» можна здійснити шляхом побудови фазової траєкторії (фазового портрета) розмірності ρ :

$$\Phi_{\rho}(x) = \left\{ (x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+\rho-1}) \right\}, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (1.4)$$

У цьому випадку при використанні термінів «фазовий портрет» або «фазова траєкторія» мається на увазі, що сусідні точки множини (1.4) для наочності з'єднані відрізками прямої або кривої лінії. Об'єктивну інформацію про характер поведінки еволюційного процесу дослідник може одержати через спостереження (1.3), спираючись на корисну теорему Таккенса [351]: якщо система, що породжує часовий ряд, є n - розмірною, і забезпечене виконання нерівності $\rho \geq 2n + 1$, тоді в загальному випадку фазові траєкторії відтворюють динаміку досліджуваної системи. Існує дифеоморфізм [169] між фазовими траєкторіями та істинними даними, що породжуються системою. Цей чудовий результат дозволяє робити висновки про поведінку системи, спираючись на дані спостережень, і, більш того, одержувати інформацію для прогнозування цієї поведінки.

Існують різні підходи до представлення та аналізу фазових траєкторій. Серед них особливої уваги заслуговують, на наш погляд, «кусочно-поліноміальні» підходи, найбільш перспективним з яких є використання сплайн-функцій [42] або, коротко, сплайнів. Відмінна риса сплайнів полягає в тому, що вони складаються з відрізків степеневого полінома малого порядку (ступеню).

Ці відрізки сходяться в заданих вузлових точках процесу (вузлах решітчастої функції). Необхідною складовою частиною такого підходу є «зшивання кусків» сплайн-функції значеннями самої функції та значеннями її похідних. Така структура сплайну автоматично «збирає» його окремі фрагменти в єдиний ансамбль.

З точки зору моделювання економіки заслуговує на увагу також представлення динаміки системи в дво- та тривимірному фазовому просторі з осями: значення показника та його перша (друга) похідна [42]. Це обумовлено тим, що за економічним змістом перша похідна визначає тенденції економічного процесу. Друга похідна, яка дуже ефективно застосовується у фізиці, відіграє там провідну роль у визначенні поняття «сила». За думкою [Винтиз], застосування другої похідної в економіці «ще чекає свого часу» для глибокого аналізу та прогнозування економічної кон'юнктури та, саме головне, для «явного визначення «економічних сил», які управляють економічною еволюцією».

Виявилось, що сплайн-портрети економічної динаміки, є плідним математичним апаратом фазового аналізу. На рис. 1.9 - 1.11 [42] з ілюстративною метою представлені фазові сплайн-портрети динаміки інфляції в США. Вони демонструють циклічність (що дивно стабільно зберігається), періодичність інфляції в різні роки - як стабільного процвітання (1975-1988 р.) економіки США, так і «неспокійних» часів (1929-1949 р.). У представлених фазових портретах координати кожної точки визначені в такий спосіб: абсциса - це рівень інфляції (SPL3_ILE), ордината - це значення її першої похідної (SPL3_ILE1D), що вказує перспективу подальшої зміни.

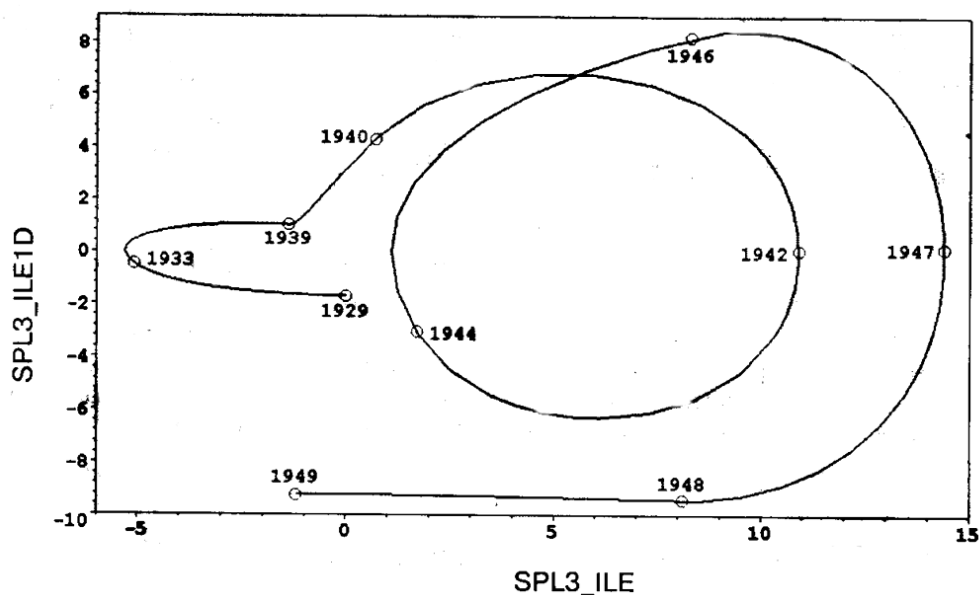


Рисунок 1.9 – Фазовий портрет - кубічне сплайн-представлення - інфляційних процесів у США в 1929 – 1949 рр.

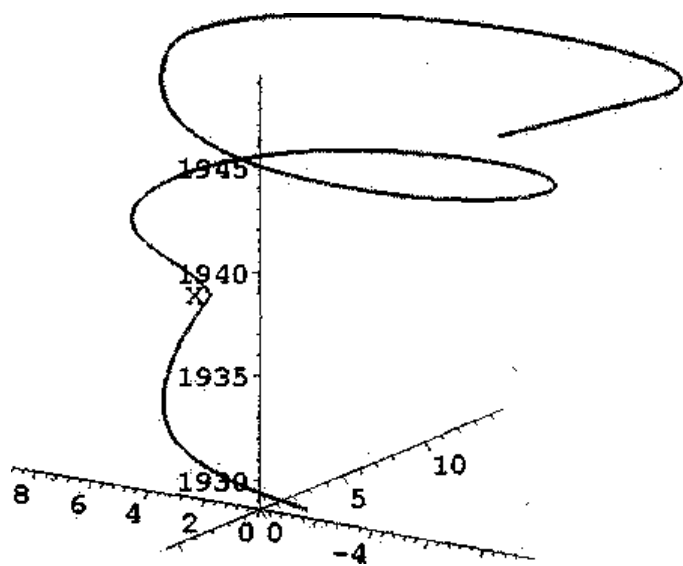


Рисунок 1.10 - Тривимірна фазова спіраль інфляції економіки США в 1929-1949 рр.

На рис. 1.9 та 1.10 добре видно роки із дефляцією (від'ємною інфляцією) (1929 – 1939), а потім послідовне «розкручування» спіралі. З рис.1.10 видно, що інфляційна спіраль «розгортається» у часі разом із зростанням амплітуди коливань.

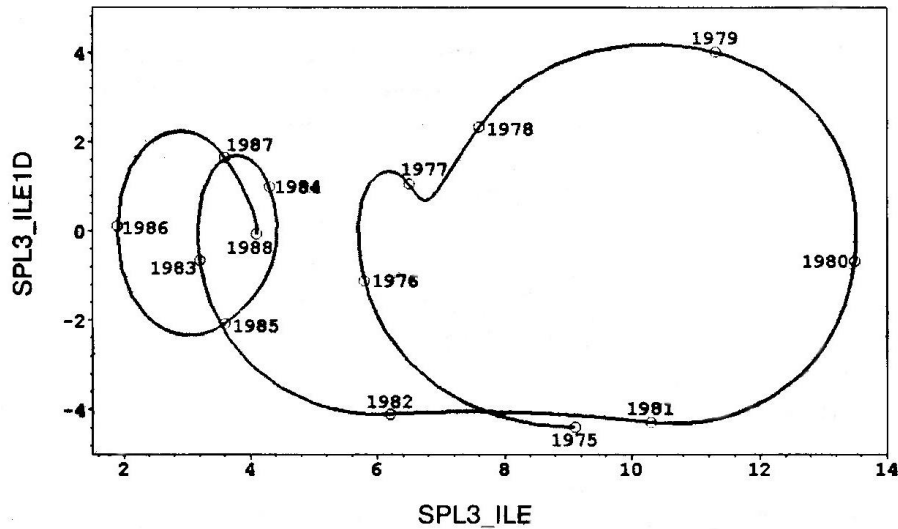


Рисунок 1.11 – Фазовий портрет сплайн-образів рівня інфляції в економіці США в 1975 – 1988 рр.

На рис. 1.11 можна явно спостерігати «велику інфляційну спіраль» в 1975 – 1982 рр. та «малу» в 1982 – 1988 рр. Цей період відповідає періоду, коли президентом США був Р. Рейган (з 1980 р.). Його керівництво («рейганоміка») мало наслідком перехід від «великої» до «малої» спіралі та зведення річної інфляції від приблизно 14% до 2-4%.

Фазовий аналіз дозволяє проводити порівняльний аналіз як часових інтервалів економічного показника, так і його значення для різних систем. Для приклада на рис. 1.12-1.14 представлено фазові портрети інфляційних процесів в економіці Росії з 1992 по 2008р. На рис. 1.12 можемо спостерігати велику гіперінфляційну гілку 1992 – 1995 рр. (експоненційне зростання). З рис. 1.13 видно, що інфляційна спіраль почала «згортатися» в 1995 – 2001 рр. (згасаюче коливання). Рис. 1.14 відображає інфляційну картину останніх років (2000 – 2008 рр.), що характеризується спонтанністю руху інфляції та появою циклів на фазовому портреті.

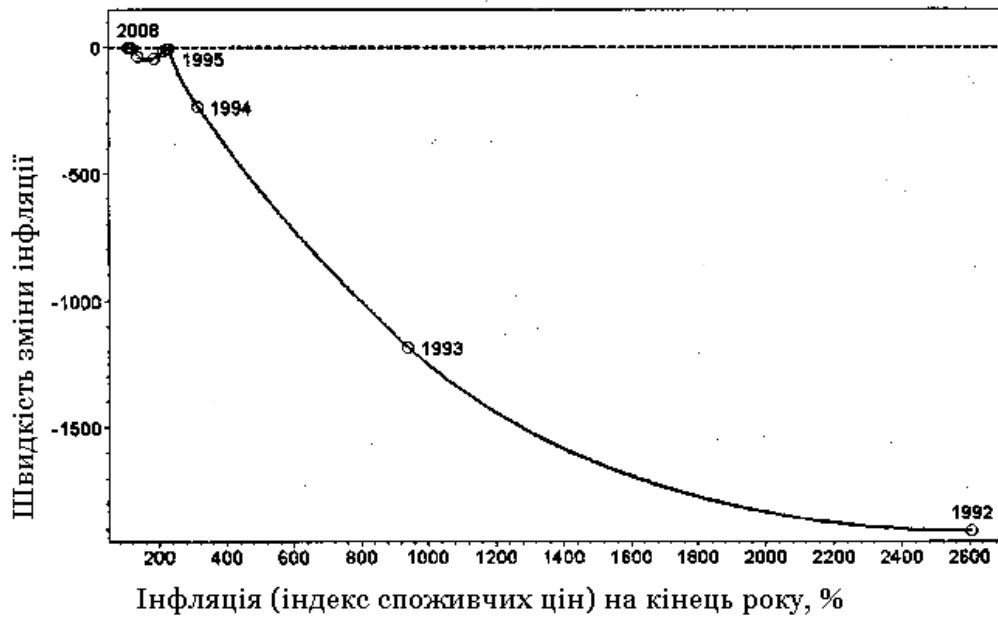


Рисунок 1.12 – Фазовий портрет (представлення із використанням кубічного сплайну) інфляційних процесів в економіці Росії 1992 – 2008 рр.

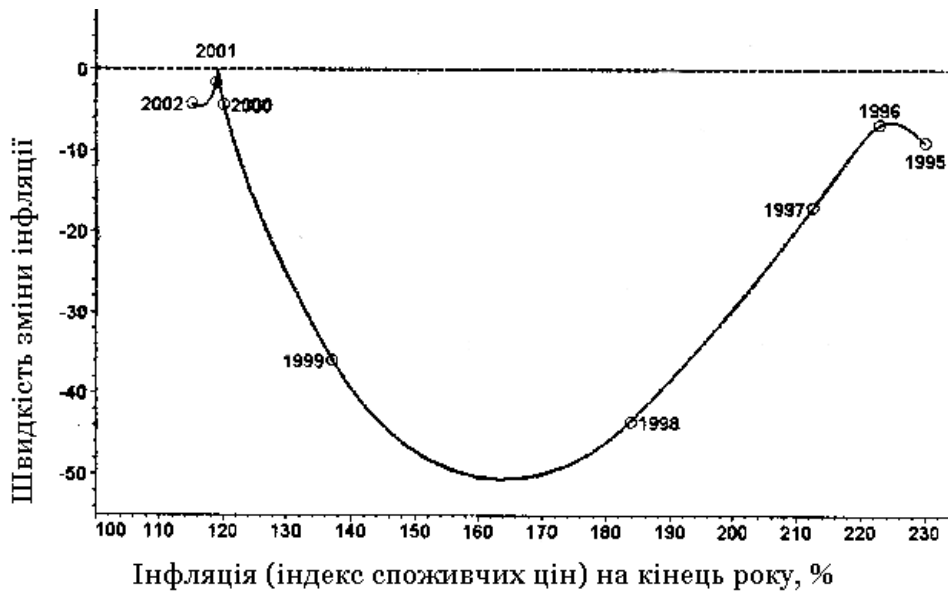


Рисунок 1.13 – Фазовий портрет (кубічний сплайн) інфляційних процесів в економіці Росії 1995 – 2002 рр.

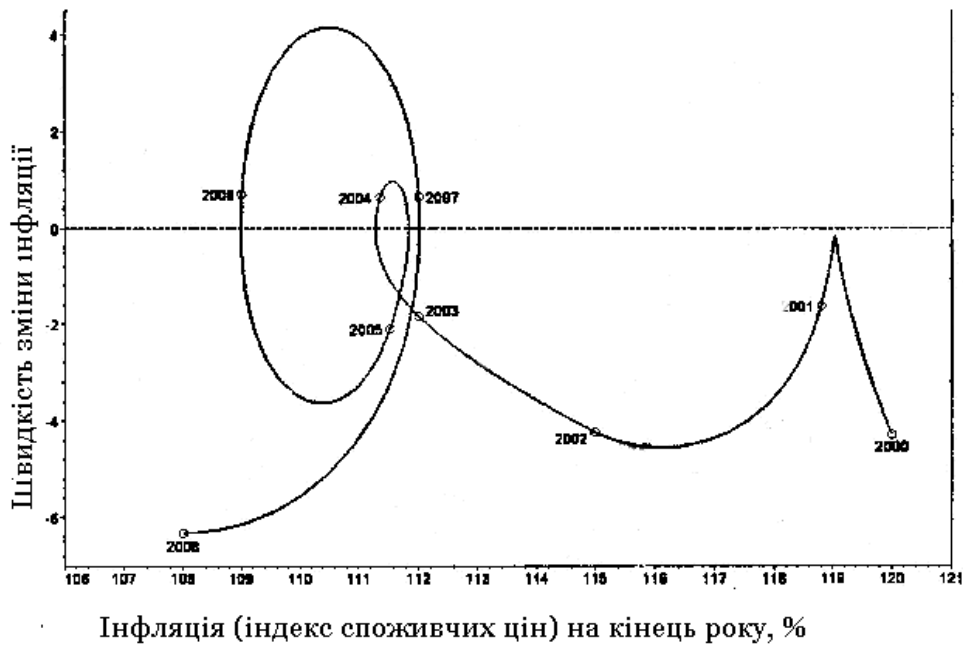


Рисунок 1.14 – Фазовий портрет інфляційних процесів в економіці Росії 2000 – 2008 рр.

Результати, що отримано авторами [42] дозволяють по-новому подивитися на багато економічних процесів. На сплайн-функціях базуються методи прогнозування, суть яких полягає в екстраполяції ковзне-середніх прогнозних тенденцій. Проте, в англійській літературі термін *spline-smoothing* перекладається як «сплайн-згладжування» і підкреслює обмеженість застосування сплайн-функцій - тільки для побудови інтерполяційної кривої на дискретній множині точок.

1.2.3 Клітинні автомати – алгоритмічна модель складної системи

Теорія клітинних автоматів (англ. *Cellular Automata*) є складовою частиною дискретної математики (а саме, її розділу - теорії абстрактних автоматів), яка дозволяє успішно моделювати економічну динаміку шляхом синтезу достатньо простих алгоритмів і концепцій.

Уперше ідея клітинних автоматів (КА) була запропонована Конрадом Цузе та Станіславом Уламом і втілена практично Джоном фон Нейманом з метою відтворити поведінку складних просторово розміщених систем [354]. Американський математик Дж. Нейман обґрунтовано вважав, що багато складних явищ, такі, як самовідтворення, зростання та розвиток, морфогенез, турбулентні процеси, які важко моделювати за допомогою диференціальних рівнянь, вдається описати за допомогою клітинних автоматів. При цьому досліджені ними структури були, головним чином, 1- та 2-вимірними, хоча розглядалися й більш високі розмірності. Питання універсальності обчислень поряд з іншими теоретичними питаннями поведінки даного типу клітинних структур також не було упущено з виду. КА-модель Дж. фон Неймана одержала подальший розвиток у роботах його безпосередніх послідовників, чії результати разом із закінченою та відредагованою роботою самого Джона фон Неймана було видано А. В. Берксом [3, 186, 313, 355].

З точки зору історії розвитку теорії КА, інтерес представляє внесок, що привнесли в дану проблематику (як були згадано вище) піонерські роботи К. Цузе, з якими світове наукове співтовариство ознайомилося досить пізно й навіть (найчастіше) без згадування про нього. При цьому, К. Цузе не тільки створив перші програмовані комп'ютери (1935 - 1941) та винайшов першу мову програмування високого рівня (1945), але був також і першим, хто ввів ідею *Rechner Raum* (обчислювані простори) [3], іншими словами - клітинні автомати в сучасній термінології. Тільки через багато років подібні ідеї були перевидані, популяризувалися та розвивалися в роботах інших авторів таких, як Э. Фредкін, Т. Тоффолі, С. Вольфрам та ін. [3, 257, 352, 353, 357-360].

З роботами Стівена Вольфраму та ряду інших авторів, які поглянули на багато фізичних теорій з алгоритмічної точки зору [109, 358], пов'язане становлення теорії клітинних автоматів. Видана під його редакцією антологія [357], а також монографія [360] дають досить повне уявлення про сучасний йому стан розвитку теорії клітинних автоматів.

Клітинним автоматом (КА) називають дискретну динамічну систему, яка представляє собою сукупність однакових деяким чином поєднаних між собою клітин, поведінка яких цілком визначається у термінах локальних залежностей [257]. Всі клітини утворюють мережу (решітку) клітинних автоматів. Стан кожної клітини змінюється у дискретні моменти часу. Стан у наступний момент визначається станом у попередній момент часу самої клітини та клітин, які входять в її локальний окіл і називаються найближчими сусідами [109, 280]. У більш формальному представленні КА – це динамічна система, що складається із множини A ідентичних, таких, що мають границю машин або клітин, які повторно змінюють «кольори» або стан, додержуючись заздалегідь визначених правил, і ці правила однаково діють стосовно всіх елементів множини A в дискретному часовому відрізку. Новий «колір» для клітини $x \in A$ визначається деяким співвідношенням клітин, що є сусідами із x . Це вказується правилом (множиною) N_x . Клітинні автомати можуть бути одне-, двох- або багатовимірними (d - вимірними, $d \geq 3$) при цьому, найчастіше їхнє визначення базується на цілочисельних решітках Z^d . Наприклад, для $d = 1$ інтервал околу $x \in N_x = \{y \in Z : |x - y| = \rho\}$, де ρ - числовий параметр, який називається радіусом. При використанні терміну «радіус» маються на увазі не тільки числа, але й вектори,

матриці або просто стани машини, що знаходиться в клітині x .

Коли $d = 2$, загальний вибір називається сусідством Мура з радіусом ρ , який є квадратним блоком $(2\rho + 1) \cdot (2\rho + 1)$, що розміщено у клітині $x = (x_1, x_2)$. Більш точно, це множина

$$N_x = \{y = (y_1, y_2) : |x_1 - y_1| \leq \rho\} \text{ та } |x_2 - y_2| < \rho.$$

Інше визначення радіуса у двовимірному випадку - це так зване сусідство фон Неймана:

$$N_x = \{(y = y_2) : |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| \leq \rho\}.$$

У загальному випадку клітини у КА можуть мати один з k різних кольорів, проте, дуже часто використовують лише два кольори (білий та чорний).

Гіпотеза Вольфраму полягає в тому, що велика кількість фізичних, соціально-економічних, технічних та інших систем і їх моделей, для яких у цей час невідомий прямий опис, є обчислювально неприводимими [109]. Для еволюційних процесів таких систем спостерігається відсутність характеристичного масштабу часу та простору, тобто в описі процесу не існує домінуючих характеристичних довжин і не фігурують такі критичні значення часу, як, наприклад, період напіврозпаду в радіоактивному розпаді. Зазначена відсутність може бути заміщена за рахунок використання такої характеристики, як самоподібність. У такій ситуації на базі інструментарію клітинних автоматів з'являються принципово нові методи, наприклад, теорія самоорганізованої критичності [158-160, 280]. До класичних об'єктів цієї теорії, запропонованої Пер

Баком, Чао Таном і Куртом Вісенфельдом [298-302], відносяться схід лавин, біржові крахи, ряд процесів мікроекономіки [158].

Автори самоорганізованої критичності побудували свою теорію на базі клітинних автоматів. Цікаво відзначити, що базовим прикладом цієї теорії стало уявлення про збільшення купи піску, що відбувається в процесі випадкового кидання піщин на чашу. Через деякий час додавання ще однієї піщини викличе опадання n піщин, де n прийнято називати розміром лавини. Таке опадання піщин з купи імітує двовимірний клітинний автомат, у пам'яті якого схил купи представляється точками з координатами (x, y) . Змінною величиною є сила ваги z . Якщо в деякій точці (x, y) сила ваги $z = z(x, y)$ перевищує критичне значення z_c , то піщина обсипає, змінюючи, точніше, збільшуючи при цьому силу ваги чотирьох сусідніх з нею піщин згідно наступного правила:

$$z(x, y) \rightarrow z(x, y) - 4,$$

$$z(x \pm 1, y) \rightarrow z(x \pm 1, y) + 1,$$

$$z(x, y \pm 1) \rightarrow z(x, y \pm 1) + 1.$$

Із практичної точки зору та ігрового експерименту клітково-автоматна модель заявила про себе наприкінці 60-х рр. ХХ ст., коли Дж. Х. Конвей представив добре відому тепер гру «Життя» («Life»). Гра стала дуже популярною через рубрику М. Гарднера в журналі *Scientific American* та привернула увагу до проблематиці КА як численних учених з різних галузей, так і аматорів [3, 5, 315]. Первісною метою цієї гри було запрограмувати доволі простий набір правил для вивчення макроскопічної поведінки популяцій.

Критерій для відбору правил був заснований на тій принципі, що зростання або розпад популяції не повинні бути легко передбачуваними. З погляду теорії алгоритмів принципово важливим є той факт, що у 80-ті роки Конвей, Госпер та інші виявили можливість моделювати машину Тьюринга клітинним автоматом. Більш того, виявилось, що достатнім інструментарієм для моделювання машини Тьюринга є відома клітинно-автоматна гра «Життя» [109, 280]. У 1990 році Метью Кук представив строге доведення можливості моделювання машини Тьюринга достатньо простим клітинним автоматом, що був запропонований Вольфрамом за назвою «правило 110» [357].

На сьогодні гра «Життя», імовірно, найвідоміша КА-модель; при цьому, вона має здатність до самовідтворення так само, як обчислювальну універсальність. Універсальність гри була доведена Дж. Конвеем, який показав, що універсальна машина Тьюринга може бути занурена в гру «Життя», тобто робота машини Тьюринга імітується просторово-часовою динамікою такої КА-моделі. Пізніше був запропонований доволі простий спосіб реалізувати будь-яку булеву функцію в конфігураціях гри «Життя». Таким чином, навіть така дуже проста КА-модель виявилася еквівалентною універсальній машині Тьюринга. До цієї КА-моделі не пропадає значний інтерес і дотепер.

Як сказано вище, гра «Життя» описується за допомогою інструментарію теорії автоматів, точніше, сама по собі представляє плоский (двовимірний) КА. Цей приклад може служити наочною ілюстрацією для сформульованих до теперішнього часу загальних правил побудови клітинних автоматів.

1. Перше, що необхідно визначити - це структура простору, у якому повинен працювати КА. У двовимірному КА ця структура реалізується решітками, тобто

двовимірним масивом клітин. В одновимірному (лінійному) КА решітки представляють ланцюжок клітин (одновимірний масив).

2. Другий параметр - це мінімальний окіл, тобто та сукупність клітин решітки (навколо обраної клітини), де діє простий локальний закон. Таких локальних околів може бути безліч - від однієї клітини до всього поля, але самими дослідженими у двовимірному випадку є околи з чотирьох або восьми клітин. Перший з них - це симетричний окіл, що складається з чотирьох сусідів - Північ, Південь, Схід і Захід; другий - це (повний) окіл фон Неймана. Повний окіл складається з восьми сусідів: до симетричного околу (околу Мура) додається ще чотири клітини по діагоналях.

3. Третім параметром для визначення поведінки системи КА є число станів клітини на полі (від 1 до n); значення цього параметра залежить від розв'язуваної задачі. Так, для побудови системи автоматів, що само відтворюються, Дж. фон Нейман використав клітини з 29 станами. Самі досліджені автомати мають два стани - 0 та 1 (виключений - включений, мертва - жива та ін.); цим станам у кожній конкретній задачі можна привласнити будь-який зміст.

4. Четвертий параметр - це правило «виживання» клітини, яке визначається як її стан у момент часу $k+1$ залежно від її стану та стану клітин мінімального околу в момент часу k . У загальному випадку правило реалізується функцією переходу $U(\bullet)$, кількість аргументів якої на одиницю більше числа елементів, що становлять мінімальний окіл. При цьому аргументи приймають значення станів клітини. Наприклад, в [360] Вольфрам досліджує лінійний КА, робота якого визначається «правилом 30» (rule 30): кожна клітина може мати два стани - 0 та 1; мінімальний окіл $\rho = 1$, тобто стан q клітини

x залежить тільки від стану p клітини $(x-1)$ - «сусід» ліворуч і стану r клітини $(x+1)$ - «сусід» праворуч. У цьому найпростішому випадку функція переходу визначається виразом

$$U(p, q, r) = p + (1 - 2p)(q - r - qr). \quad (1.20)$$

5. Клітинний автомат є тактуємою системою, тобто зміна станів всіх клітин відбувається одночасно (одиниця вимірювання – такт).

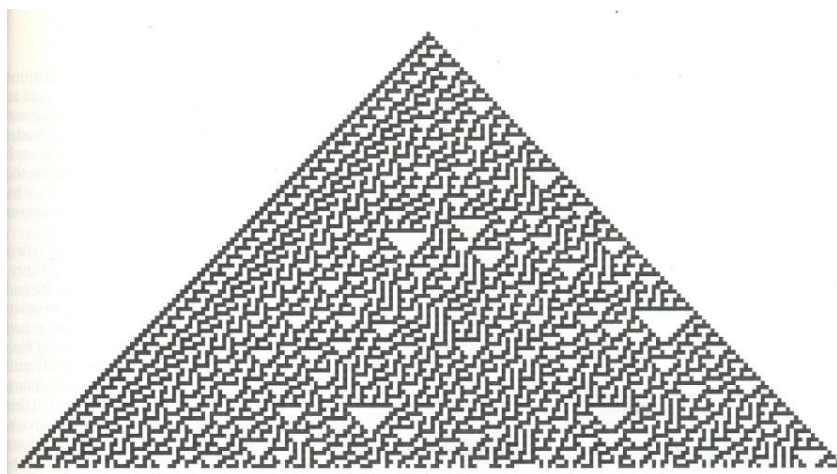


Рисунок 1.16 – Перші 100 тактів КА відповідно до правила 30

На рис. 1.16 представлено графічне зображення лінійного КА після 100 тактів його роботи відповідно до функції переходів (1.20). Тут стан клітини 0 представлено білими кольорами \square , а стан 1 представлений чорними кольорами \blacksquare . Вихідний (стартовий) стан КА має вигляд $\square\square\square\blacksquare\square\square\square\dots$. Його можна побачити на вершині піраміди рис. 1.16, де чорними кольорами зображений стан клітини x . У результаті другого такту клітини $(x-1)$, x , $(x+1)$ виявилися в тому самому стані \blacksquare , що відповідає значенню $U(p, q, r) = 1$ для кожної з них (див. другий ряд зверху в

«піраміді» на рис. 1.16). Після 100 тактів 201 клітин розглянутого КА виявилися в станах, які графічно представлені останнім (нижнім) рядом клітин «піраміді» на рис. 1.16. Вольфрам відзначає регулярність лівої частини фігури на рис. 1.16, проте, для основної частини клітин їхній стан (кольори) виявляються непередбачуваними.

Відзначимо, що серед лінійних КА таким, що фундаментально проаналізовано, є КА з наступними функціями переходів [360]:

$$\text{правило 110: } U(p, q, r) = q + r - qr - pqr;$$

$$\text{правило 170: } U(p, q, r) = r;$$

$$\text{правило 184: } U(p, q, r) = qr + (1 - q)p;$$

$$\text{правило 254: } U(p, q, r) = 1 - (1 - p)(1 - q)(1 - r).$$

Різні клітинні автомати можуть демонструвати достатньо різноманітну поведінку. Це дозволяє адаптувати їх для цілей обробки інформації за рахунок вибору:

- закону зміни стану елемента, тобто іншої функції переходу;
- конкретного визначення поняття «найближчі сусіди».

На додаток до представленого вище ілюстративного прикладу (1.20) розглянемо три різні функції переходів $U_s(p, q, r)$, $s = \overline{1, 3}$ для 1-вимірного КА: $U_1(p, q, r) = p \vee q \vee r$, $U_2(p, q, r) = p \vee (q \oplus r)$, $U_3(p, q, r) = p \wedge q \wedge r$, де логічні операції \vee , \oplus і \wedge означають відповідно диз'юнкцію, суму по модулю 2 та кон'юнкцію.

Поведінка КА для кожного з цих трьох випадків представлено на рис. 1.17-1.19, де стан 1 зображується чорними кольорами, а стан 0 - білими кольорами. У роботі

[82] її автори поведінку першої функції переходів називають терміном «піраміда», а другий - «проділ».

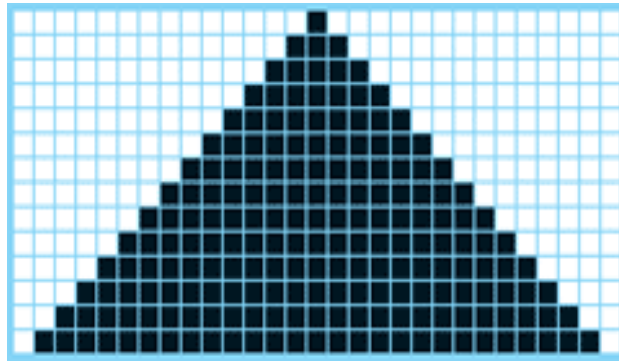


Рисунок 1.17 - Поведінка одновимірного КА з функцією переходів $U_1(p, q, r) = p \vee q \vee r$

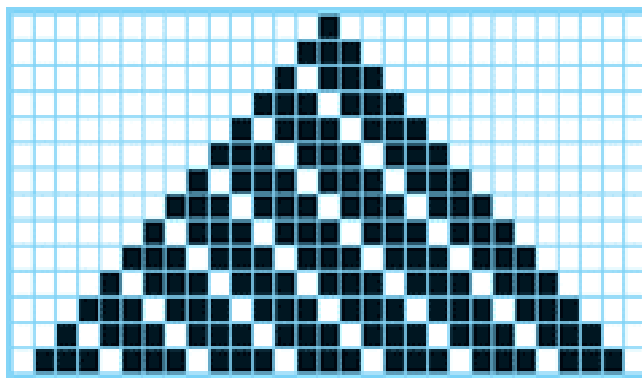


Рисунок 1.18 – Поведінка одновимірного КА із функцією переходів $U_2(p, q, r) = p \vee (q \oplus r)$

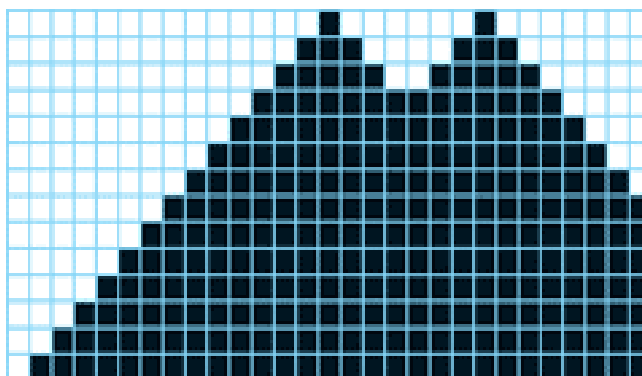


Рисунок 1.19 – Поведінка одновимірного КА із функцією переходів $U_3(p, q, r) = p \wedge q \wedge r$

Використаємо запропоноване в роботі [183] позначення функції переходів

$$y'(i, j) = f(y(i, j), y(i-1, j), y(i, j+1), y(i+1, j), y(i, j-1))$$

для 2-вимірного КА з функцією переходів

$$y'(i, j) = y(i, j) \wedge y(i-1, j) \wedge y(i, j+1) \wedge y(i+1, j) \wedge y(i, j-1). \quad (1.21)$$

Нехай як початкова конфігурація обрана одиниця в центральній точці решітки ґрат. Тоді на 15-ом кроці вийде конфігурація, зображена на рис. 1.20, а на 29-ом - на рис. 1.21.

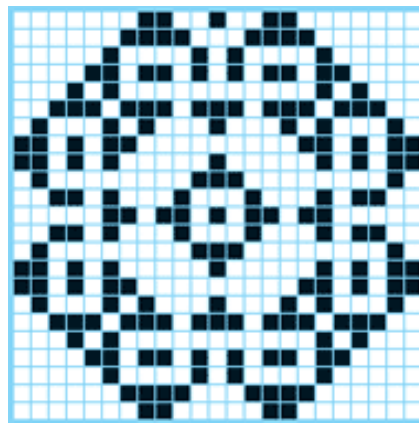


Рисунок 1.20 – Конфігурація, що одержана на 15-ом такті роботи КА із функцією переходів (1.21)

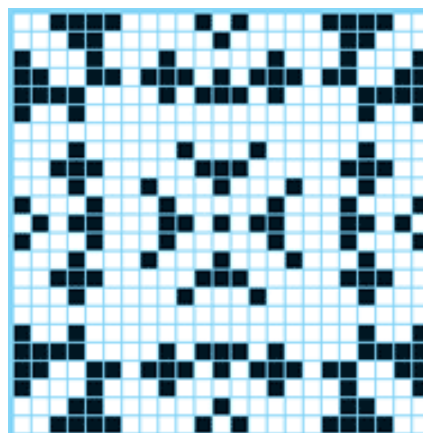


Рисунок 1.21 – Конфігурація, що одержана на 29-ом такті роботи КА із функцією переходів (1.21)

Подальший розвиток та широка популяризація теорії КА пов'язані з іменами таких дослідників як S. Amoroso, E. Banks, J. Buttlar, E. Codd, S. Cole, G. Hedlund, G. Herman, J. Holland, M. Kimura, Y. Kobuchi, A. Maruoka, E.F. Moore, J. Myhill, H Nishio, T. Ostrand, A. Smith, T. Yaku, H. Yamada, A. Waksman і деяких інших, роботи яких в 60-х - 70-х рр. привернули увагу до даної проблематики з теоретичної точки зору, а також вирішили та сформулювали цілий ряд доволі цікавих проблем. Згодом математики, фізики та біологи почали вивчати та використовувати клітинні автомати для різного роду проблем моделювання у своїх власних галузях дослідження. У цьому плані інтерес становить російський переклад збірки праць за ред. Р. Беллмана, що містить відомі роботи класиків та родоначальників даного напрямку Е.Ф. Мура, Дж. Майхілла та С. Улама [3, 304]. Розвитку теорії клітинних автоматів та її застосуванню в різних галузях присвячено роботи [18, 57, 97, 103, 104, 117, 161, 183, 203, 211, 309, 320].

Для моделювання економіки клітинні автомати з успіхом застосовуються, наприклад, при моделюванні процесів поширення новин та інновацій [305]. Подібна модель функціонує за наступними правилами: кожний індивід (або особа, що приймає рішення) відповідає одній клітині, що може перебувати у двох станах: 1 - новинка прийнята; 0 - новинка не прийнята. Передбачається, що автомат, прийнявши новинку один раз, залишається в стані 1 назавжди. Автомат ухвалює рішення щодо прийняття новинки, орієнтуючись на думку найближчих сусідів (використовується окіл Мура). Тобто, якщо в околі даної клітини є m прихильників новинки та p - імовірність прийняття новинки (генерується по ходу роботи моделі), то, коли pm перевищує деяке граничне значення, клітина сприймає нововведення (приймає значення 1). На думку

авторів цієї моделі, клітинне моделювання дозволяє будувати значно більш реалістичні моделі ринку інновацій, ніж традиційні підходи до дослідження поширення інновацій.

Зауваження 1.7. У публікаціях, присвячених нейронним мережам [36, 55, 59, 73, 86, 129, 180, 187, 231, 234, 235, 259, 266, 295], відзначено, що існує певна подібність роботи алгоритмів для нейронних мереж і для клітинних автоматів. Наприклад, розглянута без навчання нейронна мережа Хопфілда [129, 234] цілком може розглядатися, як клітинний автомат, елементами якого є формальні нейрони. Як закон зміни стану нейроавтомату використовується граничне перетворення зваженої суми входів нейронів, а найближчими сусідами кожного елемента є всі інші елементи автомата.

У теорії клітинних автоматів є класифікація [316, 357, 360], відповідно до якої всі автомати поділяються на чотири класи залежно від типу динаміки станів, що змінюються. Автомати *першого* класу після закінчення скінченого часу досягають однорідного стану, у якому значення всіх елементів однакові й не змінюються з часом. До *другого* класу автоматів належать системи, що приводять до локалізованих структур стаціонарних або періодичних у часі станів елементів. *Третій* клас складають «блукаючі» автомати, які із часом відвідують довільним (неперіодичним) чином *всі можливі* стани елементів, не затримуючись у жодному з них. І, нарешті, *четвертий* клас становлять «дивні» автомати, характер динаміки яких залежить від особливостей початкового стану елементів. Деякі початкові стани призводять до однорідного виродження автомата, інші - до виникнення циклічної послідовності станів, треті - до безупинно мінливим (як «за системою», так і без видимої системи) картина активності

елементів. До автоматів четвертого типу належить знаменита гра «Життя» Дж. Конвея [109, 280]. Кожний елемент (клітина) плоского поля «Життя» може знаходитися в стані спокою або активності. Спочиваючий елемент може відродитися до активності, якщо поруч із ним знаходиться рівно 3 активних сусіда. Активний елемент зберігає «життєздатність» при двох активних сусідах. Якщо сусідів менше, ніж 2, то настає загибель (від «нудьги»).

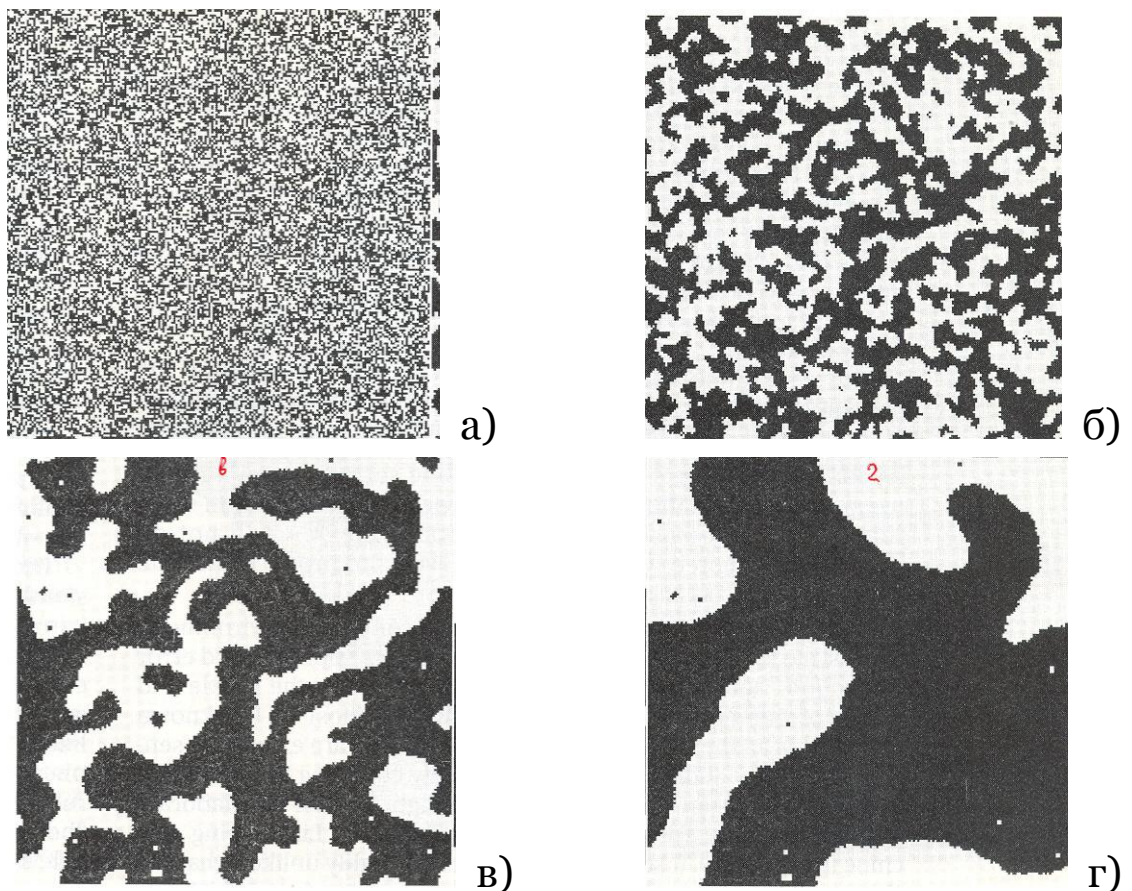


Рисунок 1.22 – Клітинний автомат із функцією переходів «Симетрія», що здійснює кластерізацію випадкового стартового стану клітин поля а) плоского КА

Можна говорити про неозоро широку розмаїтість в організації взаємодії елементів клітинних автоматів. У результаті стає можливим описувати такі складні явища, як

ріст кристалів із зародкових станів, дифузія та міграція рідини в неоднорідному пористому середовищі, особливості виникнення та розвитку турбулентності в потоках рідин і газів, поширення імпульсу в нервовій системі, ріст пухлини в біологічній тканині, розвиток лісових пожеж і інші явища.

Судячи з рисунків, наведених в [280, 360], клітинні автомати можна використовувати як інструментарій фрактальної геометрії та кластеризації (див. рис.1.20, де кластери б), в) та г) отримані після певної кількості тактів). Нагадаємо одне з визначень фрактальної геометрії [164, 261], що представляє фрактал, як структуру, що складається із частин, які в якомусь сенсі подібні до цілого (самоподібність). Властивість самоподібності властива як детермінованим клітинним автоматам, робота яких зводиться до багаторазового застосування фіксованих правил, так і стохастичним клітинним автоматам, які діють за випадковими правилами. Наприклад, дифузію моделює автомат, що підпорядковується «м'якому» закону, що говорить: «Копіюй випадкового сусіда» [280].

Підсумовуючи основні відомості про сутність, історію розвитку теорії клітинних автоматів та їх застосування, необхідно відзначити також, що нову хвилю зацікавленості до різного типу формальним клітинним моделям в останні роки обумовлюють проблеми дискретної математики та синергетики, задачі штучного інтелекту та робототехніки, проблеми моделювання процесів самоорганізації та теорія паралельних дискретних динамічних систем, основні сучасні тенденції розвитку перспективних архітектур високопаралельної обчислювальної техніки, паралельні обробка інформації та алгоритми, фізичне й біологічне моделювання, а також цілий ряд інших важливих передумов у різних галузях сучасного природознавства, соціології та економіки.

Також необхідно відмітити, що у наш час поряд із поняттям «клітинні автомати» використовується (як основний синонім) поняття «однорідних структур» (в англomовній термінології відповідно - Cellular Automata та Homogeneous Structures). Це пов'язано з тим, що в результаті теоретичних наробок виділено клас клітинних моделей, які реалізують високопаралельний спосіб дії. Важливішими з таких моделей і є однорідні структури (ОС). Однорідні структури становлять особливий інтерес у теорії абстрактних автоматів саме з погляду їхнього структурного аспекту (як регулярних мереж ідентичних елементарних автоматів, що взаємозалежні лише локально). Структурна організація ОС забезпечує цілий ряд важливих якісних характеристик, що представляють теоретичний і ще більшою мірою прикладний інтерес.

У теперішній час моделі КА досліджуються з багатьох точок зору й взаємозв'язок такого типу однорідних структур із вже існуючими проблемами виявляється постійно. Проблематиці КА у цілому та її окремими напрямками присвячено оглядові роботи таких дослідників, як В. Аладьєв, V. Cimagalli, K. Culik, D. Niebeler, A. Lindenmayer, A. Smith, P. Sarkar, M. Mitchell, T. Toffoli, R. Volmar, S. Wolfram і ін. [3]. Ряд книг і монографій таких авторів, як В. З. Аладьєв, А. Адаматський, E. Codd, А. Ильяшинський, M. Duff, M. Garzon, M. Duff, P. Kendall, S. Wolfram, В. Кудрявцев, N. Margolus, T. Toffoli, O. Martin, K. Preston, B. Voorhees, M. Sipper, R. Vollmar та деяких інших містять історію розвитку теорії КА та ОС. При цьому, на жаль, єдиної точки зору на історичний аспект по даному питанню не існує [3]. Бібліографія, яка представлена в [3, 38, 104, 105, 106, 303, 325, 340, 341, 352, 356], містить багато корисних посилань на роботи із проблематики КА, включаючи її численні прикладні аспекти.

На даний час опублікована достатньо велика кількість монографій та збірок статей, присвячених різним теоретичним та прикладним аспектам проблематики ОС (зокрема роботи [3, 5, 6, 294, 296, 304, 330, 331, 307, 345, 349, 358, 359]), досягнуто певний прогрес у цьому напрямку, що пов'язано, насамперед, із успіхами теоретичного характеру, істотним розширенням сфери застосувань моделей ОС (і, відповідно, КА). Ці результати стосуються, головним чином, інформатики та кібернетики, фізики, біології, обчислювальних наук). Зростає і чисельність кількості дослідників у даній галузі. У таких країнах, як Росія, США, Японія, Великобританія, Німеччина та інших, видано ряд монографій та збірників, які узагальнюють та підбивають підсумки розвитку тих або інших напрямів теорії ОС (ТОС) та її численних додатків у багатьох галузях. На пострадянському просторі можна виділити дві школи, у яких активно розвиваються математичні (фундаментальні) основи ТОС: науковий колектив кафедри математичної теорії інтелектуальних систем та лабораторії Проблем теоретичної кібернетики Московського державного університету під керівництвом академіка Кудрявцева В.Б. [103-106, Е11] і Талліннська Творча Група під керівництвом проф. Аладьєва В.З. (огляд основних результатів якої на змістовному рівні можна знайти в монографіях [3, 5-7]).

У цей час ТОС інтенсивно розвивається дуже великим колективом дослідників у багатьох країнах світу й, насамперед, у Росії, Естонії, США, Німеччини, Італії, Франції, Японії, Угорщині й Великобританії. Сформувався цілий ряд дослідницьких груп у зазначених країнах. Щорічно проводяться національні та міжнародні наукові форуми різного рівня по ТОС і її прикладних аспектах. З року у рік зростає кількість публікацій у різних як

періодичних, так і неперіодичних виданнях (у США з 1987 р. по цій проблематиці видається спеціальний журнал «Complex Systems»), спеціальних монографій, книг, праць конференцій і збірок статей, розробляються національні програми з проблематиці ТОС [Е27], що з повною підставою дозволяє говорити про постійно зростаючий інтерес до неї. ТОС представляє собою достатньо добре розвинену самостійну частину загальної теорії абстрактних автоматів зі своїми методами, проблематикою та додатками. Багато питань теорії КА (ОС) вирішено, але ще значне число залишається відкритими або перебуває на різних стадіях розв'язання. Оформленням теорії КА та ОС як самостійного наукового напрямку стало визначення для неї з 1979 р. спеціального індексу 68Q80 в AMS (міжнародної предметної класифікації Американського математичного суспільства), виділення спеціального розділу в Математичних енциклопедіях [3, 170, 312], активні спроби створення розвинутої класифікації напрямків у проблематиці КА (ОС) [316], а також створення під егідою ТГТР міжнародної робочої групи по клітинних автоматах (однорідним структурам). З 1987 р. проблематика КА (ОС) усе ширше представляється на міжнародних конференціях (США, Німеччина) з математичного та комп'ютерного моделювання. Користувачі комп'ютерної мережі *Internet* мають доступ до інформації з даної проблематики по ключових фразах «*cellular automata*», «*однорідні структури*», «*клітинні автомати*», включаючи й такі питання як дослідницькі групи, бібліографія, наукові форуми, окремі роботи та інші важливі аспекти проблематики КА та ТОС.

Проте, незважаючи на достатньо розвинуту теорію, необхідно відмітити, що застосування клітинних автоматів

для задач аналізу та прогнозування економічної динаміки ще залишається доволі обмеженим.

1.2.4 Еволюційні алгоритми та інструментарій генетичних алгоритмів

Генетичні алгоритми є одним із порівняно нових напрямів у теорії алгоритмів (алгоритміці), що активно використовується в сучасних системах інтелектуального аналізу даних (дейтамайнінгу) [53, 215, 245].

Еволюція в природі показала себе як потужний механізм розвитку та пристосування живих організмів до навколишнього середовища й дивує різноманіттям і ефективністю рішень. Тому дослідники в галузі комп'ютерних технологій звернулися до природи в пошуках нових алгоритмів. Група алгоритмів, що використовують у своїй основі ідею еволюції Дарвіна, називається **еволюційними алгоритмами**. В ній виділяють наступні напрями:

- генетичні алгоритми (ГА),
- еволюційні стратегії,
- генетичне програмування,
- еволюційне програмування.

Еволюція живих організмів, як відомо, визначається сполученням випадкових та не випадкових факторів, тому природною виявляється спроба виявити співвідношення випадкових і детермінованих компонентів в алгоритмах, що моделюють біологічні процеси. Методи пошуку в обмеженому символічному просторі, які засновані на еволюційному перетворенні об'єктів, одержали назву *генетичних алгоритмів (genetic algorithms)* [21, 22].

У загальному значенні генетичні алгоритми – це клас алгоритмів, інспірованих механізмами еволюції живої природи, які застосовуються переважно до задач глобальної

оптимізації (зокрема задач комбінаторної оптимізації) і деякою мірою для дейтамайнінгу, зокрема для навчання нейромереж, комбінування шаблонів з правил індукції, пошуку взірців у даних, відкриття шаблонів у тексті тощо [245]. Використання ГА дозволяє не тільки вирішувати й скорочувати перебір у складних задачах, але й легко адаптуватися до зміни проблеми.

Генетичні алгоритми застосовуються для розв'язання таких задач, як пошук глобального екстремума багатопараметричної функції, апроксимація функцій, задачі про найкоротший шлях, задачі розміщення, настроювання штучної нейронної мережі, знаходження ігрових стратегій, навчання машин та ін. [22, 111, 112, 129, 234, 244, 292, E14].

Фактично, генетичні алгоритми максимізують багатопараметричні функції. Тому їхня область застосування настільки широка. Всі наведені задачі розв'язуються саме шляхом формування функції, що залежить від деякого числа параметрів, глобальний максимум якої буде відповідати розв'язку задачі.

Батьком сучасної теорії генетичних алгоритмів (ГА) [111, 112, 129, 234, 317, 318, 324] вважається Дж. Холланд (J. Holland), чия робота «Adaptation in Natural and Artificial Systems» (1975) [324], стала класикою в цій галузі. У ній Холланд уперше ввів термін «генетичний алгоритм». Зараз описаний там алгоритм називають «класичний ГА» (іноді «канонічний ГА», *canonical GA*), а поняття «генетичні алгоритми» стало дуже широким, і найчастіше до них відносяться алгоритми, що сильно відрізняються від класичного ГА.

Учні Холланда Кеннет Де Йонг (Kenneth De Jong) та Девід Голдберг (David E. Goldberg) внесли величезний вклад у розвиток ГА. На книгу Голдберга «Genetic

algorithms in search optimization and machine learning» (1989), посилаються автори практично кожної роботи із цієї теми.

Як уже було сказано вище, генетичні алгоритми працюють за аналогією з природою. Вони оперують із сукупністю «особин», що представляють собою рядки, кожен з яких кодує одне з розв'язків задачі. Пристосованість особини оцінюється за допомогою спеціальної функції. Найбільш пристосовані одержують шанс схрещуватися та давати потомство. Найгірші особини видаляються та не дають потомства. Таким чином, пристосованість нового покоління в середньому вище попереднього.

Ідея генетичних алгоритмів спирається на основні положення еволюційної теорії, яка стверджує, що кожний біологічний вид цілеспрямовано розвивається та змінюється для того, щоб щонайкраще пристосуватися до навколишнього середовища. Можна сказати, що еволюція - це процес оптимізації всіх живих організмів. При цьому враховується той факт, що еволюціонують хромосоми, а не самі живі істоти, і так само, як у природі, здійснюється пошук гарних хромосом без використання якої-небудь інформації про характер розв'язуваної задачі. Потрібною є тільки деяка оцінка кожної хромосоми, що відбиває її пристосованість. Механізм селекції полягає у виборі хромосом із найвищою оцінкою (тобто найбільш пристосованих), які репродукують частіше, ніж особини з більш низькою оцінкою (гірше пристосовані). Репродукція означає створення нових хромосом у результаті рекомбінування генів батьківських хромосом. Рекомбінація - це процес, у результаті якого виникають нові комбінації генів. Для цього використовуються дві операції: *схрещування*, що дозволяє створити дві зовсім нові

хромосоми нащадків шляхом комбінування генетичного матеріалу пари батьків, а також *мутація*, що може викликати зміни в окремих хромосомах.

У генетичних алгоритмах застосовується ряд термінів, запозичених з генетики, насамперед, «хромосоми», а також «популяція», «особина», «алель», «генотип», «фенотип» [234]. Від традиційних методів оптимізації генетичні алгоритми відрізняються кількома базовими елементами. Зокрема, генетичні алгоритми:

- 1) обробляють не значення параметрів самої задачі, а їхню закодовану форму;
- 2) здійснюють пошук розв'язку, виходячи не з єдиної точки, а з деякої популяції;
- 3) використовують тільки цільову функцію, а не її похідні або іншу додаткову інформацію;
- 4) застосовують імовірнісні, а не детерміновані правила вибору.

Перераховані чотири властивості, які можна сформулювати також як кодування параметрів, операції на популяціях, а також використання мінімуму інформації про задачу та рандомізація операцій призводять у результаті до стійкості генетичних алгоритмів і до їхньої переваги над іншими широко застосовуваними технологіями [104].

Основний (класичний) *генетичний алгоритм* (який також називають елементарним або простим генетичним алгоритмом) складається з наступних кроків:

- 1) ініціалізація, або вибір вихідної популяції хромосом;
- 2) оцінка пристосованості хромосом у популяції;
- 3) перевірка умови зупинки алгоритму;
- 4) селекція хромосом;
- 5) застосування генетичних операторів;
- 6) формування нової популяції;
- 7) вибір «найкращої» хромосоми.

Блок-схема класичного генетичного алгоритму зображена на рис. 1.23. Докладно механізм роботи ГА описано в [318, 347], підхід до дослідження ефективності генетичних алгоритмів запропоновано в [22].

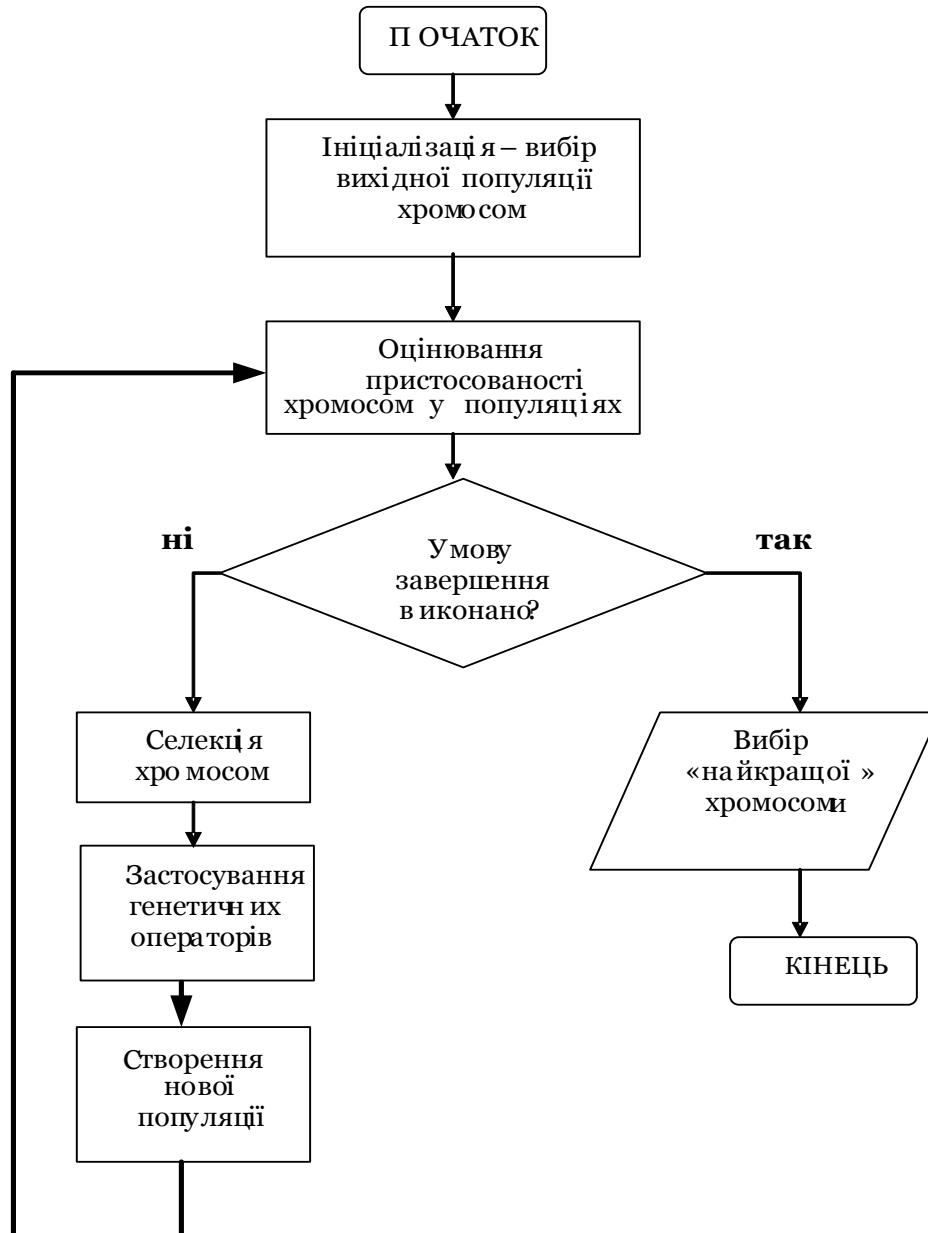


Рисунок 1.23 – Блок-схема класичного генетичного алгоритму

Розглянемо один з наочних прикладів застосування генетичного алгоритму в галузі економіки – для розв’язання задачі про розподіл інвестицій. Постановка задачі полягає у наступному: є інвестиційний капітал, якій потрібно розподілити серед 10 проектів.

Для кожного проекту задана функція залежності прибутку від обсягу вкладення. Потрібно знайти найбільш прибутковий варіант розподілу капіталу, за умови, що задано мінімальний і максимальний обсяг інвестицій для кожного проекту. У цій задачі змінними є обсяги інвестицій у кожний проект (10 змінних), а функцією, яку потрібно максимізувати - сумарний прибуток інвестора. Також дані значення мінімального та максимального обсягу вкладення в кожен із проектів, які задають область визначення кожної зі змінних.

Розглянемо розв'язання цієї задачі, за допомогою застосування відомих природних способів оптимізації. Будемо розглядати кожний варіант інвестування (набір значень змінних) як індивідуума, а прибутковість цього варіанта - як пристосованість цього індивідуума. Тоді в процесі еволюції (при відповідній організації) пристосованість індивідуумів буде зростати, а виходить, будуть з'являтися все більш й більш дохідні варіанти інвестування. Зупинивши еволюцію в деякий момент і вибравши найкращого індивідуума, ми одержимо достатньо добрий розв'язок задачі.

Генетичний алгоритм - це проста модель еволюції в природі, яка може бути реалізована у вигляді комп'ютерної програми. У ньому використовуються як аналог механізму генетичного спадкування, так і аналог природного відбору. При цьому зберігається біологічна термінологія в спрощеному вигляді. У табл. 1.1 наведено відповідність термінології щодо моделювання генетичного спадкування.

Щоб змоделювати еволюційний процес, згенеруємо спочатку випадкову популяцію - кілька індивідуумів з випадковим набором хромосом (числових векторів). Генетичний алгоритм імітує еволюцію цієї популяції як циклічний процес схрещування індивідуумів і зміни поколінь (див. рис. 1.24).

Таблиця 1.1 - Відповідність термінології щодо операцій при моделюванні генетичного спадкування

Хромосома	Булевий вектор (впорядкована послідовність з нулів та одиниць). Кожна позиція (біт) називається геном.
Індивідуум = генетичний код	Набір хромосом = варіант розв'язку задачі.
Кросовер	Операція, при якій дві хромосоми обмінюються своїми частинами.
Мутація	Випадкова зміна однієї або декількох позицій у хромосомі.

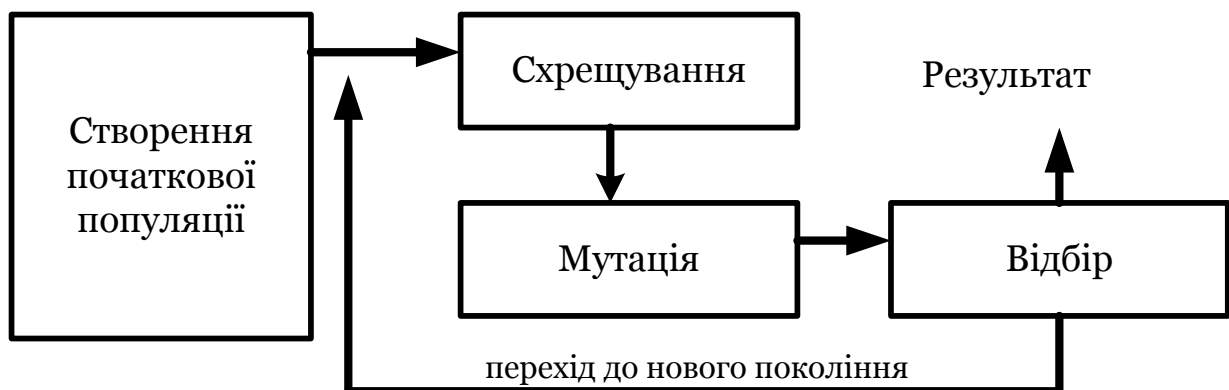


Рисунок 1.24 - Узагальнена схема імітації еволюції популяції у генетичному алгоритмі)

Життєвий цикл популяції - це декілька випадкових схрещувань (за допомогою кросовера) і мутацій, у результаті яких до популяції додається якась кількість нових індивідумів. Відбір у генетичному алгоритмі - це процес формування нової популяції зі старої, після чого стара популяція гине. Після відбору до нової популяції знову застосовуються операції кросовера та мутації, потім знову відбувається відбір, і так далі.

Відбір у генетичному алгоритмі тісно пов'язаний із принципами природного відбору в природі (відповідність щодо термінології наведена у табл. 1.2.).

Таблиця 1.2 - Відповідність термінології щодо операцій при моделюванні природного відбору

Пристосованість індивідуума	Значення цільової функції на цьому індивідуумі.
Вживання найбільш пристосованих	Популяція наступного покоління формується відповідно до цільової функції. Чим більш пристосований індивідуум, тим більше ймовірність його участі в кросовері, тобто розмноженні.

Таким чином, модель відбору визначає, яким чином варто будувати популяцію наступного покоління. Як правило, імовірність участі індивідуума в схрещуванні береться пропорційною його пристосованості. Часто використовується так звана *стратегія елітизму*, при якій кілька кращих індивідуумів переходять у наступне покоління без змін, не беручи участь у кросовері та відборі. У кожному разі кожне наступне покоління буде в середньому краще попереднього. Коли пристосованість індивідуумів перестає помітно збільшуватися, процес зупиняють і як розв'язок задачі оптимізації беруть найкращого зі знайдених індивідуумів.

Повертаючись до задачі оптимального розподілу інвестицій, пояснимо особливості реалізації генетичного алгоритму в цьому випадку:

індивідуум = варіант розв'язку задачі = набір з 10 хромосом X_j ;

хромосома X_j = обсяг вкладення в проект $j = 16$ -розрядний запис цього числа;

у зв'язку з тим, що обсяги вкладень обмежені, не всі значення хромосом є припустимими. Це враховується при генерації популяцій;

у зв'язку з тим, що сумарний обсяг інвестицій фіксований, то реально варіюються тільки 9 хромосом, а значення 10-тої визначається за ними однозначно.

На рис. 1.25 а)-в) наведено результати роботи генетичного алгоритму для трьох різних значень сумарного обсягу інвестицій K . Квадратами на графіках прибутків відзначено, який обсяг вкладення в даний проект рекомендований генетичним алгоритмом. Видно, що при малому значенні K інвестуються тільки ті проекти, які прибуткові при мінімальних вкладеннях. Якщо збільшити сумарний обсяг інвестицій, стає прибутковим вкладати гроші й у більш дорогі проекти. При подальшому збільшенні K досягається поріг максимального вкладення в прибуткові проекти, і інвестування в малоприбуткові проекти знову набуває сенсу.

Генетичні алгоритми часто застосовуються разом з нейронними мережами, дозволяючи створювати доволі гнучкі, швидкі та ефективні інструменти аналізу даних. Об'єднання генетичних алгоритмів та нейронних мереж відомо в літературі під аббревіатурою *COGANN* (*Combinations of Genetic Algorithms and Neural Networks*). Це об'єднання може бути допоміжним (*supportive*) або рівноправним (*collaborative*) [234]. Допоміжне об'єднання двох методів означає, що вони застосовуються послідовно один за іншим, причому один з них служить для підготовки даних, які використовуються при реалізації другого методу. При рівноправному об'єднанні обидва методи застосовуються одночасно. Класифікацію цих типів об'єднань генетичних алгоритмів та нейронних мереж можна знайти в [234, табл. 4.6].

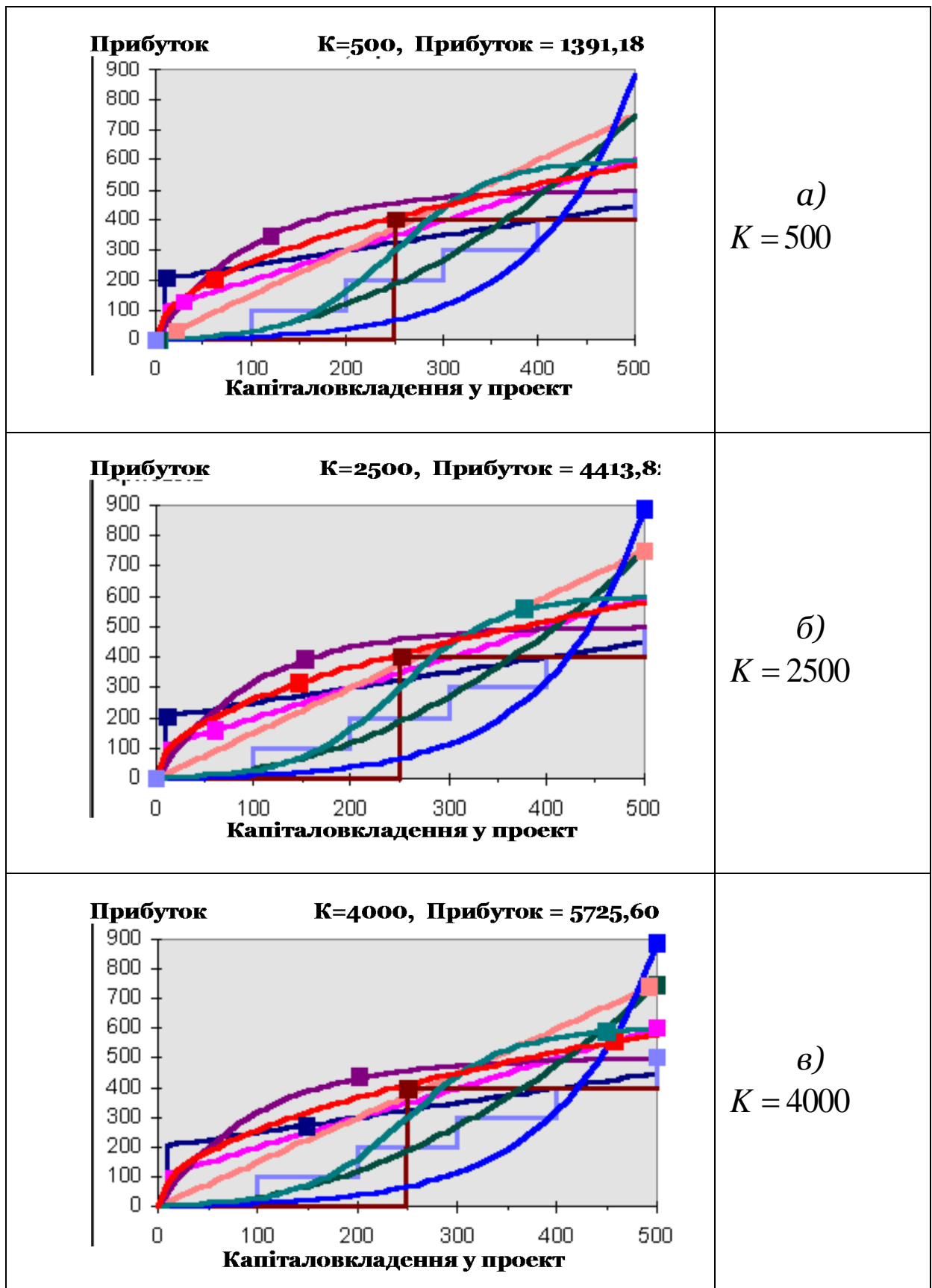


Рисунок 1.25 – Результати роботи генетичного алгоритму для сумарного обсягу інвестицій, що дорівнює K

Генетичні алгоритми та нейронні мережі можуть незалежно застосовуватися для розв'язання однієї й тієї ж задачі.

Однак, частіше генетичні алгоритми використовуються для підтримки нейронних мереж. Відомий ряд робіт, присвячених такому об'єднанню розглянутих методів. Серед них можна виділити три напрями досліджень [90, 96, 234]:

- застосування генетичного алгоритму для добору параметрів або перетворення простору параметрів, використовуваних нейронною мережею для класифікації;
- застосування генетичного алгоритму для підбору правила навчання або параметрів, керуючих навчанням нейронної мережі;
- застосування генетичного алгоритму для аналізу нейронної мережі.

Два перших напрями, присвячені додаткам генетичних алгоритмів у нейронних мережах, взагалі кажучи, дозволяють поліпшувати функціонування мереж (тобто вирішують проблему синтезу), тоді як третій напрям служить для аналізу їхнього функціонування, інакше кажучи, генетичні алгоритми використовуються для підтримки нейронних мереж.

1.3 Особливості динаміки економічних систем як об'єкту моделювання

Повернемося до погляду на економіку як на складну динамічну систему. Предметом нашого дослідження, як було наголошено вище (див. п.1.1), є математичні **моделі еволюції економічних систем** (економічної динаміки) за часовими рядами – дискретними послідовностями вимірювань економічних показників. Метою моделювання

є пізнання суттєвих рис процесів, що відбуваються в економічній системі, та прогнозування її майбутнього стану (еволюціонування). При цьому основним критерієм якості прогнозування вважається точність отриманого прогнозу, тобто відповідність прогнозу й спостережень за системою в момент настання прогнозованого періоду. Якість прогнозу визначається вибором відповідного методу прогнозування, що, у свою чергу, суттєвим чином залежить від об'єкту дослідження.

Еволюція економічних систем, як об'єкт моделювання, згідно обраної концепції, має наступні *особливості*:

по-перше, еволюція систем відображена **дискретними** послідовностями статистичних даних (економічним часовим рядом – ЧР);

по-друге, вибір моделей та методів моделювання суттєвим чином залежить від **природи** економічного ЧР;

по-третє, існує певна колізія між «можливостями» вихідних даних (що визначаються **довжиною ЧР**, який доступний для дослідника) і «потребами» методології та інструментарію, які обрано для моделювання.

Розглянемо ці особливості більш докладно.

Щодо *першої особливості*.

Основним джерелом інформації про еволюцію (поведінку) економічної системи є дані спостережень того або іншого показника, що характеризує цю систему, зроблені в послідовні моменти часу, – *часові ряди* (синон. - динамічні ряди, ряди динаміки) [31,91].

Складовими елементами ЧР є, таким чином, числові значення показника, що називаються «рівнями» або «спостереженнями», а також моменти або інтервали часу, до яких відносяться спостереження. При цьому моменти часу, в які фіксуються економічні дані, за своєю суттю *дискретні*, незалежно від того, чи досліджується стан у цей

момент часу або такий стан, що досягнуто за період. Це пов'язане з тим, що спостереження економіки, які ведуться в наш час, у переважній більшості випадків регламентовані законодавством [255, E1, E2,] або використовуваною інформаційною технологією (на біржах, ринках тощо) [E16]. Одержати ж дані поза цими регламентами важко або неможливо. Цей факт визначає **дискретний характер** об'єкта моделювання.

Значення показника, що становить ЧР, можуть бути визначені як у числовому вигляді, так і припускати інші форми завдання. Наприклад, у процесі математичного моделювання числові показники можуть перетворюватися в інтервальні або в лінгвістичні [28]. При цьому ЧР не є випадковою вибіркою з деякої генеральної сукупності (виключенням є процес чистого випадкового шуму). Часові ряди відрізняються від даних про один часовий зріз тим, що у випадку часових рядів сама послідовність спостережень несе в собі важливу інформацію. Набагато ймовірніше, наприклад, що завтрашня ціна виявиться ближче до сьогоднішньої, ніж до торішньої ціни; послідовні спостереження не є незалежними одне від одного. Якщо ж, проте, ми обчислимо довірчі інтервали та виконаємо перевірки гіпотез звичайним способом [69], то виникне небезпека, що рівень помилки виявиться набагато більшим, ніж загальноприйняті 5%. Аналіз ЧР вимагає застосування особливих методів, які враховують існування певної залежності між спостереженнями, тобто ЧР може мати пам'ять. Базові ідеї та концепції статистичних висновків можуть бути використані, однак методи адаптуються до нової ситуації.

Друга особливість полягає в тому, що ЧР породжується деякими процесами (змiнами) в економічній системі. Причому ці зміни можуть бути спричинені як

випадковістю, так і деякими детермінованими закономірностями. Як правило, в реальному економічному житті присутні обидві причини. Але прояв одної може переважати іншу. Діагностика **природи процесів**, що відбуваються в економічній системі (випадкові або детерміновані), визначає вибір відповідних методів їх моделювання, аналізу та прогнозування.

Визначити природу аналізованого ЧР, оцінити якісні та кількісні показники, що характеризують властивості еволюції економічної системи, дозволяє *передпрогностичний* аналіз як самостійний та важливий етап моделювання. Урахування виявлених властивостей надає можливість вибрати найбільш адекватний метод прогнозування та домогтися найвищої точності прогнозу.

Вибір методу прогнозування стає «світоглядною» задачею. Різні підходи до моделювання деякою мірою альтернативні й відрізняються рівнем оптимізму при судженні про принципову передбачуваність явищ і процесів. Перший підхід – імовірнісний (стохастичний) – менш оптимістичний: тут відмовляються від претензій на точний прогноз, обмежуючись зазначенням ймовірності того або іншого варіанта майбутнього. Другий, дуже оптимістичний, детерміністичний (динамічний) підхід раніше «стверджував» про практичну можливість точного прогнозу майбутнього за точно визначеним сьогоденням. У наш час, після виявлення явища динамічного хаосу, коли термін «нелінійна динаміка» став дуже популярним, претензії на *практично досяжну* точність прогнозу стали більш помірними [155]. Тому виникає необхідність у методах, які дозволяють «співробітництво» динамічної та імовірнісної позицій для взаємного «згладжування» їхніх недоліків.

Арсенал методів економічної кібернетики містить у собі велику кількість різноманітних методів аналізу та прогнозування економічних часових рядів [172]. Зауважимо, що відмінною рисою сучасних методів є значна обчислювальна працемісткість і, як наслідок, необхідність у комп'ютерній підтримці. У цей час як інструментарій аналізу та прогнозування ЧР використовуються статистичні методи [74, 101, 177, 241], детерміновані методи [238], методи еконофізики, вейвлет-аналіз, спектральний аналіз [48, 167, 221, 246], а також різні методи, що мають назви такі, «що інтригують» [239], як, наприклад, метод «Гусениця», генетичний алгоритм, нейронна мережа, що самонавчається тощо.

Заслужує уваги також напрям аналізу, який активно розвивається в наш час та поєднує можливості математичної статистики й нелінійної динаміки. Цей напрямок у математичній статистиці й теорії автоматичного управління одержав назву *ідентифікації систем*, а в нелінійній динаміці – *реконструкції динамічних систем* [23]. Попередницями сучасних задач реконструкції були задачі апроксимації та статистичного дослідження залежностей між спостережуваними величинами, які розглядалися вже в середині XVIII століття в роботах І. Ламберта. Цей напрям починався з апроксимації множини експериментальних точок на площині гладкою лінією, а зараз такі емпіричні моделі мають вигляд складних диференціальних і різницевих рівнянь і здатні описувати навіть нелінійні коливально-хвильові феномени. При цьому використання слова «реконструкція» означає відновлення диференціальних рівнянь, що задають систему, за їхніми розв'язками.

Необхідно відмітити, що практично всі зазначені вище методи, які пропонуються в межах різних підходів,

вимагають доволі великого обсягу інформації, тобто доволі довгого економічного ЧР. У протилежному випадку їхнє застосування виявляється неможливим. І тут на порядок денний виходить ще одна *особливість* економічної динаміки як об'єкта моделювання.

Проблема малих вибірок та коротких часових рядів.

Розглянемо цю особливість з позицій статистичного аналізу, задачі якого, як правило, поділяють на три великих класи [2]:

- статистичне оцінювання;
- перевірка статистичних гіпотез;
- побудова статистичних залежностей.

У коло задач статистичного оцінювання, окрім представлених вище, входить також задача оцінювання функції розподілу. Але в літературі по статистиці цій задачі приділяється незначна увага, тому що вважається, що вона достатньо проста за змістом, а труднощі, які виникають при її практичній реалізації, несуттєві. У всякому разі вважається, що вона завжди може бути зведена до задачі оцінювання невідомого параметра заданого класу розподілів. Інакше кажучи, завжди можна припустити, що розподіл випадкової величини є відомим з точністю до невідомого параметра.

Оцінювання самого розподілу можна вважати несуттєвою задачею, але тільки у випадку необмежених можливостей в одержанні статистичного матеріалу. Дійсно, у такому випадку за допомогою широко відомих методів можна дуже точно оцінювати параметри розподілів і мати невеликі помилки при перевірці гіпотез. Якщо ж необхідно оцінити розподіл, то це нескладно виконується одним з поширених методів, наприклад, за допомогою побудови полігона частот або гістограми.

На практиці ж часто доводиться працювати в умовах обмежених об'ємів вибірок. Особливо гостро це відчувають служби контролю якості підприємств, що мають дрібносерійне виробництво. Таке ж положення існує у виробництві та експлуатації кошовних та високонадійних технічних виробів. Аналогічні приклади можна знайти майже в будь-якій галузі економіки, медицині, біології тощо. При аналізі статистичного матеріалу обмеженого об'єму задача оцінювання функції розподілу приймає проблематичний характер. Єдиним методом її розв'язання в таких умовах (якщо є в цьому потреба) є побудова емпіричної функції розподілу, що має вид ступінчастого графіка. Ця задача стає провідною для вибірок дуже малого об'єму, що містять, наприклад, менше ніж десять спостережень.

Інтуїтивно ясно, що вибірка, наприклад, з трьох елементів є малою, з десяти – теж. Але як визначити верхню границю малої вибірки? У сучасному потоці наукової літератури відомості з цього питання дуже обмежені та розрізнені. В основному переважає умовний і суб'єктивний підхід. Деякі автори вважають обмеженими вибірки об'ємом менші за 200 одиниць, інші називають малими вибірки менші за 50 одиниць. Елемент об'єктивності несе в собі визначення, яке дане в роботі А. К. Мітропольського: «...будь-яка однорідна вибірка може вважатися малою, якщо кількість її членів менше розрахункового числа, визначеного за допомогою спеціальної номограми достатньо великих чисел або іншим способом для даного рівня точності та надійності».

Зауваження 1. До визначення малої вибірки можна підходити з інформаційних позицій. Оскільки, як відзначалося, випадкова вибірка несе інформацію про досліджуване явище, то статистична обробка є ні чим

іншим, як отримання (видобування) інформації з вибірки. Якщо це так, то варто відповісти всього на два питання: у якому ступені є достатнім кількість інформації, що міститься у вибірці заданого об'єму та яку точність і вірогідність забезпечує інструментарій статистичного аналізу, який застосовується до цієї вибірки?

Кількість інформації у вибірці заданого об'єму пов'язана з можливістю досягнення цілком визначеної точності й вірогідності. Отже, можна говорити про існування достатньої вибірки, що саме і є границею, яка розділяє великі та малі вибірки. На цьому й побудовано наведене вище визначення.

Таким чином, вибірку варто вважати малою, якщо при її обробці методами, заснованими на групуванні спостережень, не можна досягти заданих точності та вірогідності. З цього визначення випливає, що вибірку можна вважати великою, якщо при її обробці є можливість перейти до групування спостережень без відчутної втрати інформації. При цьому повинні досягатися задані точність і вірогідність. Границю, що розділяє великі та малі вибірки (достатня вибірка), не можна, звичайно, розуміти як точку в ряді натуральних чисел. Достатні вибірки, природно, у силу випадковості вибору, складуть деяку скінчену множину. Але самим істотним, що випливає з визначення малої вибірки, є необхідність при обробці малої вибірки індивідуального підходу до кожної окремої реалізації.

Проблема малих вибірок набуває важливого значення у випадку, коли розглядаються часові ряди, що відносяться до економіки пострадянського періоду. Якщо ці ряди складаються не з поденних спостережень, а, наприклад, з помісячних або щорічних, то в контексті зауваження 1 довжина цих рядів найчастіше виявляється недостатньою для побудови скільки-небудь обґрунтованої оцінки функції

розподілу або навіть для встановлення характеру розподілу. Особливої гостроти зазначена проблема набуває у випадку, коли виникає питання: чи має розглянутий економічний часовий ряд важкі хвости [198, 208, 280] і, якщо так, то як співвідноситься вага «голови» цього розподілу та вага його «хвоста» («хвостів»)?

Нагадаємо загальноприйняте визначення терміна «важкий хвіст», що стосується випадку, коли об'єм вибірки (довжина ЧР) є цілком достатнім для достовірного визначення наявного розподілу. Випадкова величина W має розподіл з важким хвостом, якщо ймовірність

$$P(W > x) \sim cx^{-\alpha}, \quad x \rightarrow \infty,$$

де параметр $\alpha \in (0, 2)$ і c – додатна константа. Це визначення передбачає, що хвіст розподілу загасає за гіперболічним законом, тобто повільно, в силу чого дисперсія цього розподілу прагне до нескінченності. На противагу цьому розподіл з легким хвостом, наприклад, нормальний, має експоненційно спадаючий хвіст. У цьому випадку вже за межами $M \pm 3\sigma$ (тобто за межами радіуса, що дорівнює трьом значенням стандартного відхилення σ , околу математичного сподівання M) вага хвоста становить, як правило, кілька відсотків від ваги голови.

Таким чином, у контексті зауваження 1 виникає проблема встановлення наявності або відсутності важкого хвоста для реальних економічних часових рядів, довжина яких становить кілька десятків або порядку 100 рівнів. У цьому випадку просто не можливо скільки-небудь вірогідно встановити характер функції розподілу для ймовірності $P(W > x)$. У цьому «безнадійному випадку», на наш погляд, для встановлення факту наявності важкого хвоста існує інструментарій, що може виявитися цілком придатним у

контексті зауваження 1. Ідея цього інструментарію сходить до явища лептоексцесу, опис якого можна знайти в [208].

Відправною точкою у визначенні терміна «лептоексцес» є той факт, що для нормального розподілу, що має легкий хвіст, значення коефіцієнта ексцесу дорівнює одній й тій самій константі, яка дорівнює числу 3 при будь-яких значеннях параметрів цього розподілу. Явище лептоексцесу означає, що вага хвоста зростає зі зростанням значення коефіцієнта ексцесу. При цьому з урахуванням відомого «правила трьох сигм» [52] у розглянутому емпіричному розподілі до області хвоста (хвостів) відносяться такі точки цього розподілу, які перебувають за межами області «голови» $[M - 3\sigma, M + 3\sigma]$. Емпіричний висновок, отриманий на підставі аналізу численних реальних часових рядів зводиться до наступного твердження: розглянутий розподіл має важкий хвіст, якщо внесок точок, що перебувають за межами «голови», вносить у значення коефіцієнта ексцесу вагу, яка більша за число 3.

Діагностика підпорядкування рівнів ЧР нормальному закону розподілу або наявності в розподілі важкого хвоста (що як виявляється більш характерно для ЧР економічної динаміки) , як правило, лежить в основі вибору методу аналізу та прогнозування.

Підсумовуючи огляд та аналіз особливостей економічної динаміки (властивостей ЧР, що її відображують) як об'єкту моделювання, можна дійти наступного висновку.

На тлі значного переліку класичних (статистичних) та неklasичних (тобто таких, що відносяться до нелінійної динаміки та інших) методів аналізу ЧР залишається актуальною проблема розробки дієвого інструментарію передпрогнозного аналізу часових рядів, яким властиві такі характеристики поведінки, як дискретність, наявність

пам'яті (відсутність незалежності їхніх рівнів), хаотичність, мала довжина та ін. Важливо відзначити, що розв'язання цієї проблеми вимагає розробки таких методів передпрогнозного аналізу, які мали б невелику працемісткість та були б достатньо простими щодо їх реалізації на практиці.

Розробці, обґрунтуванню та застосуванню саме таких методів аналізу та прогнозування еволюції економічних систем і присвячено матеріал, що викладається у даній монографії подалі.

РОЗДІЛ 2.

ІНСТРУМЕНТАЛЬНІ ЗАСОБИ ФРАКТАЛЬНОГО ТА ФАЗОВОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ ПЕРЕДПРОГНОЗНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ

Метою фрактального аналізу будь-якого часового ряду є виявлення наявності в ньому довгострокової пам'яті, оцінка її глибини [208]. Крім того, ця мета передбачає виявлення такої характеристики, як трендостійкість або такої оберненої до неї властивості, як «повернення до середнього частіше, ніж у випадковій поведінці ЧР» (часте реверсування спад-підйом). Крім того, дуже важливим для прогнозування стає виявлення (періодичних) циклів [207], якщо такі є, або квазіциклів [66]. Для останніх в інших джерелах використовуються терміни «дрібна квазіперіодичність» [290] або «хаотичні цикли» [207]. Знання перелічених фрактальних характеристик розглянутого ЧР надає аналітикові передпрогнозу інформацію, тобто дозволяє йому оцінити перспективність надійного прогнозування ЧР.

2.1 Метод нормованого розмаху Херста: можливості й недоліки

У літературі термін « R/S -аналіз ЧР» зустрічається під назвою «метод нормованого розмаху (НР) Херста». Позначимо його алгоритм A_I та наведемо короткий виклад його обчислювальної схеми.

Нехай розглядається ЧР

$$Z = \langle z_i \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (2.1)$$

де m – кількість спостережень або рівнів, що складають цей ЧР. Обчислювальна схема методу НР Херста включає наступні 7 етапів.

1°. Задамо цілочисельне значення величини кроку $\Delta \geq 1$ та сформуємо послідовність значень довжин відрізків, на які розбивається даний ЧР для кожної фіксованої довжини:

$$n_1, n_2, \dots, n_k, \dots, n_l, \quad (2.2)$$

де $n_{k+1} = n_k + \Delta$, $k = \overline{1, l-1}$ і максимальне значення індексу l визначається нерівністю $n_l \leq \left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil$. Наступні нижче етапи 2°-6° виконуються послідовно за зростанням індексу $k = 1, 2, \dots, l$.

Зауваження 2.1. Послідовність (2.2) сформована відповідно [208]. Інший підхід до її формування викладений в [207], де ця послідовність складається з усіх таких чисел $n_k \geq 10$, на кожне з яких довжина m даного ЧР Z ділиться без залишку (m кратно n_k , $k = \overline{1, l}$).

2°. Для чергового значення індексу k розглянутий ЧР Z розбивається на $r_k = \left\lceil \frac{m}{n_k} \right\rceil$ відрізків $Z_k^t = \langle z_j^t \rangle$, $j = 1, 2, \dots, n_k$, $t = 1, 2, \dots, r_k$, де для будь-якого t відрізок Z_k^t визначається своїм першим елементом z_1^t , що у вихідному ЧР Z занумерований індексом $i = i_t = (t-1) \cdot n_k + 1$. Відзначимо, що в процесі розбиття ЧР Z на зазначені відрізки може утворитися залишок, довжина якого менше, ніж n_k . Цей залишок відкидаємо (відповідно [208]). Для кожного відрізка z_k^t обчислюється середнє значення

$$z^t = \frac{1}{m_k} \sum_{j=1}^{n_k} z_j^t, \quad t = \overline{1, r_k}.$$

3°. Для кожного відрізка Z_k^t , $t = \overline{1, r_k}$ при фіксованому $k \in \{1, 2, \dots, l\}$ обчислюється ряд накопичених відхилень

$$X_{k,q}^t = \sum_{j=1}^q (z_j^t - z^t), \quad q = \overline{3, n_k}, \text{ на базі яких знаходиться значення}$$

розмаху

$$R_k^t = \max_{1 \leq q \leq n_k} X_{k,q}^t - \min_{1 \leq q \leq n_k} X_{k,q}^t \quad (2.3)$$

для кожного $t = \overline{1, r_k}$.

4°. При фіксованому k для відрізка Z_k^t обчислюємо його стандартне відхилення

$$S_k^t = \left(\frac{1}{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} (z_j^t - z^t)^2 \right)^{0,5}$$

й нормуємо значення розмаху (2.3):

$$\left(\frac{R}{S} \right)_k^t = \left(\frac{R_k^t}{S_k^t} \right), \quad t = \overline{1, r_k}, \quad 1 \leq k \leq l. \quad (2.4)$$

5°. Для кожного фіксованого k обчислюємо середнє значення нормованих розмахів (3):

$$\left(\frac{R}{S} \right)_k = \frac{1}{r_k} \sum_{t=1}^{r_k} \left(\frac{R}{S} \right)_k^t, \quad 1 \leq k \leq l. \quad (2.5)$$

6°. На підставі отриманих середніх значень (2.5) для кожного $k = 1, 2, \dots, l$ обчислюємо для розглянутого ЧР Z логарифмічні координати (абсцису й ординату) точок, що становлять проміжний результат роботи алгоритму нормованого розмаху Херста:

$$x_k = \lg(n_k / 2), \quad y_k = \lg \left(\frac{R}{S} \right)_k, \quad k = \overline{1, l}. \quad (2.6)$$

7^o. Використовуючи відомий метод найменших квадратів для множини точок з координатами (x_k, y_k) , $k = 1, 2, \dots, l$ виду (2.6), будемо графік лінійної регресії. Нахил отриманої лінії регресії до осі абсцис дозволяє дістати усереднену оцінку показника Херста H для ЧР Z [207]. Чисельне значення $H(Z)$ цієї оцінки обчислюється як тангенс кута нахилу отриманої прямої.

Зауваження 2.2. Важливо відзначити, що отримана оцінка $H(Z)$ показника Херста відбиває саме середнє (для розглянутого ЧР Z у цілому) значення цього показника.

З'єднуючи відрізками сусідні точки в послідовності (2.6), одержимо представлену в логарифмічних координатах траєкторію нормованого розмаху розбиття даного ЧР Z , що надалі будемо називати терміном «траєкторія нормованого розмаху» .

Якщо розглянутий ЧР Z має властивість циклічності, то йому властива довгострокова пам'ять, у силу чого деяка кількість початкових точок отриманої траєкторії нормованого розмаху утворюють чітко виражений лінійний тренд. При деякому значенні $k = k_0$ траєкторія нормованого розмаху досить різко змінює свій нахил, тобто в точці (x_{k_0}, y_{k_0}) траєкторія одержує значний за абсолютною величиною від'ємний приріст $\delta_k = y_{k+1} - y_k$. Появу цього нахилу називають зміною тренда або «зривом із тренда», маючи на увазі при цьому, що повернення до попереднього тренда не відбувається. При цьому мається на увазі, що в точці k_0 ефект «довгострокової пам'яті про початок розглянутого ЧР» дисипатує [207]. Інакше кажучи, зрив із тренда демонструє втрату пам'яті про початкові умови, а також сигналізує (можливо з лагом, тобто з деяким

запізнюванням) про вичерпання циклу або квазіциклу, що міститься в початковому відрізку цього ЧР.

У теорії часових рядів під терміном «квазіцикл» («цикл») мається на увазі локально найбільший відрізок ЧР, що складається із двох частин таких, що елементи першої частини монотонно одержують додатні (від'ємні) прирости, а елементи другої частини монотонно одержують від'ємні (додатні) прирости. Наприклад, у відрізку 2,1,2,3,4,5,6,7,6,5,4,3,2,1,2 міститься квазіцикл

$$\langle 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 \rangle \quad (2.7)$$

довжини $l=13$. У даному визначенні терміни «додатні» («від'ємні») можна розуміти як «невід'ємні» («недодатні»). При цьому «квазіцикл» називається терміном «цикл» у випадку, коли він регулярно повторюється на протязі розглянутого ЧР, зберігаючи свою конфігурацію.

Зауваження 2.3. У реальних процесах аналізу розглянутого ЧР представлено вище визначення квазіциклу не слід застосовувати формально. Так при визначенні поняття «квазіцикл» може виявитися доцільним використання понять теорії нечітких множин. Практичний досвід, що накопичений у процесі фрактального аналізу конкретних ЧР свідчить, що це визначення має однозначний зміст у тому випадку, коли для розглянутого ЧР (2.1) прирости його елементів $\Delta_i = z_{i+1} - z_i$, $i = \overline{1, m-1}$ за абсолютною величиною однозначно перебільшують абсолютну величину похибки $\varepsilon > 0$ вихідних даних, що використовуються (чисельних значень рівнів z_i , $i = \overline{1, m}$).

Зауваження 2.4. Представлено вище визначення квазіциклу відображає локальну властивість ЧР. Останнє означає, що його не потрібно розглядати в контексті

сформованої до теперішнього часу теорії економічних циклів, наприклад таких, як бізнес-цикли та ін. [100].

Як відзначено в [207], алгоритм нормованого розмаху (НР) Херста не тільки виявляє періодичні або неперіодичні цикли, але також може оцінити середню довжину неперіодичних циклів. У [131, 135, 136] показано, що це твердження не можна віднести до всієї необмеженої різноманітності динаміки часових рядів, тобто воно є вірним лише для деякої частини нескінченної множини ЧР.

Для прикладу розглянемо такий ЧР (2.1), що складається з циклів, що не перетинаються, виду (2.7), тобто для $m=299$ кожний з його відрізків Z^t , $t=\overline{1,23}$ довжини $l=13$ визначається значеннями свого першого індексу $i_t = 13(t-1) + j$, $j=1,2,\dots,13$, $t=1,2,\dots,23$ та представляє собою не що інше, як цикл (2.7). Визначений у такий спосіб ЧР (2.1) позначимо через Z^0 .

Для ЧР Z^0 сформуємо послідовність (2.2) довжин відрізків Z^t наступного вигляду

$$18, 23, \dots, n_k, n_k + 5, \dots, n_q, \quad q = 27 \quad (2.8)$$

і послідовно за зростанням індексу $k=1, 2, \dots, q$ застосуємо описаний вище метод НР Херста 1⁰-7⁰. Реалізуючи описані вище етапи 2⁰-6⁰ для кожного відрізка Z^t довжини з (2.8), одержимо представлену на рис. 2.1 траєкторію нормованого розмаху ЧР Z^0 . Реалізуючи заключний крок методу НР Херста, одержуємо графік лінійної регресії, що на рис. 2.1 представлений пунктирною лінією.

Зауваження 2.5. На підставі аналізу траєкторії на рис. 2.2 можна сформулювати наступні висновки.

По-перше, нахил отриманої лінії регресії є фактично нульовим, у силу чого не представляється можливим оцінити значення показника Херста H для розглянутого ЧР Z^0 .

По-друге, конфігурація розташування точок з координатами (2.5), а також обумовлена ними траєкторія нормованого розмаху та її лінія регресії фактично не виявляють інформації про цикли виду (2.6) розглянутого ЧР Z^0 .

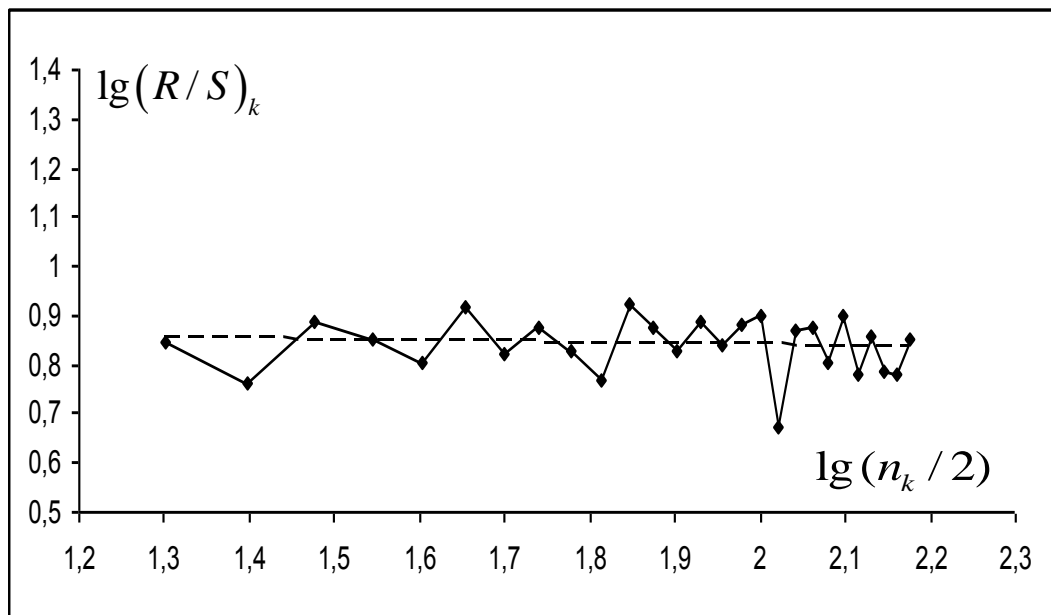


Рисунок 2.1 – Траєкторія нормованого розмаху часового ряду Z^0

Сформульований вище негативний результат застосування методу НР Херста до ЧР Z^0 обумовлений наступними властивостями цього ЧР: значення рівнів z_i у розглянутому ЧР Z^0 , а також співвідношення довжини його циклів $l=13$ і кроку $\Delta=5$ в послідовності (2.2) спеціально підібрані так, що величина розмаху (2.3) і відповідні значення стандартного відхилення S_k^t забезпечують такі значення нормованого розмаху (2.4), які зі збільшенням довжини відрізків n_k відтворюють регулярні з майже однією й тією ж амплітудою періодичні коливання відносно

«майбутньої» лінії регресії, що одержується в результаті реалізації кроку 7^о алгоритму НР Херста. Важливо відзначити, що ця властивість ЧР Z^0 практично зберігається і в тому випадку, якщо його довжину m багаторазово збільшувати, наприклад, до $\sim 10^4$ і більше.

Із зауважень 2.2 і 2.5 випливає, що в загальному випадку описаний вище класичний метод НР Херста не завжди є достатнім для цілей фрактального аналізу [207] економічних ЧР. Виникає необхідність у методі, який би враховував та ліквідував недоліки методу НР Херста.

Про недостатність аналізу на основі використання методу НР Херста свідчать і багаточисельні спроби дослідників (зважаючи на те, що коефіцієнт Херста H представляє собою характеристику, усереднену по всьому ЧР) застосувати його для отримання диференційованих характеристик щодо досліджуваного ЧР. Опублікована ціла низка робіт, у яких використовується так звана локальна версія методу НР Херста. У процесі реалізації цієї версії робота описаних вище етапів 1^о – 7^о повторюється для деяких достатньо довгих часових вікон [61, 246, 319]. У випадку фрактального аналізу економічних часових рядів, наприклад, обирається довжина вікна, що дорівнює 1 рік (240 робочих днів), при цьому на кожному кроці вікно зміщується уздовж осі абсцис на 1 день.

З метою оцінки інформативності такого локального підходу до використання методу НР Херста розглянемо представлене на рис. 2.2 графічне зображення ЧР індексу S&P 500 (використана база даних відомих американських фондових індексів S&P 500 і DJIA; finance.yandex.ru) у період відомого краху 19 жовтня 1987 р. На рис. 2.3 представлена динаміка значень обчисленого для зазначеного ЧР локального коефіцієнту Херста, тобто

графік значень H , що обчислені шляхом використання локальної версії методу НР Херста.

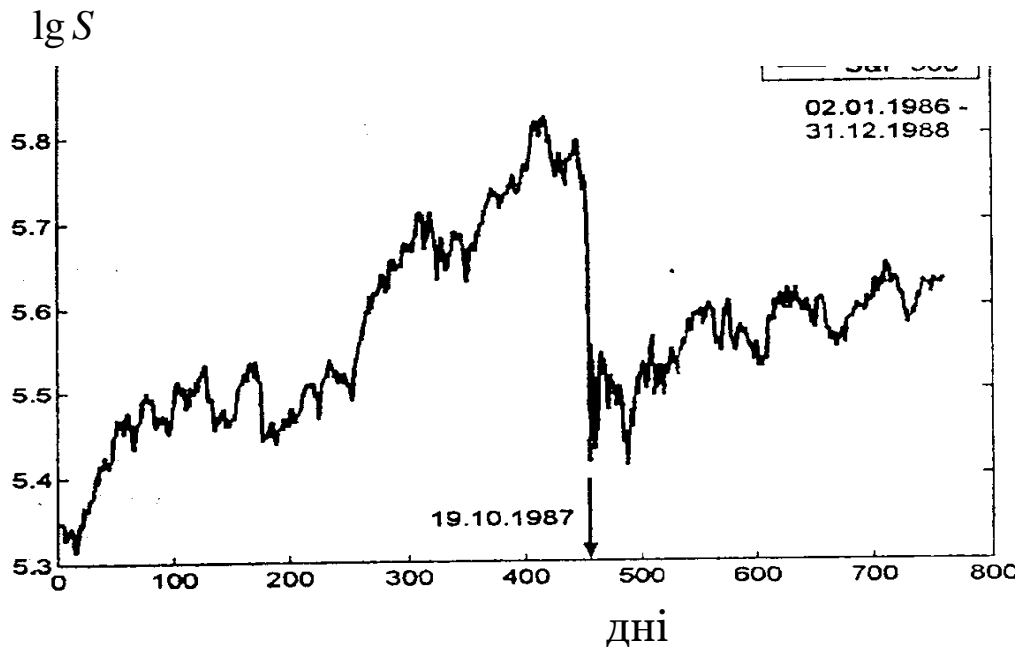


Рисунок 2.2 – Залежність логарифма цін S & P 500 в період краху 19 жовтня 1987 р. На осі абсцис нанесений час у днях з 1986-1988 р.р.

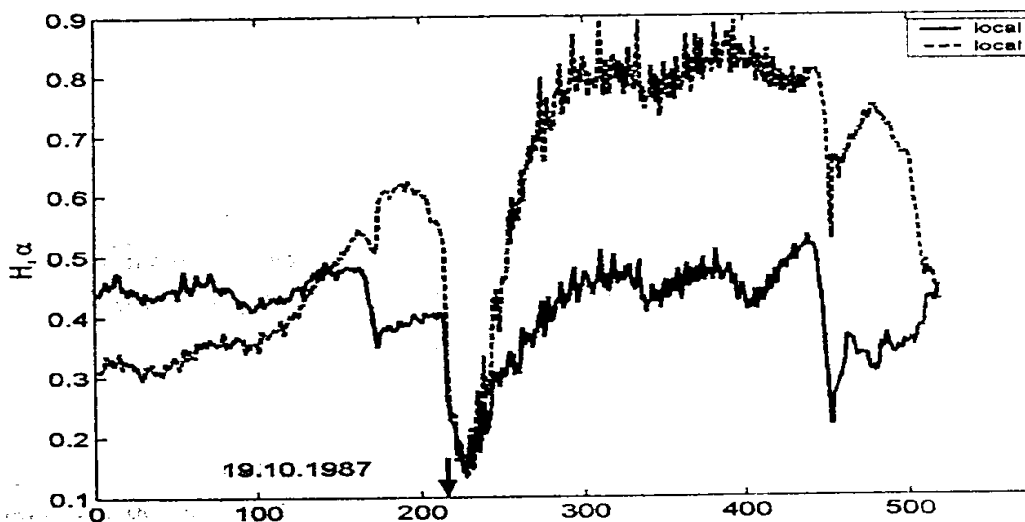


Рисунок 2.3 – Поведінка локальних коефіцієнтів Херста й α [61] у період краху 19 жовтня 1987 р. При обчисленнях розмір вікна довжиною приблизно 1 рік (240 робочих днів) зміщується уздовж осі абсцис із кроком в один день

На підставі аналізу рис. 2.2 і 2.3 можна стверджувати про істотно більшу інформативність динаміки зміни значень показника Херста порівняно з його значенням для всього ЧР. При цьому важливо відзначити, що розглянута динаміка характеризує певним чином як передкраховий відрізок ЧР, що представлено на рис. 2.2, так і посткраховий відрізок цього ЧР (на рис. 2.2 і 2.3 ці відрізки стикуються в точці, що відзначена стрілкою).

Таким чином, необхідність розробки методу, який би забезпечував диференційовану оцінку динаміки, стає нагальною проблемою.

2.2 Алгоритм послідовного R/S -аналізу часових рядів – ефективна модифікація методу нормованого розмаху Херсту

У [136] у тому числі автором запропонована модифікація методу нормованого розмаху Херста - новий алгоритм фрактального аналізу, що одержав назву «алгоритм послідовного R/S -аналізу». Перевага запропонованого алгоритму полягає в його здатності виявлення циклів (квазіциклів) у розглянутому ЧР а також обчислення нижньої оцінки глибини пам'яті (про початок цього ЧР).

Наведемо опис алгоритму послідовного R/S -аналізу – позначимо його алгоритм A_2 .

Нехай розглядається ЧР (2.1) :

$$Z = \langle z_i \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

де m – кількість спостережень або рівнів, що становлять цей ЧР.

Алгоритм складається з наступних чотирьох етапів.

Етап 1. Для даного ЧР (2.1) розглядаємо його початкові відрізки $Z_\tau = z_1, z_2, \dots, z_\tau$, обчислюємо їх поточне середнє $\bar{z}_\tau = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} z_i$, $\tau = 3, 4, \dots, n$ і знаходимо для кожного з них накопичене відхилення

$$X_{\tau,t} = \sum_{i=1}^t (z_i - \bar{z}_\tau) \quad (2.9)$$

для всякого поточного індексу $t = 1, 2, \dots, \tau$.

Етап 2. Для кожного початкового відрізка Z_τ обчислюємо:

а) його розмах

$$R = R(\tau) = \max_{1 \leq t \leq \tau} X_{\tau,t} - \min_{1 \leq t \leq \tau} X_{\tau,t}, \quad (2.10)$$

б) стандартне відхилення

$$S = S(\tau) = \left(\frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^t (z_i - \bar{z}_\tau)^2 \right)^{0,5} \quad (2.11)$$

в) нормуємо значення розмаху за допомогою стандартного відхилення, тобто представляємо у вигляді дроби R/S :

$$\left(\frac{R}{S} \right)_\tau = \frac{R(\tau)}{S(\tau)}, \quad 3 \leq \tau \leq n \quad (2.12)$$

для кожного відрізка ЧР Z_τ ,

Етап 3. Будуємо H -траєкторію $H = H(\tau)$, $\tau = 3, 4, \dots, n$, координати точок якої (x_τ, y_τ) визначаються «емпіричним законом Херста» $H = H(\tau) = (\log(R(\tau)/S(\tau))) / \log(a\tau)$, у

якому згідно [208] вважаємо $a = \frac{1}{2}$. Обчислюємо логарифмічні координати точок H -траєкторії: абсциси

$$x_\tau = \log(\tau/2), \tau = 3, 4, \dots, n \quad (2.13)$$

і ординати

$$y_\tau = H(\tau) = (\log(R(\tau)/S(\tau))) / \log(\tau/2), \tau = 3, 4, \dots, n. \quad (2.14)$$

Етап 4. Друга, так звана R/S -траєкторія розглянутого ЧР (2.1) представляється в логарифмічних координатах послідовністю точок (x_τ, y_τ^0) , де $x_\tau = \log(\tau/2)$, $y_\tau^0 = \log(R(\tau)/S(\tau))$. З'єднуючи відрізком сусідні точки (x_τ, y_τ^0) й $(x_{\tau+1}, y_{\tau+1}^0)$, $\tau = 3, 4, \dots, n-1$, одержуємо графічне представлення R/S -траєкторії.

Суть алгоритму A_2 послідовного R/S -аналізу полягає в послідовному нарощуванні H -траєкторії й R/S -траєкторії даного ЧР, що й визначило його назву.

Проілюструємо роботу алгоритму послідовного R/S -аналізу та його спроможність до виявлення циклів або квазіциклів, застосувавши його до тестового ЧР $Z^0 = \langle z_i \rangle$, $i = \overline{1, 299}$, що складається з 23 циклів (2.7), що не перетинаються, довжини $l = 13$.

Застосувавши алгоритм послідовного R/S -аналізу до описаного ЧР $Z^0 = \langle z_i \rangle$, $i = \overline{1, 299}$, на виході алгоритму A_3 одержимо представлені в логарифмічних координатах H -траєкторію й R/S -траєкторію, графічне зображення яких дано на рис. 2.4.

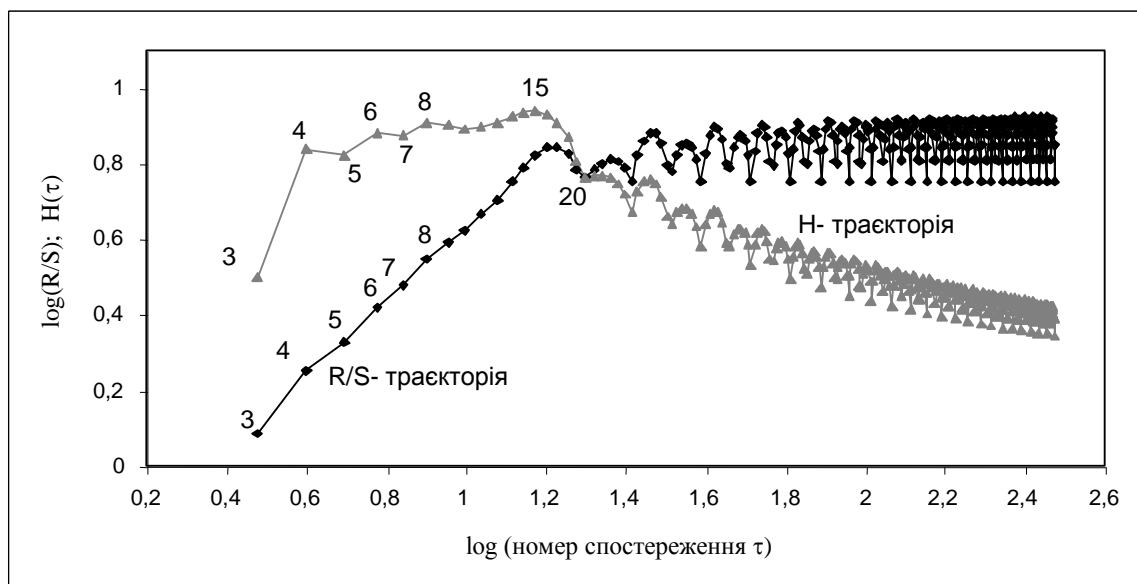


Рисунок 2.4. R/S - і H -траєкторії часового ряду Z^0

Як було зазначено вище, у випадку стандартного методу нормованого розмаху Херста, якщо розглянутому ЧР Z властива довгострокова пам'ять, то деяка кількість початкових точок отриманої траєкторії нормованого розмаху утворюють чітко виражений лінійний тренд. При деякому значенні $k = k_0$ траєкторія нормованого розмаху досить різко змінює свій нахил, тобто в точці (x_{k_0}, y_{k_0}) траєкторія одержує значний по абсолютній величині негативний приріст $\delta_k = y_{k+1} - y_k$, тобто має місце зрив із тренда (при цьому повернення до колишнього тренда не відбувається). При цьому вважається, що в точці k_0 ефект «довгострокової пам'яті про початок розглянутого ЧР» дисипатує.

У нашому випадку зрив із тренда демонструє втрату пам'яті про початкові умови, а також сигналізує (можливо з лагом, тобто з деяким запізненням) про вичерпання циклу або квазіциклу, що міститься в початковому відрізку цього ЧР.

На рис. 2.4 R/S -траєкторія демонструє вичерпання в даному ЧР Z^0 початкового циклу виду (2.7) тим, що в точці $\tau = 15$ цієї R/S -траєкторії відбувається зміна тренда («зрив із тренда») без повернення до початкового тренда наступних точок. Починаючи з цієї ж точки $\tau = 15$ H -траєкторія одержує від'ємні прирости, тобто в часовому ряді

$$H(\tau), \quad \tau = 3, 4, \dots, n \quad (2.15)$$

його рівні $H(15), H(16), \dots, H(19)$ одержують від'ємні прирости. Таким чином, R/S -траєкторія та H -траєкторія сигналізують про вичерпання початкового циклу (довжини $l = 13$) з лагом або запізнюванням $\rho = 15 - l = 15 - 13 = 2$.


Зауваження 2.6. H -траєкторія або, що те ж саме, ЧР (2.15) одержує від'ємні прирости також у деяких «проміжних» точках, наприклад, у точках $\tau = 4$ і $\tau = 8$. Однак, у цих точках R/S -траєкторія фактично зберігає первісний тренд. Таким чином, вичерпання початкового циклу (квазіциклу) визначається наступною парою подій у відповідній точці τ : R/S -траєкторія змінює тренд і до нього не повертається; H -траєкторія одержує від'ємний приріст.

Зауваження 2.7. Точка $\tau = 7$ в даному ЧР Z^0 є початком другого за порядком циклу

$$\langle 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \rangle \quad (2.16)$$

довжини $l = 14$. При цьому, якщо в початковому, тобто першому за порядком циклі перша частина є зростаючою, то в другому циклі його перша частина є такою, що спадає (вона складається з рівнів $\langle z_7, z_8, \dots, z_{13} \rangle = \langle 7, 6, \dots, 1 \rangle$), а друга частина – зростаючою (вона складається з рівнів

$\langle z_{14}, z_{15}, \dots, z_{20} \rangle = \langle 1, 2, \dots, 7 \rangle$). На рис. 2.4 в R/S -траєкторії й H -траєкторії точка з номером $\tau = 20$ сигналізує про вичерпання вищевказаного другого за порядком циклу (2.16) тим, що в цій точці R/S -траєкторія демонструє зміну другого тренда (що складається з точок 16,17,...,20), а для H -траєкторії в точці 20 попередні від'ємні прирости змінилися на позитивні.

Особливо відзначимо, що ряд Z^0 розглядається як «тестовий ЧР». У випадку реальних ЧР їх -траєкторія та H -траєкторія сигналізують про вичерпання першого циклу (квазіциклу) не настільки чітко, як це представлено в зауваженні 2.6. Що стосується зауваження 2.7, то розпізнавання другого й наступного циклів (квазіциклів) може виявитися просто нездійсненним по цілому ряду причин, у тому числі таких, які відзначені в зауваженні 2.1.

Зауваження 2.8. Розглядаючи рис. 2.4 і досліджуючи представлені на ньому траєкторії, будемо дотримуватися твердження, що після закінчення довжини циклу (квазіциклу) втрачається пам'ять про початкові умови для розглянутого ЧР [207, 208], тобто втрачається довгострокова корельованість наступних спостережень стосовно початкового. Таким чином, говорячи про нижню оцінку глибини пам'яті для розглянутого початкового відрізка даного ЧР, маємо на увазі довжину першого циклу (квазіциклу), що міститься в цьому відрізку та його початок збігається з початком цього відрізка.

2.3 Оцінка глибини пам'яті часового ряду на базі алгоритму послідовного R/S -аналізу

Алгоритм, що представляється в даному підрозділі [150], (позначимо його A_3), забезпечує одержання оцінки глибини пам'яті ЧР на базі використання алгоритму

послідовного R/S -аналізу. Особливість результату полягає в тому, що одержана оцінка представляється у вигляді нечіткої множини [28, 189, 190, 196, 292].

Нехай розглядається ЧР (2.1)

$$Z = \langle z_i \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Суть алгоритму послідовного R/S -аналізу, полягає в побудові H - і R/S -траєкторій даного ЧР, а потім визначення точки, у якій R/S -траєкторія демонструє вичерпання в даному ЧР Z початкового циклу. У цій точці відбувається зміна тренда («зрив із тренда») R/S -траєкторії без повернення до первісного тренда яких-небудь наступних точок. Починаючи з цієї ж точки H -траєкторія одержує від'ємні прирости.

При цьому додержуємося твердження, що після закінчення циклу (квазіциклу) втрачається пам'ять про початкові умови для розглянутого ЧР [207, 208], тобто втрачається довгострокова корельованість наступних спостережень відносно початкового. Таким чином, як нижня оцінка глибини пам'яті для розглянутого ЧР приймається довжина першого циклу (квазіциклу), що визначається довжиною початкового відрізка, кінцями якого є точка початку ряду та отримана точка (зриву з тренда).

Обчислювальна схема алгоритму A_3 одержання нечіткої оцінки «глибини пам'яті ЧР у цілому» представляє собою послідовне багаторазове використання алгоритму A_2 послідовного R/S -аналізу для сімейства ЧР.

Робота цього алгоритму починається з формування на базі розглянутого ЧР Z сімейства $S(Z) = \{Z^r\}$, $r = 1, 2, \dots, m$, що складається з $m < n$ часових рядів $Z^r = \langle z_i^r \rangle$, $i = 1, 2, \dots, n_r$, де ряд Z^r утворюється шляхом видалення першого

елементу z_1^{r-1} в ряді Z^{r-1} . Потужність $m = |S(Z)|$ сімейства $S(Z)$ визначається як найбільше значення індексу $r = m$ таке, що ряд Z^m ще має точку зміни тренда в його R/S -траєкторії. Подальше обчислення шуканої нечіткої оцінки глибини пам'яті ЧР Z здійснюється поетапно.

Етап 1. Формування на базі ЧР Z сімейства $S(Z) = \{Z^r\}$, $Z^r = \langle z_i^r \rangle$, $i = 1, 2, \dots, n_r$, $r = 1, 2, \dots, m$, що складається з визначених вище m часових рядів Z^r . Вихідний ЧР Z також належить сімейству $S(Z)$, у якому йому привласнене значення індексу $r = 0$.

Етап 2 – послідовне застосування алгоритму A_2 послідовного R/S -аналізу до часових рядів із сімейства $S(Z)$. На виході етапу 2 одержуємо дані для формування нечіткої множини значень глибини пам'яті розглянутого ЧР.

Етап 3 - формування нечіткої множини значень глибини пам'яті розглянутого ЧР.

Наведемо більш докладно опис цього етапу.

Нехай для кожного ЧР $Z^r = \langle z_i^r \rangle$, $i = \overline{1, n_r}$, $r = \overline{1, m}$ у результаті застосування до нього алгоритму A_2 послідовного R/S -аналізу побудовані R/S -траєкторія і H -траєкторія, що визначають собою номер точки l_r , що представляє собою нижню оцінку глибини пам'яті про початок ЧР Z^r .

Введемо наступні позначення:

$N(l)$ – кількість усіх рядів Z^r із сімейства $S(Z)$, у кожного з яких номер точки зміни тренда l_r дорівнює числу l ;

$$l^0 = \min_{1 \leq r \leq m} l_r;$$

$$l' = \max_{1 \leq r \leq m} l_r;$$

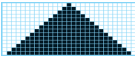

$$m = \sum_{l=l^0}^{l'} N(l);$$

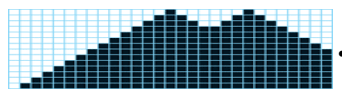
$$d(l) = \frac{N(l)}{m} \text{ – доля таких рядів у сімействі } S(Z), \text{ у}$$

кожного з яких утрата пам'яті відбулася на глибині l ;

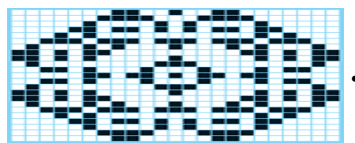
$L^0 = \{ l \}$ – множина носіїв [12], тобто множина значень номерів точок зміни тренда в рядах із сімейства $S(Z)$;


$\mu(l)$ – це значення функції приналежності «глибини l » нечіткій множини $L(Z)$.

Значення $\mu(l)$ пропорційні числам $d(l)$, $l \in L^0$. На виході етапу 2 вони знаходяться шляхом спеціального нормування значень долею $d(l)$ при виконанні нерівностей  для всякого $l \in L(Z)$. Для цього спочатку з множини  обирається максимальний елемент l^* , обумовлений рівністю



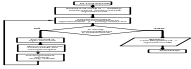
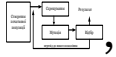
Після цього експертним шляхом визначається значення $\mu(l)$ функції приналежності елементу l^* множини L^0 . Далі для інших елементів $l \in L^0$ обчислюються значення функції приналежності за формулою





Нечітка множина «глибини пам'яті для ЧР  у цілому», (позначимо її через $L(Z)$) формується шляхом

попарного об'єднання в пари елементів $l \in L^0$ та відповідного йому значення $\mu(l)$ функції приналежності, тобто

$$L(Z) = \{ (l, \mu(l)), l \in L^0 \} \quad (2.17)$$

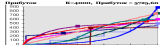
На підставі аналізу розподілу значень функції приналежності $\mu(l)$, $l \in L^0$, які називаються ступенями приналежності, можна виділити так звані характерні або, іншими словами, безумовно значимі ступені (наприклад, $\mu(l) > 0,5$) та значення (наприклад, ) , які можна вважати нехарактерними. Значення глибини пам'яті , яким відповідають значимі ступені, будемо також називати значимими, їх множину позначимо L_q . Використавши процедуру дефазифікації [12] для виділених значимих ступенів $\mu(l)$, та, за необхідністю, округляючи обчислене значення до найближчого цілого, обчислимо центр ваги у множині їх значень глибини пам'яті

$$l_{\text{öð}} = \left[\left(\sum_{l \in L_q} l \cdot \mu(l) \right) / \left(\sum_{l \in L_q} \mu(l) \right) \right]. \quad (2.18)$$

На підставі отриманої чисельної оцінки характеристики, що відноситься до глибини пам'яті усього ЧР Z в цілому, можна стверджувати про існування деякої закономірності, що властива динаміці розглянутого ЧР. Інтерпретація цієї закономірності в термінах поняття «глибина пам'яті ЧР» представляється в такий спосіб: якщо послідовно розглядати рівні z_i даного ЧР Z , то значення кожного з них в основному (тобто істотно) визначається попереднім відрізком довжини , а саме, значеннями рівнів $z_{i-l_{\text{öð}}}$, ..., z_{i-2} , z_{i-1} . Рівень типовості , з яким

виявляється вказана вище закономірність, можна оцінювати якісно (лінгвістичними змінними виду «високий», «середній» і «низький») чи кількісно, використовуючи формулу

$$\tau(Z) = \left(\sum_{l \in L_{\zeta}} \mu(l) \right) / \left(\sum_{l \in L_0} \mu(l) \right).$$

Наприклад, числова оцінка  відноситься до якісної оцінки «високий».

Таким чином, отримана передпрогнозна інформація полягає в тому, що розглянутому ЧР Z притаманна властивість трендостійкості протягом відрізка часу $l_{\delta\delta}$ в середньому. В залежності від значення $l_{\delta\delta}$ останнє твердження в контексті передпрогнозного аналізу означає гарні передумови для побудови достатньо надійного прогнозування цього ЧР у межах горизонту прогнозування $l_{\delta\delta}$.

Рекомендації щодо горизонту прогнозу (позначимо його h) можна уточнити, якщо використати ще одну характеристику НМ $L(Z)$ глибини пам'яті для ЧР Z у цілому. Виділимо в ній значення глибини пам'яті (позначимо його l_{ζ}), що має найбільше значення функції приналежності $\mu(l)$ глибини l нечіткій множини $L(Z)$:

$$\mu(l_{\zeta}) = \max_{l \in L^0} \mu(l).$$

Тоді задовільна точність прогнозу забезпечується у випадку, коли горизонт прогнозу знаходиться в проміжку між центром тяжіння $l_{\delta\delta}$ та значенням глибини пам'яті l_{ζ} :

$$l^* \leq h \leq l^{**}, \quad l^*, l^{**} \in \{l_{\delta\delta}, l_{\zeta}\}, \quad l^* \leq l^{**}.$$

2.4 Інструментарій фазового аналізу часових рядів: фазові портрети часових рядів та розкладання їх на квазіцикли

У процесі моделювання часових рядів методами нелінійної динаміки (теорії хаосу) [238, 239, 283], очевидно, найбільш важливим питанням є питання про те, чи містить траєкторія розглянутого ЧР атрактор (дивний атрактор) [15, 23, 85, 108, 238]. Для обґрунтування відповіді на це питання до теперішнього часу розроблений ряд алгоритмів і тестів (обчислення кореляційної розмірності, максимального показника Ляпунова, К-ентропії Колмогорова, BDS-тест, тест залишків Брока), загальний опис яких можна знайти в [237]. Зазначені вище методи одержали назву метричних тестів. До останніх відноситься також інструментарій фрактального аналізу [134, 141, 208, 42].

Слід зазначити досить високу методичну та обчислювальну складність реалізації метричних тестів. Із цієї причини вони дотепер не знайшли належного застосування в реальному економіко-математичному моделюванні. Судячи з ряду публікацій, можна говорити про тенденцію, що намітилася, щодо використання так званих графічних тестів у процесі моделювання соціально-економічних ВР методами нелінійної динаміки. Можна згадати графічний тест хаосу [238], запропонований Гілмором. Цей тест виявляє нестійкі квазіперіодичні періоди, укладені у дивному атракторі. Для виявлення таких орбіт у розглянутому ЧР найбільш зручним за своєю реалізацією представляється підхід, який називається терміном «розкладання фазового портрета на квазіцикли».

Розглянемо деякий ЧР, наприклад ЧР

$$Z = \{z_i, i = \overline{1, n}\}.$$

Для цього ряду розглядається послідовність його відрізків $(z_i, z_{i+1}, \dots, z_{i+M-1})$, $i = 1, 2, \dots, n - M + 1$, які називаються M -історіями [106]. Тут число M є розмірністю фазового портрета, що визначається у вигляді множини

$$\Phi_M(Z) = \{ (z_i, z_{i+1}, \dots, z_{i+M-1}) \}, i = 1, 2, \dots, n - M + 1.$$

Для будь-якого ЧР перелік всіх його M -історій визначає відповідне йому множини точок у псевдофазовому (або лаговому) просторі. Якщо в розглянутому ЧР число спостережень (рівнів) становить порядку десятка тисяч, то з'являється перспектива успішного розв'язання задачі реконструкції атрактора [237] з метою одержання прогнозу. Фундаментальною підставою, на базі якої здійснюється розв'язання цієї задачі, є відома теорема Такенса [351]: Якщо система, що породжує часовий ряд, має розмірність n і для M -історій цього ряду виконується нерівність $M \geq 2n + 1$, тоді в загальному випадку ці M -історії відтворять динаміку досліджуваної системи. Іншими словами, існує дифеоморфізм між M -історіями та вихідними даними, породжуваними системою.

Цей чудовий результат для достатньо довгих ЧР у принципі дозволяє робити обґрунтовані висновки про динаміку спостережуваної системи, тобто прогнозувати подальше її поведінку. Однак, у випадку «коротких ЧР» відомі методи нелінійної динаміки для цих цілей можуть виявитися неадекватними. Тут доречно вказати на наступну аналогію. Є методи класичної математичної статистики для вибірок досить великого об'єму, і є методи «некласичної статистики малих вибірок» [50] для тих випадків, коли об'єм вибірки явно недостатній для обґрунтування необхідних оцінок за допомогою використання широко відомих методів математичної статистики.

Розглянемо можливості використання в передпрогнозному дослідженні фазовий аналіз траєкторій ЧР у фазовому (псевдофазовому) просторі M -історій, що отримано у тому числі автором [131, 205].

Розглянемо природний ЧР річної кількості сонячних плям, що для стислості будемо називати «ЧР річної сонячної активності». З погляду економіки цей ЧР становить особливий інтерес тому що існує теорія, яка зводить економічні цикли до природно-фізичних процесів: вона пояснює циклічність господарського життя циклами сонячної активності. Сонячна активність впливає на багато земних процесів, серед яких є й світова економіка.

Як відзначено в [208] цикли сонячних плям, можливо, є найбільш широко відомою системою з неперіодичними циклами. Найбільш сталим та відомим науковим фактом є твердження про приблизно 11-річну оцінку періоду сонячної активності. У даному підрозділі ми покажемо, що за допомогою фазового аналізу можуть бути отримані нові, раніше невідомі знання про цей квазіперіодичний еволюційний природній процес. Помітимо, що чисельні оцінки характеристик циклічності цього ЧР були також отримані у тому числі автором на базі використання алгоритму послідовного R/S -аналізу. Вони цілком узгоджуються з оцінками, які отримані раніше іншими дослідниками [207].

На рис. 2.5 представлений ЧР річних чисел Вольфа, тобто річної кількості сонячних плям за період 1700-2000 р. Надалі будемо використовувати наступне позначення цього ЧР:

$$W = \langle w_i \rangle, \quad i = \overline{1, n}, \quad n = 301. \quad (2.19)$$

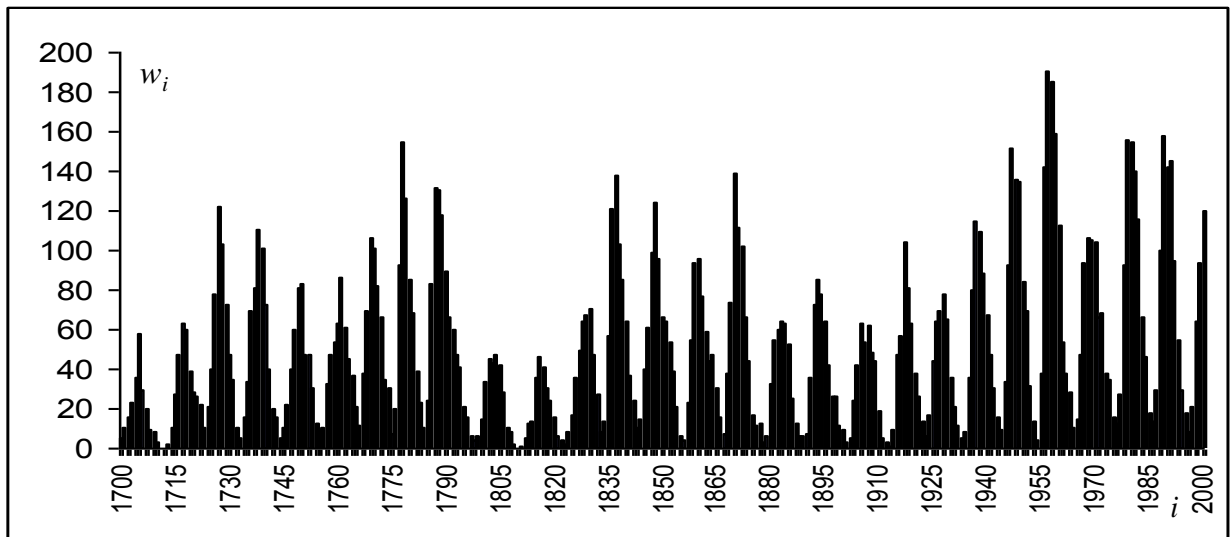


Рисунок 2.5 – Графік часового ряду річної кількості сонячних плям (річні числа Вольфа) за період 1700-2000 р.

Фазовий портрет $\Phi_2(W) = \{(w_i, w_{i+1})\}$, $i = \overline{1, n-1}$ цього ЧР представлений на рис. 2.6. Візуалізація цього фазового портрета також свідчить про циклічну природу розглянутого ЧР W . Для одержання числових і якісних характеристик цієї циклічності використаємо фазовий аналіз, що складається із сукупності певних операцій, чисельних алгоритмів та графічних методів, роботу яких продемонструємо на вихідних даних конкретного ЧР.

На рис. 2.7 представлені квазіцикли, на які розкладається фазовий портрет на рис. 2.6. Квазіцикли цього розкладання перенумеровані індексом $r = 1, 2, \dots, m$, де $m = 27$ означає кількість повних, тобто завершених квазіциклів; $(m+1)$ -й квазіцикл є незавершеним і представлений лише чотирма точками на рис. 2.7.

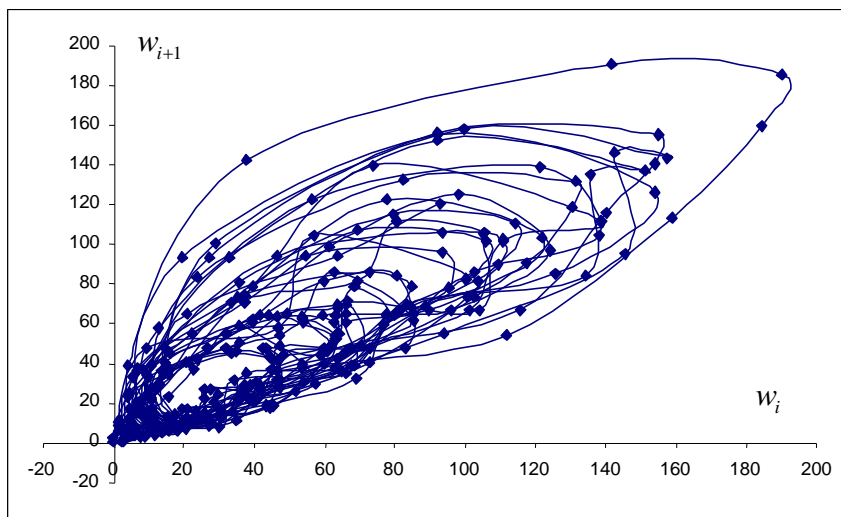


Рисунок 2.6 – Фазовий портрет часового ряду річної сонячної активності за період 1700-2000 р.

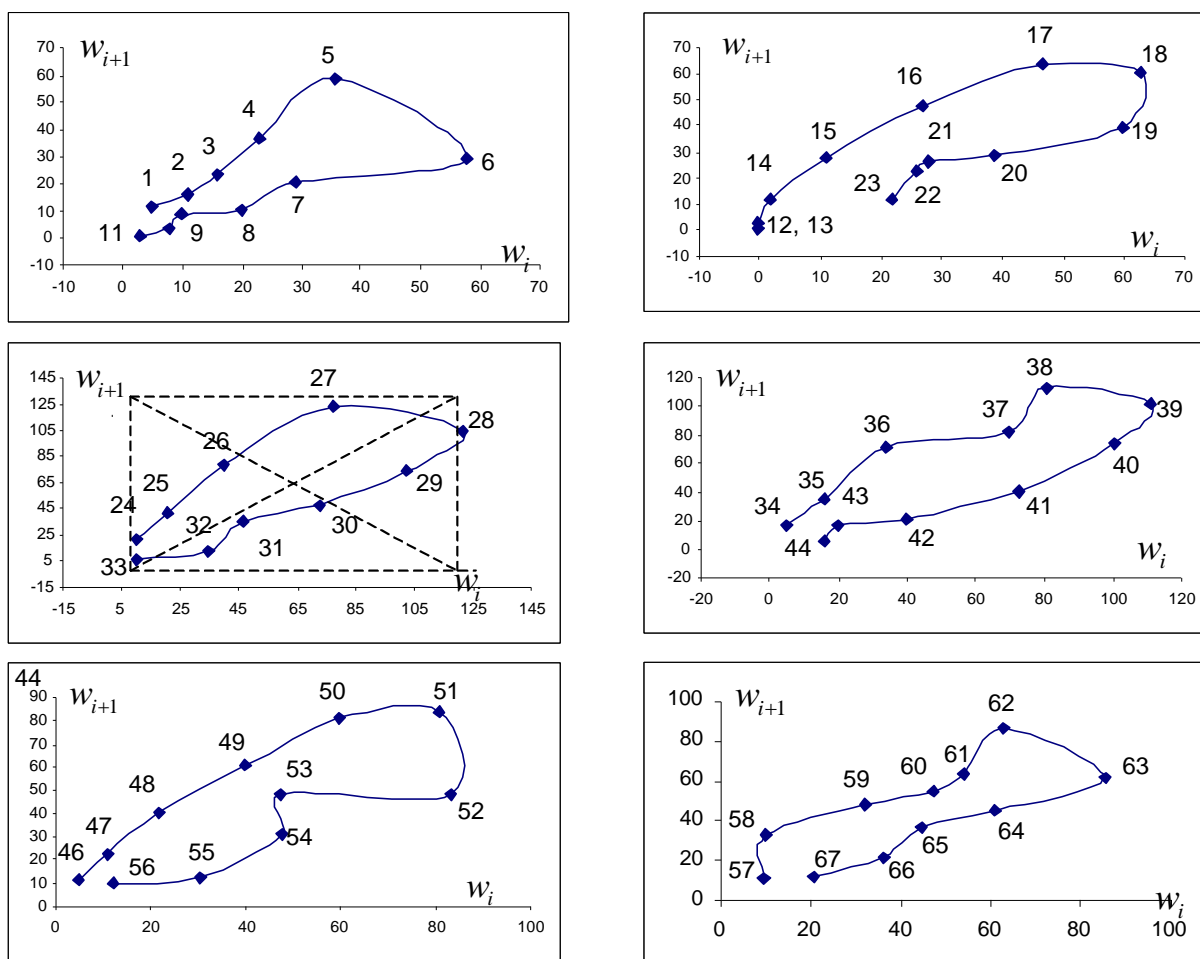
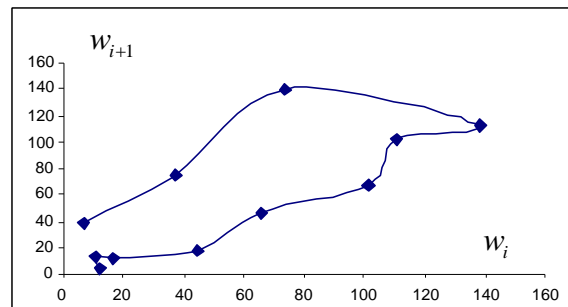
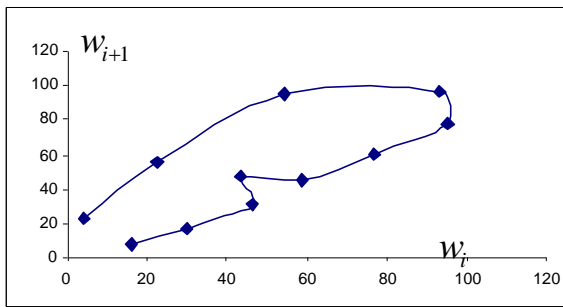
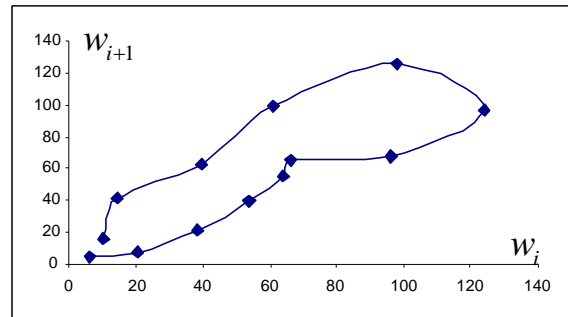
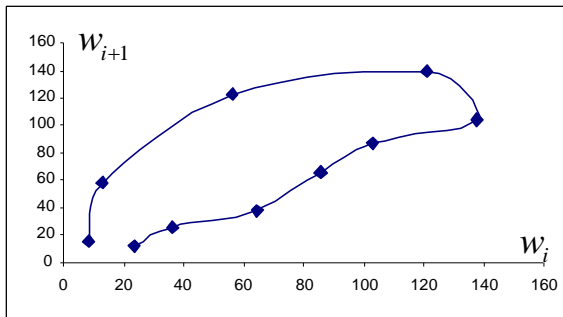
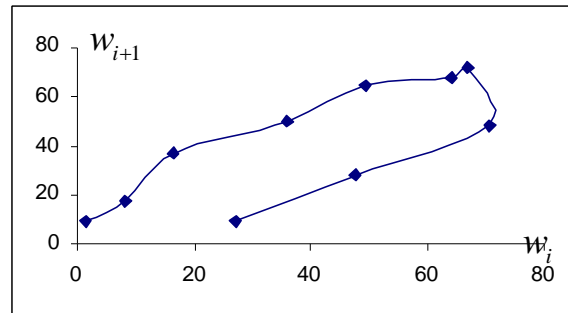
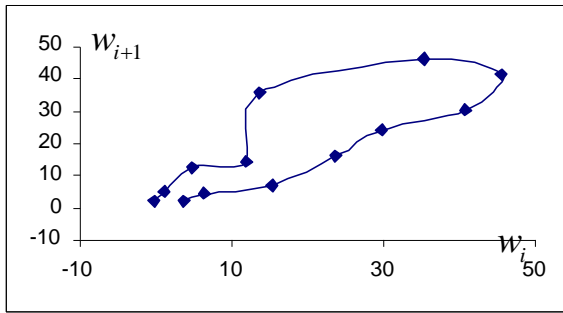
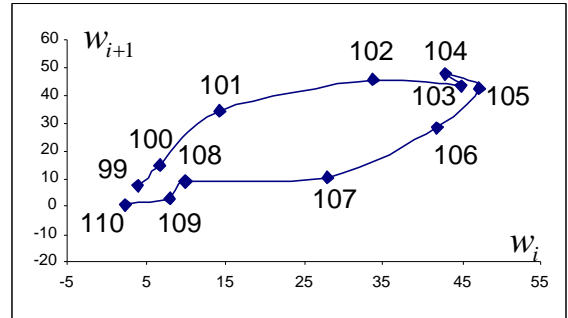
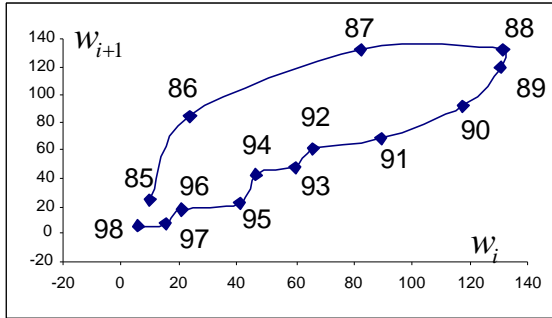
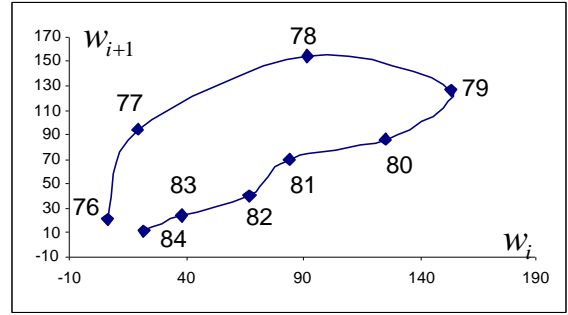
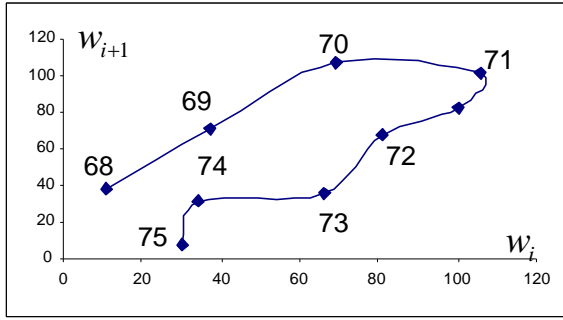
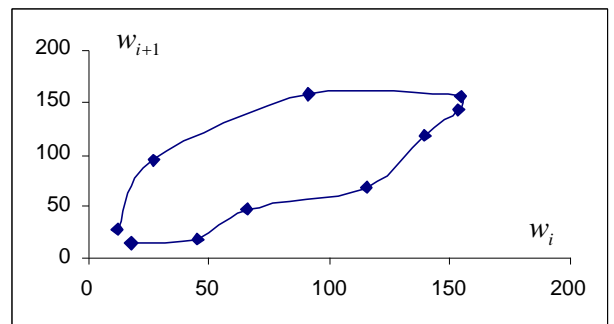
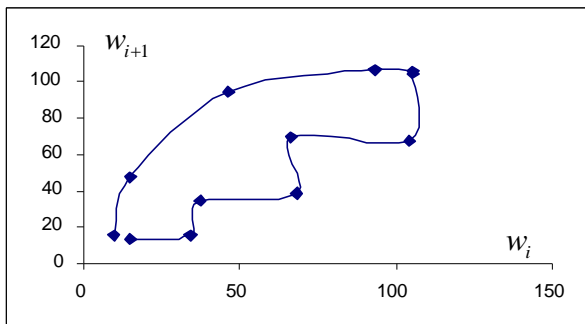
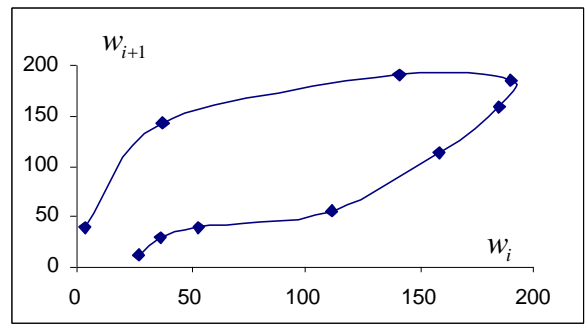
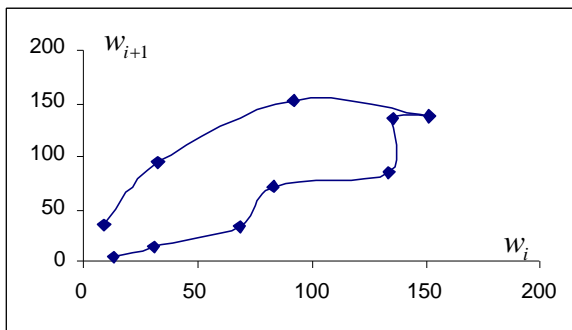
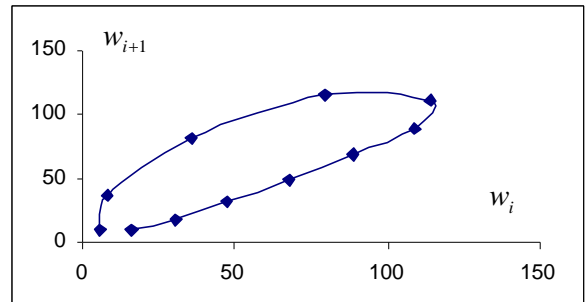
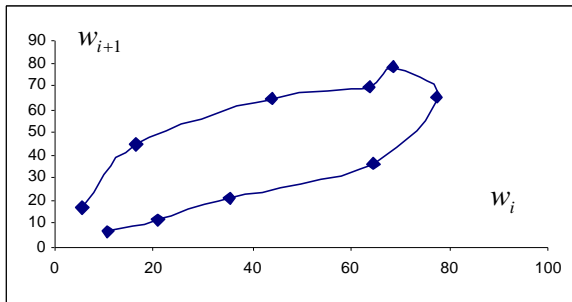
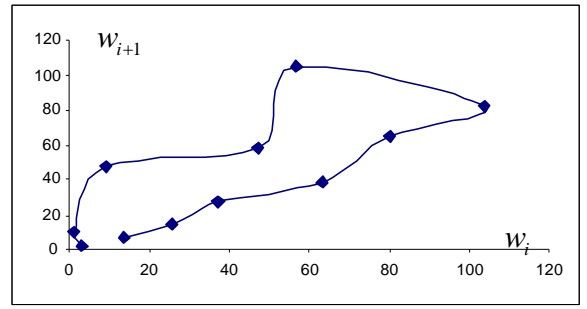
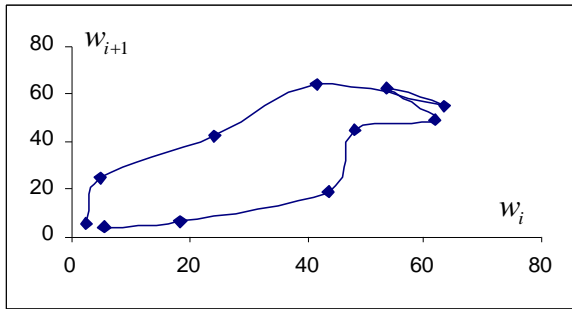
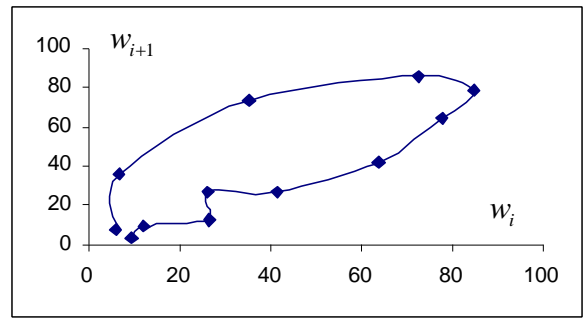
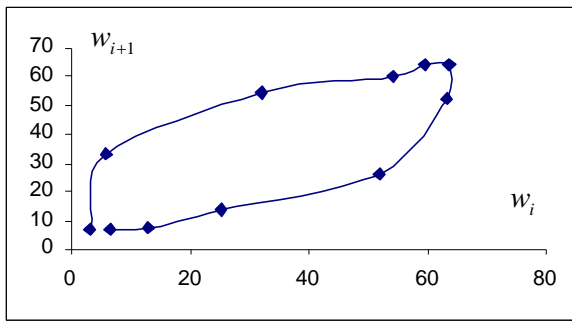


Рисунок 2.7 – Квазіцикли фазового портрета часового ряду W сонячної активності, представленого на рис. 2.6



Продовження рисунку 2.7



Продовження рисунку 2.7

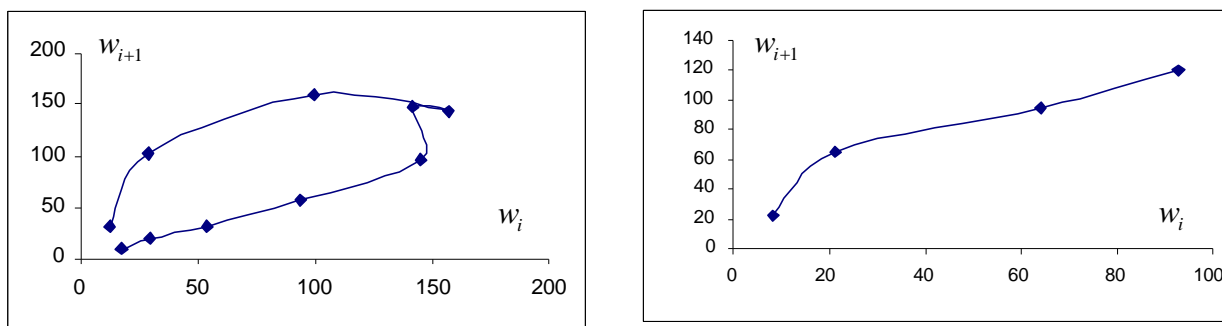


Рисунок 2.7 – Квазіцикли фазового портрета часового ряду W сонячної активності, представленого на рис. 2.6

На рис.2.7 третій за порядком квазіцикл (точки 24, 25, ..., 33) поміщений у габаритний прямокутник, що будується в такий спосіб. Спочатку в розглянутому квазіциклі виділяються дві точки: перша з мінімальним значенням абсциси, друга - з максимальним значенням абсциси; через ці виділені точки проводимо (пунктиром) відрізки прямих, що паралельні осі ординат. Далі, у цьому квазіциклі виділяються дві точки: перша - з мінімальним значенням ординати, друга - з максимальним значенням ординати; через ці виділені точки проводимо (пунктиром) відрізки прямих, що паралельні осі абсцис. Перетинання побудованих двох пар паралельних прямих утворить шуканий габаритний прямокутник для розглянутого квазіциклу; центр цього квазіциклу представляється точкою перетину діагоналей габаритного прямокутника.

На рис. 2.8 зображене графічне представлення частот $h(l)$ появи завершених квазіциклів довжини l в представленому на рис. 2.7 розкладанні фазового портрета $\Phi_2(W)$ на рис. 2.6.

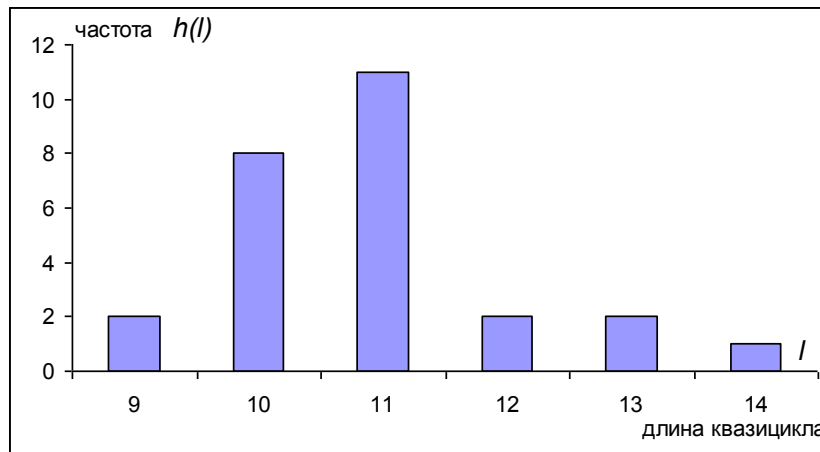


Рисунок 2.8 – Розподіл частот довжин квазіциклів часового ряду сонячної активності

Середню довжину квазіциклів розглянутого ЧР W буде адекватним представити у вигляді центра ваги $l_{\ddot{o}\ddot{o}} = \left(\sum_{l=9}^{14} l \cdot h(l) \right) / \left(\sum_{l=9}^{14} h(l) \right) = \frac{283}{26} \approx 10,88$, що цілком узгоджується з загальноприйнятим судженням про «приблизно 11-річний період сонячної активності».

Порівняємо отримані значення $l_{\ddot{o}\ddot{o}}$ з подвоєним значенням h_{cp} - середньої відстані між локальними максимумами, що було обчислено в [131]: $l_{\ddot{o}\ddot{o}} = 10,88$, $2h_{cp} = 2 \cdot 5,42 = 10,84$. Заслуговує уваги дивно мале розходження між цими величинами: відносне відхилення значення $l_{\ddot{o}\ddot{o}}$ від значення $2h_{cp}$ не перевищує 0,2%.

Принципово важливий висновок, що впливає з візуалізації представлених на рис.2.7 квазіциклів полягає в тому, що має місце властивість подібності (точніше, квазіподібності) траєкторій цих квазіциклів. Ця подібність має місце й для таких пар квазіциклів, у яких має місце істотне розходження кількості їхніх точок, наприклад, див. на рис. 2.7 пари: 8-й квазіцикл (9 точок 76,77,..., 84), 9-й квазіцикл (14 точок 85, 86, ..., 98).

Можна також відзначити, що сумарна кількість ланок, що становлять 27 повних квазіциклів на рис. 2.7, дорівнює 270. Майже кожна ланка із цього числа обертається «за годинниковою стрілкою» навколо центра «свого» квазіциклу. Виключення становлять лише 4 ланки. Наприклад, у квазіциклі $r=10$ ланка (103, 104) має напрямок обертання «проти годинникової стрілки». Крім того напрямки обертання проти годинникової стрілки мають по 1 ланці у квазіциклах $r=16, 18, 19, 23$ (див. рис. 2.7), що становить менш 2,3% від загального числа 270.

У дослідженні сонячної активності особливої уваги заслуговують локальні максимуми $w^r \in W$, тобто максимальні рівні в кожному r -тому квазіциклі ЧР річної сонячної активності W . Для ЧР локально-максимальних рівнів (ЛМР) $\langle w^r \rangle$, $r = \overline{1, 28}$ також були проведені аналогічні дослідження. Фазовий портрет ЧР $\langle w^r \rangle$ представлений на рис. 2.9.

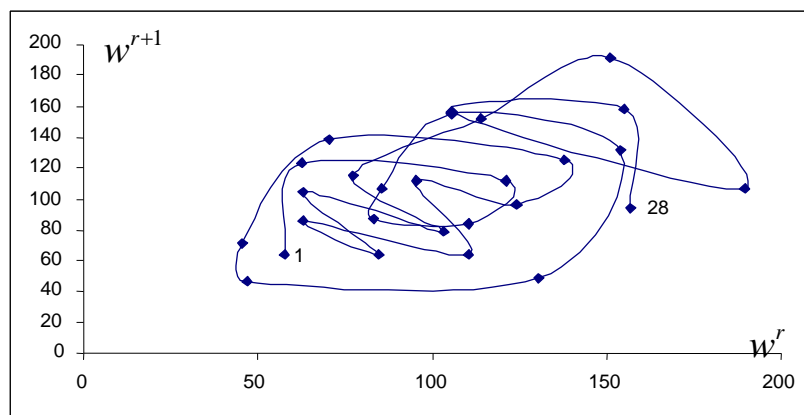


Рисунок 2.9 – Фазовий портрет локально - максимальних рівнів часового ряду річної кількості сонячних плям

Зіставляючи координати точок цього фазового портрета, можна, зокрема, переконатися, що в складі ЧР $\langle w^r \rangle$, $r = \overline{1, 28}$ значення найбільшого ЛМР відноситься до значення найменшого ЛМР як 4:1.

На підставі візуалізації представленого на рис. 2.9 фазового портрета ЧР ЛМР можна стверджувати про циклічну природу його траєкторії, що підтверджується представленим на рис. 2.10 розкладанням цього ФП на квазіцикли. Циклічна (точніше, квазіциклічна) компонента фазового портрета ЧР ЛМР представляє собою важливу інформацію для прогнозування вихідного ЧР W , особливо у випадку, коли горизонт прогнозування перевершує 11 лет.

Дослідження складного еволюціонування циклічної компоненти ЧР річної сонячної активності W (2.1) можна підсумувати в такий спосіб.

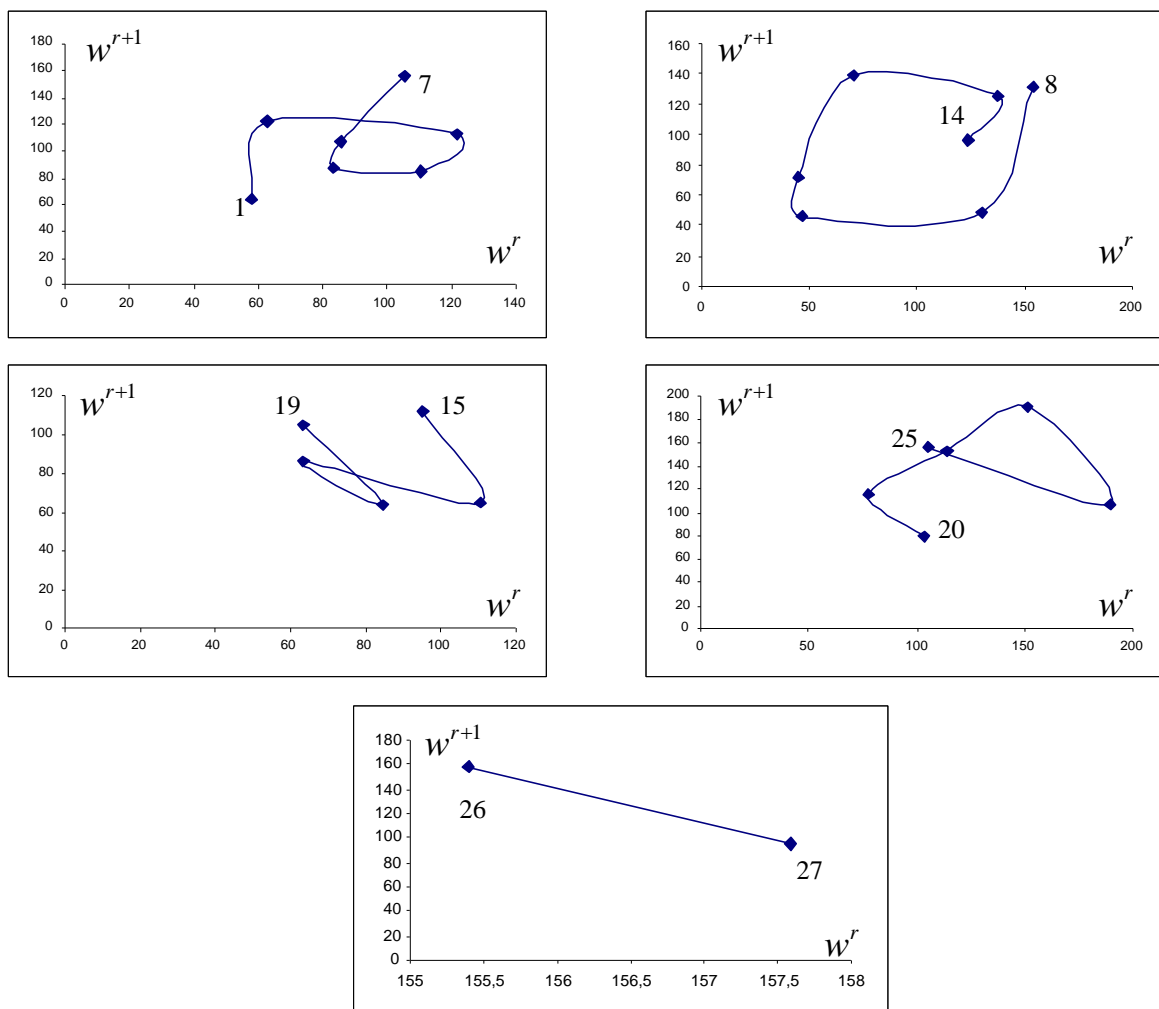


Рисунок 2.10 – Розкладання фазового портрета часового ряду $\langle w^r \rangle$ локально-максимальних рівнів часового ряду сонячної активності

Наступним джерелом, яке надає передпрогнозу інформацію та одержується за допомогою фазового аналізу прогнозованого ЧР W , є траєкторія дрейфу центрів квазіциклів, які представлені в розкладанні фазового портрета цього ЧР (див. рис. 2.7). Надалі представлені на рис. 2.7 квазіцикли фазового портрета $\Phi_2(W)$ умовимося називати терміном «базові K -цикли».

Розглянемо **процедуру виявлення тренда та дрейфа квазіциклів фазового портрета часового ряду**.

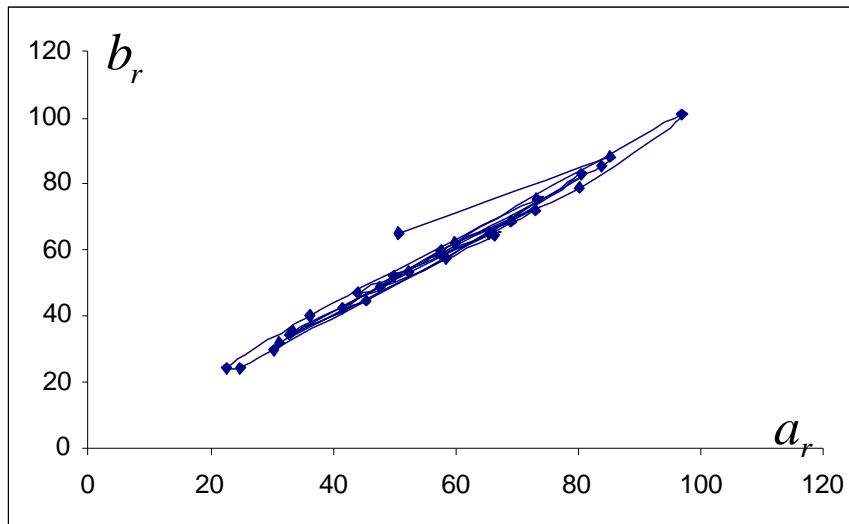
Як відомо, у більшості економіко-математичних методів прогнозування обчислювальний процес починається з аналітичної процедури виявлення тренда та видалення його зі значень рівнів розглянутого ЧР. Зазначена процедура «очищення даних від тренда» перенесена й в алгоритми аналізу економічних ЧР методами нелінійної динаміки. Цей підхід стосується не тільки тренда, але й дрейфу атрактора, зокрема, в процесі прогнозування ЧР на базі методів «реконструкції атрактора» та «побудови предиктора» спочатку здійснюється визначення параметрів стиску, зсуву та повороту, а потім подальший аналіз і прогнозування здійснюється після реалізації процедури «очищення ЧР від дрейфу» [207, 208].

У даному розділі пропонується виявляти тренд і дрейф атрактора (тобто множини отриманих базових K -циклів) у термінах фазового портрета, але без використання процедури «очищення ЧР». Навпаки, представляється можливим і доцільним прогнозування ЧР на базі комбінованого використання виявлених параметрів квазіциклів, а також параметрів тренда й дрейфу для прогнозування на базі фазового аналізу або ж для використання цих параметрів у гібридних [96, 149, 292,]

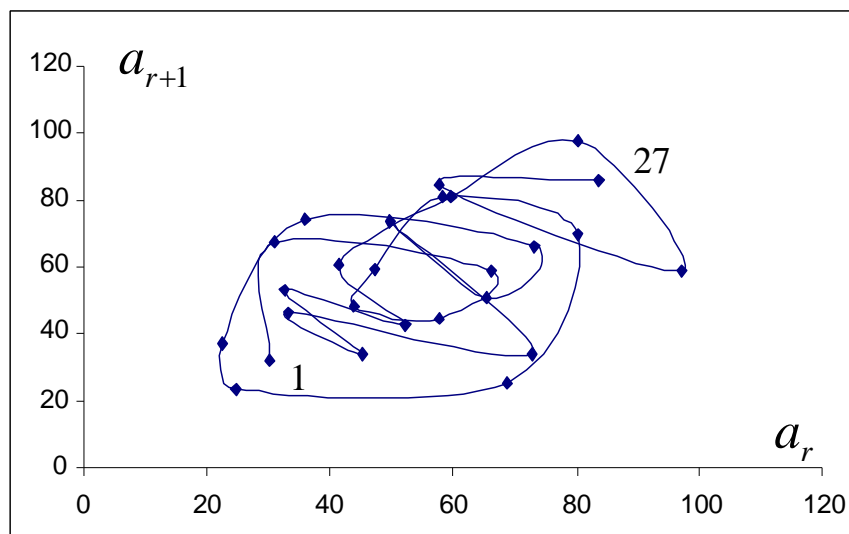
підходах до аналізу та прогнозуванню ЧР. Реалізацію цього підходу на етапі передпрогнозного аналізу продемонструємо на прикладі фазового портрета $\Phi_2(W)$ ЧР сонячної активності W (див. рис. 2.6 та рис. 2.7).

У фазовому просторі $\Phi_2(W)$ координати, тобто абсцису та ординату центра r -го K -циклу, позначаємо відповідно через a_r і b_r . Графічне представлення траєкторії дрейфу цих центрів подане на рис. 2.11 (а). Візуалізуючи цей рисунок, відзначимо, що центри практично всіх базових K -циклів фазового портрета $\Phi_2(W)$ представляють собою точки з доволі вузького околу бісектриси додатного ортанта системи координат фазового простору, що містить $\Phi_2(W)$. Звідси для координат цих центрів виконуються рівності $b_r \approx a_r$, $r = 1, 2, \dots, 26$, у силу чого для виявлення циклічних характеристик представленої на рис. 2.11 (а) траєкторії дрейфу центрів достатньо інформативним є фазовий портрет $\{(a_r, a_{r+1})\}$, $r = \overline{1, 26}$ часового ряду $\langle a^r \rangle$, $r = \overline{1, 27}$ значень абсцис a_r центрів габаритних прямокутників фазового портрета $\Phi_2(W)$, представленого на рис. 2.11 (б). Візуалізуючи фазовий портрет на рис. 2.11 (б), переконуємося, що в його траєкторії істотно представлена циклічна компонента.

Наступним джерелом передпрогнозної інформації, яка одержується для ЧР W за допомогою фазового аналізу, є представлена на рис. 2.12 (а) траєкторія дрейфу напівпериметрів габаритних прямокутників базових K -циклів із представленого на рис. 2.7 розкладання (P_r – числове значення напівпериметра прямокутника r -го базового K -циклу).



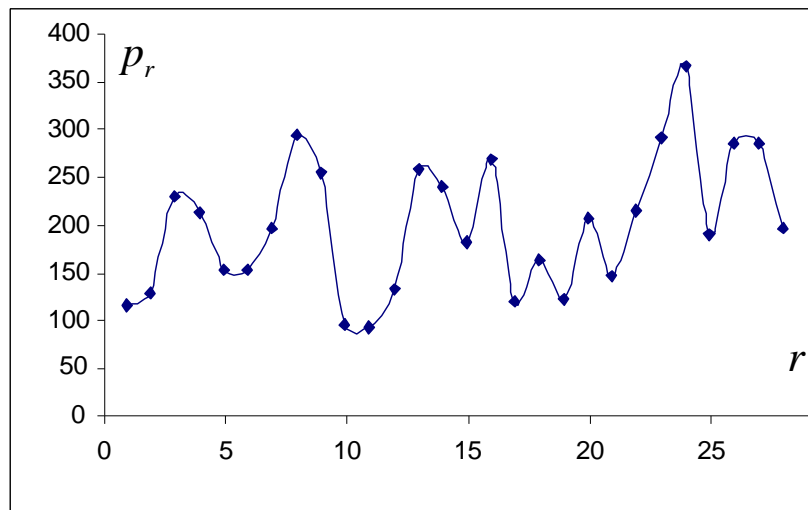
а)



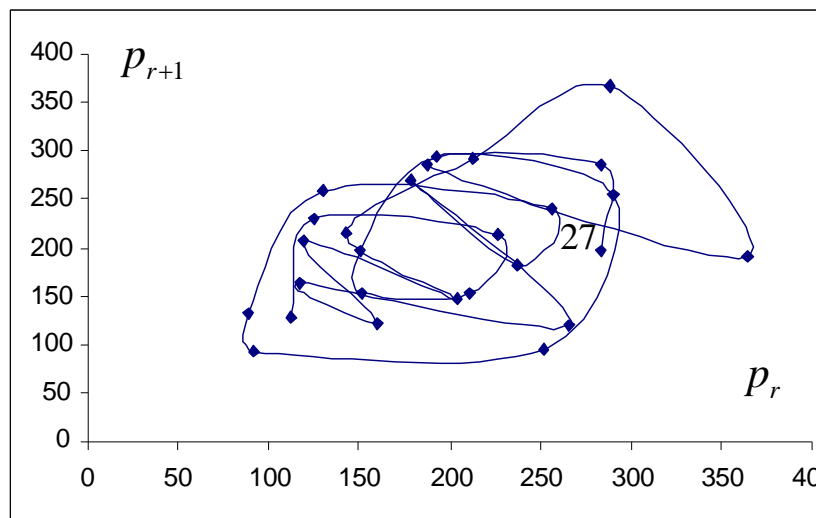
б)

Рисунок 2.11 – (а) - траєкторія дрейфу центрів базових K -циклів фазового портрета $\Phi_2(W)$ часового ряду W сонячної активності; (б) - фазовий портрет значень абсцис a_r цих центрів, $r = \overline{1, 27}$

Динаміка цієї траєкторії істотно визначається циклічною компонентою, наявність якої підтверджує представлений на рис. 2.12 (б) фазовий портрет часового ряду напівпериметрів $\langle P^r \rangle$, $r = \overline{1, 26}$. Квазіцикли цього фазового портрета подібні до квазіциклів, на які розкладається фазовий портрет на рис. 2.11 (б).



а)



б)

Рисунок 2.12 – Траєкторія дрейфу напівпериметрів габаритних прямокутників квазіциклів (а) на рис. 2.10 та її фазовий портрет (б)

Згідно результатів аналізу інформації, отриманої з рис. 2.6 та 2.7 динаміка річних рівнів $w_i \in W$ утворює послідовність квазіциклів (базових K -циклів), що перетинаються (у змісті визначення (2.7)) та довжина яких коливається в обмеженому околі числа 11 (див. рис. 2.8). У свою чергу відповідно до інформації, отриманої з рисунків 2.9–2.12, такі параметри базових K -циклів, як значення локальних максимумів та напівпериметрів їхніх

габаритних прямокутників, а також координат їхніх центрів утворюють відповідні ЧР, динаміка кожного з яких має свою циклічну компоненту. Таким чином, можна стверджувати про дворівневу ієрархічну циклічність вихідного ЧР річної сонячної активності: нижній рівень складається з базових K -циклів, на верхньому рівні представлені квазіцикли часових рядів значень параметрів базових K -циклів.

Отримані результати розкладання фазового портрета ЧР на квазіцикли можуть бути покладено у розробку відповідного методу прогнозування.

Таким чином, апарат фазового аналізу є дієвим засобом моделювання та аналізу еволюції систем. Особливості його використання в галузі економіки та отримані результати ми розглянемо в наступних розділах.

2.5 Огляд існуючого програмного забезпечення для розв'язання задач фрактального аналізу

Відмінною рисою сучасних методів аналізу часових рядів, яким і присвячена дана робота, є їх значна обчислювальна трудомісткість і, як наслідок, неможливість практичного застосування без використання сучасних програмних засобів.

У монографії [255] ретельно розглянуто можливості спеціалізованих пакетів прикладних програм (ППП), що застосовуються при моделюванні динаміки економічних систем. Всі PPP умовно поділено на два класи: пакети імітаційного моделювання та математичні пакети. Наявність широкого асортименту комерційного та вільного (безкоштовного) програмного забезпечення, що дозволяє спростити процедури побудови, аналізу та експлуатації динамічних економіко-математичних моделей, автор розглядає як потужний поштовх до розвитку економічної

динаміки та її практичного застосування в нашій країні. ППП дозволяють зробити творчий процес моделювання менш складним та трудомістким, позбавитися від рутинних операцій та, в результаті, суттєво полегшують процес аналізу.

У [245] процес аналізу даних розглядається з точки зору інтелектуального аналізу даних – дейтамайнінгу (*Data Mining*) – як «процес автоматичного виділення дійсної, ефективної, раніше невідомої і абсолютно зрозумілої інформації з великих баз даних і використання їх для ухвалення ключових рішень бізнесу». Подібні інструментальні засоби також відомі під назвою «засобів відкриття знань» - *Knowledge Discovery*. У даному напрямку розглядається велика кількість програмних засобів (*Oracle Data Mining, Intelligent Miner, SAS Enterprise Miner, Clementine* та ін.), що забезпечують, окрім інших потужних можливостей, візуальне дослідження даних, статистичний аналіз, прогнозування. У [53] генеральний директор ООО «Спэл Лабс» аргументує необхідність впровадження CRM-систем саме тому, що вони реалізують «методи *Data Mining*, які призначені для обробки та змістовної інтерпретації даних з метою виявлення актуальних трендів та вироблення оптимальних стратегій».

При цьому цікаво відмітити, що однією з особливостей подібних систем є їх відкритість. Наприклад, система *Clementine* дозволяє як вбудовувати в неї аналітичні алгоритми інших виробників, так і імпортувати готові модулі, створені в інших системах (наприклад в *SPSS*). Окрім того, масштабований дизайн *Clementine* [245] надає можливість залучати до виконання процесу дейтамайнінгу додаткові зовнішні модулі виробництва *SPSS*, що робить систему «високопродуктивним автоматизованим середовищем дейтамайнінгу».

Тобто, розробники сучасних потужних програмних засобів для розв'язання задачі, наприклад, статистичного аналізу звертаються до добре перевірених часом популярних статистичних пакетів (СПП). До таких програмних засобів належать пакети *STATISTICA* компанії *Statsoft*, *STADIA*, *STATGRAPHICS*, *Евріста*, *DataDesk* компанії *Data Description*, *SPSS* або *SYSTAT* компанії *SPSS*, *МЕЗОЗАВР*, *Статістик-Консультант* тощо [30, 258]. У [1] представлено огляд інтелектуальних можливостей СПП, проведено їх класифікацію та запропонована методика вибору найкращого програмного комплексу, що вирішує проблеми статистичних досліджень.

Система *MATLAB 6*. також містить комплект інструментів *Statistics Toolbox 7.1* [Е12], який підтримує широкий діапазон задач: від обчислення основної описової статистики до реалізації та візуалізації багатомірних нелінійних моделей. Він пропонує багатий набір статистичних методів і діалогової графіки. Всі функції комплексу інструментів написані відкритою мовою *MATLAB*®. Таким чином забезпечується можливість бачити та аналізувати алгоритми, змінювати вихідний код і створювати власні функції.

Можна навести ще чимало сучасних програмних засобів, які призначені для обробки даних та створюються за новітніми технологіями. Розробники кожного сучасного програмного продукту вважають за необхідне включати до системи модулі або інші програмні блоки, що реалізують моделі, методи та інструментальні засоби статистики. Таким чином, можна зробити висновок про те, що методи статистичного аналізу даних, у тому числі часових рядів, достатньо добре забезпечені інструментальною підтримкою.

Проте цього не можна сказати про засоби, які реалізують методи нелінійної динаміки і, зокрема, фрактального аналізу.

Зауваження 1. Щодо твердження, сформульованого вище, необхідно відмітити, що проведений аналіз існуючих програмних комплексів виявив, що на даний час кожна система, що реалізує технологію інтелектуального аналізу даних *Data Mining*, містить в своєму арсеналі інструментарій нейро-мережевого моделювання (нейронні мережі, нейрокомп'ютинг), побудову та аналіз на основі дерева розв'язків (decision trees), генетичні алгоритми, нелінійні регресійні методи, еволюційне програмування тощо [54, 92, 245, ін.]. Однак, справа з інструментарієм, що реалізує методи аналізу детермінованого хаосу, має зовсім інший стан.

Ринок програмного забезпечення, що реалізує елементи фрактального аналізу, є достатньо молодим, проте таким, що на сьогоднішній день активно розвивається.

Розглянемо основні особливості та обчислювальні можливості деяких з програмних засобів, які дозволяють застосовувати методи нелінійної динаміки, у тому числі фрактальний аналіз, для дослідження часових рядів.

ПП «*Fractan*» та його версія «*Fractal analysis 4.4*» - розроблений в Лабораторії обробки Даних Інституту математичних проблем біології РАН [Е4] - призначено для обчислення кореляційної розмірності, кореляційної ентропії та показника Херста для ЧР вихідних даних. Даний програмний продукт, автором якого є В. Сичов, вільно розповсюджується з урахуванням дотримання авторських прав.

Вихідний ЧР подається у текстовому файлі даних у ASCII форматі. ПП «*Fractal analysis 4.4*» дозволяє також

створювати модельні дані на базі використання наступних інструментів:

- генератор Ван дер Поля (1D) ;
- генератор Ван дер Поля (2D) ;
- відображення Хенона;
- відображення Ікеди;
- система Лоренса;
- система Ресслера;
- гаусів шум;
- узагальнений броунівський шум;
- узагальнений броунівський рух;
- функція Вейерштрасса-Мандельброта;
- рівняння Мекі-Гласса.

Програма дозволяє здійснювати імпорт даних із MS *Excel* та з інформаційно-торгівельної системи *MetaTrader 4.0*, яка призначена для торгівлі на валютному ринку *Forex*.

Серед обчислювальних можливостей даного програмного продукту можна виділити розрахунок автокореляційної функції, розмірності фазового простору, побудову 2D мірного й 3D мірного фазових просторів, розрахунок кореляційної розмірності (а також графічне відображення отриманих результатів), показника Херста (за алгоритмом A_1).

Довжина ЧР, що рекомендується для розрахунків, становить не менш, ніж $10^{(2+0,4D)}$, де D - кореляційна розмірність атрактора. Обмеження на мінімальну довжину вихідного ЧР - не менш 512 значень - унеможлиблює його застосування для коротких часових рядів. Тестування програми на достатньо довгих ЧР виявило також недоліки у реалізації алгоритму розрахунку показника Херста (нерідко отримане в результаті значення перевищує 1, чого бути не може).

Привертає увагу ще одна програма - Cygnus Software Fractal Extreme 1.801 – що розроблена в цій же лабораторії [E4] та призначена для спостереження за поведінкою фракталів (рекурсивних функцій).

Наступною розглянемо комп'ютерну систему аналізу часових рядів «*TSanalys*», що дозволяє в інтерактивному режимі здійснювати комплексний аналіз часових рядів методами нелінійної динаміки [238], який полягає у наступному:

- візуалізація графіка часового ряду,
- побудова псевдофазового простору розмірності 2,
- побудова дрейфуючого аттрактора,
- проведення тесту Гілмора,
- обчислювання кореляційної розмірності, показника Ляпунова, показника Херста,
- проведення тесту залишків Брока.

Даний програмний продукт є достатньо зручним та потужним інструментом для аналізу часових рядів методами нелінійної динаміки. Проте у використанні цих методів основною метою є здійснення реконструкції аттрактору, тобто визначення кількості змінних, що істотно впливають на поведінку системи, оцінка розмірності вкладення аттрактору й побудова моделі (системи рівнянь). Як відзначено в [238], задача реконструкції аттрактора є дуже складною, тому що жоден із зазначених вище методів аналізу не дає відповіді на питання - від яких змінних залежить поведінка системи. Тобто застосування перелічених вище методів також не надає достатньо інформації у ситуації реального прогнозування часових рядів.

Наступну групу програмних засобів, що призначено для аналізу ЧР, становлять програмні модулі, які реалізовано в середовищі *MATLAB*.

Рубіж ХХІ ст. фірма *The MathWorks Inc.* ([E12]), яка є розробником двох програмних продуктів (*MATLAB* - використовується для виконання математичних обчислень, аналізу та візуалізації даних, створення нових програм та *SIMULINK* - використовується для моделювання складних динамічних систем), відзначила випуском нової версії системи інженерних та наукових обчислень *MATLAB 6*. Відмінною особливістю цієї версії [69, 70, 274, 297] є розвинуте середовище розробки додатків, яке характеризується великою різноманітністю інструментальних засобів та дружніх графічних інтерфейсів. Перевагою системи *MATLAB* є модульний принцип побудови. З моменту свого виникнення у 1984 р. і до нашого часу послідовне проведення цього принципу в життя сприяло створенню великої кількості ППП. У розробці цих пакетів беруть участь як розробники системи, так і багаточисельні партнери. На даний час сучасне сімейство продуктів *MATLAB* вміщує більш ніж 90 ППП, а також понад 300 додатків, що розроблено більш ніж 170 партнерами фірми. Це суттєво розширює функціональні можливості системи. Для розробки додатків в системі *MATLAB* використовуються ряд інструментальних засобів *Application Development Tools*, які мають назву *Toolboxes*. *Toolboxes* - це різноманітна колекція функцій *MATLAB* (М-файлів), які дозволяють вивчати й застосовувати спеціалізовані методи для розв'язання окремих класів задач. *Toolboxes* застосовуються для моделювання, обробки сигналів, систем контролю, нейронних мереж, нечіткої логіки, вейвлет-аналізу та багатьох інших.

Однак, на відміну від реалізації комплексу інструментів (ППП) статистичного аналізу (*Statistics Toolbox 7.1*), а також різноманітного інструментарію для інтелектуального аналізу даних, фірма-розробник не надає

відомостей про реалізацію додатків, які б містили методи фрактального аналізу. Проте, в окремих публікаціях та на комп'ютерних форумах можна зустріти посилання та повідомлення про окремі реалізації зазначених методів. Так в [246] автор посилається на окремий набір інструментів Fraclab [E13], за допомогою якого здійснюється розрахунок локального коефіцієнту Херста, точкового коефіцієнту Холдера та ін.

Існують також розробки, що базуються на інших системах. Так в [276] запропоновано програму *R/S*-аналізу часових рядів, що створено на базі системи візуального проектування та розробки додатків *HiAsm (High Assembler – розробник Hexshock Software)*.

Комп'ютерною програмою, що реалізує методи нелінійного аналізу часових рядів, які базуються на парадигмі детермінованого хаосу, є й пакет програм TISEAN [E15], що розроблено у Max Planck *Institute for Physics of Complex Systems, Dresden*. У роботі [323] описано методи, що використовуються в пакеті. До них відносяться:

різноманітні алгоритми для представлення даних (візуалізація вихідного ЧР та фазового простору),

діагностика нестаціонарності ЧР,

виділення неперіодичних циклів,

видалення шуму нелінійної природи,

обчислення показника Ляпунова,

обчислення кореляційної розмірності та кореляційного інтегралу,

обчислення інформаційної розмірності та одержання оцінки інформаційної ентропії,

проведення тестів на нелінійність (детермінований хаос) та ін.

Алгоритми програмно реалізовано на мовах програмування С та ФОРТРАН. Проте, щодо застосування методу R/S-аналізу даних немає.

У [34] пропонується алгоритм та вказується на наявність програми щодо оцінки показника Херста за допомогою кусково-лінійної апроксимації статистики. Проте, метод передбачає усереднення за періодом спостережень, вимагає виконання додаткових умов (ЧР повинен мати «необхідну» ступінь самоподібності), що не завжди може призвести до адекватних результатів.

Для завершення огляду комп'ютерного програмного забезпечення для фрактального аналізу часових рядів розглянемо ще один програмний продукт фірми *Trade Smart Research Ltd*, що використовується трейдерами на ринку *Forex*. Це *TS Trendiness* [E26] – окремий модуль *Dll* для розрахунку, як вказано в інструкції-описі, «локальної фрактальності для довільного цінового ряду». Причому, «*TS Trendiness* для обчислення необхідно всього ~ 20-40 барів (тобто значень ЧР), що порівняно із тривалістю трендів, тоді як для обчислення показника Херста необхідно 10^3 барів». З'ясувалося, що алгоритм, який реалізовано в модулі *Dll TS Trendiness*, базується на видозміненій ідеї індексу варіації, що запропоновано та викладено в [65]. Для його коректного обчислення достатньо декількох десятків барів (рекомендується від 30-40). Даний показник як індикатор рекомендовано розроблювачем до застосування на будь-яких таймфреймах та на різних торговельних платформах (*TradeStation, eSignal, MultiCharts*).

Підсумовуючи все, що сказане вище, можна зробити наступні висновки.

По-перше, арсенал комп'ютерного інструментарію, що забезпечить можливість застосовувати нелінійні методи

аналізу часових рядів, представлено достатньо обмеженим колом програмних засобів.

По-друге, існуючі доступні пакети програм мають певні (означені вище) недоліки, що призводять до труднощів або зовсім унеможливають їх використання для фрактального аналізу часових рядів.

По-третє, їх наявність та спроби використання у реальних ситуаціях для розв'язання практичних проблем, наприклад, економіки є підтвердженням актуальності даного напрямку дослідження, необхідності опрацювання і реалізації існуючих методів (алгоритму A_1 нормованого розмаху Херста) та подальшої розробки нового інструментарію.

2.6 Дослідження властивостей алгоритмів фрактального аналізу на базі комп'ютерного експерименту

Перед викладом результатів досліджень, отриманих автором, зауважимо, що експериментальні дослідження показника Херста, що обчислено за алгоритмом A_1 нормованого розмаху, здійснювалися Е. Петерсом. У [208] як тестові дані розглядаються ЧР, які отримано за допомогою генератора псевдовипадкових чисел із гаусівським виходом а також ЧР, що отримано апроксимацією узагальненого броунівського руху за алгоритмом Е. Федера [261]. Результати розрахунків показника Херста виявили деяке його зміщення від теоретичного значення 0,5 ($H = 0,55 \pm 0,1$), що пояснюється генерацією псевдовипадкових чисел детерміністичним алгоритмом.

Метою експериментального дослідження є аналіз можливостей алгоритму A_2 щодо виявлення властивості циклічності в ЧР, а також інших властивостей алгоритмів

фрактального аналізу. Для проведення експериментальних досліджень в даній роботі використано (з урахуванням висновків п. 2.4) розроблене під керівництвом автора програмне забезпечення. Середовищем для розробки програмної реалізації алгоритмів A_2 (послідовного R/S -аналізу) та A_3 (знаходження глибини пам'яті вихідного ряду) була обрана оболонка *Visual Basic for Application* (VBA), яка інтегрована у стандартний пакет Microsoft Office. Причиною вибору є можливість доступної візуалізації та аналізу результатів роботи алгоритму в середовищі *Excel*, причому є можливість роботи в різних версіях Microsoft Office. На рис. 2.13. представлено головне меню програми.

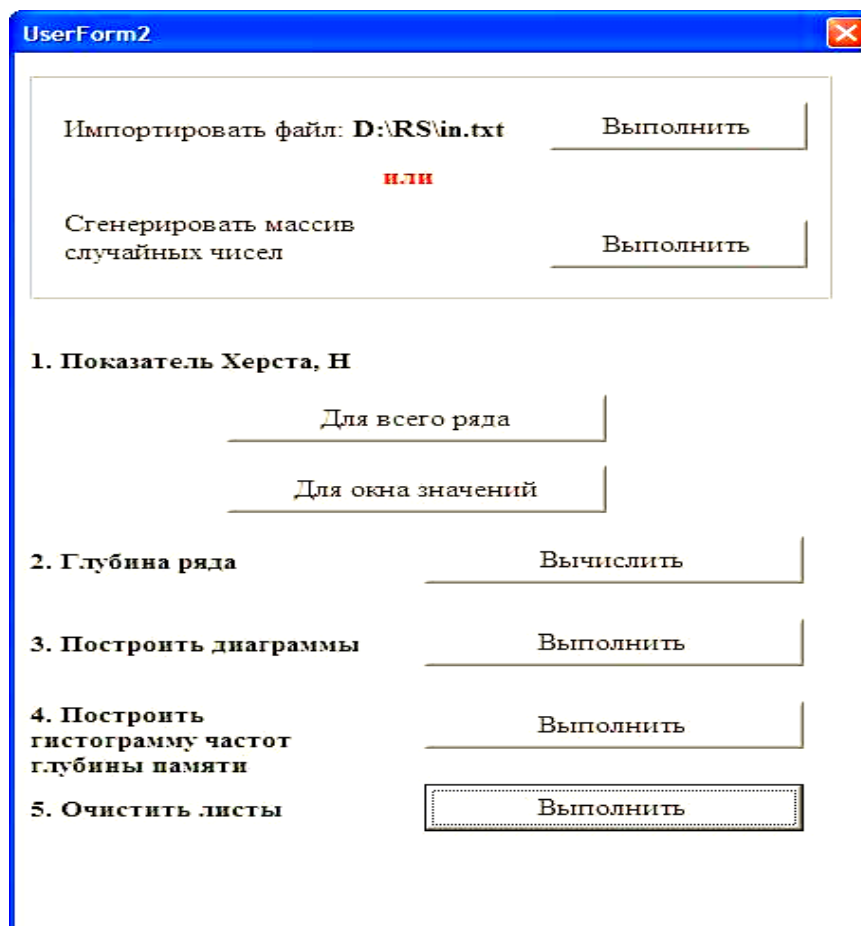


Рисунок 2.13 – Меню програми аналізу ЧР на базі застосування алгоритмів A_2, A_3

На рис. 2.14 наведена концептуальна схема роботи програми.

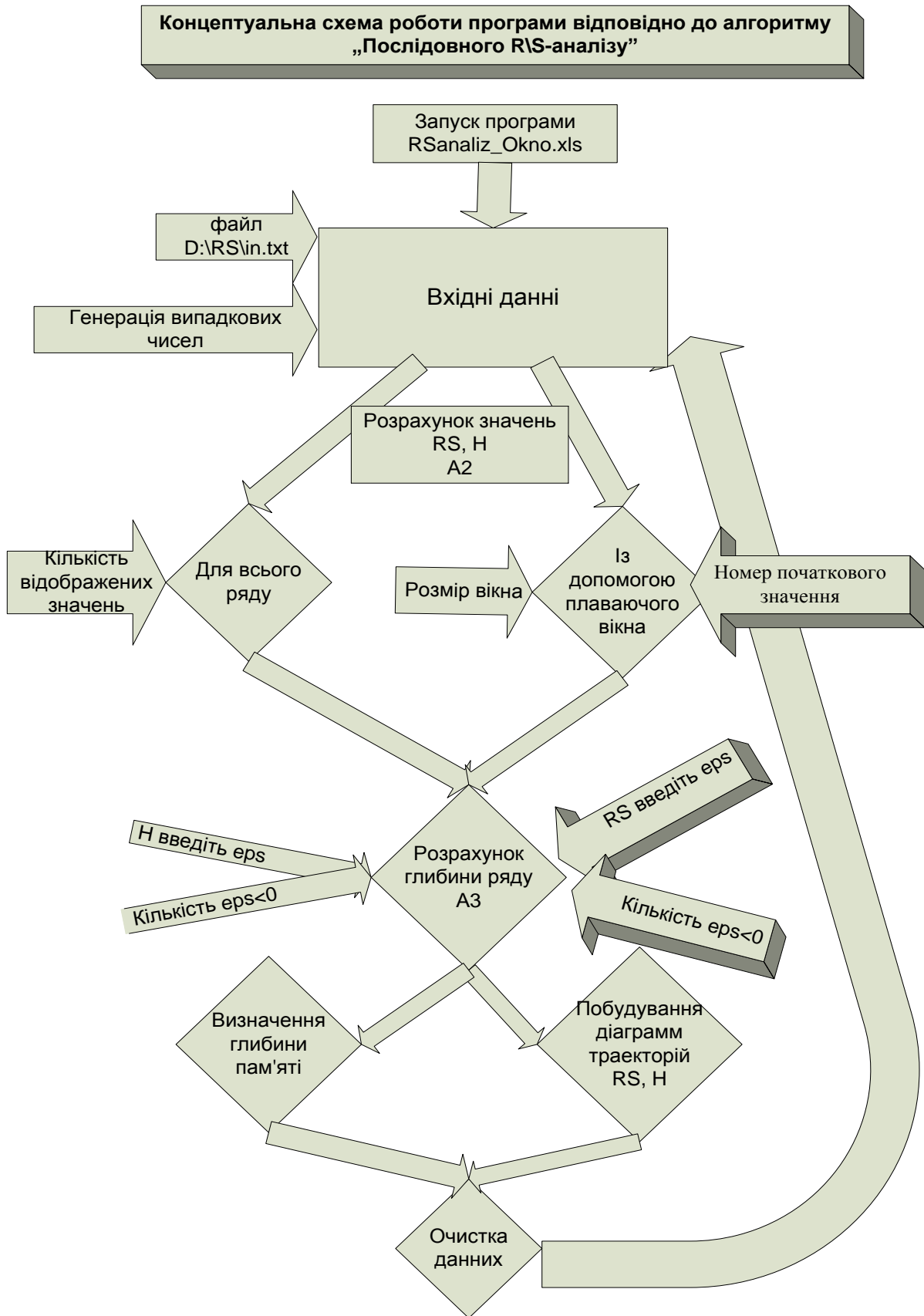


Рисунок 2.14 – Концептуальна схема програми аналізу ЧР на базі використання алгоритмів A_2 , A_3

Вихідні дані для роботи програми подаються у вигляді текстового файлу, а також одержуються шляхом генерації випадкових чисел (засобами генератора, вбудованого в *Excel*).

Результатом роботи програми є:
значення H (розраховане за алгоритмом A_2);
візуалізація R/S - та H -траєкторій;
глибина пам'яті у вигляді нечіткої множини, яка знаходиться за алгоритмом A_3 , та її графічне представлення.

Для організації та проведення комп'ютерного експерименту розроблена база даних, яка дозволяє зберігати інформацію про тестові ЧР (вихідні дані), їх основні характеристики, параметри роботи програми, а також результати роботи алгоритмів. Це забезпечує можливість проведення подальшого системного аналізу результатів експериментальних досліджень. Структурна схема бази даних представлена на. рис. 2.15.

База даних експериментального дослідження містить 2 групи ЧР : детерміновані ЧР (з відомими властивостями) та стохастичні ЧР з відомими чисельними характеристиками та законом розподілу, які отримано засобами генерації випадкових (псевдовипадкових) чисел.

Для опису бази детермінованих тестових ЧР введемо необхідні позначення та означення.

Циклом C будемо називати відрізок дійсних чисел

$$C = \langle x_1^C, x_2^C, x_3^C, \dots, x_j^C, \dots, x_p^C \rangle, \quad (2.20)$$

для якого виконується умова

$$x_1^C = x_p^C. \quad (2.21)$$

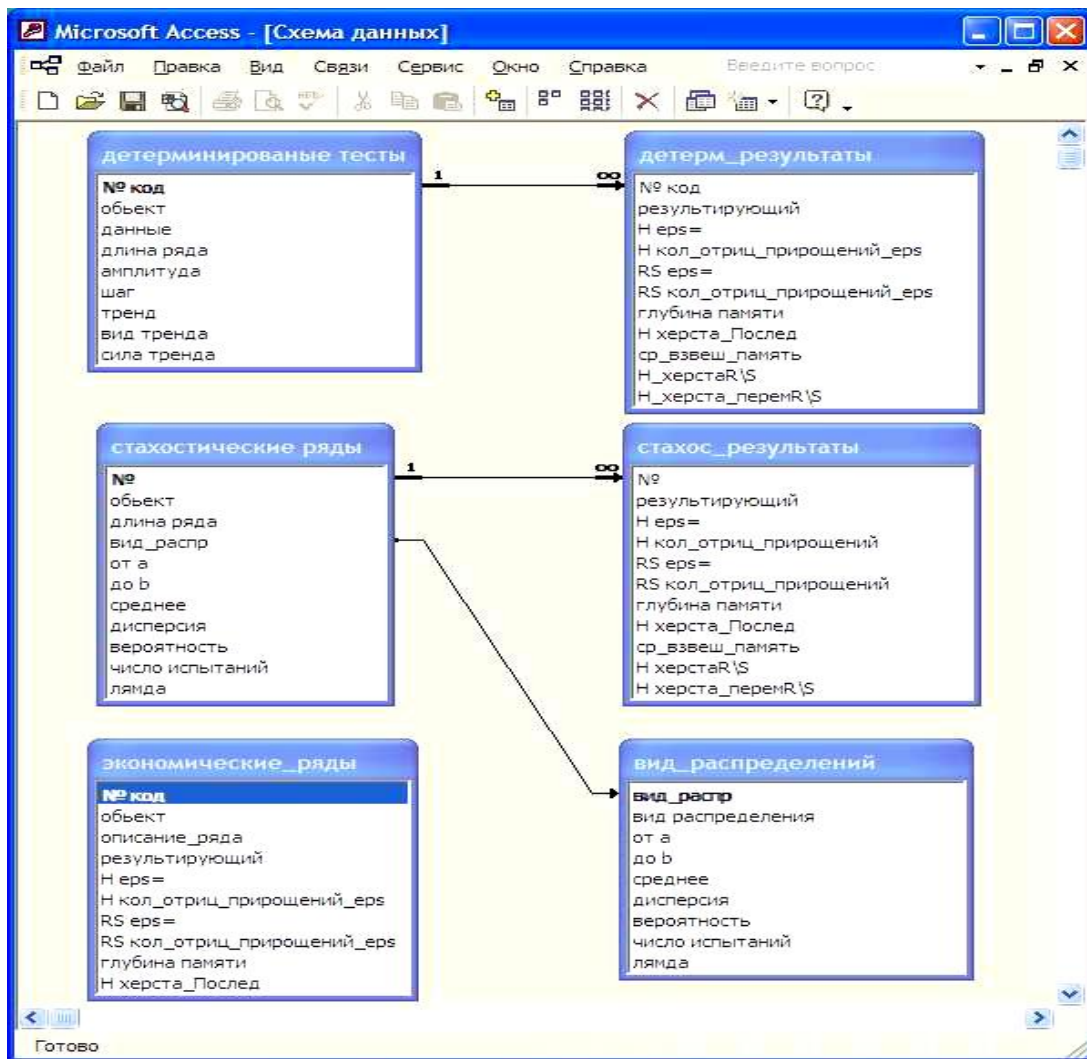


Рисунок 2.15 – Структурна схема бази даних експериментального дослідження

Частковою умовою до циклу може бути

$$x_1^C = x_p^C, x_2^C = x_{p-1}^C, \dots, x_j^C = x_{p-j+1}^C, j = \overline{1, p}. \quad (2.22)$$

Число p (кількість чисел або, інакше, точок, що складають цикл) будемо називати *довжиною* циклу C . Очевидно, що при виконанні умови (2.22), довжина циклу є завжди непарним числом $p = 2k + 1, k \in N$.

Кожний цикл C складається з двох напівциклів (відрізків):

напівциклу (відрізка) зростання, для якого виконується умова $\Delta_i = x_i^C - x_{i-1}^C > 0$, та

напівциклу (відрізку) *спадання*, для якого виконується протилежна умова $\Delta_i = x_i^C - x_{i-1}^C < 0$.

Цикл C , у якого $|\Delta_i| = const$, будемо називати регулярним, у іншому випадку – нерегулярним.

Очевидно, що для регулярного циклу довжини напівциклів співпадають. Позначимо довжину напівциклу регулярного циклу через D , де $p = 2D + 1$. Для нерегулярних циклів довжини напівциклів можуть відрізнятися за значенням, тому будемо використовувати позначення D_{\uparrow} - довжина напівциклу зростання, D_{\downarrow} - довжина напівциклу спадання.

На рис. 2.16 зображене графічне представлення регулярного циклу C виду

$$C = \langle 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 \rangle, \quad (2.23)$$

довжина якого $p = 13$, а довжина напівциклу $D = 6$.

Величину $M^C = \max\{x_j^C\}$ будемо називати *висотою* циклу C , величину $m^C = \min\{x_j^C\}$ - його *дном*.

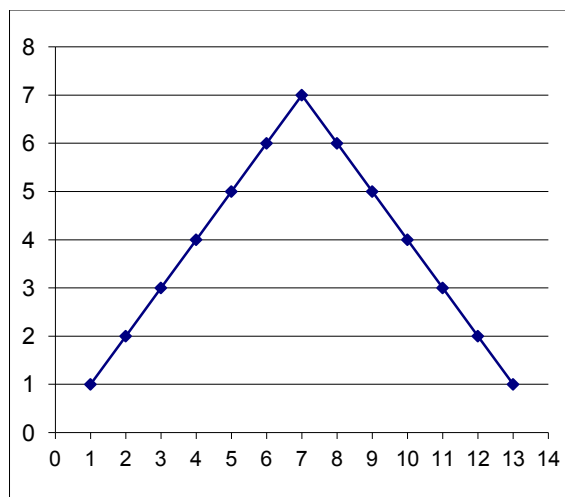


Рисунок 2.16 - Цикл C (2.22) довжини $p = 13$, $D = 6$

Величину $A^C = M^C - m^C$ будемо називати *амплітудою* циклу C .

Для циклу, що представлено на рис. 2.16 висота $M^C = 7$, дно $m^C = 1$ і, відповідно, амплітуда $A^C = 7 - 1 = 6$. Очевидно, що для будь-якого регулярного циклу, для якого виконується умова $\Delta^C = |x_{i+1}^C - x_i^C| = 1$, довжина циклу p та довжина напівциклу пов'язані з його амплітудою A^C співвідношеннями

$$p = 2A^C + 1 \text{ та } D = A^C.$$

Цикл C породжує сімейство ЧР наступного виду:

$$X^{C-K} = \{x_i^K\}, i = \overline{1, n}, n = K(p-1) + 1, x_i^K = x_j^C, j = \overline{1, p}. \quad (2.24)$$

ЧР X^{C-K} виду (2.24) будемо називати регулярним, якщо цикл C , який його породжує, є регулярним. В іншому випадку – нерегулярним. На рис. 2.17 представлено регулярний ЧР $X^{C-8} = \{x_i\}, i = \overline{1, n}, n = 97$, який породжений регулярним циклом C (2.22), що представлено на рис. 2.16.

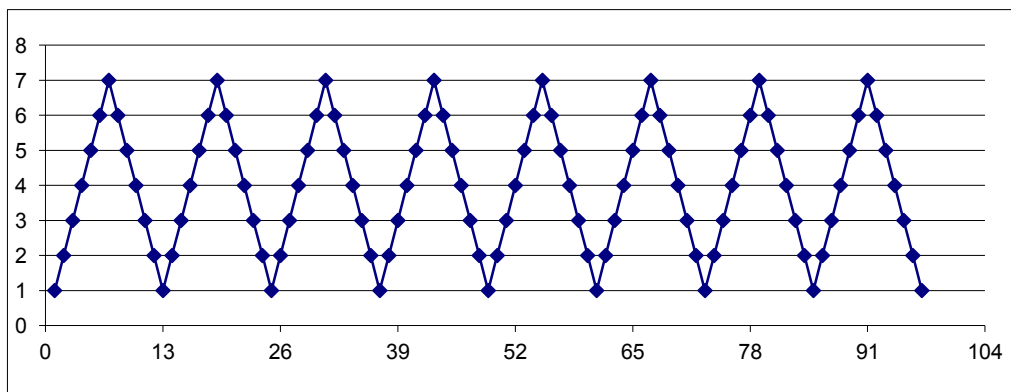


Рисунок 2.17 – Графічне представлення регулярного ЧР

$$X^{C-8} = \{x_i\}, i = \overline{1, n}, n = 97$$

Також домовимося для узагальнення результатів позначати регулярний ЧР (сімейство ЧР), що породжено циклом C довжини p , через $X^C = X^p$. Тобто ЧР, що наведено на рис. 2.17, будемо позначати X^{13} .

Часовий ряд може бути породженим не тільки одним, а декількома циклами, наприклад, циклами C_1, C_2, C_3 . Тоді відповідний ЧР будемо позначати $X^{C_1C_2C_3}$, або X^{p_1, p_2, p_3} .

Приклад такого ЧР наведено на рис. 2.18. Цей ряд породжено трьома регулярними циклами C_1 ($p_1 = 13, A_1 = 6$), C_2 ($p_2 = 7, A_2 = 3$), C_3 ($p_3 = 5, A_3 = 2$).

На рис.2.19 наведено графічне представлення ЧР $X^{C_1C_2}$, який породжено двома регулярними циклами C_1 ($p = 13, A = 6$) та C_2 ($p = 7, A = 3$).

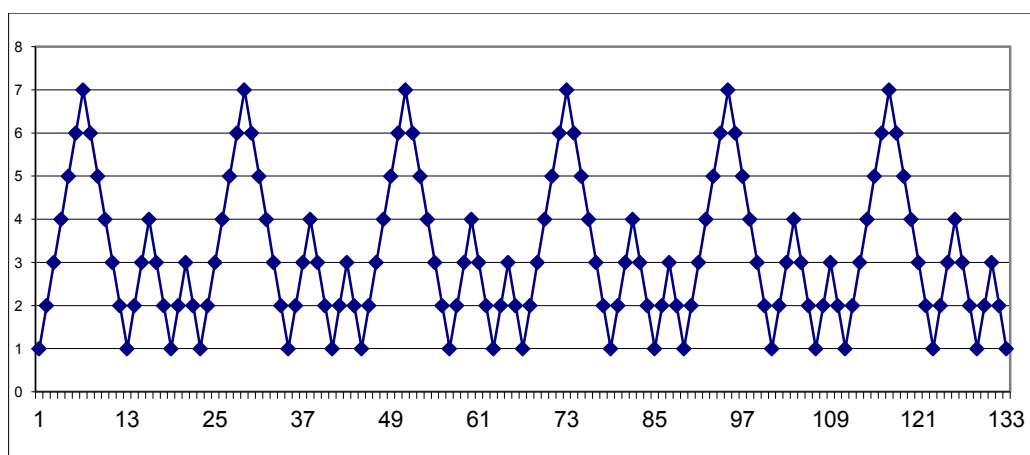


Рисунок 2.18 – Графічне представлення регулярного ЧР $X^{13,7,5} = \{x_i\}, i = \overline{1, n}, n = 133$

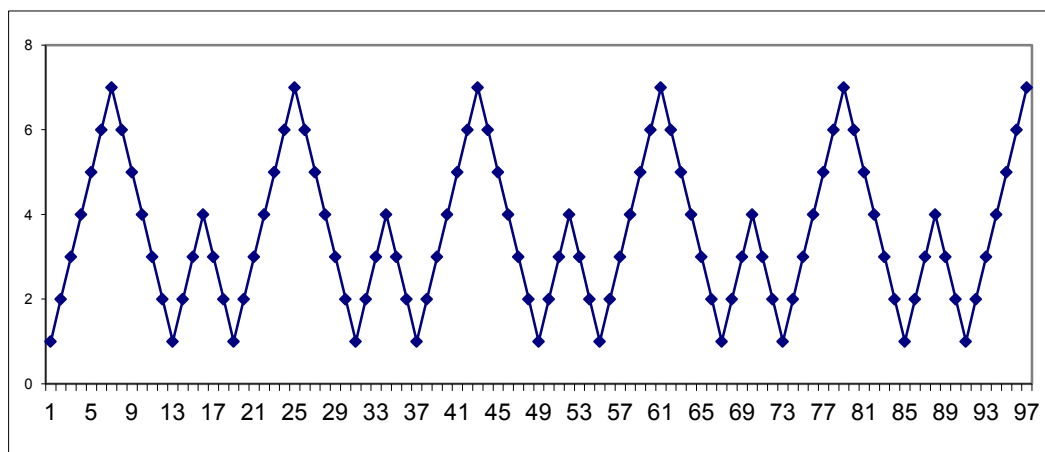


Рисунок 2.19 – Графічне представлення регулярного ЧР $X^{13,7} = \{x_i\}, i = \overline{1, n}, n = 97$

Іншим сімейством ЧР, що включено до бази тестування, є ЧР з лінійним трендом виду $T = \alpha i + \beta$, де $\alpha, \beta \in R$ (дійсні числа).

Таким чином, можна визначити вектор параметрів, що визначають конкретний детермінований ЧР:

$$V = (n, p, A, D, \alpha, \beta), \quad (2.25)$$

де параметри p , A та D можуть задаватися у векторній формі, якщо ЧР породжується або декількома циклами, або нерегулярним циклом (циклами).

У результаті експериментальних досліджень отримано, що показник Херста H , який визначено за алгоритмом A_1 (нормованого розмаху Херста) не залежить ні від величини амплітуди ЧР, ні від виду детермінованої складової у вигляді лінійного тренду. Проте, суттєво залежить від довжини ЧР n , а також від довжини циклу p .

Наприклад, для ЧР X^{C-K} , графік якого при $K=8$ представлено на рис. 2.17, значення показника Херста H та результати тесту на перемішування обчислювалися при зміні довжини n ряду від значення $n=21$ до $n=1000$. Фрагмент результатів розрахунків наведено в табл. 2.1, графічне представлення залежності значення показника Херста H від довжини ряду n подано на рис. 2.20.

Результати дослідження залежності показника Херста H , розрахованого за алгоритмом A_1 нормованого розмаху, від довжини ряду дають досить чітку картину: зі збільшенням довжини ряду значення показника Херста переходить із області чорного шуму, коли значення $0,5 < H < 1$, в область рожевого шуму ($0 < H < 0,5$).

Тобто для достатньо «довгого» детермінованого ЧР його циклічність (за умови $A \ll n$) сприймається як «скоріше повернення до середнього». Алгоритм

нормованого розмаху Херста A_1 ідентифікує такий ЧР як антиперсистентний.

Таблиця 2.1 - Значення показника Херста H для регулярного ЧР, що породжено детермінованим циклом

Довжина ряду n	$H_{\text{Херста}}$	$H_{\text{Херста_перем}}$
21	0,7575746	0,555604
30	0,7451398	0,6490697
50	0,6885219	0,6189295
70	0,6487569	0,6707482
100	0,6047772	0,6047264
...
150	0,5555701	0,6558149
250	0,4979575	0,5340652
...
500	0,4314565	0,5935629
...
1000	0,377148	0,5768034

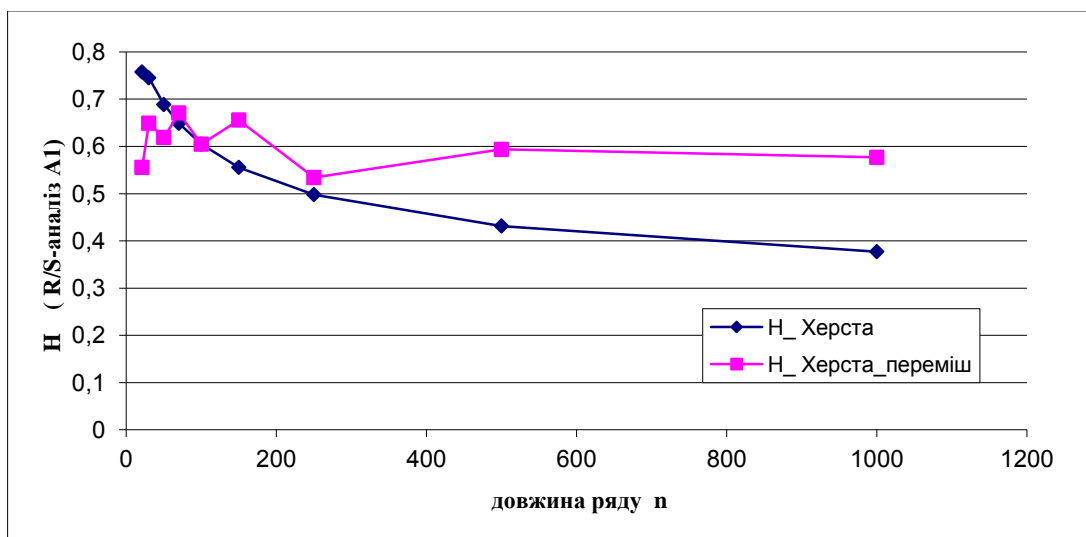


Рисунок 2.20 - Залежність значення показника Херста H від довжини ряду для регулярного ЧР, що породжено детермінованим циклом

На підтвердження виявленої залежності свідчать і результати досліджень Петерса [208], який зауважує, що для дуже великої кількості спостережень (у нас - n) можна очікувати збіжності оцінки H часового ряду до значення 0,5 за тією причиною, що ефект пам'яті зменшується до того рівня, коли стає непомітним. Іншими словами, у випадку довгого часового ряду спостережень можна очікувати, що його властивості стають невідмінними від властивостей простого випадкового блукання, оскільки ефект пам'яті розсіюється.

З цього результату можна зробити висновок про те, що існує небезпека щодо порівняння значення показника Херста H для часових рядів, які мають суттєво різну довжину.

Також виявлена залежність значення показника Херста H від довжини циклу p . У табл. 2.2 представлено фрагмент результатів розрахунків щодо значення показника Херста H для сімейства регулярних ЧР з фіксованою довжиною $n=100$ та амплітудою $A=10$ при зміні значення p довжини циклу, що породжує ЧР.

Таблиця 2.2 - Значення показника Херста H для регулярного ЧР ($n=100, A=10$) із циклом довжини p

Довжина циклу p	5	9	11	21	41
H _Херста	0,235816	0,486014	0,559138	0,729850	0,860009
H _Херста_перем	0,602562	0,622404	0,576040	0,621572	0,641872

Як видно з табл. 2.2 зі збільшенням довжини p циклу, що породжує ЧР, значення показника Херста H зростає. Це не суперечить, а підтверджує його призначення як

характеристики (індикатора) властивості трендостійкості ЧР.

Перейдемо до результатів аналізу з використанням алгоритму A_2 - послідовного R/S -аналізу.

Одразу відмітимо, що вид R/S - траєкторії будь-яких ЧР, що розглядаються, не змінюється (а, як наслідок, і всі результати, що наведено нижче), у випадку, коли до ЧР (тобто множини його рівнів) застосовуються операції:

- 1) множення на число (константу);
- 2) додавання константи (горизонтального лінійного тренду);
- 3) суперпозиції перших двох операцій.

На рис. 2.21 представлено R/S - та H - траєкторії для першого відрізка X^r ($r=1$) із сімейства $S(X^{C-8})$ ЧР X^{C-8} довжини $n=97$.

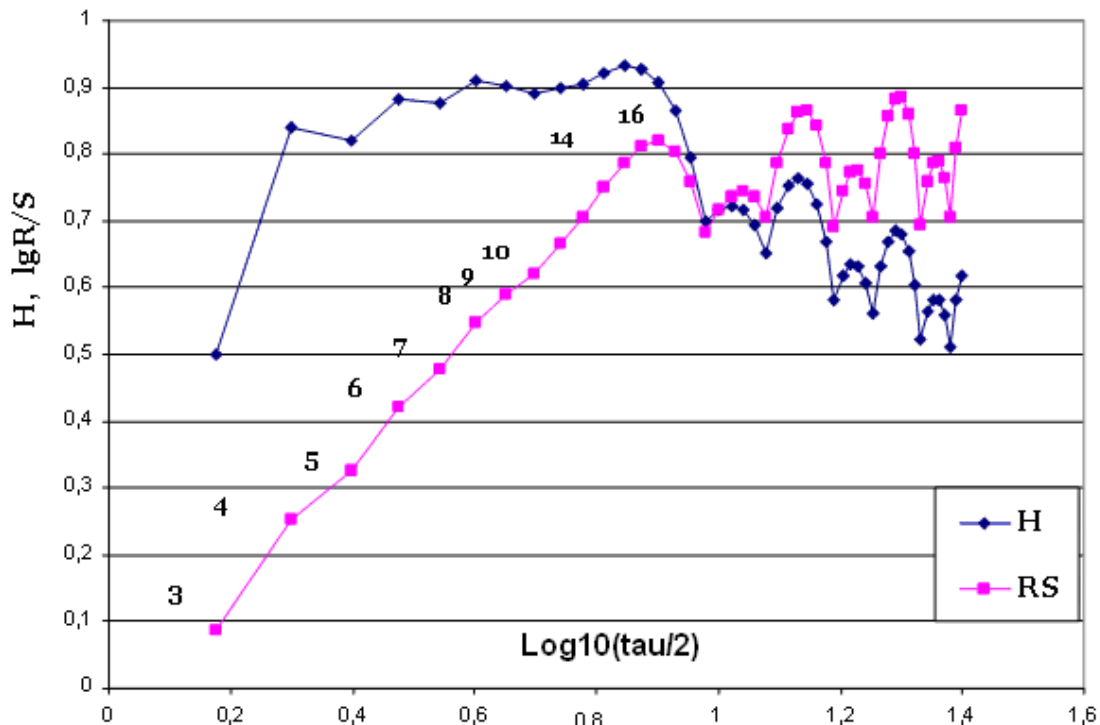


Рисунок 2.21 – R/S - та H -траєкторії для першого відрізка X^r ($r=1$) із сімейства $S(X^{C-8})$ ЧР X^{C-8} ($n=97$)

З графіку видно, що точкою зриву з R/S -траєкторії є точка $\tau = 16$. Значення H у даній точці дорівнює 0,819, що відповідає області чорного шуму і є свідченням наявності пам'яті ЧР про його початок.

Розглянемо графічне представлення НМ глибини пам'яті ЧР X^{C-8} , що подане на рис. 2.22.

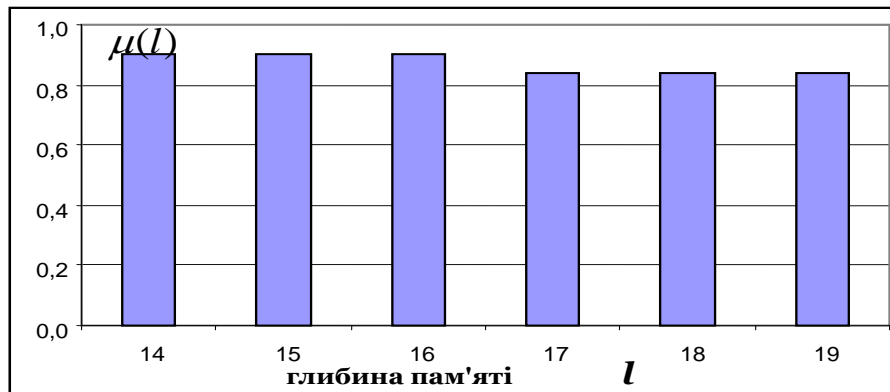


Рисунок 2.22 – Графічне представлення НМ глибини пам'яті ЧР X^{C-8}

Нагадаємо, що ЧР X^{C-8} породжено циклом C виду (2.22) довжиною $p = 13$ та довжиною напівциклу $D = 6$. Як видно з гістограми функції приналежності глибини пам'яті найбільш значимим є значення глибини $l \in \{14, 15, 16\}$. У цілому значення глибини пам'яті ЧР, що розглядається, знаходяться у діапазоні між p та $p + \left\lceil \frac{p}{2} \right\rceil$, тобто $p < l \leq p + \left\lceil \frac{p}{2} \right\rceil$.

Таким чином, ЧР X^{C-8} зберігає пам'ять про початок ряду деякий час, але такий, що не більше, ніж 1,5 довжин циклу p . Значення центру тяжіння $l_{\text{од}}$ НМ глибини пам'яті ЧР X^{C-8} дорівнює $l_{\text{од}} = 16,44 \approx 13 + 3,5 = p + \frac{D+1}{2}$.

Проаналізуємо аналогічним чином результати дослідження регулярних ЧР, що породжено циклами різної довжини.

У табл. 2.3 представлено фрагмент результатів розрахунків щодо характеристик глибини пам'яті тестових регулярних ЧР з рівною довжиною n . Діапазон глибини пам'яті визначається двома значеннями: l_{\min} та l_{\max} , які відповідають точкам «зриву з тренда» R/S -траєкторії певних відрізків X^r із сімейства $S(X^c)$ відповідного ЧР X^c .

Величина діапазону значень, до якого належить глибина пам'яті ЧР, що розглядається, (позначимо її d_l) визначається за формулою $d_l = l_{\max} - l_{\min}$. Множина значень із зазначеного діапазону саме і є носієм НМ $L(X)$ нечіткої множини пам'яті ЧР X . З табл. 2.3 видно, що для регулярних ЧР кількість значень глибини, що належать до виділеного діапазону, співпадає із довжиною напівциклу D ($d_l + 1 = D$ - з урахуванням кінців діапазону). Цікавим є той факт, що, якщо величина діапазону d_l співпадає з довжиною D , то серед значень із виділеного діапазону обов'язково знайдеться таке, що буде «пропущене» як значення глибини пам'яті.

Як видно з табл. 2.3, центр тяжіння НМ глибини пам'яті кожного ЧР знаходиться в центрі діапазону значень.

З табл. 2.3 також наочно видно, що зі зростанням довжини циклу, що породжує ЧР, зростає показник Херста H , тобто зростає ступінь трендостійкості ЧР. Так як наявність властивості трендостійкості ЧР означає, що цей ряд має довготривалу пам'ять, то зростання ступеня трендостійкості означає, що пам'ять має більшу глибину. Про це свідчить зростання довжини d_l діапазону значень глибини пам'яті. Окрім цього зростає величина зміщення $\Delta = l_{\min} - p$ початку діапазону глибини пам'яті від довжини відповідного циклу p , що породжує цей ряд.

Таблиця 2.3 – Динаміка характеристик трендостійкості та глибини пам'яті регулярних ЧР
($n=100, A=D$)

Довжина циклу p	Довжина напівциклу D	Показник Херста H	Показник Херста переміш. $H_{i \text{ адд} i}$	Діапазон значень глибини пам'яті (точки зміни тренду R/S- траєкторії)		Довжина діапазону $d_1 /$ Кількість значень	Центр тяжіння $l_{\text{од}}$ НМ глибини пам'яті	Величина зміщення Δ початку діапазону глибини пам'яті від p
				Початок l_{min}	Кінець l_{max}			
7	3	0,4147	0,607	7	9	2 / 3	8	0
13	6	0,6048	0,577	14	19	5 / 6	16,4	1
17	8	0,6787	0,642	20	27	7 / 8	23,5	3
23	11	0,7524	0,605	27	37	10 / 11	31,6	4
33	16	0,8222	0,550	40	56	16 / 16	47,6	7
41	20	0,8600	0,555	52	72	20 / 20	61	11
51	25	0,8857	0,564	67	92	25 / 25	79,3	16

Змістовно це означає, чим більше довжина циклу, присутнього в ЧР, тим скоріше зростає найменша (мінімальна) глибина його пам'яті, а також величина центру тяжіння НМ $l_{\text{ЦТ}}$. Для оцінки швидкості зростання застосуємо регресійний аналіз. Його результати (регресійна модель та відповідний їй коефіцієнт детермінації) представлено на рис. 2.23.

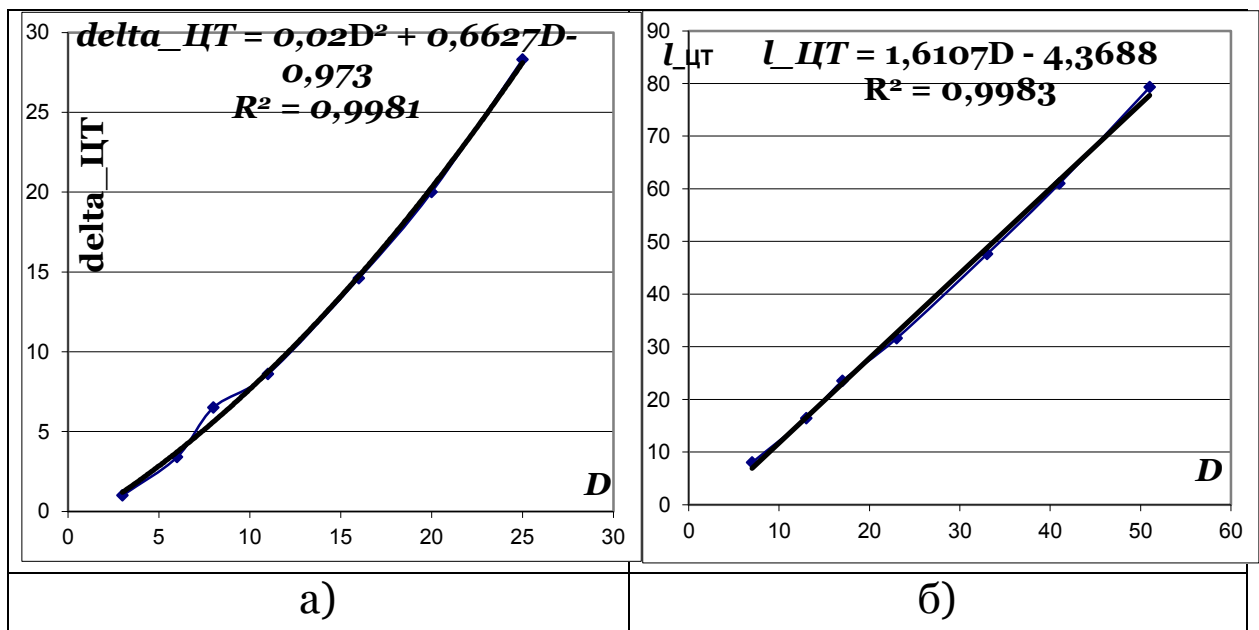


Рисунок 2.23 – Графік та оцінка залежності а) відхилення Δ та б) центра тяжіння $l_{\text{ЦТ}}$ НМ глибини пам'яті регулярного ЧР від довжини напівциклу D

На рис. 2.24 представлена лінійна модель залежності (та оцінка її адекватності) мінімальної глибини пам'яті l_{min} , яка властива ЧР, від довжини циклу p . Як видно з рисунків, всі моделі достатньо точно описують розглянуті залежності.

Змістовний висновок, який можна зробити з одержаних залежностей полягає в наступному: при дослідженні ЧР знання мінімального значення l_{min} (або центру тяжіння $l_{\text{ЦТ}}$) НМ глибини пам'яті допоможе оцінити також довжину (мінімальну або середню) циклів,

що містяться у цьому ЧР. З того, що $l_{\min} = 2,72p - 2,12$ випливає:

$$l > 2,72p - 2,12,$$

$$p < \frac{l + 2,12}{2,72} < \frac{l + 3}{2,5} = 0,4(l + 3) = 0,4l + 1,2.$$

Тобто, як «грубу» оцінку зверху довжини циклів у цьому ЧР можна брати величину $(0,4l + 2)$.

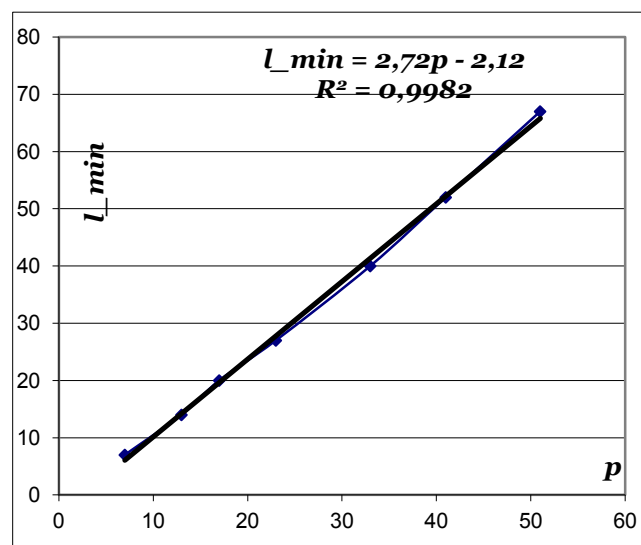


Рисунок 2.24 – Графік та оцінка залежності мінімальної глибини пам'яті l_{\min} регулярного ЧР від довжини циклу p

Зауваження 2.1. Усі характеристики, значення яких представлено в табл. 2.3 (окрім показника Херста H), не залежать від довжини ЧР n . Це пов'язане з регулярністю ЧР – властивості (за означенням), що забезпечує стійкість його характеристик та їх властивостей.

У контексті аналізу поведінки глибини пам'яті ЧР, що досліджувалися, звернемо увагу ще на одну, проте дуже інформативну її особливість. На рис. 2.25 зображена динаміка вичерпання глибини пам'яті для послідовності ЧР

X^r ($r = \overline{1,37}$) з сімейства $S(X^{C-8})$ ЧР X^{C-8} (графік якого представлено на рис. 2.17). Нагадаємо, що ЧР X^r є відрізком ЧР X^{C-8} таким, що починається з r -того рівня ЧР X^{C-8} . Або, іншими словами, отриманий шляхом відсікання перших $(r-1)$ рівнів ЧР X^{C-8} .

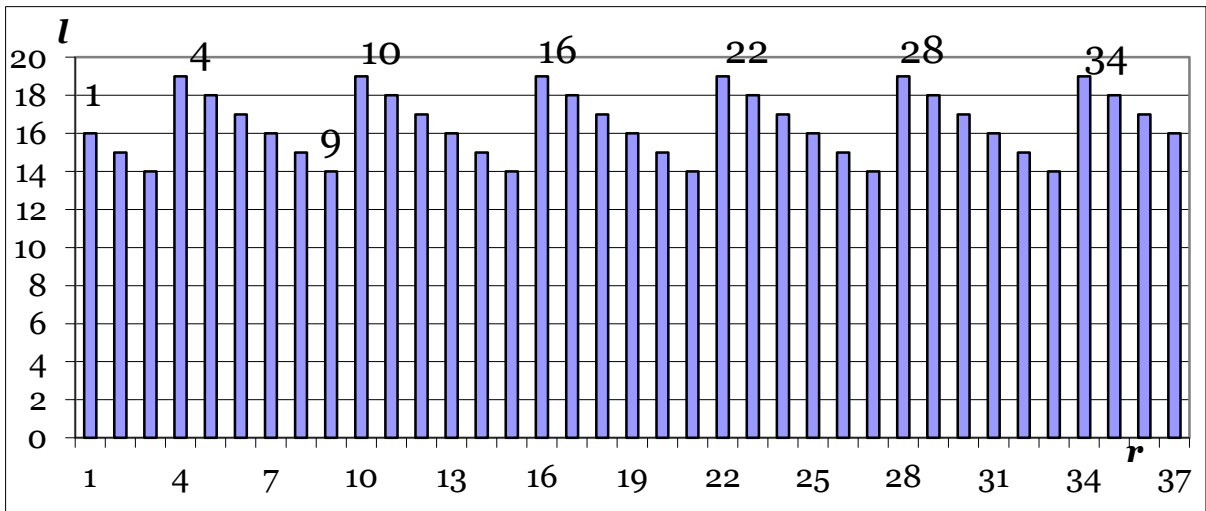


Рисунок 2.25 – Динаміка вичерпання глибини пам'яті l для ЧР X^{C-8} (перші $r = \overline{1,37}$ відрізки X^r , $p = 13$, $D = 6$)

Не важко помітити, що на рис. 2.25 відстань між послідовними максимальними рівнями глибини пам'яті ($l_{\max} = 19$), які відповідають відрізкам X^r ЧР X^{C-8} із номерами $r \in \{4, 10, 16, 22, 28, 34\}$, дорівнює 6, що співпадає з довжиною циклу D . Така властивість має місце для всіх регулярних ЧР, що породжені одним циклом C .

Розглянемо можливості алгоритму A_2 щодо виявлення циклів у регулярних ЧР, які породжуються декількома циклами. Приклади таких ЧР наведено на рис. 2.18 та 2.19. Динаміка вичерпання глибини пам'яті l для ЧР X^{13-7-5} , який породжено трьома циклами з довжинами напівциклів відповідно $D_1 = 6$, $D_2 = 3$, $D_3 = 2$ (див. рис. 2.18 та рис. 2.26б) представлена на рис. 2.26а.

Як видно з рис. 2.26а найбільше значення глибина пам'яті про початок ряду досягається для відрізків X^2, X^{24} та X^{46} , які починаються, відповідно, в точках $r = 2, 24, 46$.

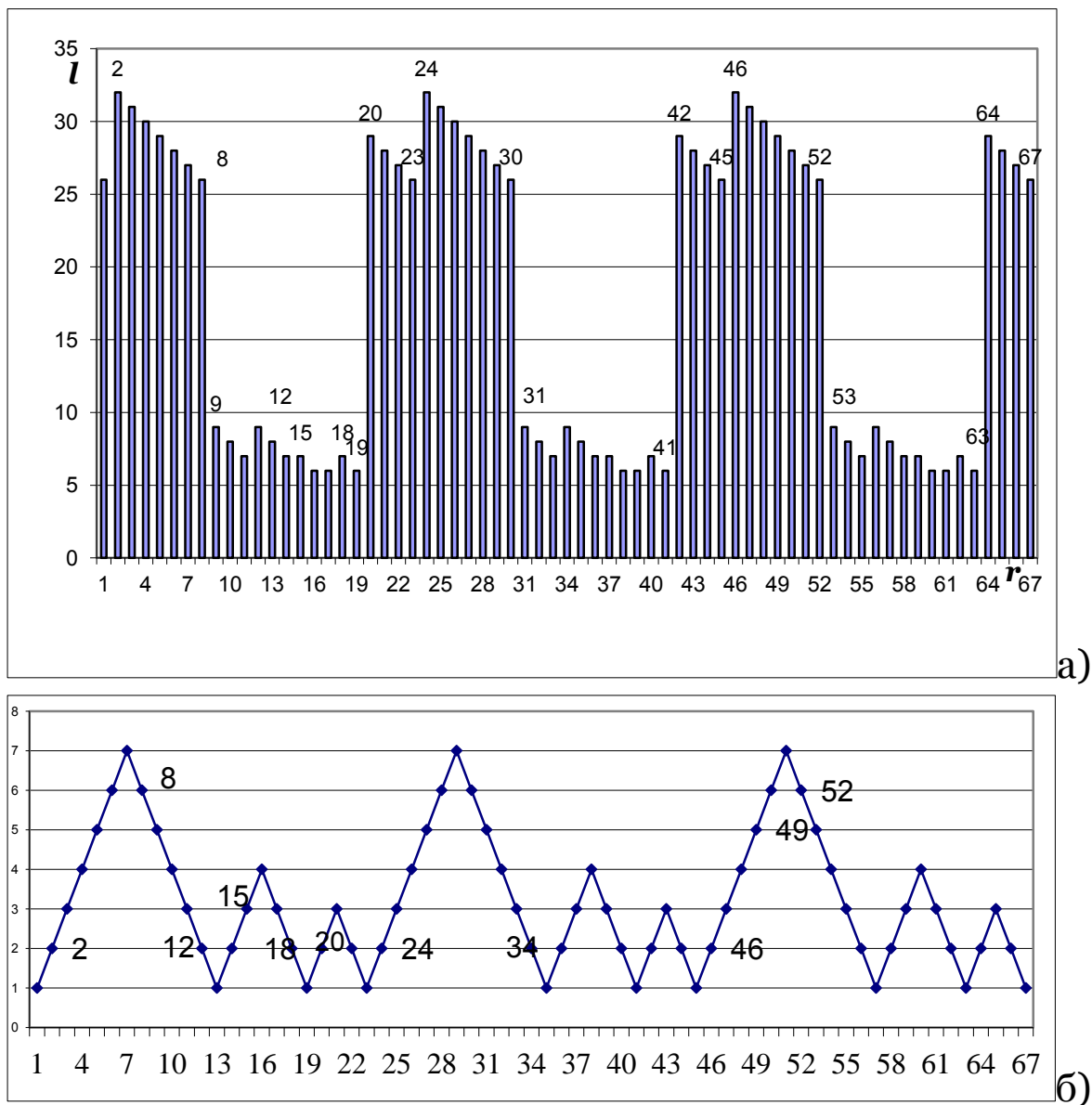


Рисунок 2.26 – а) Динаміка вичерпання глибини пам'яті l (перші $r = \overline{1, 67}$ відрізки X^r) для
 б) ЧР X^{13-7-5} ($D_1 = 6, D_2 = 3, D_3 = 2$)

Як бачимо, відстань між цими точками дорівнює $22 = 2(6 + 3 + 2) = 2(D_1 + D_2 + D_3)$, тобто подвоєній сумі довжин напівциклів, що породжують ЧР X^{13-7-5} , який розглядається. При цьому пам'ять про точку $r = 2$

зберігається впродовж ряду на глибину $l=32$ до точки $r=34$. При подальшому просуванні впродовж ряду до $r=8$ (в більш, ніж половині точок-рівнів найдовшого циклу в ЧР) глибина пам'яті про наступні точки поступово зменшується, але триває до тієї ж точки $r=34$. Тобто наявність довгого циклу (що достатньо довго зберігає напрям руху – слідування тренду) деякий час як би «затмарює» (екранує) подальші дрібні (за кількістю кроків) коливання рівнів ЧР. Проте, починаючи з точки $r=9$, значення глибини пам'яті про цю точку різко зменшується: наявність дрібних коливань (частої зміни напрямку руху) рівнів ЧР призводить до значної втрати пам'яті ЧР (для точок $r \in \{9,10,\dots,18,19\}$). Виходячи із «зони» описаного руху і наближаючись до довгого слідування за трендом (одним напрямом руху) пам'ять про точку $r=20$ знову різко зростає (і триває до $r=49$) та набуває найбільшої глибини про точку $r=24$.

Таким чином, регулярний ЧР описаної структури має характерну йому динаміку вичерпання глибини пам'яті про початок ряду. Цей факт допоможе ідентифікувати в подальших дослідженнях характер динаміки та, що особливо важливо, циклічності економічних часових рядів.

Аналогічна динаміка вичерпання пам'яті про початок ЧР представлена на рис. 2.27а для ЧР X^{13-7} ($D_1=6, D_2=3$), що для зручності співставлення приведено на рис. 2.27б.

Як вже сказано вище, важливими характеристиками глибини пам'яті будь-якого ЧР $X \in \mathbb{I}$ представлення у вигляді НМ $L(X)$ та її числове значення, що отримується в результаті операції дефазифікації (наприклад, $l_{\partial\partial}$).

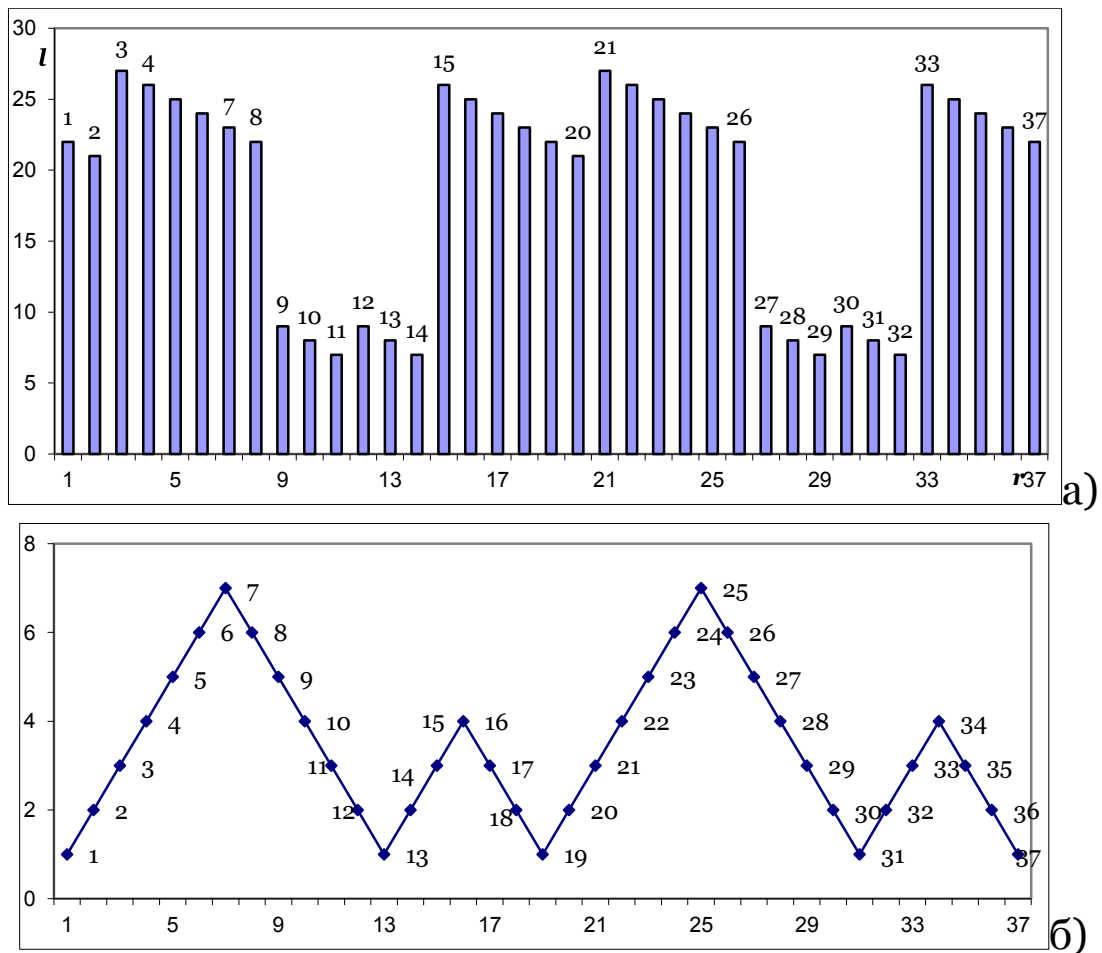


Рисунок 2.27 –а) Динаміка вичерпання глибини пам'яті l (перші $r = \overline{1,37}$ відрізки X^r) для

б) ЧР X^{13-7} ($D_1 = 6, D_2 = 3$)

На рис. 2.13 зображено НМ глибини пам'яті розглянутих вище ЧР : X^{13-7-5} (а) та X^{13-7} (б). Характерною особливістю даних ЧР є присутність в них двох або трьох циклів, що їх породжують. Розглядаючи структуру НМ $L(X^*)$, $X^* \in \{X^{13-7-5}, X^{13-7}\}$ відповідно ЧР X^{13-7-5} та ЧР X^{13-7} можна бачити, що діапазон глибин пам'яті обох ЧР розбивається на два відрізки відповідно: діапазон $l \in [6, 9] \cup [26, 32]$ - для ЧР X^{13-7-5} та $l \in [7, 9] \cup [21, 27]$ - для ЧР X^{13-7} .

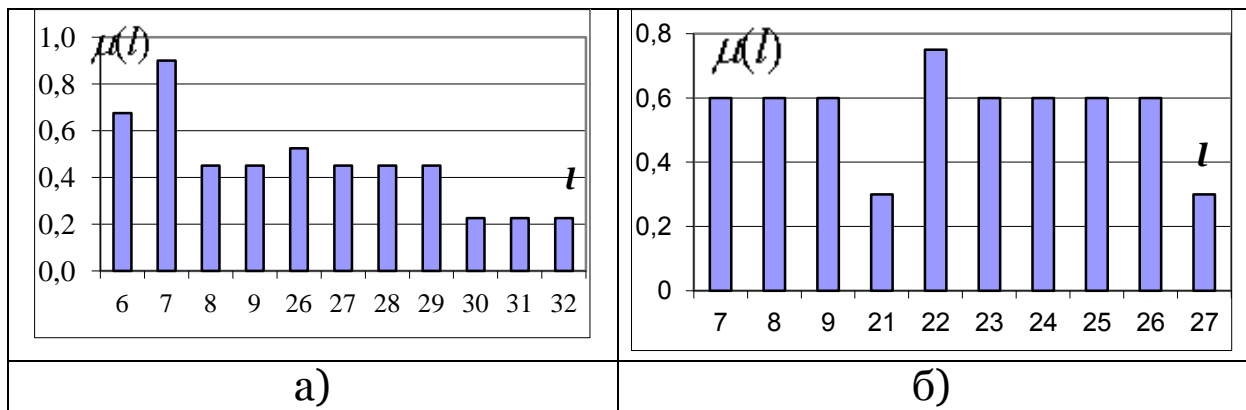


Рисунок 2.13 – Графічне представлення НМ $L(X)$ глибини пам'яті а) ЧР X^{13-7-5} та б) ЧР X^{13-7}

ЧР X^{13-7-5} , що містить три цикли має більш довгий як весь діапазон глибин пам'яті ($d_i^{13-7-5} = 26$), так і його складові ($d_i^1 = 3, d_i^2 = 6$), в порівнянні з ЧР X^{13-7} ($d_i^{13-7} = 20, d_i^1 = 2, d_i^2 = 6$). Як було визначено вище для регулярних ЧР, що породжуються одним циклом C , довжина діапазону в них дорівнює D - довжині напівциклу C . Як бачимо на рис. 2.13 обидва ЧР мають один з діапазонів, довжина якого дорівнює також $D_1 = 6$ - довжині напівциклу, найбільшого з породжуючих ЧР циклів. Найдовшому циклу відповідають і найбільші значення глибини пам'яті. Проте, ці значення значно зміщено в більший бік. Це є наслідком впливу присутності менших за довжиною циклів. Природним є і співвідношення двох менших за довжиною діапазонів глибин пам'яті: в ЧР X^{13-7} вплив одного «зашумлюючого» малого циклу виявляється менше, ніж двох в ЧР X^{13-7-5} ($d_i^1: 2 < 3$). Значення центра тяжіння НМ глибини пам'яті ЧР, що розглядаються, дорівнюють відповідно $l_{\text{од}}^{13-7-5} = 18$ (локальні - $l_{\text{од}}^1 = 7,3, l_{\text{од}}^2 = 28,4$) та $l_{\text{од}}^{13-7} = 18,8$ (локальні - $l_{\text{од}}^1 = 8, l_{\text{од}}^2 = 23,9$). Порівнюючи отримані значення центрів тяжіння НМ глибини пам'яті двох ЧР, приходимо висновку,

що присутні (достатньо малі) додаткові цикли навіть посилюють пам'ять ЧР щодо точок-рівнів довгого циклу (стійкого дотримання тренду), але послаблюють – до точок малих циклів, що можна розглядати як нестійкі значення.

Таким чином, ми розглянули результати тестування алгоритмів фрактального аналізу ЧР (A_1 – методу нормованого розмаху Херста, A_2 – алгоритму послідовного R/S -аналізу та A_3 – алгоритму знаходження НМ глибини пам'яті часового ряду) для детермінованих регулярних ЧР. Звісно, ЧР, що розглядалися, є достатньо штучними для того, щоб було можливим зустріти їх як відбиток динаміки показників реального економічного процесу. Проте аналіз властивостей інструментарію, що застосовано, дає підстави сказати про адекватність результатів його роботи та стає основою для розуміння та джерелом інформації про поведінку реальних ЧР.

Перейдемо до розгляду результатів тестування алгоритмів фрактального аналізу на тестових стохастичних часових рядах.

База тестових стохастичних рядів містила ЧР, які мають псевдовипадковий характер із заданим законом та параметрами розподілу. Так для дослідження залежності значення показника Херста від довжини розглянутого ряду розглядалися сімейства (серії) ЧР $S_n = \{Z_n^k\}$ потужністю $|S_n| = 50$, в яких кожний ЧР Z_n^k , $k = \overline{1, 50}$ має довжину n (кількість рівнів), а значення ЧР розподілені за нормальним законом розподілу із середнім значенням, що дорівнює $a = 1$, і дисперсією, що дорівнює $\sigma^2 = 0,1$. Тестові ЧР отримані за допомогою генератора псевдовипадкових чисел.

На рис. 2.29 представлено значення показника Херста для серії $S_{250} = \{Z_{250}^k\}$, $k = \overline{1, 50}$ ЧР довжини $n = 250$. Абсциса відповідає номеру k ЧР з серії S_{250} , ордината – значення

показника Херста H відповідного ЧР, що обчислено за алгоритмом A_1 - нормованого розмаху Херста.

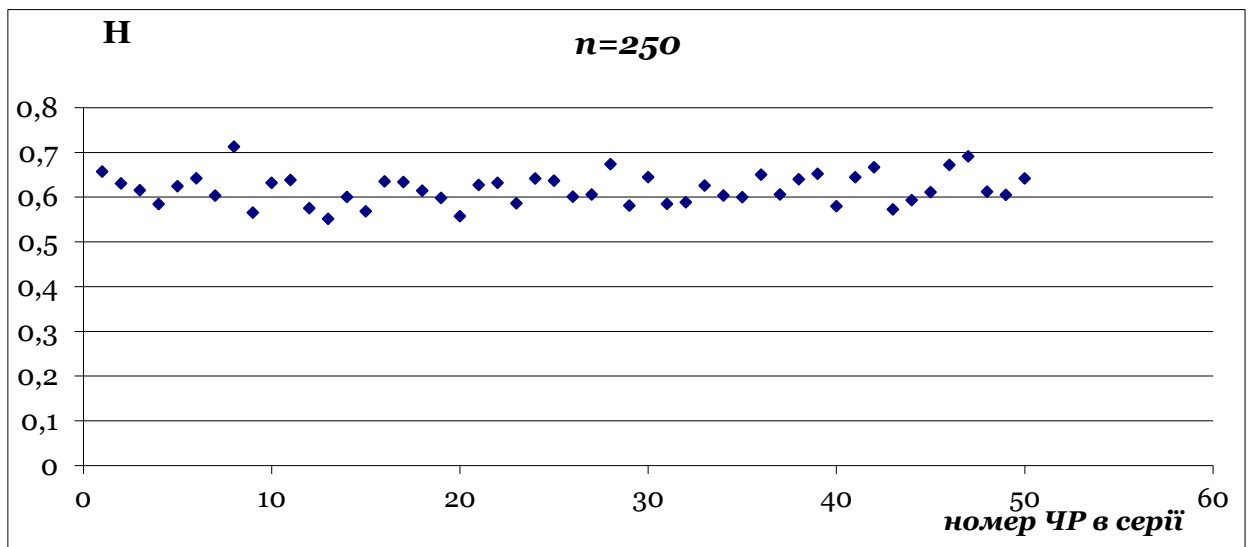



Рисунок 2.29 - Графік значень показника Херста H для серії ЧР $S_{250} = \{Z_{250}^k\}$, $k = \overline{1,50}$ довжини $n = 250$.

Якщо розглядати значення показника Херста H для серії як випадкову величину, розподіл її значень можна охарактеризувати наступними чисельними характеристиками: середнє значення показника Херста $H_{\text{пад}} = 0,618563552$, стандартне відхилення $\sigma = 0,034757119$.

Загальні результати дослідження серій ЧР довжиною $n \in [25; 1000]$ представлені у зведеній таблиці 2.4.

З табл. 2.4 видно, що при зміні довжини ряду, значення показника Херста H істотно не змінюється й перебуває в межах $[0,593; 0,625]$, що відповідає зоні білого шуму. Це підтверджує, що значення показника Херста H не залежить від довжини ЧР та виявляє випадкове блукання рівнів ЧР. Той факт, що розраховані значення H дещо перевищують теоретичне значення $H = 0,5$, є наслідком генерації рівнів ЧР за допомогою детермінованого

алгоритму. Тобто алгоритм генерації випадкової величини є алгоритмом псевдогенерації та у ЧР, який отримано, присутній деякий алгоритмічний порядок.

Таблиця 2.4 - Зведена таблиця результатів розрахунку показника Херста H , обчисленого за алгоритмом 

Довжина ЧР n	Потужність множини ЧР, що досліджено	Середнє значення показника Херста		Стандартне відхилення σ для серії	
		H	$H_{i \text{ до } i}$	H	$H_{i \text{ до } i}$
25	50	0,593	0,622	0,068	0,066
50	50	0,624	0,614	0,053	0,059
100	50	0,625	0,624	0,042	0,041
250	50	0,618	0,615	0,035	0,034
500	100	0,609	0,612	0,029	0,030
750	200	0,595	0,603	0,021	0,019
1000	300	0,603	0,598	0,015	0,010

Аналогічні розрахунки виявили незалежність показника Херста H від значення дисперсії σ^2 нормального розподілу рівнів випадкового ЧР.

У табл. 2.5 представлено результати розрахунків показника Херста H для серії S_{100} ($n=100$) з фіксованим значенням середнього значення ЧР ($a=1$) та змінним значенням дисперсії (σ^2) нормального розподілу.

Зауважимо, що відсутність залежності значення показника Херста від дисперсії вихідного ЧР не суперечить отриманому вище висновку про його незалежність від амплітуди значень для регулярного детермінованого ряду (за умови $A \ll n$).

Таблиця 2.5 - Значення показника Херста H для ЧР серії S_{100} з нормально розподіленими значеннями рівнів, середнім значенням $a=1$ та змінною дисперсією σ^2

№	Значення		
	дисперсії σ^2	H	$H_{i\hat{a}\hat{\sigma}^2}$
1	0,1	0,69424742	0,583791662
2	0,5	0,69424742	0,69139905
3	0,8	0,69424742	0,634792421
4	1	0,69424742	0,619352137
5	1,5	0,69424742	0,628627026
6	2	0,69424742	0,662133598
7	3	0,69424742	0,628530092
8	5	0,69424742	0,604698757
9	10	0,69424742	0,555576327

Розглянемо результати застосування алгоритму A_2 - послідовного R/S -аналізу та алгоритму A_3 - побудови НМ глибини пам'яті ЧР для серії випадкових ЧР, рівні яких розподілено за нормальним законом, на прикладі серії ЧР S_{250} ($|S_{250}| = k = 50, n = 250$). Рівні цих ЧР розподілено за нормальним законом, що має наступні чисельні характеристики: середнє значення $a = 2$, дисперсія $\sigma^2 = 1$.

Середнє значення показника Херста для даної множини рядів $H_{\hat{n}\hat{\sigma}^2} = 0,58814$. Відхилення значення $H_{\hat{n}\hat{\sigma}^2}$ від теоретичного значення $H = 0,5$ пов'язане з тим, що розглянуті ряди мають псевдовипадковий характер. Це

обумовлено застосуванням детермінованого алгоритму для генерації ЧР.

Оскільки всі ЧР серії отримано за одним і тим же алгоритмом, визначимо їх НМ глибини пам'яті за алгоритмом A_3 та результат усереднемо. Графічне представлення усередненої НМ $L(Z_{250}^k)$, $k = \overline{1,50}$ глибини пам'яті ЧР серії S_{250} представлено на рис. 2.30.

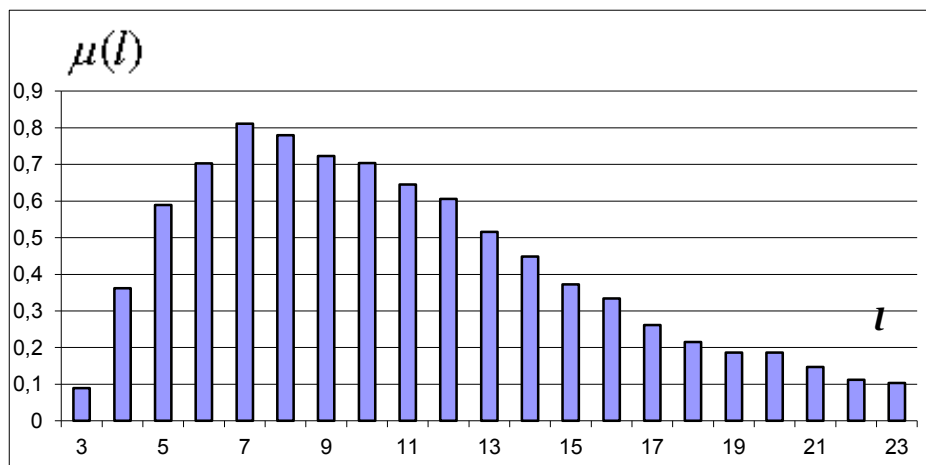


Рисунок 2.30 – Графічне представлення НМ глибини пам'яті (усередненої) ЧР з серії S_{250} .

Значення глибини, що зустрічається найчастіше $l_{i\zeta} = 7$, центр тяжіння НМ $L(Z_{250}^k)$, $k = \overline{1,50}$ – $l_{\text{од}} \approx 10,8$. Таким чином, можна припустити, що генератор випадкових чисел генерує близькі за значеннями (схожі) рівні з найбільш імовірним напівперіодом повторень, який дорівнює 7-11 (діапазон глибини пам'яті $d_l = 23 - 3 = 20$).

На завершення розглянемо результати застосування алгоритмів фрактального аналізу для відомого модельного ЧР, який відповідає системі Лоренца [160, 277, 333] та отримано за допомогою пакету *Fractan* [E4].

Нагадаємо, що американський метеоролог Е. Лоренц задавався питанням: чому стрімке вдосконалення комп'ютерів, математичних моделей та обчислювальних

алгоритмів не призвело до створення методики одержання достовірних середньострокових (на два-три тижні вперед) прогнозів погоди? У 1963 р. він запропонував найпростішу модель конвекції повітря (що відіграє важливу роль у динаміці атмосфери). Ця модель описується зовні дуже простою системою диференціальних рівнянь [333]:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\sigma x + \sigma y) , \\ \dot{y} = -xz + rx - y, \\ \dot{z} = xy - bz \quad , \end{cases} \quad (2.26)$$

де змінна x характеризує поле швидкостей обертання конвекційних валів, y та z - розподіл температури рідини (по горизонталі та вертикалі). Тут $r = R/R_c$, де R - число Релея, а R_c - його критичне значення; σ - число Прандтля; b - постійна, що пов'язана з геометрією задачі. Ця система описує так званий дивний атрактор Лоренца - математичний об'єкт, який найчастіше згадується в дослідженнях останніх десятиліть [81]. Так званими «класичними» значеннями параметрів є: $\sigma = 10$, $r = 28$, $b = 8/3$. Система (2.26) відома ще тим, що вона є «флагманським» прикладом серед нелінійних систем, які досліджуються останні десятиліття. Ці системи характеризуються наявністю декількох нестійких положень рівноваги та мають компактні множини глобального притягання [81].

Результат чисельного інтегрування (а саме чисельне інтегрування є основним методом дослідження системи (2.26)) представлено на рис. 2.31. Такий рисунок, що отримано на комп'ютері, переконав Е. Лоренца, що він відкрив нове явище - динамічний хаос.

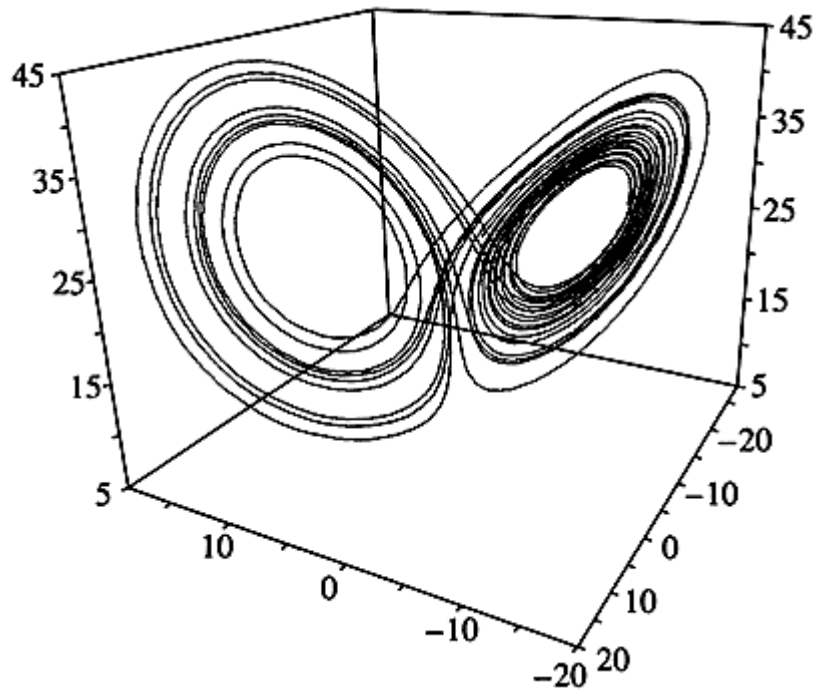


Рисунок 2.31 – Атрактор Лоренца ($\sigma = 10, r = 28, b = 8/3$)

Комп'ютерний аналіз системи Лоренца призвів до принципового результату: динамічний хаос, тобто неперіодичний рух у детермінованих системах, де майбутнє однозначно визначається минулим, має скінченний горизонт прогнозу [155].

Розглянемо ЧР $X = \{x_t, t = \overline{1, n}\}$, значення рівнів якого представляють значення змінної $x = x(t)$ – розв'язку системи Лоренца (2.26). У пакеті програм *Fractan 4.4* ЧР X генерується як одновимірні модельні дані, що відповідають системі Лоренца при «класичних» значеннях параметрів: $\sigma = 10, r = 28, b = 8/3$ та довжині ЧР $n = 1000$. Графічне зображення ЧР $X = \{x_t, t = \overline{1, 1000}\}$ представлено на рис. 2.32а. Статистичні характеристики ЧР X представлено в табл. 2.6.

Як видно з таблиці 2.6, розподіл значень рівнів ЧР X не підпорядковується нормальному закону. Тому застосування статистичних методів дослідження до цього ЧР є неправомірним.

Таблиця 2.6 – Статистичні характеристики ЧР X (значень змінної x у розв'язку системи Лоренца (2.26))

Описова статистика множини значень ЧР		Гістограма частот значень ЧР
Середнє значення	0,1076	
Стандартна похибка	0,8362	
Медіана	-0,1456	
Мода	немає	
Стандартне відхилення	8,3623	
Дисперсія виборки	69,9282	
Ексцес	0,2043	
Асиметричність	-0,4334	
Інтервал	35,2646	
Мінімум	-21,4907	
Максимум	13,7739	

Застосувавши до ЧР X алгоритму A_1 нормованого розмаху та тесту на перемішування, отримуємо наступні значення показника Херста: $H = 0,81349$ та $H_{i \rightarrow \infty} = 0,614264$. Отримані значення свідчать про те, що ЧР X має довгострокову пам'ять, є персистентним, тобто має властивість трендостійкості (в цьому можливо наочно переконатися, розглянувши відповідний йому рис. 2.32а).

Застосування алгоритму A_2 та на його базі алгоритму A_3 дозволяє отримати НМ глибини пам'яті $L(X)$ ЧР X та її властивості. На рис. 2.32 б) представлена динаміка вичерпання глибини пам'яті для перших $r = \overline{1,800}$ відрізків X^r ЧР X . З рисунку видно, що на більшості відрізків ЧР пам'ять про початок відрізка X^r точку за номером r вихідного ЧР зберігається більш, ніж на 200 кроків часу. Співставлення рис. 2.32 а) та б) повністю співпадає із

ситуацією, яка спостерігалася при аналізі тестових детермінованих регулярних ЧР. Конфігурація рівнів ЧР X представляє випадкову композицію ЧР виду X^{13-7-5} , X^{13-7} та аналогічних їх ЧР. На рис. 2.33 представлена типові R/S - та H -траєкторії ЧР X . Як видно з рисунку, R/S -траєкторія практично на всьому проміжку спостережень (більш, ніж 200 точок) не відхиляється від тренду. Відсутність зриву з тренда є свідченням збереження пам'яті про початок ЧР або його відповідного відрізка. Якщо не враховувати більшості таких відрізків ($l_{i\zeta} > 200$), НМ $L(X)$ глибини пам'яті для інших має графічне представлення, що подане на рис. 2.34.

Як бачимо з рис. 2.34 властивості нечіткої множини $L(X)$ відображають характер динаміки та відповідають властивостям, що виявлено для НМ глибини пам'яті детермінованих регулярних ЧР. Наприклад, відстань між рівнями ЧР, яким відповідають сусідні локальні максимуми функції приналежності дорівнює половині довжини у даному випадку не циклу, а квазіциклу, та інше. Розбиття носія НМ на декілька (як видно з рис. 2.34, на п'ять) чітко виражених діапазони значень глибини вказують, що в динаміці ЧР мають місце (властиві) по меншій мірі п'ять видів циклічності (або видів циклів, що її породжують).

Таким чином, підсумовуючи результати експериментальних досліджень, можна зробити висновок про адекватність результатів аналізу властивостям ЧР, що досліджено. При цьому, якщо результат застосування алгоритму A_1 нормованого розмаху надає лише загальну, усереднену характеристику динаміки щодо наявності у неї довгострокової пам'яті, то комплексне використання алгоритмів A_2 та A_3 надає багату інформацію про властивості пам'яті ЧР та характер циклічності, що її породжує.

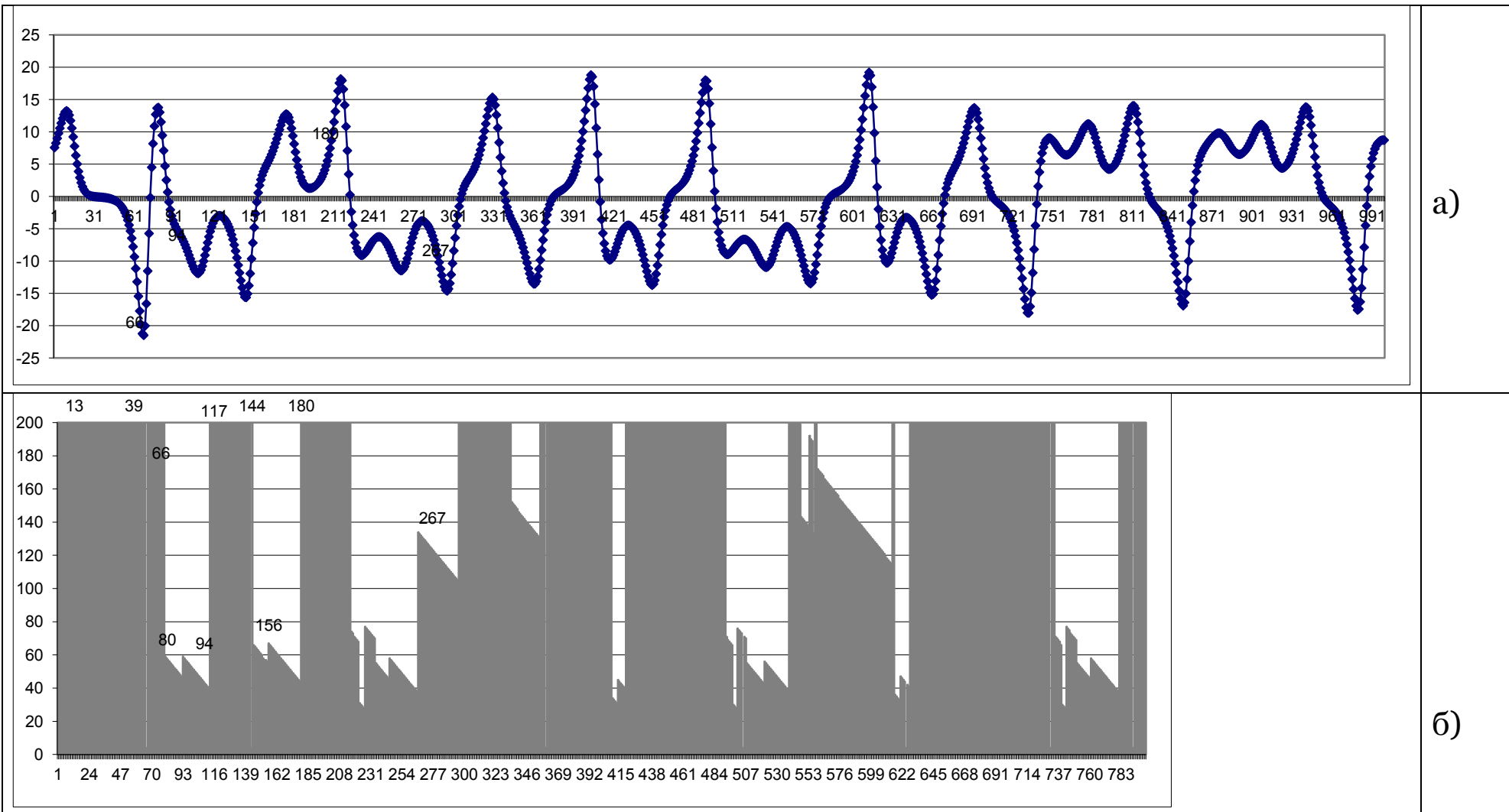


Рисунок 2.32 – Графічне представлення а) ЧР $X = \{x_t, t = \overline{1, 1000}\}$ та б) динаміка вичерпання глибини пам'яті l (перші $r = \overline{1, 800}$ відрізки X^r)

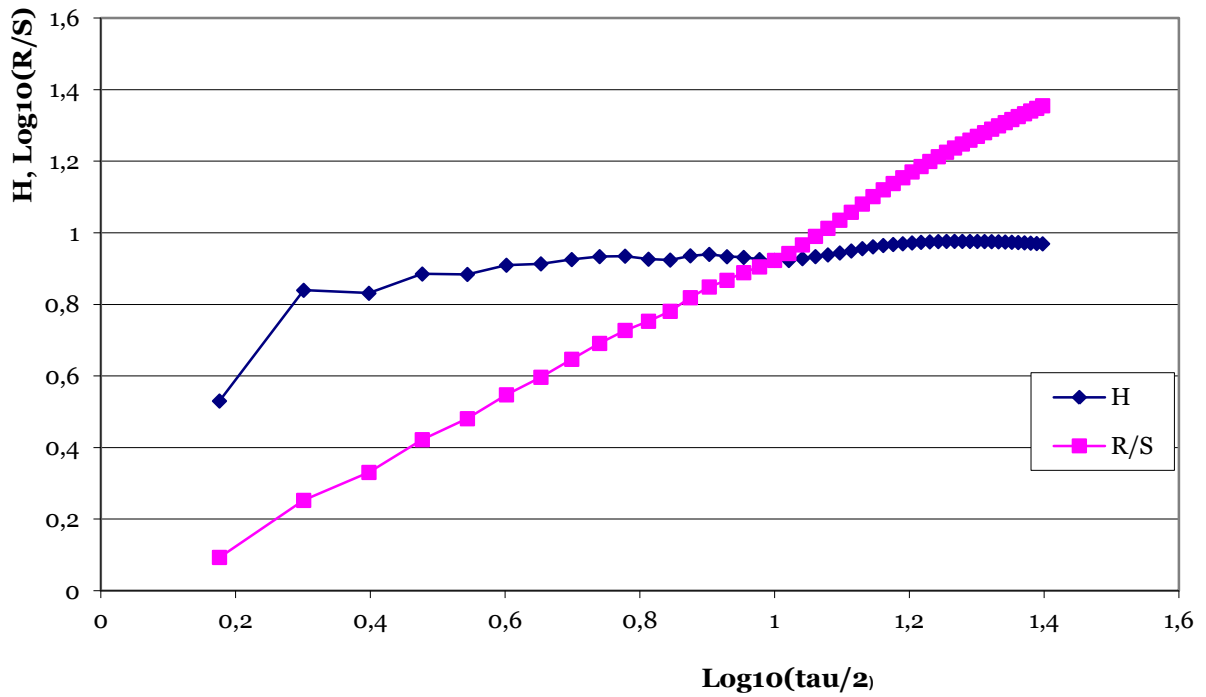


Рисунок 2.33 – Типові R/S - та H -траєкторії для ЧР X (значень змінної x в розв'язку системи Лоренца (2.26))

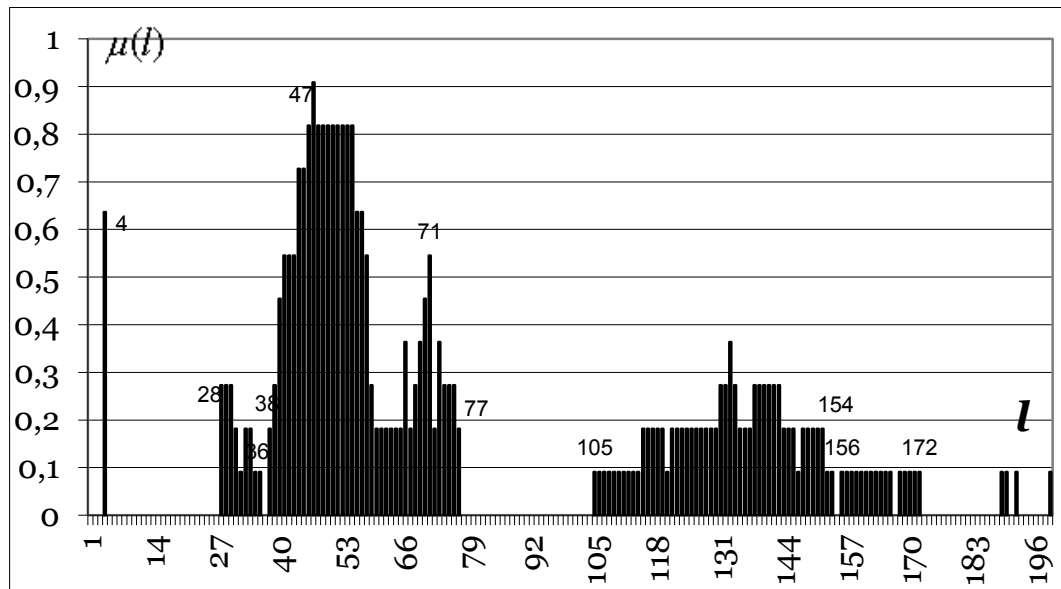


Рисунок 2.34 – НМ $L(X)$ глибини пам'яті ЧР X (за виключенням $l_{i\zeta} > 200$)

Усе це дає підставу для комплексного застосування інструментарію фрактального аналізу (такого, що вже вважається стандартним, та нового – модифікованого) для передпрогнозного аналізу реальних економічних ЧР та використання його результатів при виборі методу прогнозування.

РОЗДІЛ 3.

МОДЕЛЬ КЛІТИННОГО АВТОМАТА ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ЧАСОВИХ РЯДІВ

Областю застосування пропонованого нижче алгоритму прогнозування є еволюційні процеси, часові ряди (ЧР) показників яких мають довгострокову пам'ять. До їхнього числа відносяться найчастіше або природні ЧР, або ЧР основних показників еволюційних процесів у різних галузях народного господарства: ЧР урожайності в області рослинництва, ЧР захворювань у регіональній або міській галузі охорони здоров'я, ЧР індексу цін будматеріалів та ін. Прогнозування цих ЧР традиційними методами, що базуються на статистичному аналізі [74, 177, 241,], досить часто призводить до незадовільного результату прогнозування. Наприклад, для ЧР урожайності основних культур, вирощуваних у південно-українській зоні ризикового землеробства, є, в принципі, неправомірним використання класичних методів прогнозування, які базуються на авторегресії та ковзному середньому [74, 241]. Причиною цього є те, що багато реальних ЧР мають довгострокову пам'ять [208]. Останнє означає відсутність незалежності спостережень і непоко́ра рівнів ЧР нормальному закону. Більше того, в характері їхньої поведінки проявляється хаотичність [237, 238, 280, 283], наявність важких хвостів [208] та викидів [80] при відсутності сезонного компонента й довгострокового тренда.

Таким чином, якщо в розглянутого ЧР досить часто змінюється тренд і він має довгострокову пам'ять, то класичні методи прогнозування стосовно щодо його

поведінки найчастіше виявляються неадекватними. Тому природним є питання про існування таких принципово нових моделей і методів прогнозування, в яких фактор довгострокової пам'яті, «що заважає» (у зазначеному вище змісті), стає «таким, що допомагає». Позитивну відповідь на це питання вдається конструктивно реалізувати, використовуючи ідеї штучного інтелекту та алгоритми, які можуть бути реалізовані на базі клітинних автоматів [103, 280, 109, 357].

Клітинні автомати - це алгоритми, що дозволяють змодельовати поведінку в принципі будь-якої системи, імітуючи крок за кроком її еволюцію. Область застосування клітинних автоматів майже безмежна: від найпростіших «хрестиків-нуликів» до штучного інтелекту. Наприклад, гра «Життя» [109] була застосована для аналізу соціально-економічних систем, а також при дослідженні питання про спіралевидність галактик. У цьому зв'язку відомий фізик Р. Конвей говорить: «Раніше я писав про те, що наш Всесвіт, можливо, представляє собою величезний клітинний автомат, керований рухом елементарних часток відповідно до деяких правил. Тепер же я все більш стверджуюся у своєму здогаді» [280].

У даному розділі предметом дослідження є лінійний клітинний автомат [203]. Як відзначено в [109], до теперішнього часу відомі два підходи до дослідження систем методами клітинних автоматів - статистичний та конструктивний. Пропонована нижче клітково-автоматна прогнозна модель поєднує ці два підходи. Спочатку складається перелік всіх можливих конфігурацій, які зустрічаються в розглянутому часовому ряді. Далі здійснюється статистичний аналіз переходу цих конфігурацій у певні стани прогнозованої системи. Завершальний етап реалізує перехід цих конфігурацій у

певний стан - прогноз, причому, цей перехід представляється в поняттях і термінах теорії нечітких множин [196].

3.1 Загальна схема та принципи роботи клітинно-автоматної прогновної моделі

Роботі алгоритму власне прогнозування розглянутого ЧР на базі клітинного автомата передуює

перший етап – реалізація передпрогнозного аналізу даного ЧР.

Цей аналіз починається з візуалізації ЧР, а також використання статистичних методів [198, 241] на предмет виявлення наявності або відсутності важких хвостів, трендів, циклічних або сезонних компонентів тощо. Складовою частиною передпрогнозного аналізу є фрактальний аналіз ЧР [131, 136], основним результатом якого є виявлення присутності (або відсутності) у даному ЧР довгостроковій пам'яті, оцінка її глибини. Важливим для прогнозування ЧР є також виявлення (періодичних) циклів, якщо такі є, або квазіциклів [131, 141]. Для останніх у різних джерелах використовуються терміни «дробова квазіперіодичність» [290] або «хаотичні цикли» [207]. Відносно проблеми виявлення циклічної компоненти ЧР є взаємодоповнюючими два вказані інструментарії - фрактальний аналіз ЧР [131, 207, 208, 136] і фазовий аналіз ЧР [141], з яких останній є більш інформативним.

У даній роботі пропонується метод прогнозування, що базується на моделі клітинного автомата, для випадку, коли вихідний ряд є *одномірним*. Тому алгоритм методу реалізується *лінійним клітинним автоматом* [109, 257], у якому клітини (комірки) утворюють лінійну послідовність або «стрічку» у термінах машини Тьюринга [87]. Для більш

адекватного опису динаміки ЧР доцільним представляється використання клітинного автомата, що оперує з лінгвістичною [196] інформацією. У перших n клітинах «стрічки» записані лінгвістичні значення u_i рівнів лінгвістичного часового ряду U : i – та клітина містить запис символу u_i , $i = \overline{1, n}$, що відповідає значенню рівня заданого числового ряду. Таким чином, необхідним є

другий етап – перетворення вихідного числового ЧР у лінгвістичний часовий ряд (ЛЧР).

Наприклад, у роботі [131,137] вихідний числовий ЧР $X = \langle x_i \rangle$, $i = \overline{1, n}$ (x_i – середня для даного району врожайність озимої пшениці в i -ому році, n – кількість років у спостережуваному періоді) перетвориться у ЛЧР $U = \langle u_i \rangle$, $i = \overline{1, n}$. Тут лінгвістичні рівні u_i приймають значення із триелементної терм-множини [196] або множини термів $\{H, C, B\}$, де H (C , B) означає низьку (середню, високу) врожайність. У даній роботі для реалізації етапу 2 пропонується використати нові методи класифікації для динамічних систем.

По завершенню етапу 2, клітини з номерами $i=n+1, n+2, \dots$ є порожніми. Згідно термінології [87], клітини (комірки) стрічки та записані в них символи будемо називати *зовнішньою пам'яттю* клітинного автомата.

За аналогією з машиною Тьюринга прогнозна модель на базі клітинного автомата має також *внутрішню пам'ять* [87], що визначається так званими l -конфігураціями [131,203] даного ЛЧР U , $l=1,2,\dots,L$, $L=L(U)$ – глибина пам'яті ЛЧР U .

На **етапі 3** здійснюється **формування внутрішньої пам'яті клітково-автоматної прогнозної моделі.**

Поняття «*l*-конфігурація» у термінах машини Тьюринга відповідає машинному слову [87], що складається з *l* символів в алфавіті зовнішньої пам'яті. Внутрішня пам'ять містить обчислені (на етапі 3) частоти переходів представлених у ній *l*-конфігурацій в певні стани з термножини.

На **етапі 4** здійснюється **формування прогнозу для розглянутих часових рядів**: у вигляді нечіткої лінгвістичної множини для ЛЧР і у вигляді нечіткої множини з числовою множиною носіїв для вихідного ЧР. За необхідністю за допомогою процедури дефазифікації [292] прогноз у вигляді НМ можна перевести в чіткий числовий прогноз.

Етап 5 – валідація, тобто обчислення за даним ЧР і ЛЧР **оцінок похибки отриманого прогнозу**.

Розглянемо більш детально реалізацію кожного з етапів методу прогнозування, що розглядається.

3.2 Алгоритми класифікації для перетворення числового часового ряду в лінгвістичний часовий ряд

Етап перетворення числового ЧР у лінгвістичний ЧР за своєю суттю полягає в наданні якісної інтерпретації рівням ЧР, тобто заміну числових елементів ЧР лінгвістичними змінними, які називаються термами. Наприклад, необхідно оцінити наступне : ціна на золото, що дорівнює 895,50 \$/тр. унцію – це висока ціна або низька.

Для того, щоб провести достовірну лінгвістичну оцінку рівня ЧР (як і будь-яких інших параметрів), необхідно виконати наступні операції.

1. Вибрати лінгвістичну шкалу для оцінки.

Очевидно, що лінгвістична шкала за типом є шкалою порядковою.

Як правило, для лінгвістичного оцінювання використовуються наступні шкали:

а) найпростіша бінарна шкала (**дворівневий класифікатор**): «багато/мало», «високий/низький», «задовільно/незадовільно» та ін.;

б) тернарна шкала (**трирівневий класифікатор**): «багато - середньо - мало», «високий - середній - низький»;

в) пенташкала (**п'ятирівневий класифікатор**) – найбільше часто застосовується: «Дуже низький (ДН) – Низький (Н) – Середній (Ср) – Високий (В) – Дуже високий (ДВ)».

Шкали, що містять більше, ніж 7 станів, як правило, не використовуються, що обґрунтовано з погляду можливостей та психології сприймання та опрацювання людиною інформації.

Сукупність використовуваних станів шкали породжують терм-множину $T = \{u_i, \}$ для ЛЧР.

2. Підготувати необхідну інформацію для лінгвістичної оцінки.

Метою реалізації етапу 2 є перехід від заданого (числового) часового ряду до лінгвістичного часового ряду, тобто відображення множини значень $X = \{x_i\}$, $i = \overline{1, n}$ розглянутого ЧР у лінгвістичну терм-множину $T = \{u\}$. Таке перетворення рівносильне розбиттю множини X на класи, що не перетинаються, при цьому кожний з них відповідає одному й тільки одному елементу множини T . Нагадаємо, що класична постановка задачі класифікації [2] має на увазі таке розбиття даної множини $X = \{x_i\}$, $i = \overline{1, n}$ на непусті класи X_s , $s = \overline{1, m}$, $m \leq n$, що кожний об'єкт x_i належить

одній й тільки одній підмножині X_s (тобто $\bigcup_{s=1}^m X_s = X$ та $s \neq t \Rightarrow X_s \cap X_t = \emptyset$). Кожна класифікація породжується бінарним відношенням еквівалентності на множині X .

Для вирішення завдання етапу 2 класифікація може бути отримана за допомогою відображення $F : X \rightarrow T$, що класифікує. Класи еквівалентності, які відповідають одному й тільки одному елементу терм-множини – непусті прообрази елементів множини T .

Для відшукування належного відображення, що класифікує, у випадку часових рядів пропонується застосовувати блоковий двокроковий алгоритм класифікації.

На першому кроці алгоритму весь період спостереження розбивається на k непустих блоків (відрізків ЧР) таких, що не перетинаються, а, отже, розбивається й множина $X = \bigcup_{t=1}^k X_t$.

На другому кроці для кожного блоку X_t будується функція $F_t : \{X_t\} \rightarrow T$, $t = 1, 2, \dots, k$, що класифікує. Загальна функція F , що класифікує, будується шляхом зшивання функцій F_t , $t = \overline{1, k}$. Тобто для кожного значення ЧР $x_i \in X_t \subset X$ визначається значення $F(x_i) = F_t(x_i)$, $t = 1, 2, \dots, k$.

Блочний алгоритм класифікації визначається двома головними складовими – принципом розбиття всього періоду спостережень на блоки (відрізки ЧР) та засобами вибору функції, що класифікує, на кожному із блоків. Нажаль, єдиного рецепта для визначення цих складових не існує. При розв'язанні задачі розбиття на блоки необхідно користуватися апріорними припущеннями про властивості розглянутого ЧР, які можуть бути визначені на **етапі 1** (передпрогнозного аналізу) або встановлені шляхом

експертного оцінювання. Прикладами таких властивостей можуть бути сезонність, наявність ділянок ряду, на яких існує тренд тощо. При відсутності достатньої інформації про поведінку ЧР на першому кроці, тобто при виділенні блоків, потрібно застосовувати класичні методи метричної класифікації та кластерного аналізу [2].

Як відзначає А.А. Ляпунов [363], задачі класифікації для еволюційних систем вимагають істотно враховувати появу нових елементів системи, а також потенційно можливий факт трансформації її цілей. Наприклад, у контексті переходу від планової економіки до ринкового виникає проблема «обмеженої наступності макроекономічних даних» (дані, що відносяться до початкового «соціалістичного» періоду, за своєю економічною сутністю відрізняються від даних, що відносяться до завершуючого «капіталістичному» періоду). Основний висновок, що сформульований в [363], зводиться до того, що, по-перше, не існує універсального, раз назавжди заданого способу системного (тобто лінгвістичного або якісного) опису об'єкта, що еволюціонує, й, по-друге, такий опис завжди пов'язаний з «огрубінням» даних.

Розглянемо приклади трьох алгоритмів, які можна використати для реалізації етапу 2. При цьому відмітимо одразу, що ці алгоритми пройшли успішну апробацію в задачах аналізу часових рядів, що виникають при дослідженні практичних прогнозних моделей.

3.2.1 Метод огинаючих ламаних

Розглянемо конкретний часовий ряд

$$Y = \langle y_i \rangle, \quad i = \overline{1, n} \quad (3.1)$$

врожайності зернових для одного з районів Запорізької області за період з 1930 по 2001 роки, які перенумеровані індексом $i=1,2,\dots,n$, де $n=2001-1930+1=72$; y_i – середня врожайність (ц/га) зернових в i -ом році. З метою візуалізації цього ряду на рис. 3.1 представлено гістограму цього ряду.

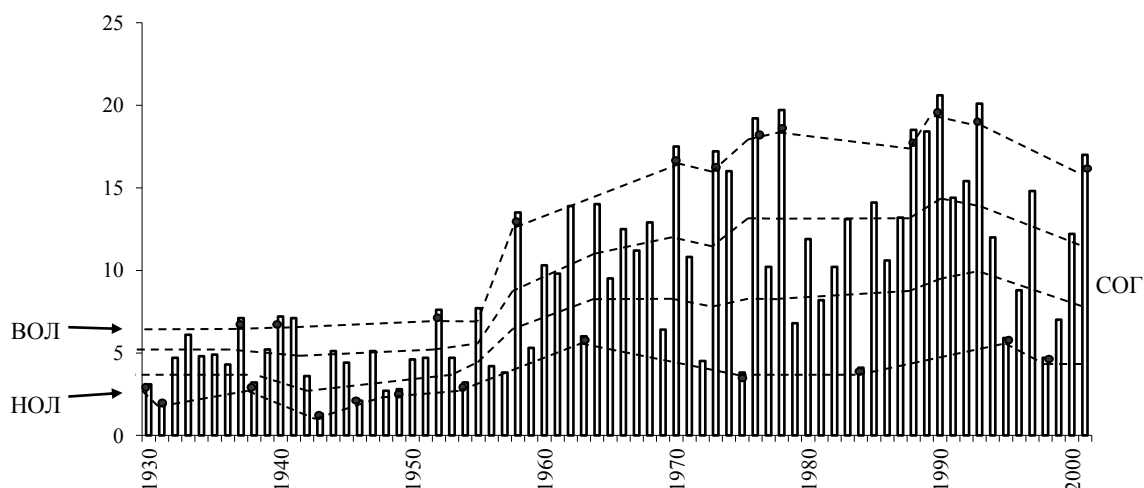


Рисунок 3.1 - Гістограма ЧР (3.1) врожайності зернових культур для розглянутого району з 1930 по 2001 р.

Для перетворення ЧР (3.1) у ЛЧР оберемо тернарну шкалу (трирівневу класифікацію), яка визначає відповідну множину термів $T = \{u\}$.

Для ЧР (3.1) приймаємо, що множина термів T складається з трьох елементів: $u = H$ – низька врожайність, $u = C$ – середня врожайність, $u = B$ – висока врожайність. Замінюючи елементи y_i $i=\overline{1,n}$ ряду (3.1) відповідними термами з T , дістаємо ЛЧР

$$U = \langle u_i \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.2)$$

Алгоритм класифікації, що базується на використанні огинаючих ламаних, полягає у наступному.

Розумно почати з візуалізації ЧР Y , тобто графічного

представлення ряду (3.1) і далі ілюструвати роботу алгоритму на графіку.

Період спостереження розбивається на блоки, на кожному з яких присутні яскраво виражені точки локального максимуму й (або) локального мінімуму.

На діаграмі виділяємо жирними точками значення (стовпчики), що відповідають цим точкам локального максимуму або мінімуму, тобто значення, що представляють «явно високу» врожайність, і значення, що представляють «явно низьку» врожайність на кожному з відрізків розбивки (див. рис.3.1). Далі з'єднуємо сусідні жирні точки пунктирними відрізками та одержуємо, як показано на рис. 3.1, верхню огиначаючу ламану (ВОЛ) і нижню огиначаючу ламану (НОЛ).

Локальні функції, що класифікують, будуються в такий спосіб. Послідовно для кожного значення гістограми розглядаємо відрізок, що з'єднує точку його перетинання з НОЛ із точкою його перетинання з ВОЛ. Цей відрізок поділяємо на три рівновеликих інтервали: нижній, середній і верхній. Відзначаємо на кожному з таких відрізків кінці середнього інтервалу, після чого кожному парі сусідніх верхніх (нижніх) кінців середніх інтервалів з'єднуємо пунктирним відрізком, у результаті чого одержуємо границі серединної області гістограми (СОГ). На рис. 3.2 представлені результати роботи алгоритму. Далі часовий ряд виду (3.1) перетворимо у ЛЧР виду (2), здійснюючи фарбування у відповідні кольори кожного стовпчика гістограми, як показано на рис. 3.2. Послідовно по $i = 1, 2, \dots, n$ розглядаємо i -те значення (стовпчик) цієї гістограми та в (3.1) елемент y_i заміняємо термом H , якщо верх стовпчика знаходиться нижче СОГ, інакше заміняємо y_i термом C , якщо його верх належить СОГ і, нарешті,

заміняємо термом B , якщо верх цього стовпчика знаходиться вище СОГ.

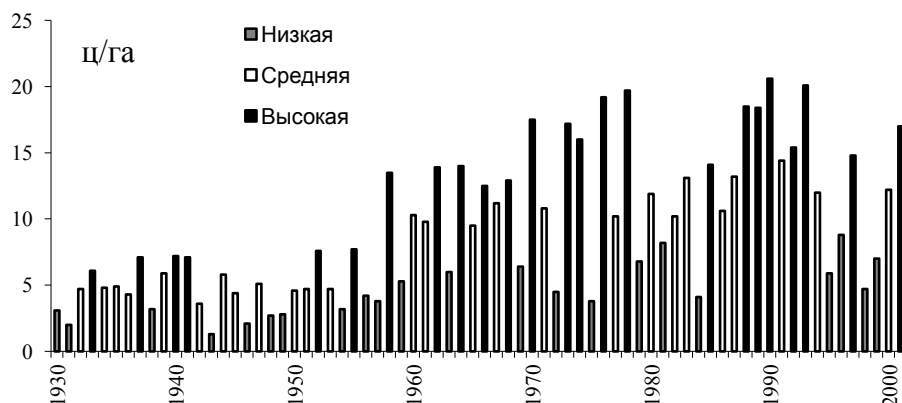


Рисунок 3.2 - Графічне представлення ЛЧР (3.2)

У результаті застосування до ЧР (3.1) алгоритму огинаючих ламаних, отримано конкретний ЛЧР, що представлено табл. 3.1.

Таблиця 3.1 - Отриманий за допомогою алгоритму огинаючих ламаних ЛЧР (3.2)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
u_i	Н	Н	С	В	С	С	С	В	Н	С	В	В	С	Н	С	С	Н	С	Н	Н	С	С	В	С
i	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
u_i	Н	В	Н	Н	В	Н	С	С	В	Н	В	С	В	С	В	Н	В	С	Н	В	В	Н	В	С
i	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
u_i	В	Н	С	Н	С	С	Н	В	С	С	В	В	В	С	В	В	С	Н	Н	В	Н	Н	С	В

Зауваження 3.1. Чорні стовпчики (врожайність В - висока) у лівій частині рис. 3.2 мають висоту, що менше,

ніж висота білих стовпчиків (врожайність C - середня), розташованих у правій частині рис. 3.2. Це гадане протиріччя пояснюється специфічними «прогнозними» цілями реалізованої класифікації, що враховує той факт, що змістовне (якісне) значення лінгвістичних змінних базується не на абсолютних (числових) значеннях показників об'єкта дослідження, а на відносному зіставленні. Цим фактом пояснюється також принципова неприйнятність використання для розглянутого («еволюційного») об'єкта деяких відомих методів класифікації, наприклад, метричних.

3.2.2 Метод трендових коридорів

Розглянемо ЧР $Z = \langle z_i \rangle, i = \overline{1, n}$ помісячних індексів ВВП України або, коротко ЧР індексів ВВП [202] за період із січня 1994 р. по жовтень 2003 р.; місяці цього періоду перенумеровані індексом $i = 1, 2, \dots, n$, де $n = (2003 - 1994 + 1) \cdot 12$; z_i - середній рівень індексу ВВП за той місяць, який занумерований числом i . З метою візуалізації цього ряду на рис. 3.3 дане його графічне подання.

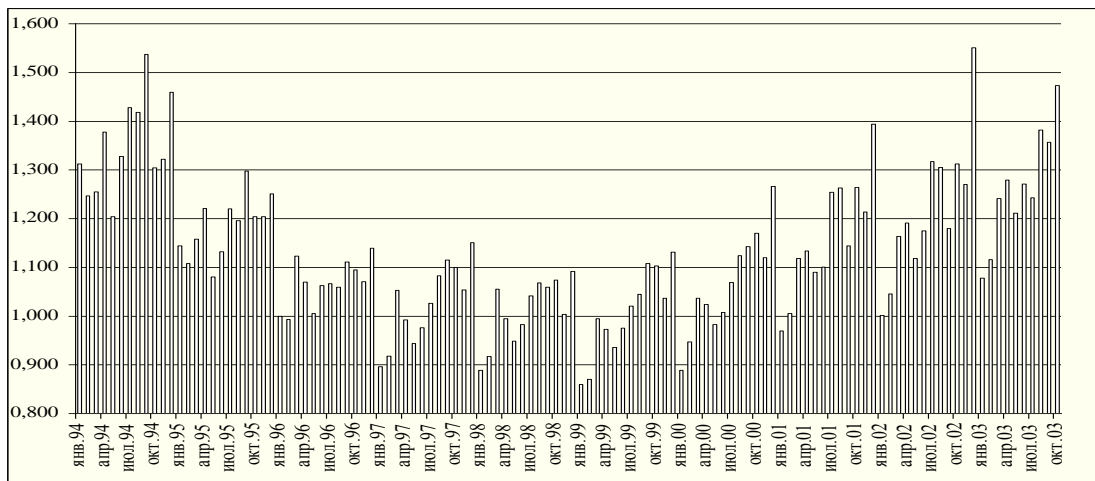


Рисунок 3.3 - Графічне подання часового ряду помісячних індексів ВВП за період січень 1994 - жовтень 2003 р.

За аналогією з розглянутим вище ЧР(3.1), у процесі перетворення числового ЧР Z у ЛЧР оберемо тернарну шкалу (трирівневу класифікацію) та використаємо 3-елементну множину термів $T = \{u\} = \{I, \tilde{N}, \hat{A}\}$, елементи якої мають наступні лінгвістичні значення: $u = H$ – низький рівень індексу ВВП, $u = C$ – середній рівень індексу ВВП, $u = B$ – високий рівень індексу ВВП. Замінюючи у ЧР Z елементи z_i відповідними термами з T , одержуємо ЛЧР

$$U = \langle u_i \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.3)$$

Вище в п.3.3.1 ЛЧР виду (3.3) отримано шляхом побудови верхньої та нижньої огинаючих ламаних для стовпців гістограми на рис. 3.1. Цей підхід виявився зовсім неприйнятним для розглянутого ЧР індексу ВВП Z . Зазначена неприйнятність обумовлена наявністю в даному ЧР проблеми обмеженої наступності макроекономічних даних, що відносяться до різних років розглянутого періоду [26]. В остаточному підсумку, ЛЧР виду (3.3), отриманий на виході алгоритму огинаючих ламаних, обумовив собою неприпустимі помилки прогнозування.

У зв'язку з цим у даній роботі пропонується новий алгоритм перетворення ЧР виду (3.1) у ЛЧР виду (3.3). Цей алгоритм базується на досить об'єктивному припущенні, що в межах окремо взятого річного періоду відсутня вказана вище проблема наступності макроекономічних даних. Це й обумовило вибір блоків алгоритму класифікації, довжина яких дорівнює одному року. Тобто спочатку весь період спостережень $i = 1, 2, \dots, n$ розбивається на відрізки, кожний з яких відповідає певному року й складається з 12 спостережень, тобто рівнів.

Другий крок – побудова локальних відображень, що класифікують, - можна описати в такий спосіб: для кожного

відрізка, використовуючи відомий (у регресійному аналізі) метод найменших квадратів, будується лінійний тренд. Після чого, шляхом паралельного переносу вгору відрізка прямої цього тренда до останнього дотику з одним із стовпчиків будується верхня лінія (відрізок прямої), що огинає (ВОГ); шляхом паралельного переносу її вниз до дотику з останнім із стовпців будується нижня лінія (відрізок прямої), що огинає (НОГ). Трендовий коридор, утворений ВОГ та НОГ, розбивається на три рівновеликі смуги. Стовпцям, верхівки яких опинилися у верхній смузі, ставимо у відповідність терм B і зафарбовуємо їх у сірі кольори; стовпцям, верхівки яких опинилися в середній смузі, ставимо у відповідність терм C і зафарбовуємо їх у світлі кольори; іншим стовпцям ставимо у відповідність терм H і зафарбовуємо їх у темні кольори. На завершальному кроці роботи алгоритму трендових коридорів у вихідному ЧР Z кожний числовий елемент z_i замінюється на приписаний його стовпцю терм $u \in T$. Для конкретного ЧР індексу ВВП, поданого на вхід цього алгоритму, на його виході одержуємо ЛЧР (3.3), який відповідно до розфарбованої гістограми, що представлено на рис. 3.4, має такий вигляд:

$$U = \text{HNSHCVSVNHC} | \text{SSSVNHCSSVCHC} | \text{HNVCHSSHSS} \\ \text{HC} | \text{HNVCHNCCSSHC} | \text{HNVCHSSSVCHC} | \text{HNVVHNCSSCHV} \\ | \text{HNVVHNVVHCHV} | \text{SSVVHCVCHCHV} | \text{HCVVHCHVHCVSV.}$$

Зауваження 3.2. На базі ЛЧР (3.3), який отримано на виході «алгоритму трендових коридорів», здійснене прогнозування ЧР Z за допомогою клітково-автоматної прогнозної моделі для горизонту прогнозу, рівного 12 місяцям. Особливо відзначимо, що відносне відхилення (тобто відносна похибка) прогнозних значень від

фактичних не перевищувала (у середньому) 10% як для ЛЧР, так і для вихідного ЧР.

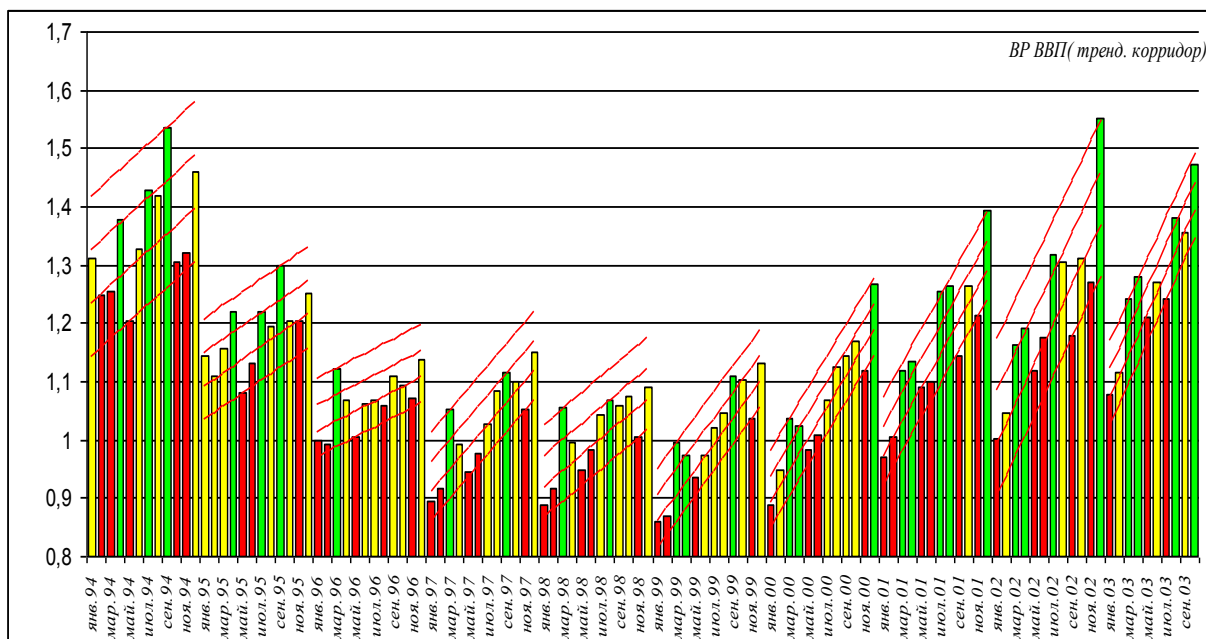


Рисунок 3.4 - Гістограма ЛЧР (3.3) помісячних індексів ВВП за період січень 1994 - жовтень 2003 р.

3.2.3 Алгоритм лінгвістичної класифікації на базі квазістатистики

Як було вже відмічено вище для реалізації етапу 2 важливою операцією є підготовка необхідної інформації для лінгвістичної оцінки. Для цього необхідно врахувати які-небудь додаткові закономірності, що властиві об'єкту (ЧР економічного показника якого досліджується), та можуть вплинути на оцінку. Наприклад, виділити періоди спостережень (відрізки ЧР), які дозволяють, наприклад, дотриматися умови статистичної однорідності або стаціонарності ряду.

Аналізуючи роботу методу огинаючих ламаних та методу трендових коридорів, які представлено вище у пп.3.4.1 та 3.4.2, необхідно відмітити один їх недолік, який

може суттєво вплинути на якість результату прогнозування. При виділенні блоків X_i (відрізків часу спостережень для ЧР) було враховано особливості ЧР, що розглядалися. Автоматично з виділеними відрізками виділялася й множина Y_i (коридор, відрізок) значень, які приймають рівні ЧР Y . Подальше розбиття отриманого відрізка значень на зони, які відповідають тій або іншій лінгвістичній оцінці (конкретному терму u з терм-множини $T = \{u_i\}$) здійснювалося механічно без урахування особливостей поведінки ЧР на виділеному відрізку. Наприклад, по-перше, значення рівнів можуть бути зосереджено більшою мірою біля правого або лівого кінця отриманого коридору значень. По-друге, отриманий коридор (відрізок значень рівнів ЧР) може бути достатньо великим, а тому вимагати застосування більш «тонкого» аналізу. Це можливо за рахунок вибору шкали з більшою кількістю рівнів, а значить і більш потужної терм-множини $T = \{u_i\}$.

Розглядаючи значення рівня ЧР як випадкову величину, можна припустити, що її поведінку на даному часовому відрізку характеризує емпірична функція розподілу. Проте, саме декомпозиційний підхід до аналізу ЧР суттєво зменшує потужність вибірки, а тому використання статистичного підходу для неї стає неправомірним.

З метою усунення вказаних вище недоліків для здійснення лінгвістичного аналізу та відповідної оцінки ЧР пропонується використати підхід, який базується на використанні квазістатистики[185].

В основу підходу покладене твердження: якщо в якості вихідних даних має місце квазістатистика факторів, то імовірнісного розподілу в класичному змісті на її основі

побудувати не вдається; однак можна зробити якісні висновки і, зокрема, - лінгвістичний аналіз даних.

Необхідність та можливість застосування такого підходу до даних, що представлені у вигляді часового ряду базується на наступних міркуваннях. Розглядаючи досить довгий ЧР якого-небудь показника, можна свідомо говорити про статистичну неоднорідність рівнів ряду, тому що на протязі досить тривалого часового інтервалу змінюється як макро-, так і мікроекономічна ситуація, в якій спостерігається об'єкт дослідження. Використання для ідентифікації імовірнісного закону розподілу даних усього ряду може призвести до неприпустимих помилок. Тому, як підготовчий етап для лінгвістичної оцінки, пропонується процедура формування квазістатистики, тобто такої вибірки спостережень із їхньої генеральної сукупності, яка вважається недостатньою для ідентифікації імовірнісного закону розподілу з точно визначеними параметрами, але визнається достатньою для того, щоб з тим або іншим *суб'єктивним* ступенем вірогідності обґрунтувати закон спостережень в імовірнісній або будь-якій іншій формі. Параметри цього закону задаються за спеціальними правилами, щоб задовольнити необхідної вірогідності ідентифікації закону спостережень. У випадку часових рядів квазістатистика формується з відрізків вихідного ЧР, що мають подібні емпіричні закони розподілу.

Таким чином, ***підготовчий етап*** для розв'язання задачі перетворення вихідного числового ЧР у лінгвістичний ЧР - процедура формування квазістатистики - полягає в наступному.

Нехай у ЧР виділені кілька однотипних часових інтервалів (відрізків ЧР) для аналізу. Для кожного інтервалу побудуємо **гістограму** рівнів досліджуваного показника та зпівставимо ці гістограми. Якщо виявиться,

що розходження між гістограмами може бути визнано несуттєвим (немає істотного зсуву максимумів гістограм, гістограми покривають приблизно той самий носій), то можна поєднувати дані по двох цих інтервалах і будувати зведену гістограму. Контент об'єднаних даних відрізків ЧР у цьому випадку визначається як квазістатистика для цілей лінгвістичного аналізу рівнів ЧР.

Для прикладу розглянемо ЧР $Z = \{z_i\}$ ціни на золото за період з 01.02.02 по 27.02.09 (за даними лондонського фіксингу - <http://www.lbma.org.uk/stats/goldfixg> - The London Bullion Market Association). Графік ЧР Z представлено на рис. 3.5. Вихідний ЧР Z розбитий на 8 відрізків ($Z_1 - Z_8$) на основі евристичного підходу (за принципом візуальної «подібності» динаміки). Для кожного з відрізків ЧР побудовано гістограми розподілу рівнів ряду. На рис. 3.6 представлені два останніх відрізки ЧР Z_7 (рис. 3.6а) і Z_8 (рис. 3.6б) та відповідні їм гістограми.

Як видно з рис. 3.6 отримані гістограми істотно різні. Ця розбіжність може бути пов'язана з присутністю в часовому ряді довгострокової тенденції - детермінованого тренда. Тому дослідимо розглянуті відрізки ЧР і видалимо в кожному з них лінійний тренд. У результаті одержимо відрізки ЧР Z'_7 і Z'_8 без тренда, побудуємо відповідні їм гістограми (див. рис. 3.7).

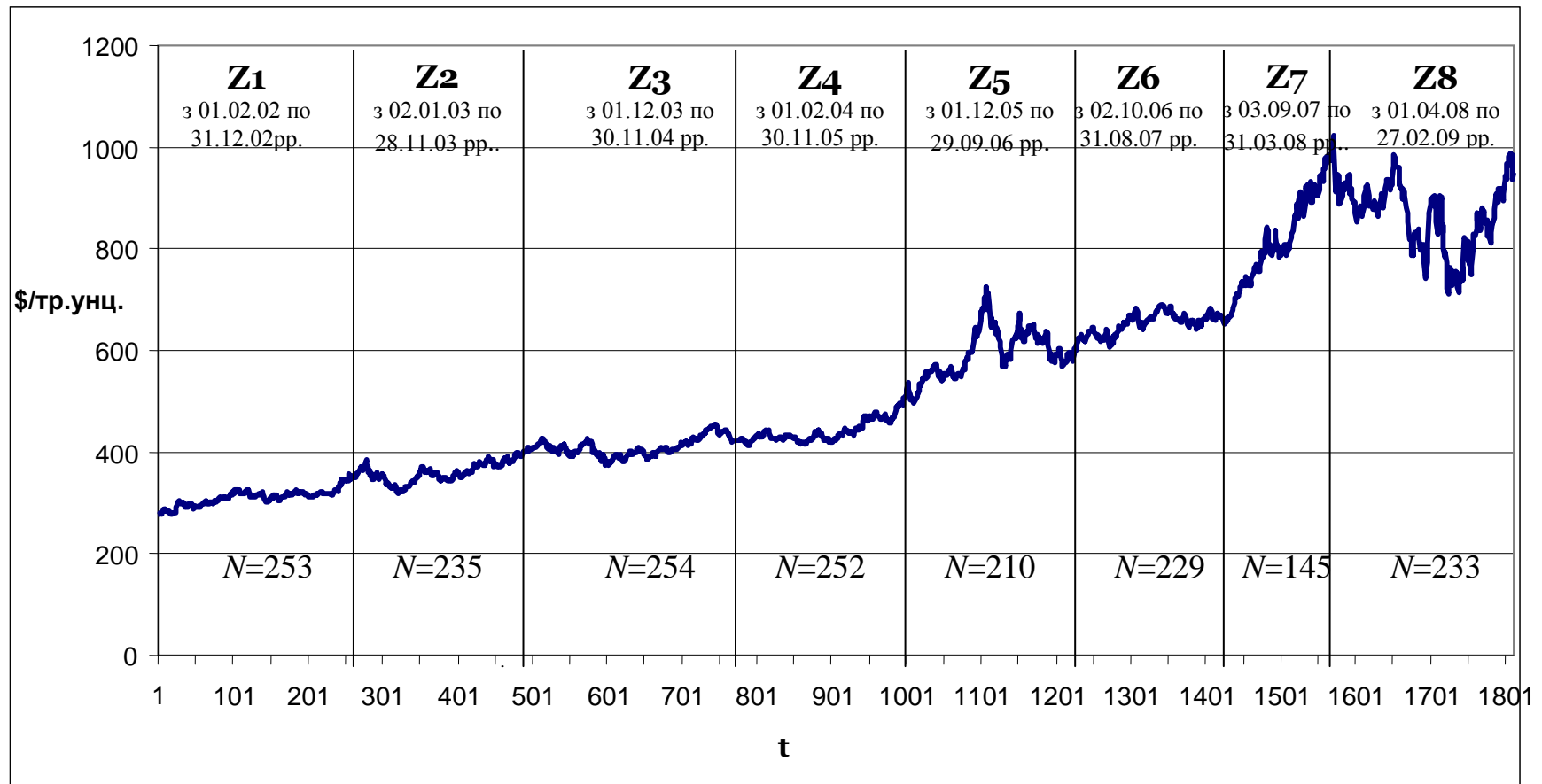


Рисунок 3.5 – Графік ЧР Z ціни на золото з 01.02.02 по 27.02.09, розбитий на відрізки $Z_1 - Z_8$

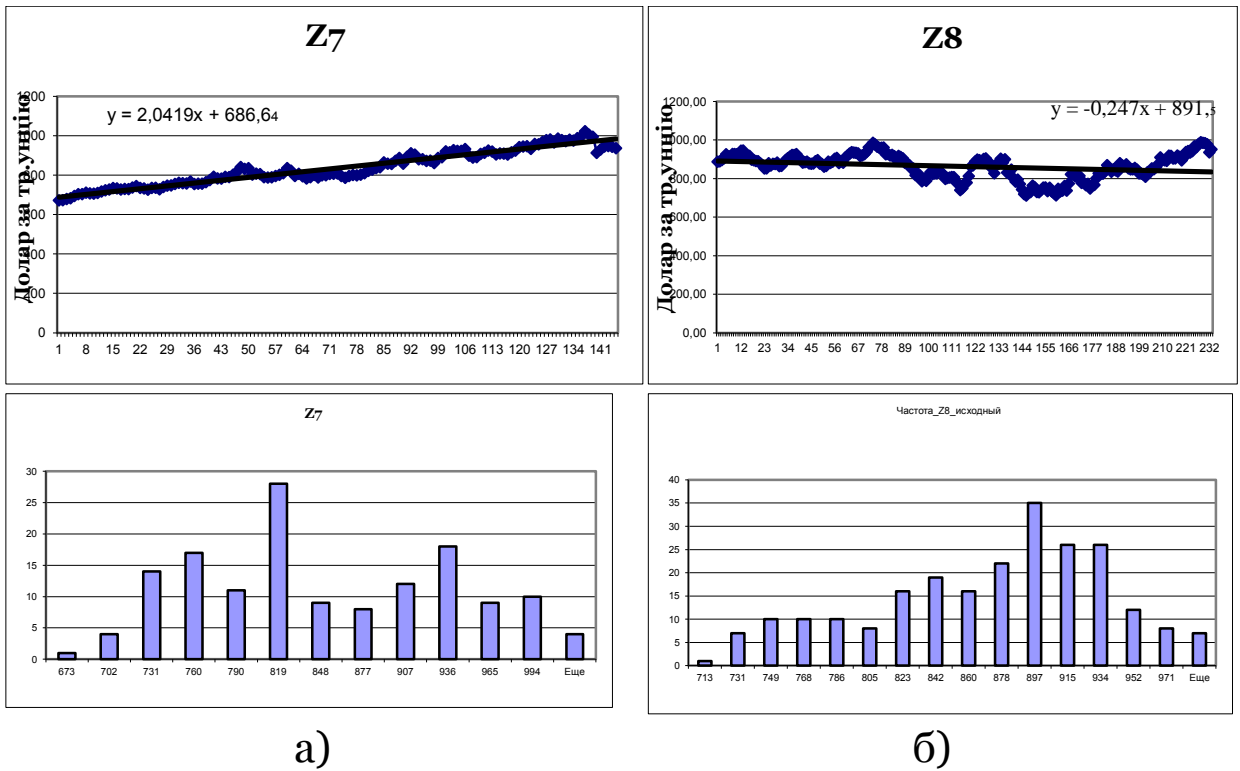


Рисунок 3.6 - Графіки та гістограми розподілу цін на золото для відрізків а) Z₇ і б) Z₈ вихідного ЧР Z

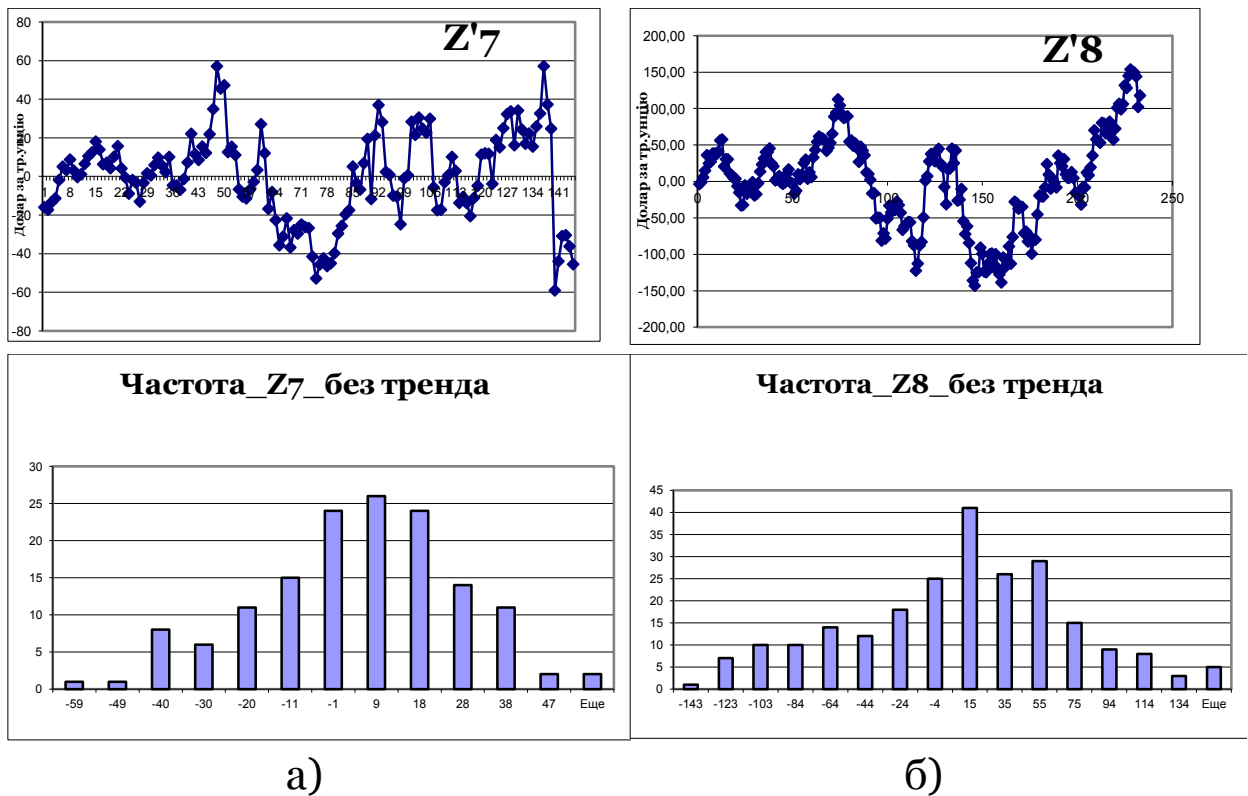


Рисунок 3.7 - Графіки та гістограми розподілу цін на золото для відрізків ЧР а) Z'₇ і б) Z'₈ без трендів

Зіставлення гістограм для відрізків ЧР Z_7' і Z_8' без трендів на рис. 3.7 (а також аналогічних гістограм для відрізків $Z_1' - Z_6'$) призводить до наступних висновків:

- обидві гістограми «близькі» по виду до нормального розподілу;
- зсув максимумів гістограм один до одного має місце, але не істотний (у межах одного інтервалу носія);
- проте гістограма ЧР Z_8' покриває значно більший носій, ніж гістограма ЧР Z_7' .

Таким чином, у цьому випадку доводиться зробити висновок, що мають місце істотні розходження між гістограмами і лінгвістичний аналіз можливий лише на базі одного з цих відрізків ЧР (тобто використовувати більш довгий ряд для оцінювання не можна). У продовженні прикладу, а також з урахуванням використання результатів для прогнозування поведінки ЧР Z лінгвістичний аналіз будемо проводити для більш пізнього за часом відрізка ЧР Z_8' .

Зауваження 1. Проведене вище порівняння гістограм носить неформальний характер. Для формалізації процедури порівняння наведемо необхідні позначення та поняття.

Формально гістограма Γ - це математичний об'єкт, що має теоретико-множинний опис наступного вигляду:

$$\Gamma = \{X, N, \Delta, Q\} \quad (3.4)$$

де $X = [x_{\min}, x_{\max}]$ – інтервал аналізу носія (інтервал значень, які приймають рівні ряду),

N – число комірок (кишень) гістограми (для гістограми на рис. 3.7б) $N = 16$),

$$\Delta = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{N} \text{ – крок гістограми,}$$

$Q = (Q_1, \dots, Q_i, \dots, Q_N)$ – вектор числа влучень (частот) квазістатистики у відповідну комірку (кишеню) гістограми розмірністю N .

Гістограма, яка наведена до виду щільності – це гістограма, у якій вектор Q замінений вектором $f = (f_1, \dots, f_i, \dots, f_N)$, де

$$f_i = \frac{Q_i}{\sum_{i=1}^N Q_i}, \quad i = \overline{1, N} \quad (3.5)$$

Саме за видом цих гістограм ідентифікується імовірнісний закон розподілу (якщо він є).

Для одержання нормованої гістограми необхідно вектор Q замінити вектором Q^i , компоненти якого мають такий вигляд:

$$Q_i^i = \frac{Q_i}{\max_i Q_i}, \quad i = \overline{1, N} \quad (3.6)$$

Зіставлення нормованих гістограм можливо, якщо для них збігається носій і число комірок. Тоді можна побудувати міру схожості нормованих гістограм, наприклад, як міру Хеммінгу. Нагадаємо, що відстанню Хеммінга називається число битів, що відрізняються, у двох бінарних векторах. Тобто гранично схожі гістограми мають міру схожості 0, а гранично розбіжні нормовані гістограми – одиницю (тобто носій критерію – стандартний 01-носій).

Повернемося до задачі перетворення вихідного ЧР до лінгвістичного ЧР. Отже, нам потрібно зіставити гістограмі

виду, наприклад, рис. 3.7 б), пенташкалу, кожному лінгвістичному елементу якої відповідає нечітке число. Причому доцільно, щоб побудований класифікатор був різновидом так званої «сірої» шкали Поспєлова [216], що представляє собою полярну (опозиційну) шкалу, в якій перехід від властивості A^+ до властивості A^- (наприклад, від властивості «висока ціна» до властивості «ціна середня» лінгвістичної змінної «розмір ціни») відбувається плавно, поступово. Подібні шкали задовольняють наступним умовам [253]:

а) взаємної компенсації між властивостями A^+ і A^- (чим більшою мірою проявляється A^+ , тим у меншому ступені проявляється A^- , і навпаки);

б) наявності нейтральної точки A^0 , яка інтерпретується як точка найбільшого протиріччя, у якій обидві властивості присутні рівною мірою (наприклад, коли ціна здається одночасно й високою і середньою за розміром).

У випадку стандартної пенташкали, визначеною на 01-носії, абсциси нейтральних точок на 01-носії мають координати (0.2, 0.4, 0.6, 0.8) [184], а сам такий п'ятирівневий класифікатор, побудований на трапецієподібних нечітких числах, має вигляд рис. 3.8.

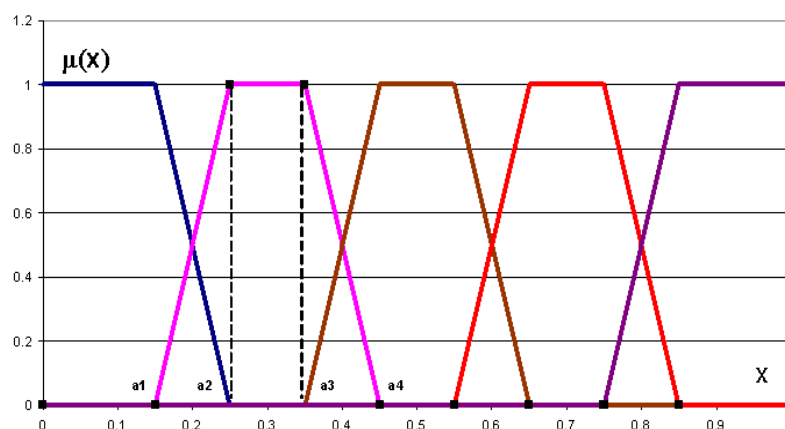


Рисунок 3.8 - Стандартна пенташкала на 01-носії

Очевидно, що пенташкала на трапецієподібних числах є сірою шкалою у розумінні Поспелова, і лінгвістичний аналіз на її основі буде несуперечливим.

Розглянемо алгоритм побудови пенташкали в найпростішому випадку. Нехай надана унімодальна гістограма ЧР, з «підозрою» на те, що за цією гістограмою стоїть нормальний розподіл. Тоді, за загальними правилами статистики визначимо середнє значення μ гістограми та середньоквадратичне відхилення від середнього (СКВ) σ . Побудуємо набір із п'яти вузлових точок п'ятирівневого класифікатора за правилом:

$$\begin{aligned}\mu_1 &= \mu - t_1\sigma, \\ \mu_2 &= \mu - t_2\sigma, \\ \mu_3 &= \mu, \\ \mu_4 &= \mu + t_2\sigma, \\ \mu_5 &= \mu + t_1\sigma,\end{aligned}\tag{3.7}$$

де t_1, t_2 – коефіцієнти, які у класичній статистиці є коефіцієнтами Стюдента. Для кожної вузлової точки класифікатора справедливо, що в ній рівень фактору розпізнається **однозначно**, зі стовідсотковою експертною впевненістю. Наприклад, точка μ_1 відповідає дуже низькому значенню рівня (ДН), μ_2 – стану Н та інш.

Далі розділимо кожний відрізок $[\mu_i, \mu_{i+1}]$ на три зони: зону абсолютної впевненості, зону зниженої впевненості та зону абсолютної невпевненості. Довжини цих трьох зон становлять пропорцію $1:u:1$, де параметр $u \geq 0$ відображає глибину невпевненості. Так, значення $u = 0$ відповідає абсолютній упевненості і розмежування зон є жорстким (інтервальним). У протилежному випадку, при $u = \infty$, абсолютної впевненості-невпевненості немає (як, наприклад, для випадку контролера температури Мамдані

[334], рис. 3.9). Для випадку стандартної пенташкали на 01-носії $u = 2$. Таким чином, вибір параметра u – це справа розроблювачів класифікатора.

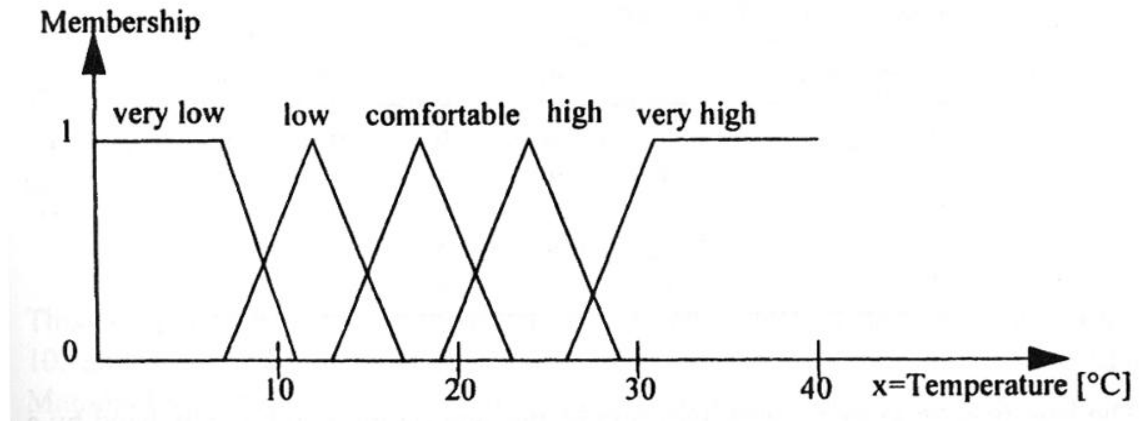


Рисунок 3.9 - Лінгвістична змінна «Рівень кімнатної температури» [334]

Нанесемо додаткові точки (границі зон впевненості-невпевненості) на вісь носія фактору (рівнів ЧР). Тоді можна в зоні впевненості прийняти відповідну функцію приналежності за 1, у зоні абсолютної неупевненості - за 0, а зону неупевненості описати похилим ребром відповідного трапецієподібного нечіткого числа. Таким чином, перше наближення пенташкали побудоване.

Розглянемо приклад. За гістограмою ЧР, що представлена на рис. 3.10 для носія $X = [0,10]$ визначаємо: $\mu = 4,5$, $\sigma = 2$. Також визначаємо параметр $u = 1$, тобто всі зони впевненості - зниженої впевненості - неупевненості мають рівну довжину.

Значення 0,5 носія гістограми представляється експертам дуже низьким, а значення 8,5 – дуже високим. Звідси й з (3.7) відразу впливає наступне:

$$t_1 = \frac{4,5 - 0,5}{2} = \frac{8,5 - 4,5}{2} = 2.$$

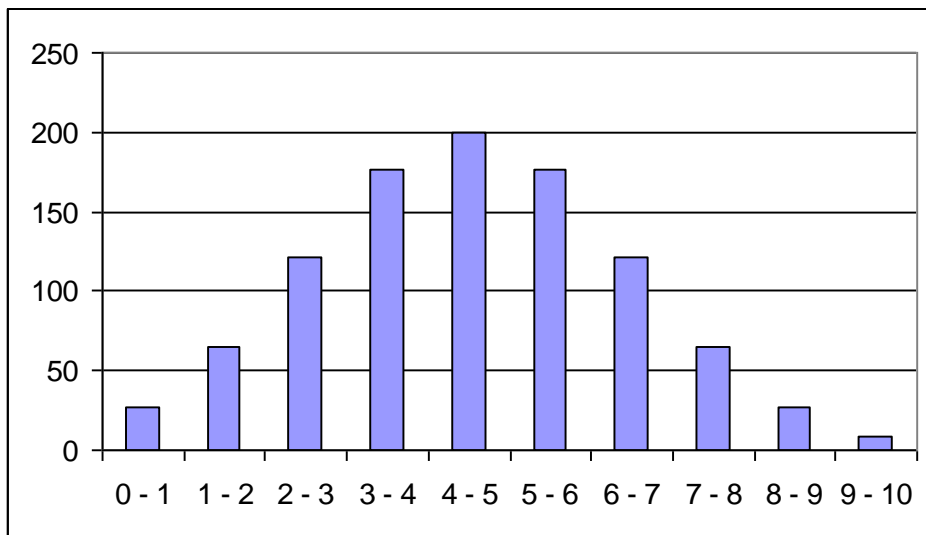


Рисунок 3.10 - Гістограма нормально розподіленої статистики

Значення 2 носія представляється експертам низьким, тому

$$t_2 = \frac{4,5 - 2}{2} = 1,25.$$

Відповідно, несуперечлива класифікація дає

$$\mu_4 = \mu + t_2 \sigma = 4,5 + 1,25 * 2 = 7.$$

Таким чином, інтервали зон абсолютної впевненості наступні:

$$\text{ДН: } [0; 0,5 + (2 - 0,5)/3] = [0; 1];$$

$$\text{Н: } [2 - (2 - 0,5)/3; 2 + (4,5 - 2)/3] = [1,5; 2,83];$$

$$\text{Ср: } [4,5 - (4,5 - 2)/3; 4,5 + (7 - 4,5)/3] = [3,67; 5,33]; \quad (3.8)$$

$$\text{В: } [7 - (7 - 4,5)/3; 7 + (8,5 - 7)/3] = [6,17; 7,5];$$

$$\text{ДВ: } [8,5 - (8,5 - 7)/3; 10] = [8; 10].$$

Пенташкала, що відповідає виділеним вузловим точкам і інтервалам абсолютної впевненості, представлена на рис. 3.11.

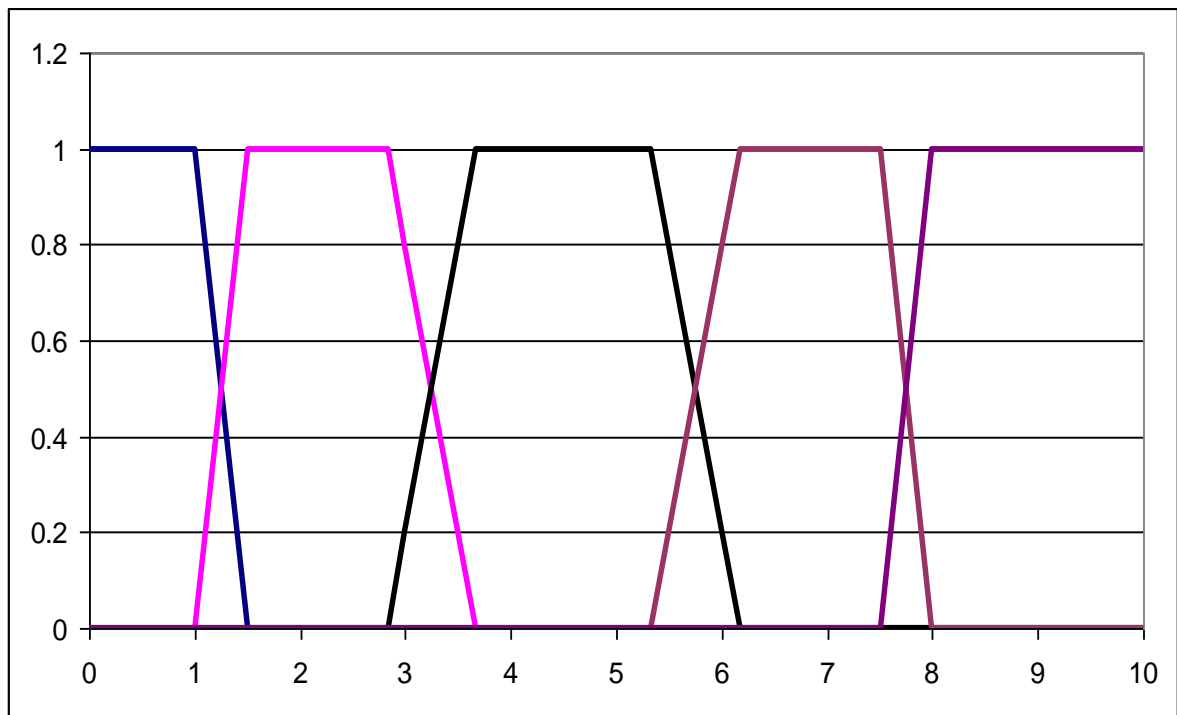


Рисунок 3.11 - Пенташкала для гістограми на рис. 3.10

Надалі експерт може уточнювати отриманий класифікатор на підставі додаткових міркувань і тим самим управляти місцем розташування вузлових точок класифікатора та держувати нові функції приналежності.

У більш складному випадку, коли симетрії у гістограмі немає, необхідно асоціювати вузлові точки пенташкали з гістограмою на основі експертного опитування. Все інше (визначення інтервалів абсолютної впевненості / невпевненості) здійснюється за викладеною вище схемою.

Застосуємо розглянутий алгоритм для відрізка ЧР Z'_8 ціни на золото з вилученим трендом. Гістограма та графік ЧР Z'_8 представлені на рис. 3.7 б). Носій гістограми – відрізок значень рівнів ЧР - множина $X = [-145, 155]$. Значення вектора рівнів гістограми представлені в табл. 3.2.

Таблиця 3.2 – Вектор рівнів Q (частот) гістограми

i	X_i	Q_i
1	-145	1
2	-123	7
3	-103	10
4	-84	10
5	-64	14
6	-44	12
7	-24	18
8	-4	25
9	15	41
10	35	26
11	55	29
12	75	15
13	94	9
14	114	8
15	134	3
16	155	5

Нехай експерти одностайно домовилися про те, щоб вважати:

$\mu_1 = -120$ – дуже низьке значення ціни на золото (за умови видалення тренда);

$\mu_3 = 10$ – середнє значення ціни;

$\mu_5 = 130$ – дуже високе значення ціни;

$u = 0$, оскільки нашою задачею є інтервальне розбиття відрізка значень рівнів ЧР.

Але експерти можуть мати труднощі з одержанням вузлових точок μ_2 і μ_4 . Можна було б примітивно задати

$$\mu_2 = \frac{\mu_1 + \mu_3}{2} = -55, \quad \mu_4 = \frac{\mu_3 + \mu_5}{2} = 70,$$

але таке завдання нехтує формою гістограми, проте саме це хотілося б урахувати в аналізі.

Таке урахування можливе, якщо шукати вузлові точки за правилами зваженого середнього. Тоді:

$$\mu_2 = \frac{-120Q_2 - 103Q_3 - 84Q_4 - 64Q_5 - 44Q_6 - 24Q_7 - 4Q_8 + 15Q_9}{Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6 + Q_7 + Q_8 + Q_9} \quad (3.9)$$

$$\mu_4 = \frac{15Q_9 + 35Q_{10} + 55Q_{11} + 75Q_{12} + 94Q_{13} + 114Q_{14} + 134Q_{15}}{Q_9 + Q_{10} + Q_{11} + Q_{12} + Q_{13} + Q_{14} + Q_{15}}$$

Відповідно, розрахунок за формулами (3.9) з урахуванням даних табл. 3.2 та округлення результату дає $\mu_2 = -30$, $\mu_4 = 50$, тобто проміжні вузлові точки розташовуються ближче до середньої точки, ніж це передбачається простим осередненим випадком.

Подальший аналіз і побудова пенташкали вже не представляє труднощів. Інтервали зон абсолютної впевненості наступні:

$$\text{ДН: } [-145; -120 + (-30 - (-120))/2] = [-145; -75];$$

$$\text{Н: } (-30 - (-30 - (-120))/2; -30 + (10 - (-30))/2) = (-75; -10];$$

$$\text{Ср: } (10 - (10 - (-30))/2; 10 + (50 - 10)/2) = (-10; 30];$$

$$\text{В: } (50 - (50 - 10)/2; 50 + (130 - 50)/2) = (30; 90];$$

$$\text{ДВ: } (130 - (130 - 50)/2; 155] = (90; 155].$$

На рис. 3.12 представлено результати класифікації рівнів ЧР цін на золото Z'_8 (з видаленим трендом) за побудованою пенташкалою.

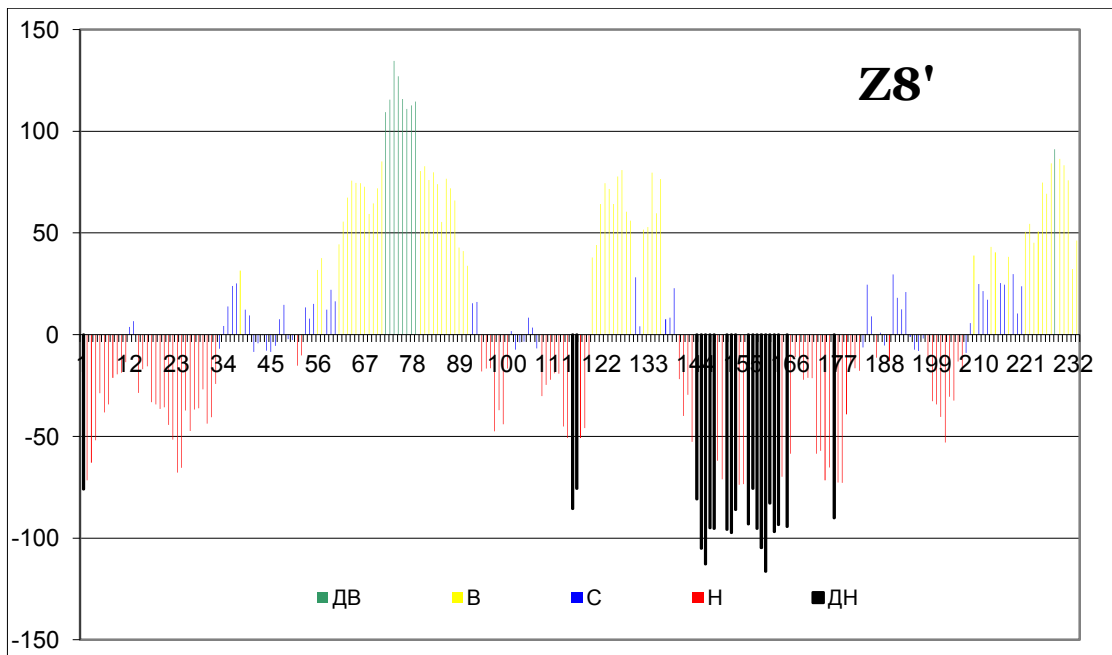


Рисунок 3.12 – Класифікація рівнів ЧР цін на золото Z_8' (з видаленим трендом) за побудованою пенташколою

Якщо отримана пенташкала не викликає заперечень у експертів, то задача вирішена. У протилежному випадку, потрібно динамічно змінювати зону (інтервал) абсолютної впевненості, керуючи значенням параметру u в кожному випадку, і домагатися повної погодженості в експертних оцінках. Якщо згоди не спостерігається, то можна перейти від пенташкали на трапецієподібних числах до того ж тільки на колоколоподібних або трикутних числах, з вершинами у вузлових точках пенташкали, як у випадку контролера Мамдані ($u = \infty$, рис. 3.9). Застосовуючи цей прийом, вдається залишитися в межах старих якісних оцінок (щодо яких у експертів немає суперечок). Перехід до нового типу чисел залишає шкалу сірою у розумінні Поспелова, тобто несуперечливою.

Таким чином, **загальна схема методу** лінгвістичної класифікації рівнів ЧР на основі аналізу його гістограми полягає в наступному:

1. Досліджується вихідний ЧР (множина значень рівней ряду становить у термінології статистики контент даних) і проводиться його верифікація як квазістатистики, тобто спеціально доводимо, що за цими даними криється якийсь не виявлений до кінця закон (наприклад, сіра шкала у розумінні Поспєлова [216]).

2. Наноситься (за допомогою експерта) деяка кількість вузлових точок (три або відразу п'ять). Якщо немає ніяких відомостей щодо положення вузлових точок (немає експерта під рукою) - працює *стандартне правило*: вузлова точка ДН – лівий кінець інтервалу носія, вузлова точка ДВ – правий кінець інтервалу носія, середня точка (Ср) – відповідає максимуму гістограми (в унімодальному випадку) або медіані гістограми (у полімодальному випадку). У принципі, можна скрізь користуватися медіаною замість середнього (для нормального розподілу ці величини збігаються).

3. Виключенням із загального правила попереднього пункту є випадок, коли в гістограмі максимум притиснутий до лівої або правої точки інтервалу носія. Така ситуація говорить про те, що існує певна тенденція, при якій максимум гістограми не відповідає середньому рівню показника. Такі випадки виникають, наприклад, у моменти довгострокової кризи, коли більшу частину моментів часу виміру показника він стабілізується на низьких значеннях.

4. Якщо обрані тільки три вузлові точки з п'яти, то ті дві точки, що залишилися, наносяться за правилами зваженого середнього. Таким чином, при виборі точок Н и В враховується профіль гістограми (вектор рівнів Q).

5. Інтервал між двома вузловими точками, що стоять поруч, ділиться на три зони, проміжна з яких - це зона невпевненості експерта в класифікації, яка інтерпретується похилим ребром трапецієподібного

нечіткого числа. Таким чином, первинна лінгвістична інтерпретація гістограми завершена.

6. При розв'язанні задачі класифікації рівнів ЧР, вимогою якої є таке розбиття відрізка значень ЧР, при якому кожному рівню повинно однозначно відповідати значення пенташкали, необхідно застосовувати інтервальне розбиття, ліквідуючи зону невизначеності. Можна замістити вузлову точку інтервалом абсолютної впевненості й намагатися його розширювати в обидва боки від вузлової точки, яка цьому інтервалу належить за побудовою. Але у всіх випадках повинна забезпечуватися згода експертного співтовариства про результати уточненої класифікації.

7. У випадку, якщо гістограма невиразна (має невиражений максимум і множину локальних мінімумів), то найбільш раціональним є перехід від вихідного інтервалу носія до 01-інтервалу (шляхом лінійного перетворення масштабу), побудова на 01-носії стандартної симетричної п'ятирівневої класифікації та наступне перенесення цієї класифікації на вихідний носій (зворотне масштабування шляхом лінійного перетворення).

Помітимо, що використовуване в п. 7 поняття «невиражений максимум» також носить суб'єктивний характер. Запропонований вище метод лінгвістичної класифікації припускає участь у його застосуванні досвідчених експертів, що добре розуміють природу об'єкта дослідження та діючих відносно цього об'єкта закономірностей. Прийоми, описані в попередніх пунктах є допоміжними. Вони полегшують роботу експертів, але не є правилом. І в цьому, як і в загальному випадку, при розв'язанні задачі побудови економіко-математичної моделі об'єкта процес лінгвістичної інтерпретації кількісних даних є водночас мистецтвом і проявом майстерності.

На закінчення помітимо також, що розглянута задача класифікації, до якої зводиться етап перетворення вихідного числового ЧР у лінгвістичний, є однією з центральних задач у теорії *data mining*, тобто процесом одержання знань на основі даних, видобування прихованих знань із даних.

3.3 Частотний аналіз пам'яті лінгвістичного часового ряду

У процесі подальшого викладу пропонованого нового підходу до прогнозування ЧР будемо використовувати ЧР (3.1) і отриманий вище ЛЧР (3.2).

Часовий ряд (3.1) врожайностей зернових культур має довгострокову пам'ять, що підтверджується результатами його фрактального аналізу на основі *R/S*-аналізу [15]. Наявність пам'яті може пояснюватися тим, що такі ряди акумулюють інформацію про коливання погодних умов та їхній вплив на врожайність сільськогосподарських культур, тобто мають місце довгострокові кореляції між поточними й майбутніми подіями [137,207,290].

У [131, 137, 203] сформульована пропозиція представляти наявність у ЛЧР довгостроковій пам'яті, базуючись на аналізі так званих *l*-конфігурацій цього ЛЧР, а також враховувати статистику «переходів» цих конфігурацій у той або інший стан, де термін «стан» означає елемент використовуваної множини термів.

Для цих та інших базових понять сформулюємо їхнє строге визначення, використовуючи позначення $T = \{u^r\}$, $r = \overline{1, \tau}$ для множини термів, що складається з $\tau = |T|$ символів. Терміном «*l*-конфігурація» будемо називати всяку послідовність $\kappa = u^{r_1} u^{r_2} \dots u^{r_l}$, що складається з *l* символів $u^r \in T$. Дві *l*-конфігурації вважаються різними,

якщо існує такий номер $s \in \{1, 2, \dots, l\}$, для якого значення їхніх елементів u^{r_s} не співпадають. Виділимо в даному ЛЧР U виду (3.2) відрізок $U(l, i) = u_i u_{i+1} \dots u_{i+l-1}$ довжини l . Будемо говорити, що має місце входження (i -входження) l -конфігурації $g = u^1 u^2 \dots u^l$ у ЛЧР U , якщо $U(l, i) = g$, тобто виконується рівність $u_{i+k-1} = u^k$ для кожного номера $k = 1, 2, \dots, l$.

Якщо в інтервалі $U(l+1, i) = u_i u_{i+1} \dots u_{i+l}$ перші l символів $u_i u_{i+1} \dots u_{i+l-1}$ представляють собою i -входження l -конфігурації g у ЛЧР U і при цьому для $(l+1)$ -го символу виконується рівність $u_{i+l} = u^r$, $u^r \in T$, то будемо говорити, що має місце «перехід l -конфігурації g в стан u^r ». Кількість всіх переходів такого виду надалі будемо називати їхньою частотою в даному ЛЧР U і позначимо через $W(g, u^r)$. Сумарна кількість всіх наявних у ЛЧР U переходів l -конфігурації g в стан $u^r \in T$ позначимо $W(g) = \sum_{r=1}^{\tau} W(g, u^r)$.

Під «частістю переходу l -конфігурації g в стан u^r » (позначимо її $w(g, u^r)$), будемо розуміти величину, що

обчислюється за формулою $w(g, u^r) = \frac{W(g, u^r)}{W(g)}$, $1 \leq r \leq \tau$.

У випадку виконання рівності $w(g, u^r) = 1$ будемо говорити, що (у даному ЛЧР U) розглянута l -конфігурація g має пам'ять.

Через $M_l = M_l(U)$ позначимо множину всіх таких l -конфігурацій, кожна з яких має хоча б одне входження у ЛЧР U . Використовуючи множину термів $T = \{H, C, B\}$, з ілюстративною метою розглянемо «штучний» ЛЧР

$$U = HSSVSS | HSSVSS | \dots | HSSVSS | \dots | HSSVSS |, \quad (3.10)$$

який побудовано згідно правила регулярного чергування пари символів SS із одиночними символами H і V ; довжина цього ЛЧР є число n , кратне 6. Для $l=1,2,3$ множини M_l всіх l -конфігурацій у ЛЧР (3.10) мають наступний склад:

$$\begin{aligned} M_1 &= \{H, S, V\}, \\ M_2 &= \{HS, SS, SV, VS, SH\}, \\ M_3 &= \{HSS, SSV, SVS, VSS, SSH, SHS\}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Ілюструючи процес виділення « l -конфігурацій з пам'яттю» і обчислення частотей $w(g, u^r)$, $u^r \in T = \{H, S, V\}$, розглянемо ЛЧР (3.10) за умови, що його довжина $n = 6 \times 4 = 24$. Позначимо такий ЛЧР через U^0 і відзначимо, що для представлення його в явному вигляді достатньо не розглядати три крапки у виразі (3.10).

При обчисленні частотей $w(g, u^r)$, $1 \leq r \leq \tau$ зручно скористатися так званим «графом переходів» l -конфігурації g в стан $u^r \in T$. Цей граф є орієнтованою зіркою, дуги якої виходять із центра, що відповідає розглянутій l -конфігурації g . Ця зірка містить дугу $e = (g, u^r)$ лише тоді, коли для розглянутого ЛЧР значення частоти $w(g, u^r) \neq 0$, $u^r \in T$; цій дузі e приписується вага $w(e) = w(g, u^r)$.

Зауваження 3.3. Для розглянутого ЛЧР U будь-яка l -конфігурація $g \in$ «конфігурацією з пам'яттю» тоді й тільки тоді, коли її граф переходів складається з єдиної дуги $e = (g, u^{r_0})$, $1 \leq r_0 \leq \tau$. При цьому її вага $w(e) = w(g, u^{r_0}) = 1$.

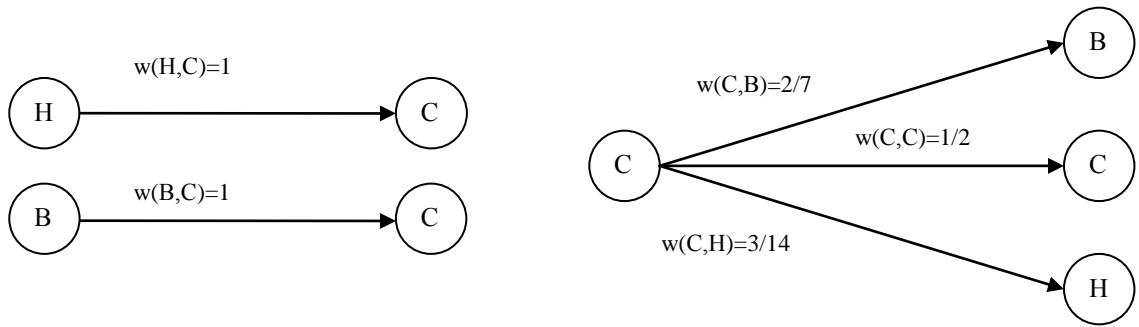


Рисунок 3.13 - Графи переходів 1-конфігурацій у ЛЧР U^0

Згідно рис. 3.9 і зауваження 3.3 із трьох елементів множини M_1 в (3.11) два (H и B) представляють l -конфігурації з пам'яттю.

Зауваження 3.4. Нехай для ЛЧР виду (3.2) або (3.3) визначене таке число l , що із двох заключних інтервалів

$$U(l, i) = U(l, n-l+1) = u_i u_{i+1} \dots u_n,$$

$$U(l+1, i-1) = U(l+1, n-l) = u_{i-1} u_i \dots u_n, \quad (3.12)$$

які мають довжини l та $l+1$ відповідно, перший представляє деяку $g^0 = u^r u^{r_2} \dots u^r$ l -конфігурацію з пам'яттю. При цьому інтервал $U(l-1, i-1) = U(l-1, n-l) = u_{i-1} u_i \dots u_n$ не повинен бути $(l-1)$ -конфігурацією з пам'яттю.

Визначимо **правило роботи** лінійного клітинного автомата: значення стану u^r , $r = \overline{1, \tau}$ прогнозованого елемента u_{n+1} даного ЛЧР U , визначається інтервалами

$$U(l-s, i-s) = U(l-s, n-l+1+s) = u_{i+s} u_{i+s+1} \dots u_n, \quad s = 0, 1, 2, \dots, l-1, \quad (3.13)$$

точніше, частотями $w(g^s, u^r)$, $r = \overline{1, \tau}$ переходу $(l-s)$ -конфігурацій

$$g^s = u^{r_{i+s}} u^{r_{i+s+1}} \dots u^r \subset g^0, \quad s = 0, 1, 2, \dots, l-1, \quad (3.14)$$

які одержано шляхом послідовного $(l-1)$ -кратного видалення перших елементів l -конфігурації $\kappa^0 = u^1 u^2 \dots u^l$. Таким чином, відповідно до цього правила $(l+1)$ -конфігурація, що відповідає другому інтервалу з (3.12), не використовується в обчислювальному процесі визначення станів u^r , $r = \overline{1, \tau}$ прогнозованого елемента u_{n+1} .

Розглянемо представлену в (3.11) множину M_2 всіх 2-конфігурацій ЛЧР U^0 . Відповідно до зауваження 3.4 у цій множині дві конфігурації – CB і CH не будуть задіяні у процесі роботи клітково-автоматної прогновної моделі у силу того, що кожна з них містить 1-конфігурацію з пам'яттю як свою заключну частину. З цієї ж причини далі розглядаємо підмножину $\overline{M}_2 = \{I\tilde{N}, \tilde{N}\tilde{N}, \hat{A}\tilde{N}\} \subset M_2$ і для кожної 2-конфігурації з \overline{M}_2 побудуємо їхні графи переходів (див. рис. 3.14). Згідно рис. 3.14 та зауваженню 3.2 із трьох елементів множини \overline{M}_2 два (BC та HC) є 2-конфігураціями з пам'яттю (див. рис. 3.14).

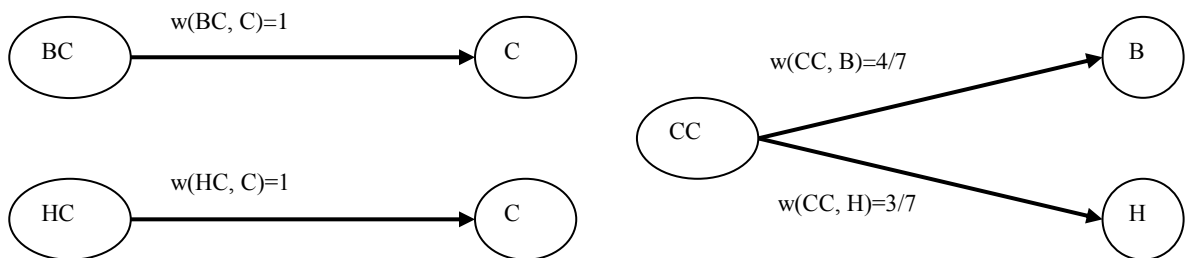


Рисунок 3.14 - Графи переходів 2-конфігурацій у ЛЧР U^0

Розглянемо представлену в (3.11) множину M_3 всіх 3-конфігурацій ЛЧР U^0 . Відповідно до зауваження 3.4 і з урахуванням рис. 3.13 та рис. 3.14 у цій множині чотири конфігурації – CCB , SBC , CCN і CHC не будуть задіяні в процесі роботи клітково-автоматної прогновної моделі в

силу того, що кожна з них як свою заключну частину містить l -конфігурацію з пам'яттю для $l=1$ або $l=2$. З цієї ж причини далі розглядаємо підмножину $\overline{M}_3 = \{ \hat{I} \tilde{N} \tilde{N}, \hat{A} \tilde{N} \tilde{N} \} \subset M_3$ й для кожної 3-конфігурації з \overline{M}_3 будемо їхні графи переходів. Кожен з них складається з єдиної дуги, тобто згідно зауваження 3.3 всі 3-конфігурації з \overline{M}_3 є «конфігураціями з пам'яттю».

Таким чином, множинами M_1 та \overline{M}_l , $l=2,3$ вичерпуються всі l -конфігурації з пам'яттю в розглянутому ЛЧР U^0 . Максимальне значення $l=3$ будемо вважати оцінкою «глибини пам'яті ЛЧР» U^0 , яке позначимо через $L = L(U^0) = 3$. Зважені графи переходів для l -конфігурацій із множин M_1 та \overline{M}_l , $l = \overline{2, L}$ утворюють внутрішню пам'ять клітково-автоматної прогнозної моделі для розглянутого ЛЧР.

3.4 Прогнозування на базі клітинного автомата

Нехай на вхід клітково-автоматної моделі представлено ЛЧР $U = \langle u_i \rangle$, $i = \overline{1, n}$ виду (3.2), в якому елементи u_i приймають значення з множини термів $T = \{ u^r \}$, $r = \overline{1, \tau}$, $\tau \geq 2$. Розглянемо питання прогнозування елемента u_{n+1} згідно правила, описаного в зауваженні 3.4. Відповідно до цього правила прогнозований елемент u_{n+1} приймає лінгвістичні значення $u^r \in T$ залежно від послідовності (3.13), що складається з l інтервалів $U(l-s, i-s)$, $s = 0, 1, 2, \dots, l-1$. Ця залежність реалізується та проявляється через частоти переходів, які в позначеннях (3.13) і (3.14) представляються виразами

$$w(u_{i+s}u_{i+s-1}\dots u_n, u^r) = w(g^s, u^r), \quad r = \overline{1, \tau}, \quad s = 0, 1, 2, \dots, l-1, \quad (3.15)$$

де g^s - це $(l-s)$ -конфігурація, що співпадає з інтервалом $U(l-s, i-s) = u_{i+s}u_{i+s-1}\dots u_n$ з послідовності (3.13). Для кожного фіксованого індексу r підсумовуючи по s частоті з (3.15), одержуємо значення

$$W_{n+1}(u^r) = \sum_{s=0}^{l-1} w(g^s, u^r), \quad r = \overline{1, \tau} \quad (3.16)$$

Обчисливши суму $\sigma(n+1) = \sum_{r=1}^{\tau} W_{n+1}(u^r)$, здійснюємо нормування сум частотей з (3.16):

$$\mu_{n+1}(u^r) = \frac{W_{n+1}(u^r)}{\sigma(n+1)}. \quad (3.17)$$

Величина (3.17) визначає значення функції приналежності для елементів нечіткої лінгвістичної множини (НЛМ)

$$\overline{U}_{n+1} = \left\{ (u^r, \mu_{n+1}(u^r)) \right\}, \quad r = \overline{1, \tau}, \quad 0 \leq \mu_{n+1}(u^r) \leq 1. \quad (3.18)$$

Таким чином, НЛМ (3.18) представляє собою лінгвістичне значення прогнозованого рівня u_{n+1} розглянутого ЛЧР.

Так як ЛЧР U отримано в результаті застосування одного з алгоритмів класифікації (див. п. 3.3) до числового ЧР $X = \langle x_i \rangle$, $i = \overline{1, n}$, то НЛМ (3.18) можна перетворити в нечітку числову множину

$$\overline{X}_{n+1} = \left\{ (x^r, \mu_{n+1}(x^r)) \right\},$$

де функції приналежності $\mu_{n+1}(x^r) = \mu_{n+1}(u^r)$, $r = \overline{1, \tau}$, а числові значення елементів x^r одержати, наприклад, експертним шляхом з «найближчих» до x_n рівнів $x_i \in X$, які виявилися пофарбованими в r -ий «колір» у процесі перетворення X у ЛЧР U (див. рис. 3.2 і рис. 3.3).

Нечіткий числовий прогноз $\overline{X_{n+1}}$ переводиться в чітке прогнозне значення $\overline{x_{n+1}}$ шляхом застосування до $\overline{X_{n+1}}$ відомої операції дефазифікації [292]. Після чого ЧР X поповнюється рівнем $\overline{x_{n+1}}$ і з метою прогнозування рівня x_{n+2} до отриманого ЧР (довжина якого дорівнює $n+1$) застосовуються всі 5 етапів, представлених у п. 3.2.

На завершення необхідно відмітити наступне. Після здійснення валідації розглянутих вище ЧР отримано наступні результати: для регулярних ЛЧР виду (3.10) при будь-якій скінченній множині термів $T = \{u^r\}$, $r = \overline{1, \tau}$ клітково-автоматна прогнозна модель забезпечує точне прогнозування для всякого горизонту прогнозу, але за умови, що довжина n вихідного ЛЧР U є досить великою в порівнянні із числом термів $|T| = \tau$ і довжиною горизонту прогнозу. Для розглянутих вище в п. 3.3.1 і п. 3.3.2 ЧР X та Y (див. рис. 3.1 та рис. 3.3) оцінка похибки прогнозу виявилася порівняною з «експертною» оцінкою похибки вихідних даних.

У контексті напрямів подальших досліджень відзначимо, що попередні експериментальні розрахунки дають підставу розраховувати на істотне підвищення точності прогнозування ЧР шляхом посилення представленої клітково-автоматної моделі за рахунок додаткового використання інструментарію фазового аналізу [131, 141].

РОЗДІЛ 4.

ЗАСТОСУВАННЯ ФРАКТАЛЬНОГО ТА ФАЗОВОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ МАКРОЕКОНОМІЧНИХ ПРОБЛЕМ

4.1 Цілі та інструментарій макроекономічного аналізу

Як відомо, макроекономічний аналіз спрямований на виявлення результатів функціонування національної економіки в цілому. У рамках макроекономічного аналізу *ex post* [49] визначаються значення макроекономічних параметрів минулого періоду з метою одержання інформації про те, як економіка функціонувала і які досягнуто результати. Ця інформація служить для визначення ступеня реалізації цілей, що ставилися, визначення економічної політики, порівняльного аналізу економічних потенціалів різних країн. Аналіз динаміки макроекономічних показників дозволяє виявити явні або приховані тенденції у функціонуванні держави. На основі даних *ex post* аналізу здійснюється коректування макроекономічних концепцій і розробка нових. Аналіз *ex ante* представляє собою прогнозне моделювання економічних явищ і процесів на основі певних теоретичних концепцій. Основним методом макроекономічного аналізу є економіко-математичне моделювання.

У наш час макроекономічними категоріями й показниками цікавляться самі широкі верстви населення: поточні доходи людей безпосередньо залежать від рівня національного доходу й зайнятості, цінність сімейного майна прямо пов'язана з темпом інфляції та ін. Від економістів очікують не тільки пояснення суті досліджуваних явищ і прогнозу їхнього розвитку, але й

виявлення можливостей людей впливати на хід подій. Тому економічна теорія в цілому, і макроекономіка особливо, впливає на економічну політику держави. Від поточних значень макроекономічних індикаторів у вирішальній мірі залежать результати виборів у представницькі й виконавчі органи влади. При цьому не останню роль починають відігравати засоби подання отриманої макроекономічної інформації, а також методологія й інструментарій аналізу, планування й прогнозування.

Структурна перебудова економіки в розвинених країнах у другій половині 20-го століття спричинила необхідність узгодження бюджетів із прогнозними значеннями макроекономічних показників. Інструментарієм такого узгодження стали методи індикативного планування, що реалізують розробку системи індикаторів соціально-економічного розвитку та визначення його загальнонаціональних пріоритетів, а також бюджетування й прогнозування. Прикладами такого сполучення планування із прогнозуванням можуть бути «Десятилітній план подвоєння національного доходу» на 1961-1970 р. у Японії, план за назвою «Вибір шляхів економічного зростання» на 1976-1985 р. у Канаді, а також Прогноз Міністерства праці на 1986-1995р. у США. Досвід цих країн характеризується тим, що виконані планово-прогнозні розрахунки ґрунтуються на дослідженнях реального стану економіки й аналізу динаміки показників соціальної сфери. При цьому макроекономічний прогноз і бюджет утворюють єдину систему, що складається із прогнозних показників розвитку економіки й бюджетних показників.

Як правило, у прогнозуванні ключову роль грають часові ряди економічної динаміки соціально-економічних (макроекономічних) показників за минулі роки. У процесі

розробки індикативних планів у зазначених вище країнах досить успішно використовувалися такі методи аналізу та прогнозування часових рядів, які базувалися на інструментарії математичної статистики, у першу чергу, таких її розділів, як кореляційний аналіз, регресійний аналіз, кластерний аналіз, дискримінантний аналіз, а також моделі авторегресії [14, 37, 194, 128, 241, 286, 287, 344, 362]. Принципово важливо відзначити, що прогнозування на базі зазначених вище статистичних методів виявилось досить успішним тому, що розглянуті часові ряди відбивали еволюцію так званих стаціонарних процесів. Нагадаємо, що еволюційний процес або його часовий ряд називається стаціонарним, якщо його статистичні властивості (які характеризуються у випадку нормального розподілу середнім значенням і дисперсією) не змінюються з часом. Однак, розглянуті нижче часові ряди (ВВП, індексів зростання промислового виробництва для конкретного регіону й країни) в цілому не є стаціонарними в зазначеному вище сенсі та не задовольняють ще низці умов, при яких статистичні методи прогнозування виявляються адекватними. Цим, власне, і викликана необхідність розробки та використання нового інструментарію аналізу й прогнозування.

4.2 Використання фрактального аналізу для визначення горизонту прогнозування ВВП

Валовий внутрішній продукт (ВВП) - один з найбільш важливих узагальнюючих (агрегованих) показників функціонування національної економіки за певний період.

Розглянемо можливості використання одного з методів фрактального аналізу, описаного в розділі 2, – алгоритму

A_2 послідовного R/S -аналізу, а також алгоритму A_3 одержання оцінки глибини пам'яті ЧР.

Розглянемо ЧР Z , у якому його рівні z_i представляють собою щомісячні індекси ВВП для України за період 1994-2005 р. (число спостережень $n=142$). Вихідні дані підготовлені за методикою [202].

З метою візуалізації цього ЧР на рис. 4.1 дане його графічне представлення.

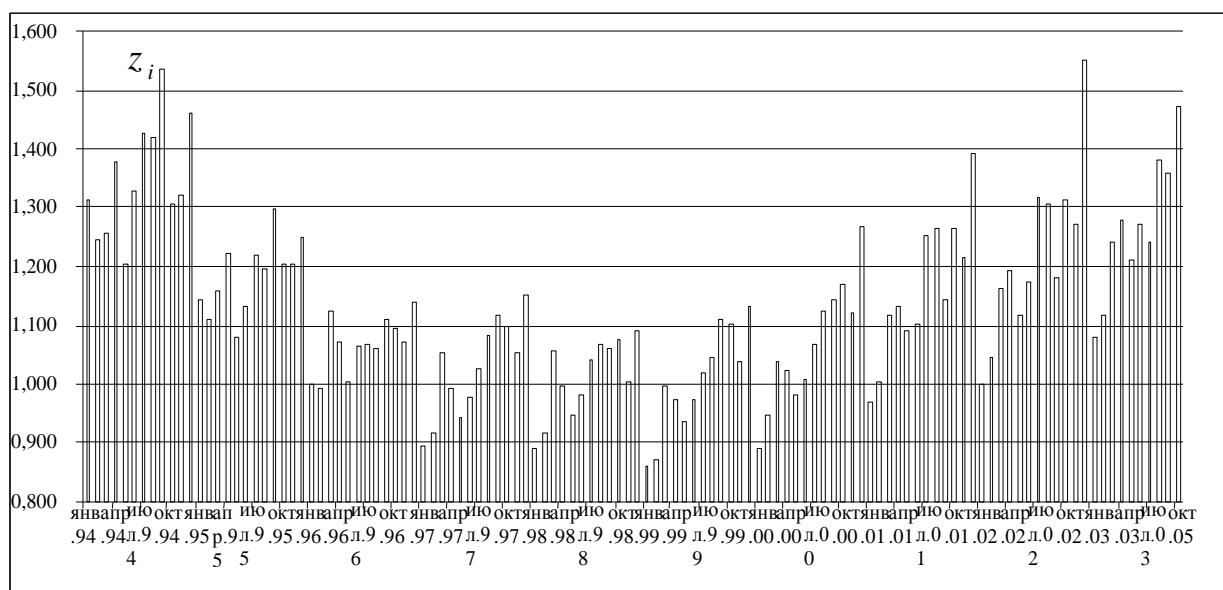


Рисунок 4.1 - Графічне зображення часового ряду щомісячного індексу ВВП за період 1994-2005 р.

Проміжні результати застосування алгоритму послідовного R/S -аналізу до ЧР Z представлені в табл. 4.1.

Реалізація етапу 3 алгоритму A_3 полягає у формуванні нечіткої множини $L(Z)$ глибини пам'яті ЧР Z . Ця нечітка множина (НМ) утворюється шляхом попарного об'єднання елементів першого й останнього рядків табл. 4.1.

Таблиця 4.1 Значення глибини пам'яті, частоти та частоті появи цих значень для ЧР Z індексів ВВП регіону

Глибина l	4	5	6	7	8	9	10	11	13	15	16
Кількість $N(l)$	20	30	31	12	12	4	1	1	2	1	1
Частка $d(l)$	0,17	0,26	0,27	0,1	0,1	0,04	0,01	0,01	0,02	0,01	0,01
Значення функції приналежності $\mu(l)$	0,58	0,87	0,9	0,35	0,35	0,12	0,03	0,03	0,06	0,03	0,03

У результаті одержуємо НМ

$$L(Z) = \{(4; 0.58), (5; 0.87), (6; 0.9), (7; 0.35), (8; 0.35), (9; 0.12), (10; 0.03), (11; 0.03), (13; 0.06), (15; 0.03), (16; 0.03)\}, \quad (4.1)$$

графічне подання якої приведене на рис.4.2.

На підставі розподілу значень функції приналежності $\mu(l)$, $l = \overline{4, 16}$, які називаються ступенями приналежності, можна сформулювати наступний висновок. Характерними або, інакше кажучи, безумовно значимими є ступені $\mu(l) > 0,5$, що відносяться до значень глибини пам'яті $l = 4, 5, 6$.

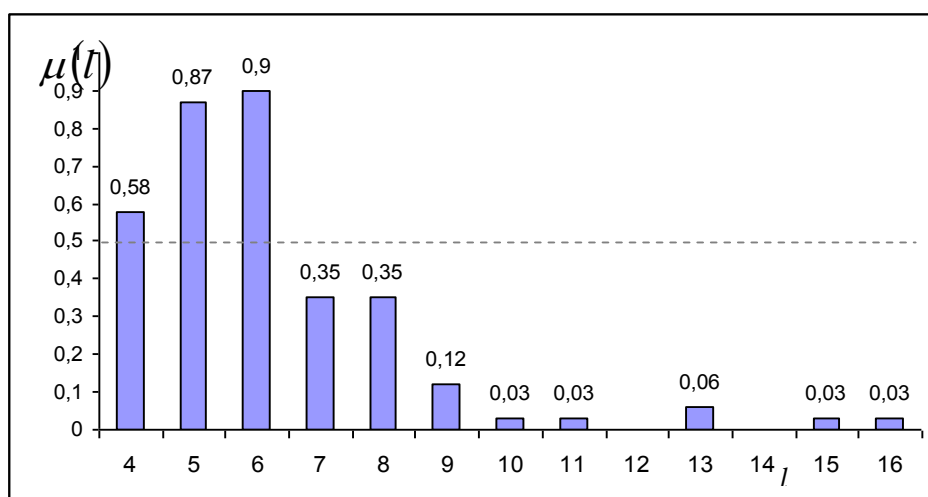


Рисунок 4.2 - Графічне представлення нечіткої множини глибини пам'яті для ЧР Z у цілому (Z – ЧР щомісячних індексів ВВП України за період 1994-2005р.)

Беремо до уваги також ступені $\mu(l) = 0,35$ для значень глибини пам'яті $l = 7, 8$. Інші значення $\mu(l) \leq 0,12$ для $l > 8$ можна вважати нехарактерними.

Використовуючи процедуру дефазифікації [292, 319] для виділених характерних ступенів $\mu(l)$, $l = \overline{4, 8}$ обчислимо центр ваги в множині значень глибини пам'яті $\{ l \} = \{ 4, 5, \dots, 8 \}$:

$$l_{\text{од}} = \left(\sum_{l=4}^8 l \cdot \mu(l) \right) / \left(\sum_{l=4}^8 \mu(l) \right) \approx 5,68.$$

Округляючи обчислене значення $l_{\text{од}} \approx 5,68$ до найближчого цілого, одержуємо, що центр ваги глибини пам'яті знаходиться в околі точки, що відповідає півріччю (6 місяців). При цьому необхідно врахувати, що максимальний ступінь приналежності $\max_l \mu(l) = 0,9$ також відповідає глибині пам'яті $l = 6$.

На підставі отриманої чисельної оцінки характеристики, що відноситься до глибини пам'яті всього ЧР Z у цілому, можна стверджувати про існування деякої закономірності, яка властива динаміці розглянутого ЧР. Ця закономірність виявляється приблизно з піврічною регулярністю. Її інтерпретація в термінах поняття «глибина пам'яті ЧР» представляється в такий спосіб: якщо послідовно розглядати рівні z_i даного ЧР Z , то значення кожного з них в основному (тобто істотно) визначається попереднім піврічним відрізком, а саме, значеннями рівнів $z_{i-6}, z_{i-5}, \dots, z_{i-1}$. Рівень типовості $\tau(Z)$, з яким проявляється виявлена вище закономірність, можна оцінювати якісно (лінгвістичними змінними виду «високий», «середній» і «низький») або кількісно, використовуючи формулу

$$\tau(Z) = \left(\sum_{l=4}^8 \mu(l) \right) / \left(\sum_{l=4}^{16} \mu(l) \right) \approx 0,91.$$

Числова оцінка $\tau(Z) \approx 0,91$ відповідає якісній оцінці «високий».

Таким чином, отримана нами передпрогнозна інформація полягає в тому, що розглянутий ЧР Z індексів ВВП України має властивість трендостійкості на протязі піврічного відрізка часу в середньому. Останнє твердження в контексті передпрогнозного аналізу означає гарні передумови для побудови досить надійного прогнозування цього ЧР у межах піврічного горизонту прогнозування.

4.3 Дослідження часового ряду індексу зростання промислового виробництва

Україна належить до індустріально розвинених країн світу, має один з найбільших у Європі структурно розгалужений промисловий комплекс. Природно, об'єм промислового виробництва складає значну частину ВВП. Тому від того як буде змінюватись цей показник буде залежати стан економіки. Базовий індекс промислового виробництва є одним із основних показників, що використовуються для аналізу динаміки промислового виробництва країни чи окремого регіону. Обчисленню та передпрогнозному аналізу динаміки цього показника присвячені, наприклад, дослідження [364]. Проте досвід застосування класичних методів статистичного аналізу свідчить про їх неспроможність адекватно відобразити процеси, що відбуваються. Тому виникає необхідність підвищення якості моделей на основі застосування сучасних методів аналізу часових рядів, а саме методів

нелінійної динаміки таких, як фрактальний аналіз, фазовий аналіз та кліткові автомати [131, 139].

У даному параграфі розглядаються два часових ряди щомісячних індексів зростання промислового виробництва (ЗПВ) конкретного регіону (Запорізька область) і країни (Україна) (<http://www.ukrstat.gov.ua>): $Y = \langle y_i \rangle$, $i = 1, 2, \dots, n$ – ЧР індексів ЗПВ України; $Z = \langle z_i \rangle$, $i = 1, 2, \dots, n$ – ЧР індексів ЗПВ Запорізької області, де індексом $i = 1, 2, \dots, n$ занумеровані місяці календарного періоду із січня 1993 року по грудень 2003 року, $n = 132$. Тут чисельні значення рівнів (спостережень) y_i і z_i означають відсотки до базового місяця (100 %). З метою наочності й візуалізації динаміки ці ЧР представляємо в графічному виді відповідно на рис. 4.3 і рис. 4.4 (надалі будемо говорити відповідно про ЧР країни й регіону).

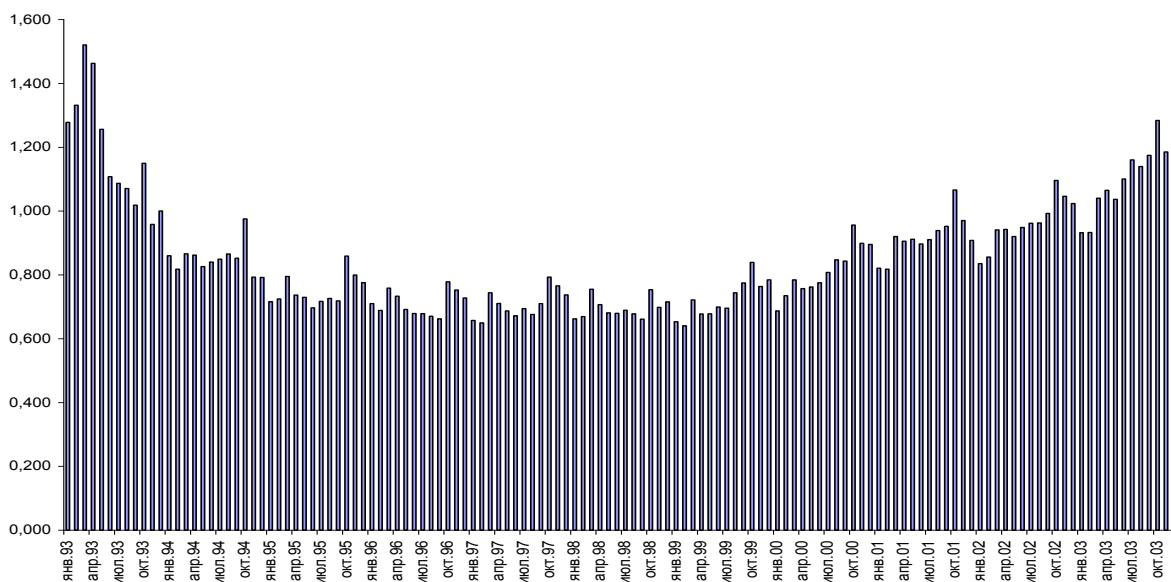


Рисунок 4.3 - Гістограма ЧР Y індексів ЗПВ країни

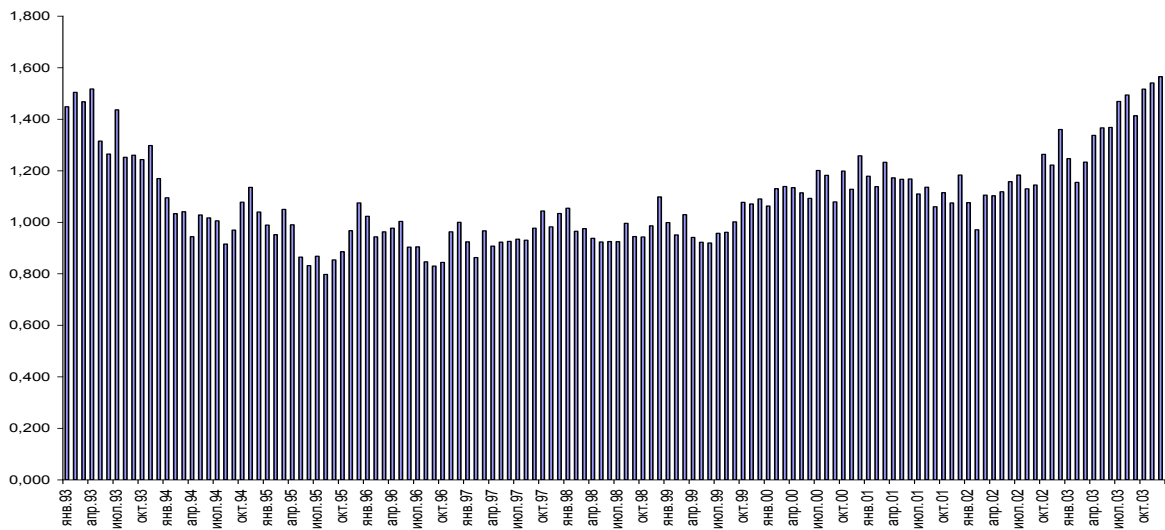


Рисунок 4.4 - Гістограма ЧР Z індексів ЗПВ регіону

На рис. 4.5 і рис. 4.6 представлено гістограми емпіричних функцій розподілу рівней відповідних ЧР.

Представимо статистичні чисельні характеристики цих ЧР:

математичне сподівання $MY = 0,856$ та $MZ = 1,089$;

дисперсія $DY = 0,032$ та $DZ = 0,030$;

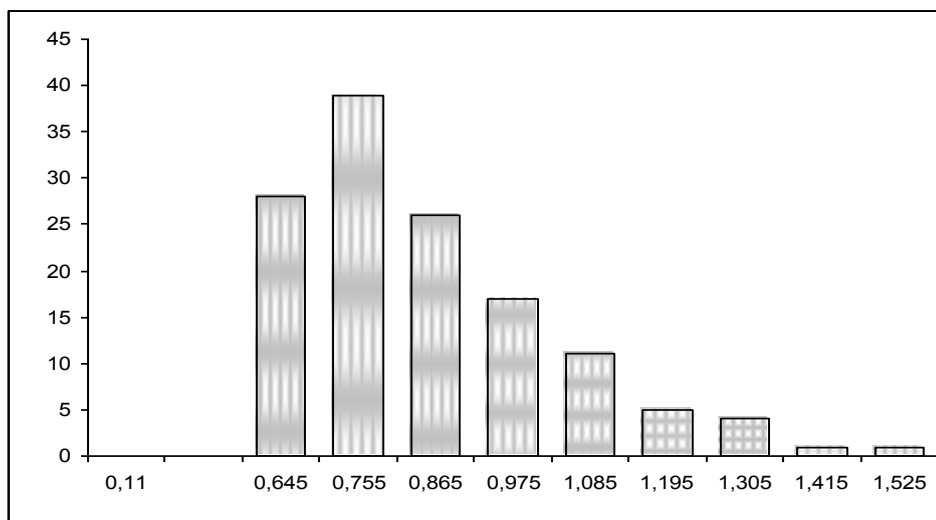


Рисунок 4.5 - Емпірична функція розподілу ЧР Y індексів ЗПВ країни

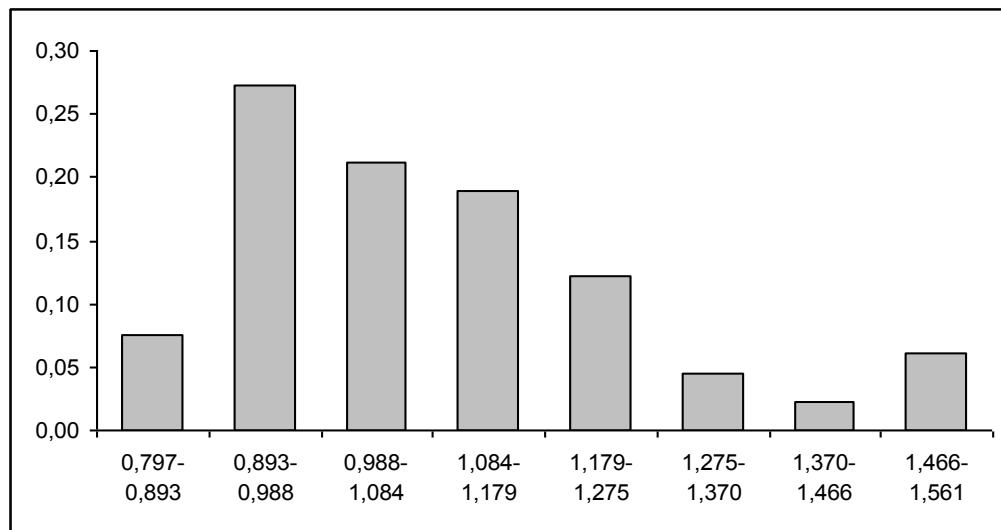


Рисунок 4.6 - Емпірична функція розподілу ЧР Z індексів ЗПВ регіону

стандартне відхилення $SY = 0,180$ та $SZ = 0,174$;
 коефіцієнт варіації $VY = 0,21$ та $VZ = 0,16$;
 коефіцієнт асиметрії $AU = 1,22$ та $AZ = 0,86$;
 коефіцієнт ексцесу $EY = 4,31$ та $EZ = 3,17$.

Проаналізуємо основні особливості виділених статистичних характеристик розглянутих ЧР.

По-перше, достатньо однієї лише візуалізації представлених на рис. 4.5 і рис. 4.6 емпіричних функцій розподілу для того, щоб стверджувати, що поведінка розглянутих ЧР не підпорядковується нормальному закону.

По-друге, у цій ситуації наведені вище статистичні показники дозволяють лише побічно характеризувати динаміку розглянутих ЧР Y і Z.

Більш детально цю динаміку можливо проаналізувати на підставі результатів порівняльного аналізу цих ЧР, наприклад, за трьома (частковими) критеріями

$$F_1 = M \rightarrow \max, F_2 = D \rightarrow \min, F_3 = V \rightarrow \min, \quad (4.2)$$

які складають векторну цільову функцію (ВЦФ) $F = (F_1, F_2, F_3)$. Напрями кращих значень часткових

критеріїв визначено з точки зору ступеня надійності майбутнього прогнозування поведінки ЧР. Ця ВЦФ приймає наступні значення для ЧР Y і Z :

$$\begin{aligned} F(Y) &= (F_1(Y), F_2(Y), F_3(Y)) = (0,856; 0,032; 0,21), \\ F(Z) &= (F_1(Z), F_2(Z), F_3(Z)) = (1,089; 0,030; 0,16). \end{aligned} \quad (4.3)$$

Взявши до уваги визначені згідно (4.2) напрями екстремумів часткових критеріїв (тобто їхній вид *max* або *min*), на підставі (4.3) можна стверджувати, що ЧР регіону в порівнянні із ЧР країни має кращі значення по кожному із трьох розглянутих критеріїв (4.2). Іншими словами, по переліку статистичних характеристик (4.2) ЧР регіону виявився краще, ніж ЧР країни.

Відкритим залишається питання про використання коефіцієнтів асиметрії й ексцесу як критерії $F_4 = A \rightarrow extr$ й $F_5 = E \rightarrow extr$ для (хоча б порівняльної) оцінки динаміки ЧР. Можна лише відзначити, що до теперішнього часу відсутнє обґрунтування виду їх екстремуму, тобто залишається відкритим питання про те, який напрямок екстремуму (*extr*) є правомірним у контексті передпрогнозного аналізу: *extr = min* або *extr = max*?

До сформульованих вище тверджень додамо, що ЧР Y і Z не мають властивості стаціонарності. При цьому, розглядаючи ряди приростів $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$ і $\Delta z_i = z_{i+1} - z_i$, $i = \overline{1, n-1}$, переконуємося, що максимальне значення абсолютних величин цих приростів ($\max_{1 \leq i \leq n} |\Delta y_i|$ та $\max_{1 \leq i \leq n} |\Delta z_i|$) перевищують відповідно 20 % від значення математичного сподівання. Беручи до уваги цей факт, маємо підстави стверджувати, що традиційні ([14,128,241]) статистичні методи передпрогнозного аналізу розглянутих ЧР Y і Z можуть виявитися недостатньо адекватними. Тому

розглянемо можливості застосування методів передпрогнозного дослідження ЧР, що базуються на методах фрактального та фазового аналізу.

4.3.1 Фрактальний аналіз

Як відомо (див. розділ 2) метою фрактального аналізу певного ЧР є виявлення присутності в ньому довгострокової пам'яті та оцінка її глибини. Ця мета передбачає визначення такої характеристики, як трендостійкість або, навпаки, схильність до «повернення до середнього частіше, ніж у випадковій поведінці ЧР». Знання зазначених фрактальних характеристик розглянутого ЧР представляє аналітику передпрогнозну інформацію, тобто дозволяє йому оцінити ступінь перспективності надійного прогнозування ЧР.

Відзначимо, що застосування алгоритму A_1 стандартного R/S -аналізу дозволило встановити, що рядам Y і Z властиві чорний і білий шуми, а також «сірий шум», що відповідає області нечіткого розмежування між областями чорного й білого шумів.

При реалізації алгоритму A_2 послідовного R/S -аналізу побудуємо сімейства $S(Z)$ та $S(Y)$ ЧР, для кожного з яких побудуємо відповідні H -траєкторію й R/S -траєкторію. Як приклад розглянемо на рис. 4.7 R/S -траєкторію та I -траєкторію для ЧР Z^{16} із сімейства $S(Z)$. Підставою для твердження про те, що ЧР Z має пам'ять про свій початок, є виконання наступної умови: його H -траєкторія на протязі деякої кількості своїх початкових точок знаходиться в області чорного шуму, а для його R/S -траєкторії ці точки входження в чорний шум демонструють собою наявність тренда.

Також на підставі візуалізації представлених на рис. 4.7 траєкторій можна сформулювати наступний висновок: зміна тренда R/S -траєкторії в точці $l=4$, яка супроводжується відходом H -траєкторії із зони чорного шуму (у точці $\tau = 4$ значення $H(4) \approx 0,8$) у зону білого шуму (у точці $\tau = 5$ значення $H(5) \approx 0,5$), дозволяє «глибину пам'яті про початок ряду» для $Z^{16} \in S(Z)$ оцінити числом $l=4$.

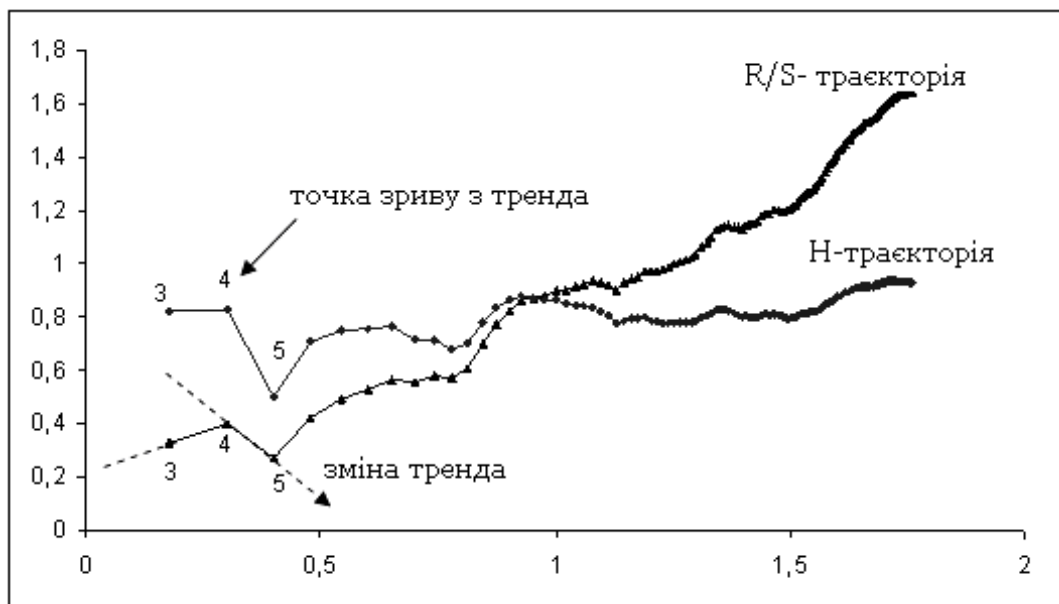


Рисунок 4.7 – R/S - та H -траєкторії ЧР $Z^{16} \in S(Z)$

Здійснюючи R/S -аналіз для кожного представника сімейств $S(Y)$ і $S(Z)$, одержуємо відповідно послідовності значень $l'_r = l(Y^r)$ і $l''_r = l(Z^r)$, $r = 1, 2, \dots, m$ «глибини пам'яті про початок кожного ЧР» відповідно для рядів $Y^r \in S(Y)$ і $Z^r \in S(Z)$. На підставі цих даних за допомогою алгоритму A_3 обчислимо «глибину пам'яті часового ряду в цілому» для кожного з розглянутих ЧР Y і Z . Пам'ять конкретного ряду в цілому представляється нечіткою множиною.

Таблиця 4.2 - Значення глибини пам'яті, частоти та частоти появи цих значень для ЧР Z індексів ЗПВ регіону

Глибина l	4	5	6	7	8	9	10	11
Кількість $N(l)$	16	20	21	13	7	7	4	4
Частка $d(l)$	0,13	0,16	0,17	0,10	0,06	0,06	0,03	0,03
Значення функції приналежності $\mu(l)$	0,68	0,85	0,90	0,56	0,30	0,30	0,17	0,17

Продовження табл.4.2

Глибина l	12	13	14	15	16	17	19	20
Кількість $N(l)$	4	4	7	7	5	3	1	1
Частка $d(l)$	0,03	0,03	0,06	0,06	0,04	0,02	0,01	0,01
Значення функції приналежності $\mu(l)$	0,17	0,17	0,30	0,30	0,21	0,13	0,04	0,04

З табл. 4.2 одержуємо НМ глибини пам'яті для ЧР Z у цілому

$$L(Z) = \{ (4; 0,68), (5; 0,85), (6; 0,90), (7; 0,56), (8; 0,30), (9; 0,30), (10; 0,17), (11; 0,17), (12; 0,17), (13; 0,17), (14; 0,30), (15; 0,21), (16; 0,04), (17; 0,13), (19; 0,04), (20; 0,04) \}$$

На рис. 4.8 і 4.9 представлено графічне подання нечітких множин глибини пам'яті відповідно для часових рядів індексів ЗПВ країни й регіону.

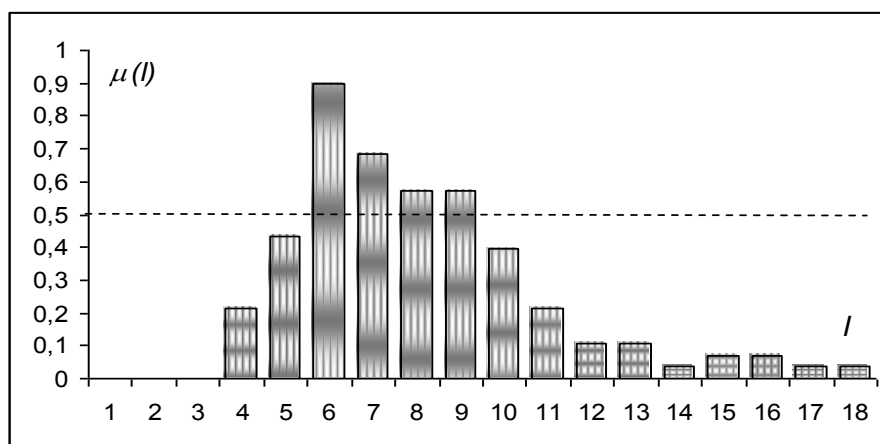


Рисунок 4.8 – Графічне подання нечіткої множини глибини пам'яті для ЧР Y у цілому

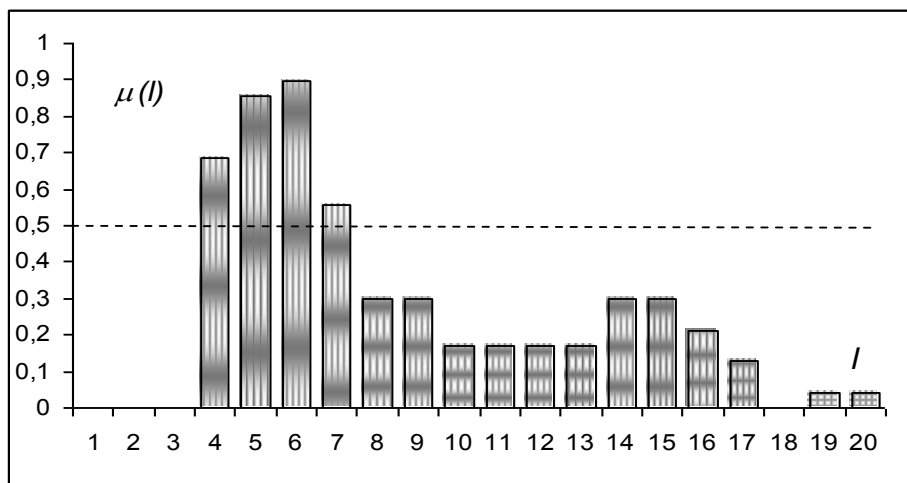


Рисунок 4.9 – Графічне подання нечіткої множини глибини пам'яті для ЧР Z у цілому

Сформулюємо якісні висновки про передумови надійного прогнозування розглянутих часових рядів на базі фрактального аналізу. Кожний з розглянутих ЧР Y і Z має довгострокову пам'ять, відносно значень глибини якої можна відзначити як схожі, так і такі, що відрізняються між собою, характеристики. З отриманих результатів фрактального аналізу випливають наступні твердження.

1. Говорячи про схожість, можна відзначити практично однакову область значень глибини пам'яті l : $l \in \{ 4, 5, \dots, 18 \}$ і $l \in \{ 4, 5, \dots, 20 \}$ для ЧР Y і Z відповідно. Причому, значенням глибини пам'яті, що переважають в обох випадках, відповідають чотири носії: $l = 4, 5, 6, 7$ для ЧР Z і $l = 6, 7, 8, 9$ для ЧР Y .

2. Особливої уваги заслуговують квазіцикли довжини $l = 4$, наявність яких свідчить про певну втрату трендостійкості ЧР, що їх містить. Міра цієї втрати тим більше, чим більше значення функції приналежності $\mu(4)$. Значення $\mu(4)$ для ЧР Z більш, ніж в 3 рази перевершує значення $\mu(4)$ для ЧР Y ; при цьому для ЧР Z значення $\mu(4) > 0,5$, у той час як для ЧР Y значення $\mu(4) < 0,5$. Звідси на

етапі прогнозного аналізу правомірно стверджувати про істотну відміну ступеня трендостійкості двох розглянутих ЧР на користь ЧР Y .

3. У процесі реалізації фрактального аналізу виявилася схожість характеру трендостійкості розглянутих рядів. Типовою поведінкою R/S - і H -траєкторій для розглянутих ЧР було наступне: для більшості значень l (тобто найчастіше) H -траєкторія (виду рис. 4.7) досягала значень $H > 0,8$, тобто області «чорного» шуму, а в точці зриву із тренда H -траєкторія уходила в область «сірого» або «білого» шуму. При цьому для обох рядів переважне (тобто мале) значення глибини пам'яті l виникали в заключній стадії фрактального аналізу цих рядів. Останнє означає, що друга частина обох ЧР є більш структурованою з погляду надійності прогнозу.

4. Як для ЧР Z , так і для ЧР Y значення функції приналежності $\mu(l)$ перевищує 0,5 для чотирьох значень глибини пам'яті в обох випадках: відповідно $l = 4, 5, 6, 7$ й $l = 6, 7, 8, 9$ (див. рис. 4.9 і рис. 4.8). Разом з тим, на підставі тієї ж візуалізації можна стверджувати, що значення глибини пам'яті, які найбільш часто зустрічаються, виявляються більш концентрованими для ЧР Z регіону у порівнянні з ЧР Y країни. Іншими словами, розподіл значень глибини пам'яті для ЧР індексу ЗПВ країни Y носить більш розмитий характер у порівнянні із ЧР Z регіону. Крім того, у поведінці ЧР Z регіону більш чітко виявляється циклічність із нечітким періодом, який дорівнює півроку.

З погляду змістовно-логічного аналізу розглянутих ЧР сформульоване вище твердження можна вважати правомірним у силу того, що економіка країни є

безсумнівно більш диверсифікованою в порівнянні з економікою окремо взятого регіону.

Із сформульованих висновків випливає підстава очікувати досить високого ступеня надійності прогнозування розглянутих ЧР індексу зростання промислового виробництва для країни й, особливо, для окремого регіону за допомогою моделей, що базуються на використанні довгострокової пам'яті, зокрема, за допомогою клітково-автоматної прогнозної моделі.

4.3.2 Фазовий аналіз часового ряду індексу зростання промислового виробництва регіону

Розглянемо ЧР щомісячних індексів ЗПВ зростання промислового виробництва (ЗПВ) конкретного регіону (Запорізька область) $Z = \langle z_i \rangle$, $i = 1, 2, \dots, n$, де індексом $i = 1, 2, \dots, n$ занумеровані місяці календарного періоду із січня 1993 року по грудень 2003 року, $n = 132$ (графічне подання цього ЧР представлено на рис. 4.4).

На рис. 4.10 представлено фазовий портрет $\Phi_2(Z) = \{(z_i, z_{i+1})\}$, $i = \overline{1, n-1}$ ЧР Z індексу ЗПВ регіону.

Розкладання фазового портрета на квазіцикли (див. розділ 2, п.2.4) базується на візуалізації графічного представлення фрагментів даного фазового портрета. При цьому береться до уваги характер обертання ланок, що з'єднують сусідні точки (z_i, z_{i+1}) , (z_{i+1}, z_{i+2}) фрагмента розглянутого фазового портрета $\Phi_2(Z) = \{(z_i, z_{i+1})\}$, $i = \overline{1, n-1}$.

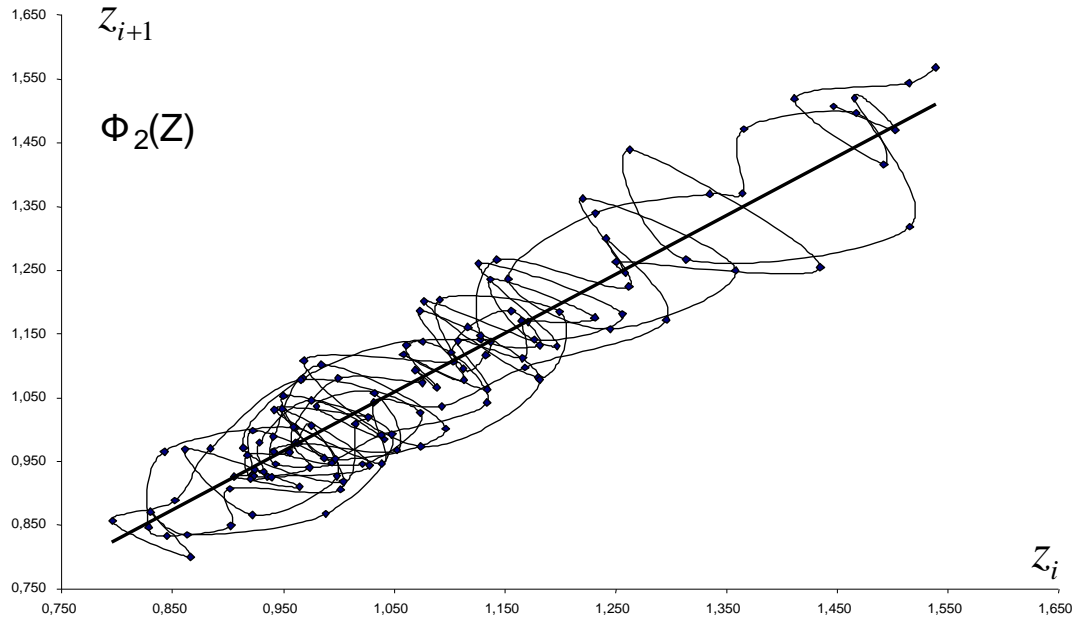


Рисунок 4.10 - Фазовий портрет часового ряду Z індексу ЗПВ регіону

На рис. 4.11 представлені перші 27 квазіциклів, які отримані після розкладання на квазіцикли фазового портрета на рис. 4.10. Ці квазіцикли позначаємо через K_r^1 , їхню довжину (число точок) – відповідно через n_r^1 , послідовно нумеруючи їх індексом $r=1,2,\dots,m_1$, $m_1=27$;

$\sum_{r=1}^{27} n_r^1 = 132 - 1 = 131$. Довжини цих квазіциклів дістали

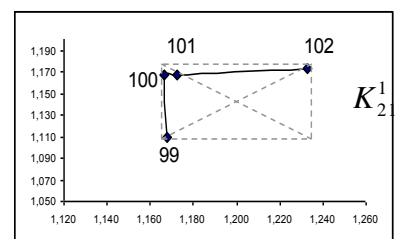
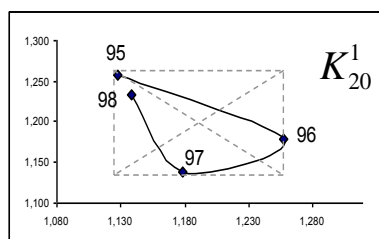
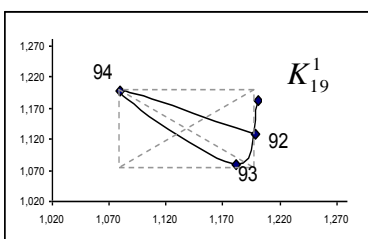
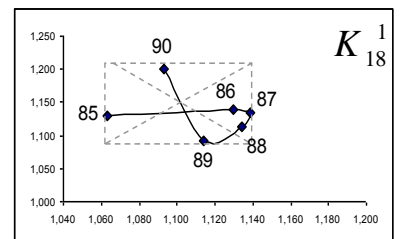
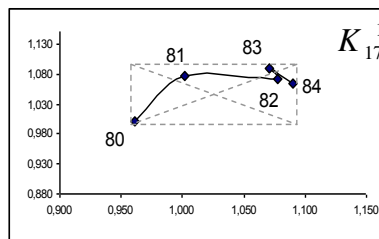
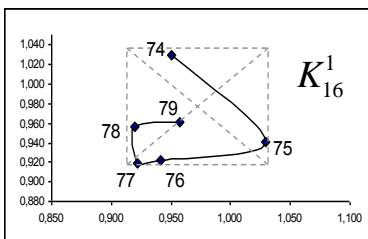
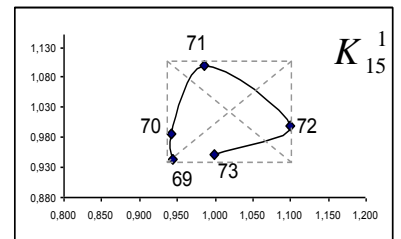
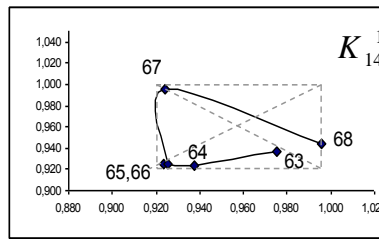
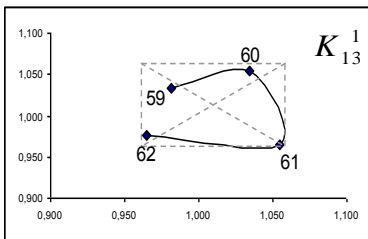
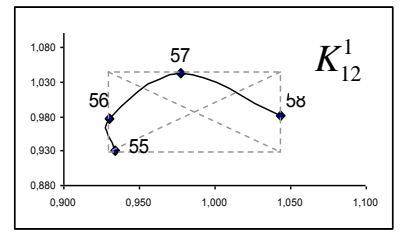
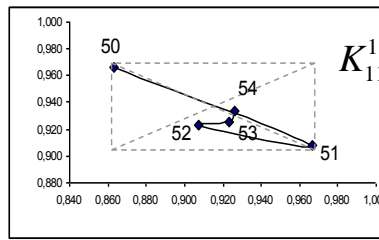
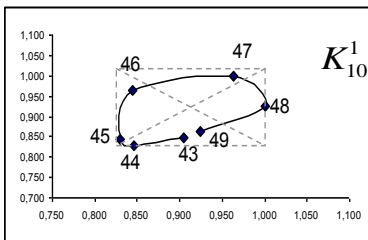
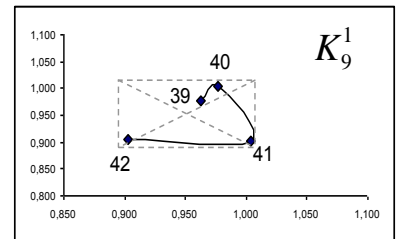
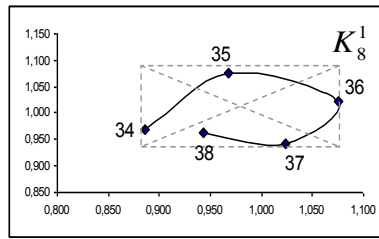
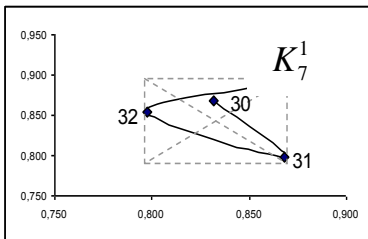
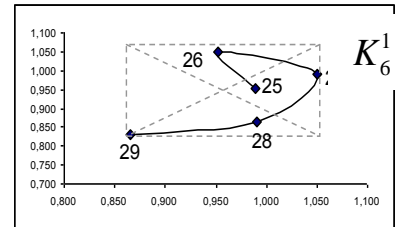
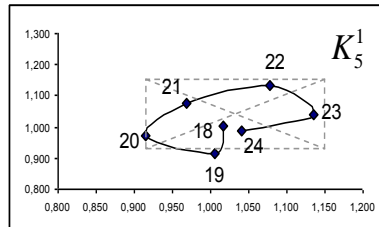
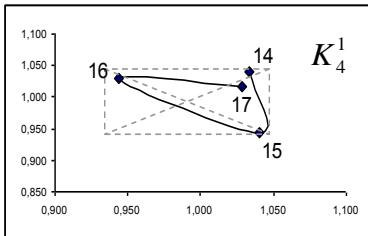
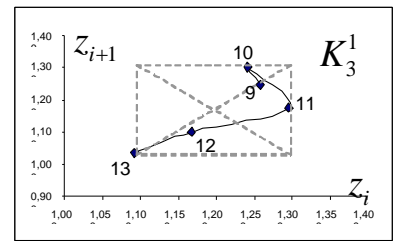
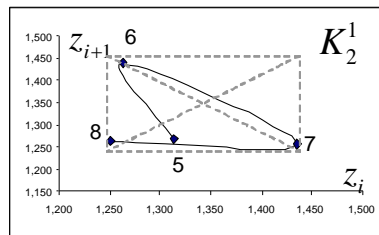
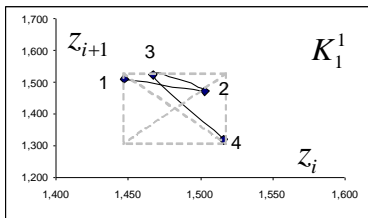
наступних значень

$$n_1^1 = n_2^1 = n_4^1 = n_7^1 = n_9^1 = n_{13}^1 = n_{19}^1 = n_{20}^1 = n_{21}^1 = n_{22}^1 = n_{26}^1 = 4,$$

$$n_3^1 = n_6^1 = n_8^1 = n_{11}^1 = n_{15}^1 = n_{17}^1 = n_{23}^1 = n_{25}^1 = n_{27}^1 = 5,$$

$$n_{14}^1 = n_{16}^1 = n_{18}^1 = n_{24}^1 = 6,$$

$$n_5^1 = n_{10}^1 = 7.$$



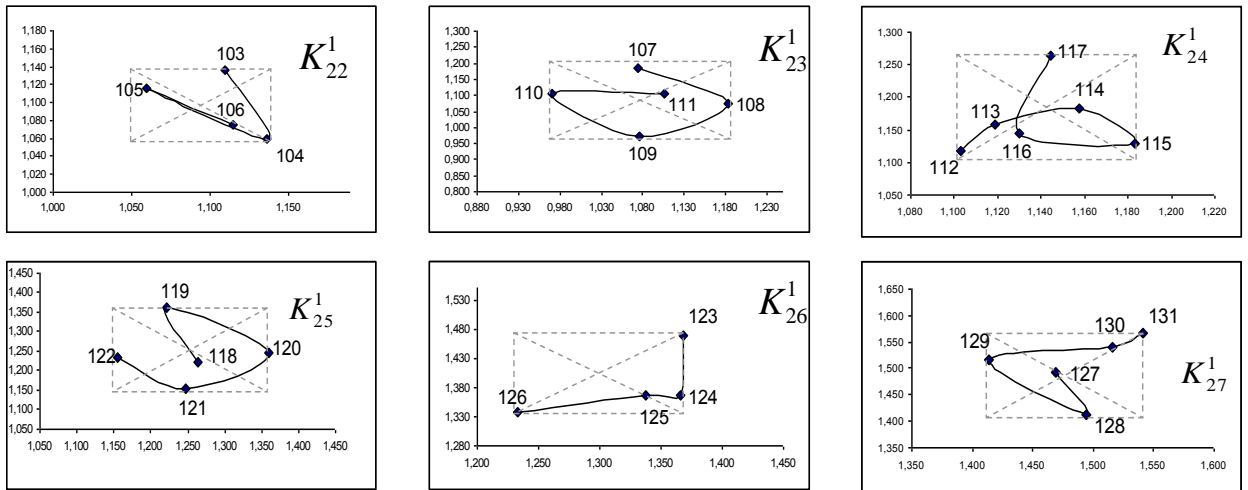


Рисунок 4.11 – Фрагмент розкладання представленого на рис. 4.10 фазового портрета часового ряду регіону $\Phi_2(Z)$ на квазіцикли K_r^1 , $r = \overline{1, m^1}$, $m^1 = 27$

На рис. 4.12 представлена гістограма частот у розподілі цих довжин $n^1 \in \{4, 5, 6, 7\}$.

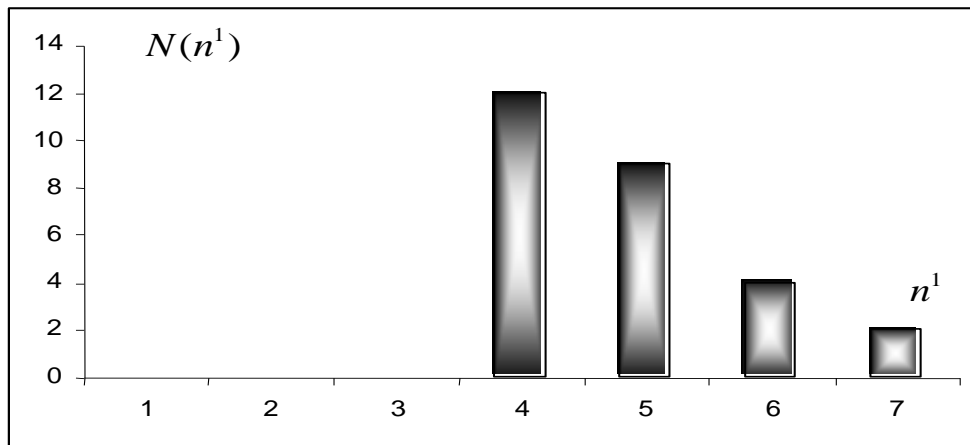


Рисунок 4.12 – Гістограма емпіричних частот довжини представлених на рис. 4.11 квазіциклів фазового портрета часового ряду регіону $\Phi_2(Z)$

На рис. 4.11 всі квазіцикли поміщено в габаритні прямокутники. Проаналізувавши рис. 4.11, переконуємося, що більше третини цих квазіциклів (див.

$K_1^1, K_3^1, K_5^1, K_6^1, K_{11}^1, K_{17}^1, K_{18}^1, K_{22}^1, K_{24}^1, K_{27}^1$) містять ланки, в яких обертання направлене проти годинникової стрілки. Цей факт є негативною передпрогносною характеристикою розглянутого ЧР ЗПВ.

4.3.3 Фазовий аналіз часового ряду індексу зростання промислового виробництва країни

Розглянемо ЧР індексу ЗПВ країни Y , графічне подання якого дано на рис. 4.3, та здійснимо його фазовий аналіз. На рис. 4.13 наведений фазовий портрет ЧР Y .

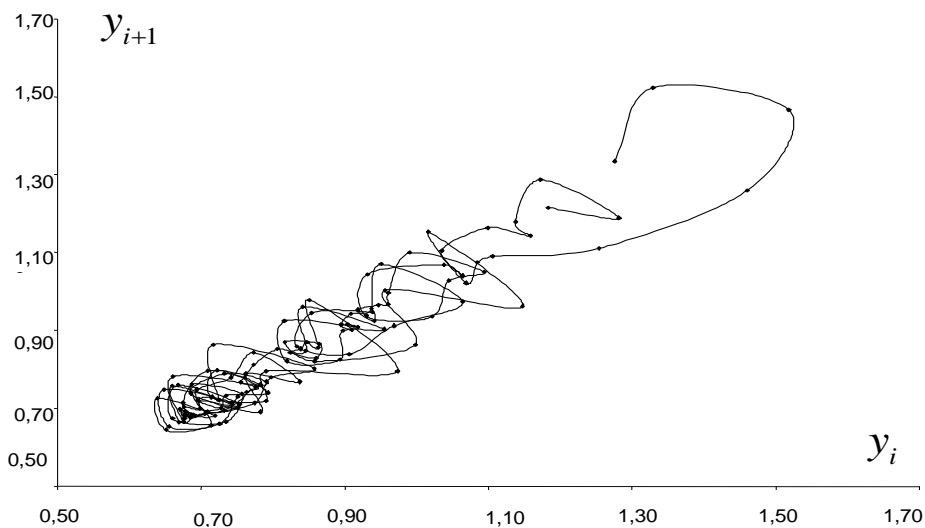
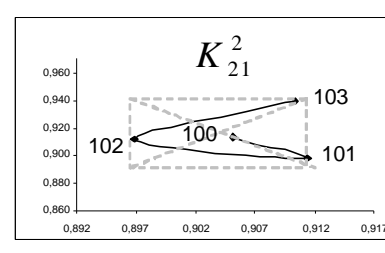
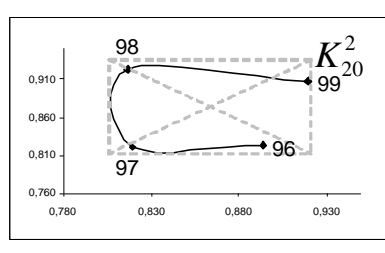
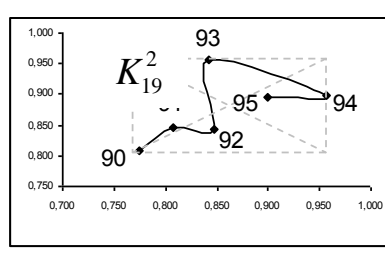
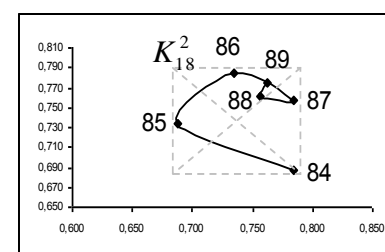
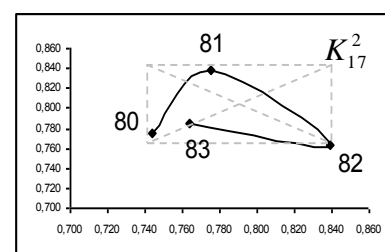
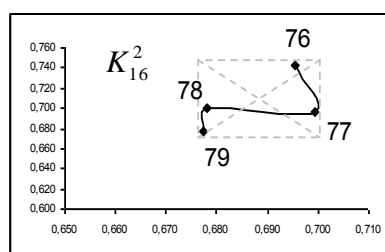
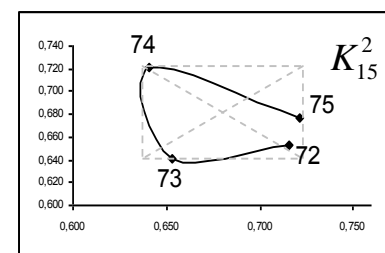
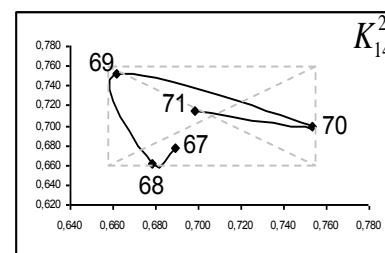
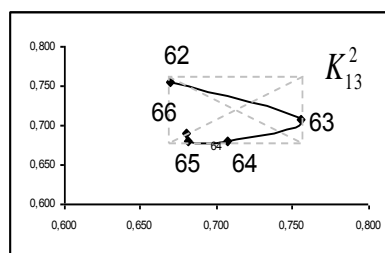
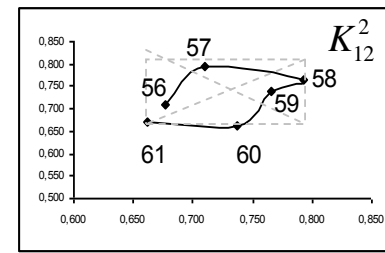
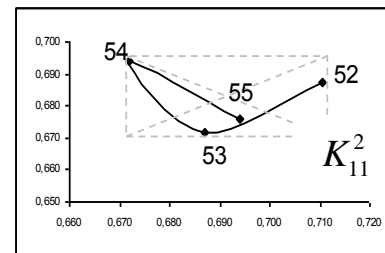
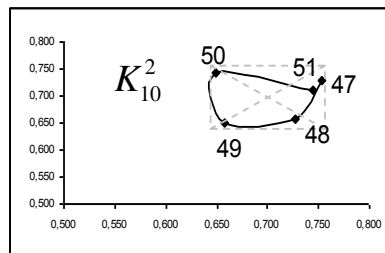
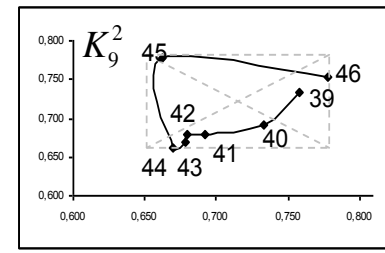
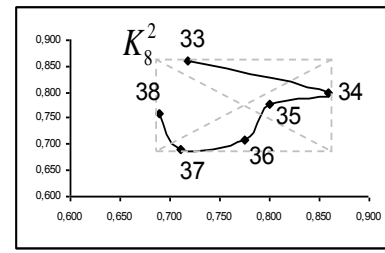
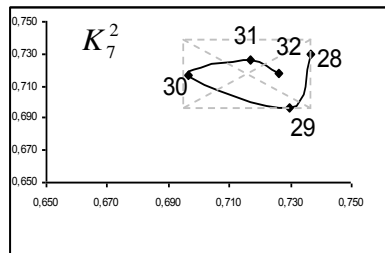
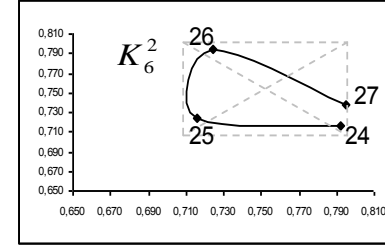
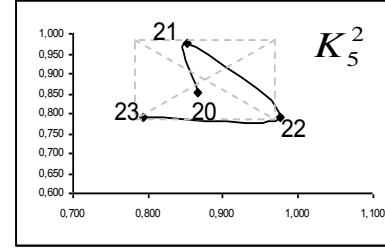
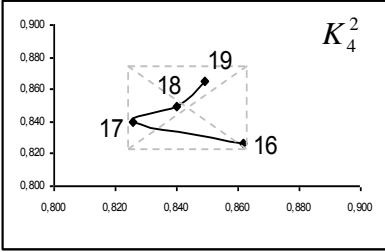
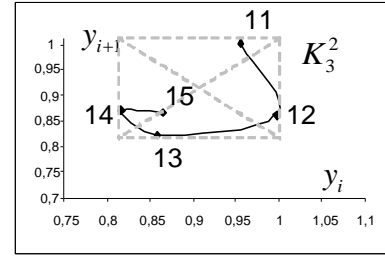
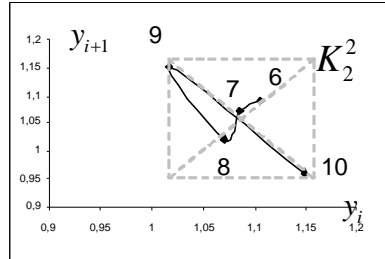
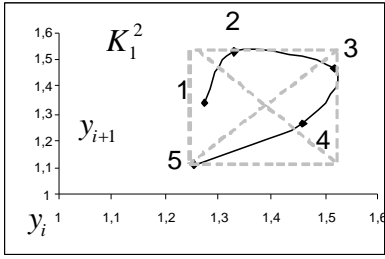


Рисунок 4.13 - Фазовий портрет часового ряду індексу ЗПВ країни Y

На рис. 4.14 представлені перші $m^2 = 27$ квазіциклів K_r^2 $r = \overline{1,27}$, на які розкладається фазовий портрет на рис. 4.13.

Разом із квазіциклами пунктиром нанесені їхні габаритні прямокутники, у кожному з яких точка перетину його діагоналей є центром обертання відповідного квазіциклу.



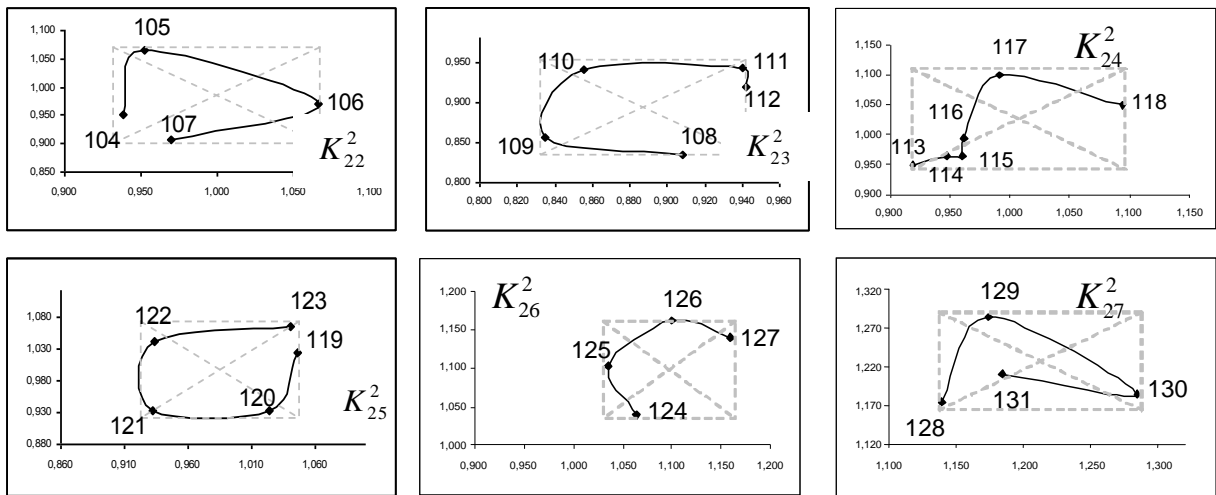


Рисунок 4.14 – Фрагмент розкладання представленого на рис. 4.13 фазового портрета часового ряду країни $\Phi_2(Y)$ на квазіцикли K_r^2 , $r = \overline{1, m^2}$, $m^2 = 27$

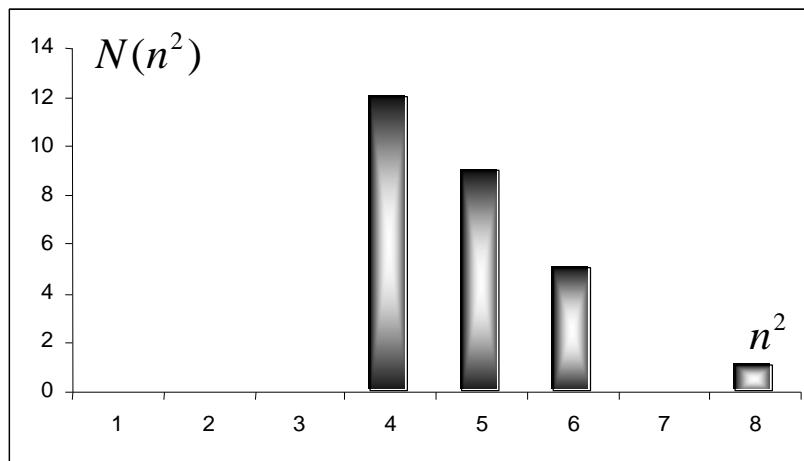


Рисунок 4.15 – Гістограма емпіричних частот $N(n^2)$ довжини n^2 представлених на рис. 4.14 квазіциклів фазового портрета часового ряду країни $\Phi_2(Y)$

Порівняємо отримані за допомогою фазового аналізу передпрогнознні характеристики ЧР Y індексів ЗПВ країни і ЧР Z індексів ЗПВ регіону.

Насамперед відзначимо, що фазові портрети цих ЧР складаються з однакової кількості $m^1 = m^2 = 27$ квазіциклів (див. рис. 4.11 і рис. 4.14). Більш того, для значень довжини

$n_r^s = 4$ та $n_r^s = 5$, $s = 1, 2$ таких, що найбільш часто зустрічаються, також має місце збіг (див. рис. 4.12 і рис. 4.15). Найбільш істотна розбіжність порівнюваних фазових портретів стосується частки квазіциклів, що містять такі ланки, які мають напрямок обертання проти годинникової стрілки. Для фазового портрета ЧР Z (ЗПВ регіону) ця частка становить $\frac{10}{27} \cdot 100 \approx 37\%$, а для фазового

портрета ЧР Y (ЗПВ країни) вона становить $\frac{8}{27} \cdot 100 \approx 29,6\%$

(див. на рис. 3.12 квазіцикли $K_2^2, K_{11}^2, K_{16}^2, K_{18}^2, K_{19}^2, K_{21}^2, K_{24}^2$).

Тобто за цим показником ЧР Z поступається ЧР Y.

Таким чином, можна стверджувати, що за результатами фазового аналізу динаміка ЧР Y індексів ЗПВ країни має передпрогнозні характеристики до деякої міри кращі в порівнянні із ЧР Z індексів ЗПВ регіону.

4.3.4 Порівняльний аналіз передпрогнозної інформації для часових рядів індексів ЗПВ країни й регіону

На прикладі результатів фазового аналізу двох рядів продемонструємо можливості одержання на його базі нового знання шляхом порівняння оцінок показників динаміки цих рядів.

Передпрогнозну інформацію, якої можна дістатися для будь-якого ЧР з його фазового портрета, можна розділити на 3 групи.

Першу групу становить передпрогнозна інформація, що представляється розкладанням фазового портрета цього ЧР на квазіцикли (див. рис. 4.11 і 4.14 для розглянутих ЧР).

Другу групу становить передпрогнозна інформація, що представляється траєкторіями дрейфу центрів квазіциклів на рис. 4.16 і 4.17. Номера точок на цих траєкторіях

збігаються з номерами відповідних квазіциклів, а координати a_r^1, b_r^1 і a_r^2, b_r^2 є відповідно абсцисою та ординатою центра r -го квазіциклу.

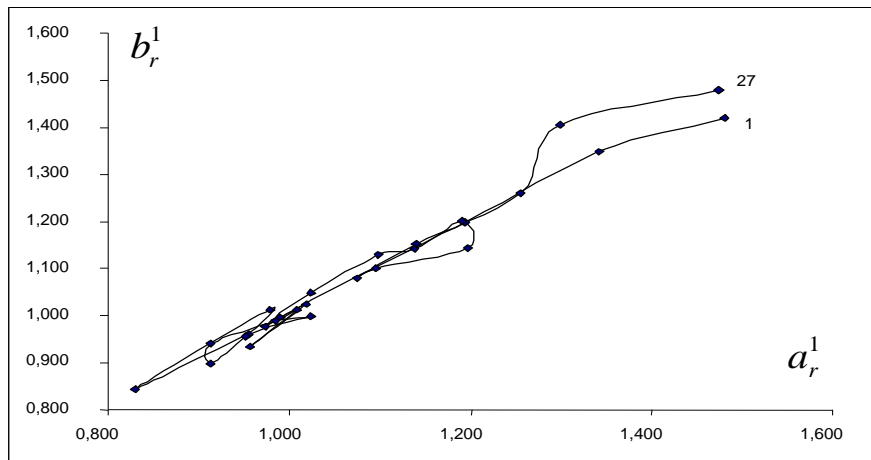


Рисунок 4.16. Траєкторія дрейфу центрів габаритних прямокутників квазіциклів фазового портрета часового ряду регіону Z на рис. 4.11

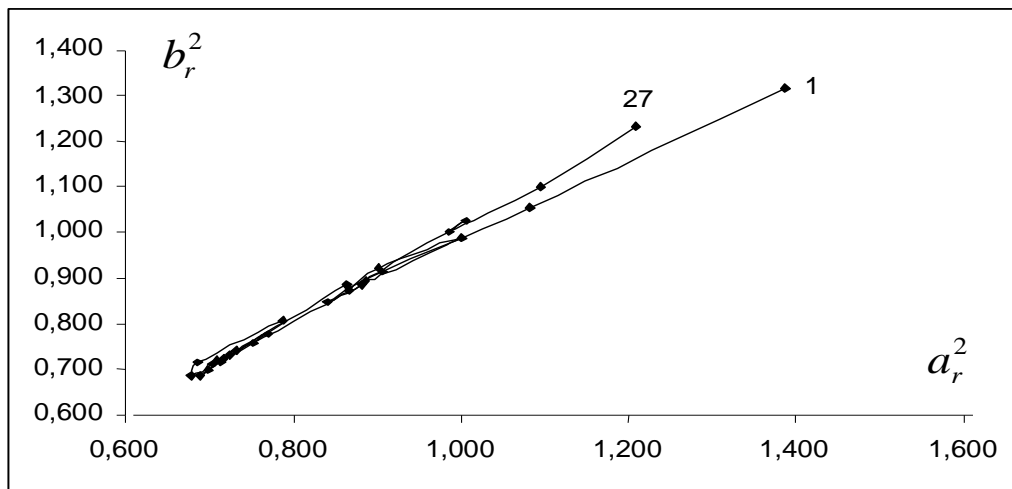


Рисунок 4.17 - Траєкторія дрейфу центрів габаритних прямокутників квазіциклів фазового портрета часового ряду країни Y на рис. 4.14

Третю групу становить передпрогнозна інформація, що представляється траєкторією дрейфу напівпериметрів габаритних прямокутників квазіциклів, отриманих у результаті розкладання розглянутого фазового портрета, а також фазовим портретом цієї траєкторії. На рис. 4.18 і 4.19

представлені відповідно траєкторії дрейфу напівпериметрів P_r^1 і P_r^2 , $r = 1, 2, \dots, 27$ габаритних прямокутників квазіциклів фазових портретів розглянутих ЧР Z і Y та фазові портрети цих траєкторій.

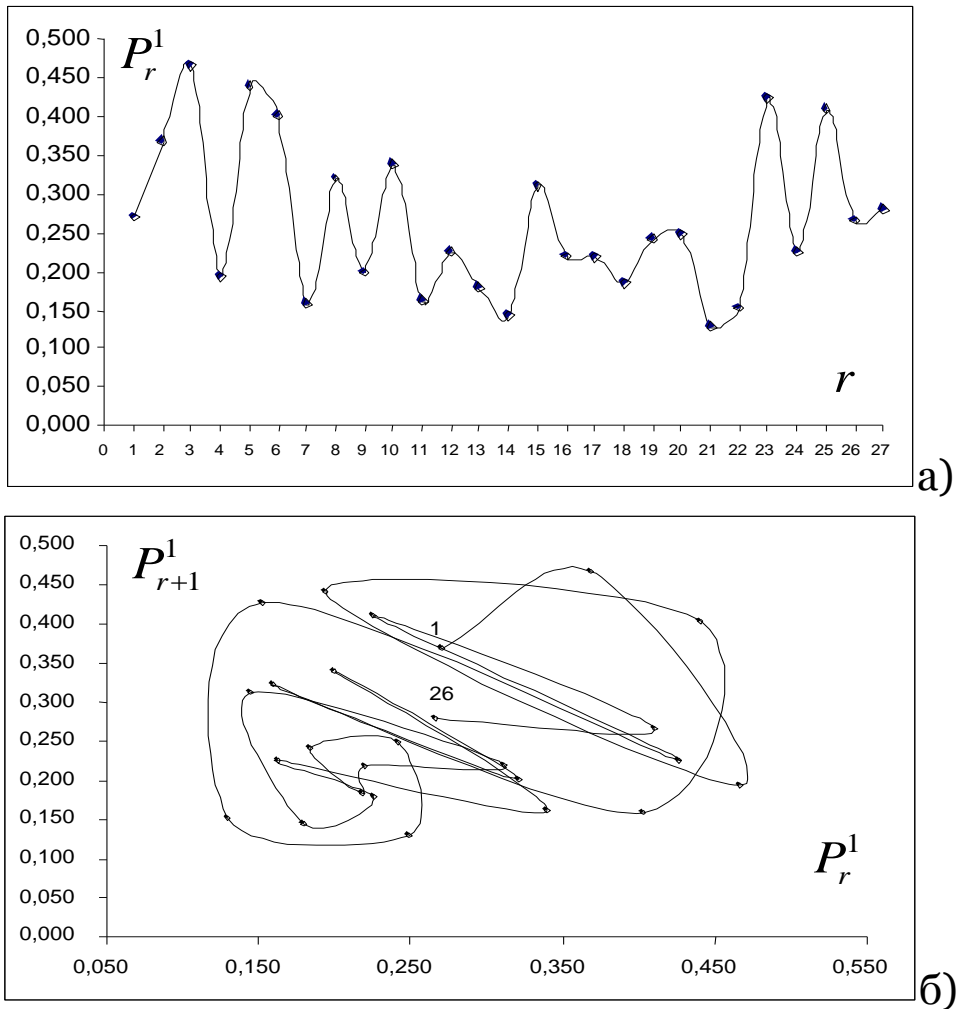


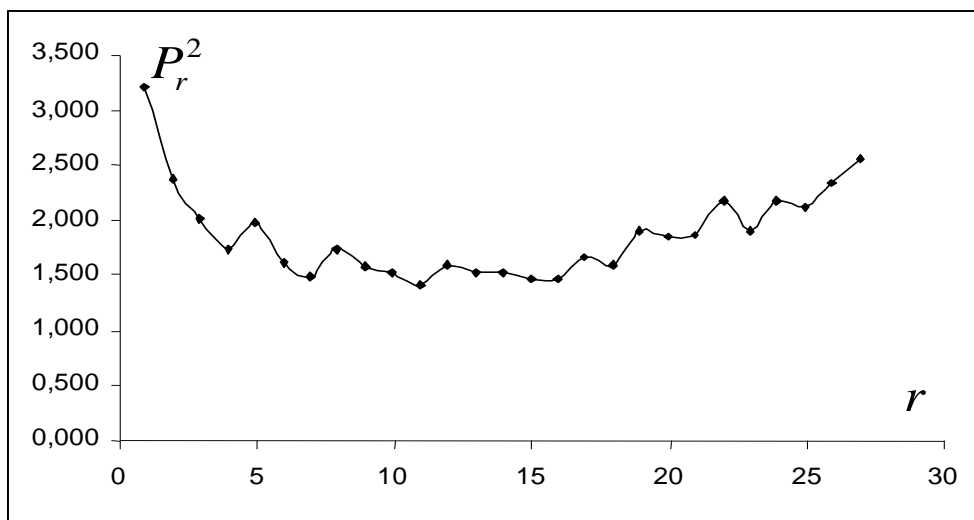
Рисунок 4.18 - а) траєкторія дрейфу напівпериметрів габаритних прямокутників, що представлено на рис. 4.11 квазіциклів фазового портрета ЧР регіону Z ;
 - б) фазовий портрет цієї траєкторії

Проведемо порівняльний аналіз передпрогнозої інформації для розглянутих ЧР Z і Y з урахуванням розбивки її на зазначені три групи.

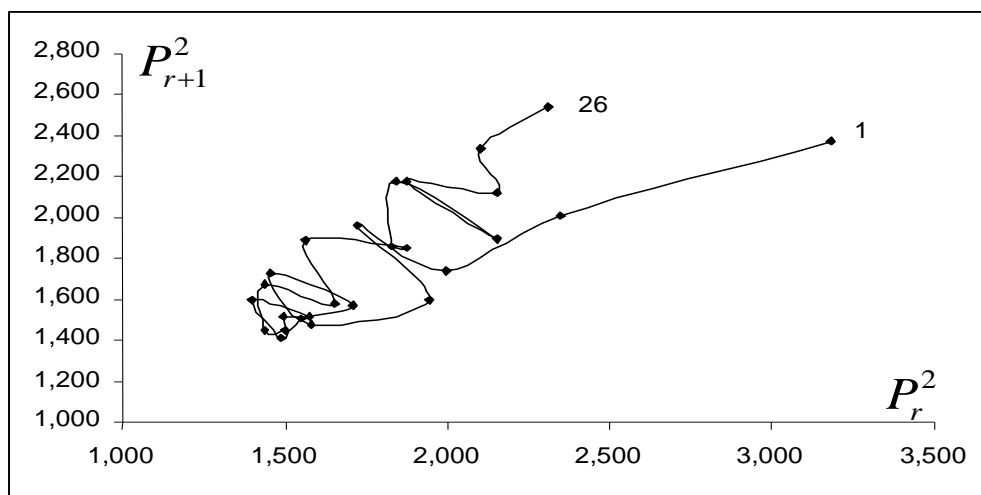
1. На підставі рис. 4.11 і рис. 4.14, а також рис. 4.12 і рис. 4.15 можна говорити про значний ступінь схожості

динаміки розглянутих ЧР країни Y й регіону Z . Дійсно, збігається не тільки кількість квазіциклів, на які розкладаються фазові портрети цих рядів, але можна говорити й про збіг довжин цих квазіциклів. Більше того, частка квазіциклів, що містять ланки з напрямком обертання проти годинникової стрілки, виявляється практично однаковою для обох розглянутих ЧР.

2. На підставі аналізу рис. 4.16 і рис. 4.17 можна констатувати значний ступінь схожості або подібності траєкторій дрейфу центрів квазіциклів для обох рядів.



а)



б)

Рисунок 4.19 – а) траєкторія дрейфу напівпериметрів габаритних прямокутників, що представлено на рис. 4.14 квазіциклів фазового портрета ЧР країни Y ;
– б) - фазовий портрет цієї траєкторії

3. Характеризуючи третю групу передпрогнозної інформації, що представляється траєкторією дрейфу напівпериметрів габаритних прямокутників квазіциклів, можна стверджувати про приблизно однакові якісні передумови прогнозування цієї траєкторії для ЧР Y і ЧР Z .

На підставі отриманих у п. 4.2 результатів фрактального й фазового аналізу можна сформулювати принципово важливий якісний висновок про порівняльний аналіз передпрогнозної інформації, отриманої для ЧР Y і ЧР Z : має місце погодженість (а звідси, несуперечність) якісних оцінок передпрогнозних характеристик, отриманих у п. 4.2.1 за допомогою фрактального аналізу з оцінками передпрогнозних характеристик, отриманих у пп. 4.2.2 - 4.2.3 за допомогою фазового аналізу. Іншими словами, якісні оцінки передпрогнозних характеристик, отримані, з одного боку, за допомогою фрактального аналізу, і, з іншого боку, за допомогою фазового аналізу, контролюють і взаємно доповнюють одне одного щодо одержання нового знання про динаміку розглянутих ЧР.

4.4 Гібридний підхід до прогнозування макроекономічних показників

У пропонованих гібридних підходах до прогнозування економічних часових рядів реалізується тенденція (що намітилася останнім часом) використання гібридного підходу [96] до побудови інтелектуальних систем. З відомих трьох варіантів гібридизації [292] (комбінування; інтеграція; злиття або об'єднання), на наш погляд, може бути запропоноване комбінування двох варіантів. У першому варіанті комбінуються моделі клітинного автомата та фазового аналізу [131]. У другому варіанті в комбінації можуть бути використані класичний метод декомпозиції прогнозованого ЧР на компоненти (тренд,

сезонність, циклічність та залишок) із клітково-автоматним прогнозуванням залишкового компонента.

Представляючи перший із зазначених варіантів, ще раз відзначимо, що в арсеналі сучасних методів прогнозування ЧР зростаючого значення набуває такий підхід як візуалізація їхніх фазових портретів, які будуються в інтерактивному режимі з використанням комп'ютера. Розглядаючи, наприклад, ЧР $Z = \{z_i, i = \overline{1,142}\}$ (графічне зображення якого представлено на рис. 4.1) індексів ВВП використаємо фазовий портрет розмірності ρ виду $\Phi_\rho(Z) = \left\{ (z_i, z_{i+1}, \dots, z_{i+\rho-1}) \right\}, i = 1, 2, \dots, n - \rho + 1$. При цьому для цілей нашого дослідження обмежуємося розмірністю $\rho = 2$ в силу того факту, що фрактальна розмірність розглянутих ЧР не перевищує 2. На рис. 4.20 представлено фазовий портрет $\Phi_2(Z) = \left\{ (z_i, z_{i+1}) \right\}, i = 1, 2, \dots, n - 1$ ЧР Z .

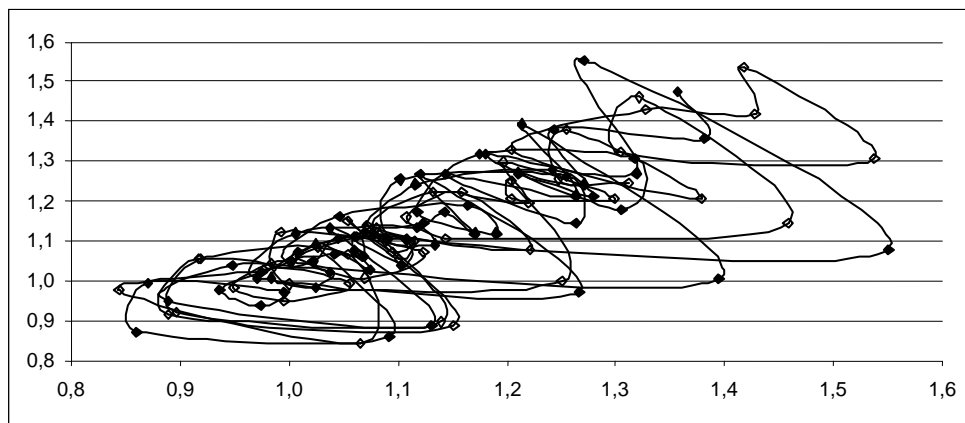


Рисунок 4.20 - Фазовий портрет ЧР Z індексу ВВП

У фазовому портреті виділяємо його зв'язні частини - квазіцикли. При цьому допускається самоперетинання початкової та кінцевої ланок квазіциклу у випадку, якщо це призводить до максимального зближення початкової й кінцевої точок.

У цілому фазовий портрет на рис. 4.20 складається з 18 квазіциклів \tilde{N}_r , $r=1,2,\dots,18$, з яких перші 4 представлені на рис. 4.21.

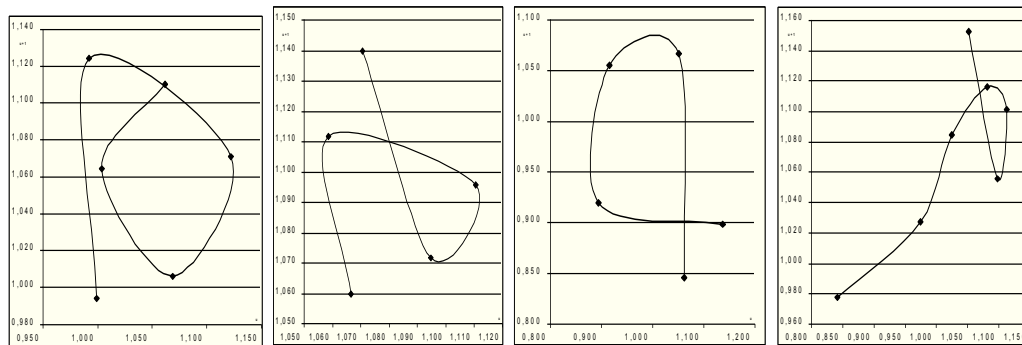


Рисунок 4.21 – Квазіцикли C_1, C_2, C_3, C_4 фазового портрета на рис. 4.20

Примітно, що більшість квазіциклів має розмірність (тобто число його точок), яка дорівнює 5, 6 або 7 (за трьома виключеннями, коли розмірність квазіциклу C_{14} дорівнює 9, а розмірність C_{15} та C_{16} дорівнює 8). Цей факт у достатньо узгоджується з результатами проведеного вище фрактального аналізу, спрямованого на оцінку типових значень глибини пам'яті ЧР Z . Сутність цього узгодження полягає в тому, що область значень $l = \{4,5,6,7,8\}$, $\mu(l) > 1/3$ глибини пам'яті та область значень $l = \{5,6,7,8\}$ розмірності квазіциклів C_r , $1 \leq r \leq 18$ практично збігаються.

Для кожного квазіциклу \tilde{N}_r будується його габаритний прямокутник (див. п. 2.4) Перетинання діагоналей габаритного прямокутника визначає так званий центр обертання квазіциклу \tilde{N}_r , координати якого позначимо $C(x_r, y_r)$.

Таким чином, формування передпрогнозої інформації для розглянутого ЧР та побудова прогнозу на базі фазового аналізу реалізується за наступними етапами.

Етап 1. Розкладання фазового портрета на квазіцикли C_r з урахуванням того факту, що можуть виявитися незавершеними початковий і кінцевий квазіцикли; аналіз напрямку обертання цих квазіциклів (всі ланки квазіциклів C_r , $r = \overline{1,18}$ ЧР Z обертаються за годинниковою стрілкою).

Етап 2. Аналіз еволюції центрів обертання квазіциклів $C_r(x_r, y_r)$ і еволюції напівпериметрів їхніх габаритних прямокутників. З візуалізації на рис. 4.22 та рис. 4.23 випливає, що для ЧР Z центри квазіциклів $C(x_r, y_r)$ еволюціонують по певній траєкторії, точки якої розташовані в доволі вузькому околі бісектриси додатного ортанту декартових координат, а еволюціонування розмірів габаритних прямокутників має циклічний характер.

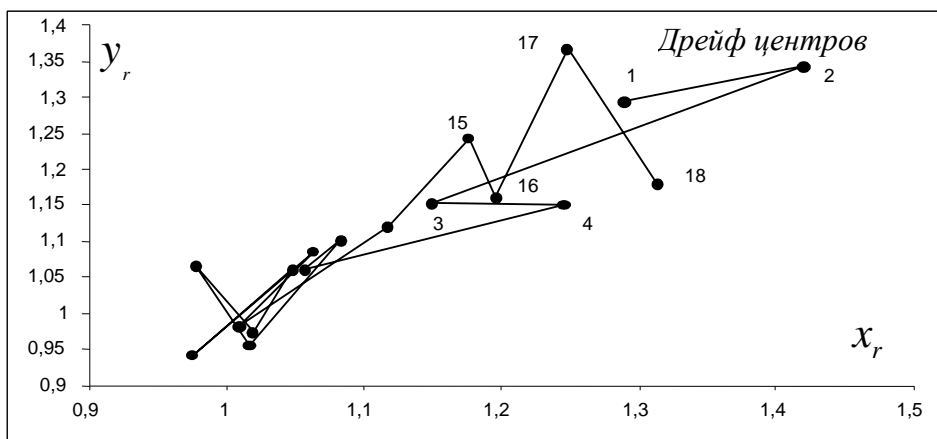


Рисунок 4.22 – Еволюція центрів квазіциклів ЧР Z

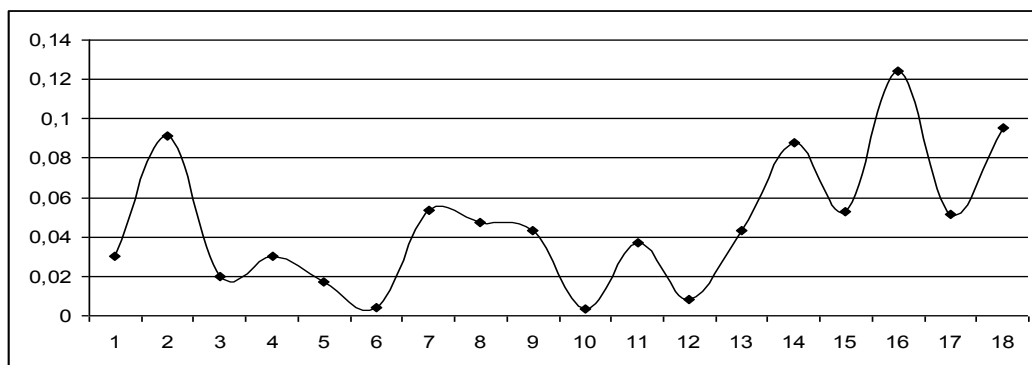


Рисунок 4.23 - Еволюція розмірів габаритних прямокутників квазіциклів ЧР Z

Етап 3 сформулюємо у вигляді наступного зауваження.

Зауваження 4.1. Вертикальний та горизонтальний відрізки, що перетинаються в точці (центрі) $C(x_r, y_r)$, поділяють габаритний прямокутник квазіциклу C_r на 4 сектори, які відповідають наступним ділянкам цього квазіциклу: 1) висхідна вправо (↗), 2) спадна вправо (↘), 3) спадна вліво (↙), 4) висхідна вліво (↖). Номери 1, 2, 3 та 4 приписуються відповідно цим секторам. За аналогією з табл. 4.1 представляється можливим обчислити частоти та частоті переходів квазіциклів з кожного сектора в інші три. На підставі цих частостей одержуємо значення функції приналежності для зазначених переходів. Ці значення будемо використовувати для розробки гібридного підходу до прогнозування ЧР на базі клітинного автомата та фазового портрета. При цьому перехід у той або інший сектор можна інтерпретувати в термінах і позначеннях терм-множини $U_0 = \{H, C, B\}$ (див. п. 3.2. 2).

Етап 4. Побудова прогнозу за принципом продовження (добудовування) відповідного кінцевого квазіциклу з використанням результатів попереднього етапу для двох випадків, коли останній квазіцикл є: а) незавершеним; б) завершеним. У випадку а) використовуємо габаритні розміри та характер обертання квазіциклів з урахуванням того, якому сектору габаритного прямокутника належить передпрогнозна точка. У випадку б) здійснюються ті ж процедури, але з урахуванням еволюції від центра $C(x_{18}, y_{18})$ завершеного квазіциклу до центра прогнозованого квазіциклу (див. рис. 4.22), включаючи розміри його габаритного прямокутника, прогнозовані на базі рис. 4.23.

Результат «гібридного прогнозування» виходить

шляхом зіставлення та комплексного узгодження (наприклад, додавання) двох прогнозних значень, тобто двох нечітких лінгвістичних множин, отриманих, відповідно, на виході клітково-автоматної моделі та етапу 3 (див. зауваження 4.1), що завершує прогнозування на базі розкладання фазового портрета на квазіцикли.

Таким чином, ми розглянули гібридний алгоритм - модель побудови коротко- та середньострокового прогнозу ЧР із пам'яттю, у якій при одержанні шуканого прогнозу враховуються й використовуються характеристики динаміки цієї пам'яті. Його застосування до ЧР Z індексу ВВП призвів до одержання прогнозу з 5% точністю, що покращує результати прогнозування на основі тільки клітинно-автоматної моделі на 3%.

РОЗДІЛ 5.

АНАЛІЗ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ДИНАМІКИ ЦІН НА РИНКУ ДОРОГОЦІННИХ МЕТАЛІВ

Забезпечення динамічного розвитку фінансового ринку – важливе завдання держави на етапі реформування економіки. Фінансовий ринок має складну внутрішню структуру. Від ефективної взаємодії всіх його сегментів залежить якість функціонування фінансової системи держави, швидкість її адаптації до змін в економічному і соціально-політичному житті. Важливим сегментом фінансового ринку, а водночас і новим для нашої країни є ринок дорогоцінних металів.

Україна як держава з перехідною економікою має вирішити завдання інтеграції своєї фінансово-банківської системи у світові фінансові ринки.

Історичний екскурс та аналіз тенденцій сучасного світового ринку дорогоцінних металів переконує в тому, що становлення українського ринку банківських металів явище необхідне та закономірне. На нинішньому розвитку банківської системи України банки є найпотужнішими учасниками фінансового ринку. Деякі з них чи їх групи, зайнявши певну нішу, зосереджують свої зусилля на наданні традиційних послуг. Однак традиційні способи отримання прибутку в основному вже задіяні. Впровадження сучасних банківських продуктів і фінансових інструментів на ринку дорогоцінних металів дасть змогу розширити спектр послуг, сприятиме зростанню клієнтської бази та підвищить прибуток.

Аналіз існуючих робіт по темі дослідження дає підстави сказати про те, що на даний час достатньо висвітлений процес становлення світового ринку

дорогоцінних металів, визначені пріоритетні напрямки його розвитку в роботах багатьох авторів, серед них А. Абалов, І. Балабанов, М. Борисович, О. Громова, А. Дедул, М. Ключовіна, М. Лесков, К. Мінгоранце, С. Мушкатеров, А. Портанський, А. Соколов, Дж. Стіл та інші. Публікації та дослідження учених визначають, що використання дорогоцінних металів як фінансового активу, дає значні вигоди країні у фінансовому та економічному планах.

Усе це спонукає до вивчення та аналізу ринку дорогоцінних металів як складового чинника світового фінансового ринку та України зокрема.

В контексті даної роботи ми розглянемо можливості пропонованого вище інструментарію фрактального аналізу, фазового аналізу для передпрогнозного аналізу динаміки ціни на дорогоцінні метали, а також моделі клітинного автомату для їх прогнозування.

5.1 Загальна характеристика ринку дорогоцінних металів

Можливо, ніякий продукт не має такої привабливої сили, як золото. Століттями його добували, накопичували, мріяли про нього із-за його якостей: поєднання краси, унікальних фізичних властивостей, обмеженості запасів.

У першій половині XVI ст. іспанські колонізатори звернули увагу на неплавкий важкий білий метал, що зустрічається водночас з золотом в розсипах Нової Гренади. За зовнішньою схожістю зі сріблом (ісп. plata) вони дали йому зменшувальну назву «платина» (platina). Вона була відома ще в давнину; самородки цього металу знаходили поряд із золотом і називали їх «білим золотом» (Єгипет, Іспанія, Абіссінія), «жаб'ячим золотом» (острів Борнео) і т. ін. [E24].

За часів золотого стандарту курс світових валют був прив'язаний до золота. Потім, в період Великої Депресії в США в 30-і роки минулого сторіччя, більшість країн змушені були відмовитися від прив'язки своїх валют до золота, в надії, що це допоможе їм подолати спад в економіці. Потім золото знову стало безпосереднім учасником монетарної системи, коли в 1944 році у Бреттонвудській угоді були зафіксовані нові принципи грошово-валютної політики провідних країн: долар США став головною резервною валютою, курс всіх інших валют країн-учасниць прив'язувався до долара, а сам долар, у свою чергу, прив'язувався до золота. Цей так званий золотовалютний стандарт проіснував до 1971 року, коли президент США Ніксон відмінив конвертованість долара в золото [E19].

Рівень видобутку золота завжди був важливим критерієм розвитку світової економіки, навіть незважаючи на те, що в результаті Ямайської (Кінгстонської) угоди 1976 року до статуту МВФ було внесено Другу поправку, яка скасувала вимогу щодо визначення золотого вмісту валют країн-членів МВФ та офіційно закріпила демонетизацію золота. З 1978 року, після ратифікації цієї поправки країнами-членами МВФ, золото остаточно втратило функцію світових грошей.

Функції монетарного металу золото частково зберегло у Західній Європі, забезпечуючи конкурентоспроможність як національних валют, так і попередника євро – екю. Крім того, саме у цей період там набули значного розвитку фінансові послуги на ринку кредитування під заставу золота. Збільшився також попит на нього з боку ювелірної промисловості країн, що розвиваються: нестабільність національних валют спонукала до купівлі золотих виробів, котрі, як правило, не мали високої художньої вартості, але

завдяки значному вмісту металу (його ринкова ціна у доларах США залишалася доволі стабільною), становили засіб збереження багатства [291].

Падіння довіри до американського долара та дефляційні процеси, які згідно з політикою Федеральної резервної системи США супроводжуються емісією грошей з метою підвищення ліквідності банківської системи країни, також стимулюють попит на золото як резервні активи. Все це спонукає провідних фінансистів та аналітиків знову розцінювати золото як фактор стабілізації макроекономічних процесів.

Сьогодні можна визначити такі тенденції у використанні золота як фінансового інструменту [174]:

золото насамперед – це грошово-кредитний актив, а частково – товар;

золото привертає до себе увагу і воно значно привабливіше, ніж інші предмети споживання;

золото є «світовою валютою», що визнається на Заході та Сході будь-якою корпорацією та будь-яким урядом як платіжний засіб;

золото як засіб хеджування інвестиційного портфеля і збереження його прибутковості.

Менше ніж третина від загальної кількості обігу золота у світі може розглядатися як товар. Це ювелірні вироби, придбані на західних ринках як прикраси, а також золото, що використовують у промислових цілях.

Отже передусім золото є грошово-кредитним активом, залишаючись при цьому товаром. Золото – грошово-кредитний актив, що розглядається приватними власниками як засіб заощадження. До цієї категорії належать: офіційні запаси у центральних банках, неофіційні запаси у приватних інвесторів, високомистецькі ювелірні вироби, які мають високу вартість і які купуються

насамперед у країнах, що розвиваються, як засіб заощадження своїх коштів. Більше двох третин від усього добутого золота у світі йде на це і розглядається як актив, придатний для спекулятивних операцій. Це видача кредитів у золоті комерційним банкам, випуск золотих сертифікатів, проведення операцій для фінансування галузі за допомогою деривативів [176].

На думку деяких аналітиків, вартість дорогоцінних металів визначається передусім тим, що протягом тисячоліть населення всього світу розглядало їх як засіб утворення скарбу. Дорогоцінні метали й нині вважають більш вартісними з огляду на майбутнє, ніж паперові гроші, державні боргові зобов'язання чи корпоративні цінні папери. Тому чимало великих покупців дорогоцінних металів вбачають в них насамперед не актив, прибутковість якого можна прогнозувати й порівнювати з прогнозною прибутковістю інших активів, а як своєрідний страховий поліс у часи політичної та економічної невизначеності [291].

Сучасний світовий ринок дорогоцінних металів (сукупність міжнародних та внутрішніх ринків) – це розгалужена структура глобальної цілодобової торгівлі фізичним металом і похідними інструментами, значною мірою звільнена від державного регулювання.

Об'єктами торгівлі на цьому ринку є дорогоцінні метали: золото, срібло, платина, паладій, інші метали платинової групи (родій, рутеній, іридій та осмій). Регулярно угоди укладаються щодо золота, срібла, платини та паладію (так званих «банківських металів»), рештою металів торгують епізодично і котируються вони здебільшого спеціалізованими фірмами [260].

Об'єми золотовалютних ресурсів, які зберігаються в Центральному банку та фінансових органах країни,

доповнюються валютними авуарами на рахунках іноземних банків, міжнародних та регіональних валютно-кредитних і фінансових організацій, призначеними для міжнародних розрахунків. Центральне місце в міжнародних ліквідних засобах належить золотовалютним ресурсам держав [Е19]. Тобто дорогоцінні метали наряду з іноземними валютами, резервною позицією міжнародного валютного фонду, СДР і ЕКЮ входять до структури міжнародних ліквідних ресурсів.

Довгий час розрізнялися дві ціни золота – офіційна та реальна.

Офіційна ціна золота впродовж більш ніж 40 років (1933-1976) фіксувалася державною скарбницею США. З 1944 року вона була на рівні 35 доларів за 1 трійську унцію (31,1035 г). Після девальвації долара в 1971 році аж до кінця минулого сторіччя вона складала близько 300 доларів за унцію. У грудні 2003 року ціна на золото була на рівні близько 400 доларів за унцію. На початок квітня 2008 року вона складала майже 900 доларів за унцію. Зміна офіційної ціни золота та період існування золотовалютного стандарту більшою мірою було віддзеркаленням поступового послаблення позицій долара в світовій валютній системі та прагнення західних країн проводити самостійну політику регулювання у валютній сфері [252].

Залежно від ступеня державного регулювання ринки дорогоцінних металів поділяються на чотири основні категорії [291]:

світові – в Лондоні, Цюріху, Франкфурті, Чикаго, Гонконзі;

внутрішні вільні – в Мілані, Парижі, Ріо-де-Жанейро;

місцеві контрольовані – в Афінах, Каїрі;

«чорні» ринки – в Бомбеї.

Джерелом пропозиції золота на міжнародних ринках є розробка наявних і нових родовищ. Основними

золотодобувними державами є ПАР, США, Канада, держави СНД, Австралія.

До учасників ринку дорогоцінних металів можна віднести наступні групи [29]:

- видобувні компанії. Це важлива категорія учасників ринку, бо вони поставляють на ринок основну кількість первинного дорогоцінного металу. Сюди відносяться як невеликі компанії, так і величезні корпорації. Чим більше компанія здобуває дорогоцінного металу, тим сильніше впливає вона на ринок, що примушує інших учасників ринку уважно відстежувати всі події, пов'язані з діяльністю потужних видобувних компаній;

- промислові споживачі. Дана категорія учасників включає промислові підприємства, ювелірне виробництво, а також підприємства з очищення та облагороджування дорогоцінного металу;

- біржовий сектор. У ряді країн на найбільших біржах існують спеціальні секції по торгівлі дорогоцінними металами;

- інвестори. Це звичайна категорія учасників ринку, що мають різні інтереси. Дана обставина породжує різноманітні форми вкладання в інструменти, пов'язані з дорогоцінними металами;

- центральні банки. Їх роль на ринку дорогоцінних металів багатогранна. З одного боку, вони є найбільшими операторами на ринку дорогоцінних металів; з іншого боку, в їх функцію входить встановлення правил торгівлі дорогоцінними металами на ринку. Дана група учасників впливає на кон'юнктуру ринку, причому роль центральних банків особливо зросла в 90-і роки ХХ ст.;

- професійні дилери і посередники. Цю групу складають, перш за все, комерційні банки і спеціалізовані компанії. Дилери відіграють одну з провідних ролей на

будь-якому ринку, оскільки майже всі дорогоцінні метали потрапляють до їх рук.

Ринки дорогоцінних металів – спеціальні центри торгівлі, де здійснюється регулярна купівля-продаж дорогоцінних металів за ринковою ціною в цілях промислово-побутового споживання, приватної тезаврації, інвестицій, страхування ризику, спекуляції, придбання необхідної валюти для міжнародних розрахунків. Основним джерелом (до 80%) пропозиції дорогоцінних металів на ринку служить їх новий видобуток.

Попит на ринку дорогоцінних металів заявляють фірми, комерційні банки, приватні особи. З 1978 року МВФ дозволив центральним банкам здійснювати операції на ринках дорогоцінних металів за цінами, що складаються на них. Офіційні золоті резерви використовуються обмежено як надзвичайні ліквідні активи. Тому споживання золота зосереджене в основному в приватному секторі. З економічної точки зору розрізняються наступні джерела попиту на ринку дорогоцінних металів [29]:

- промислово-побутове споживання в ювелірному виробництві, новітніх галузях промисловості – радіоелектроніці, атомно-ракетній техніці, зубопротезній галузі та ін. Підвищений попит ювелірної промисловості на дорогоцінні метали пояснюється тенденцією тезавраторів купувати ювелірні вироби з високопробного золота;

- покупка дорогоцінних металів центральними банками (періодично);

- приватна тезаврація та інвестиції. Як реакція на нестабільність економіки, грошового обігу, курсів валют, періодично росте попит інвесторів і тезавраторів на злитки, монети, медалі, медальйони для страхування ризиків;

- спекулятивні операції. Оскільки ціна дорогоцінних металів коливається, вони є об'єктом спекуляції.

Навіть вводячи жорсткі валютні обмеження, держави не можуть зломити опір приватних тезавраторів та інвесторів. Це пояснюється відносною надійністю і вигідністю вкладень грошових накопичень в золото як реальний резервний актив в умовах нестабільності.

Організаційно ринок дорогоцінних металів – консорціум з декількох банків, уповноважених здійснювати операції з дорогоцінними металами. Вони здійснюють посередницькі операції між покупцями та продавцями, концентрують в себе їх заявки, зіставляють їх та по взаємній домовленості фіксують середній ринковий рівень ціни (зазвичай двічі на день). Крім того, спеціальні фірми займаються очищенням та зберіганням дорогоцінних металів, виготовленням злитків.

У сучасній світовій практиці застосовуються різні форми організації ринку дорогоцінних металів [291]:

- жорстко регульований державою ринок, на якому єдиним (або головним) покупцем та продавцем золота є центральний банк, а інші суб'єкти ринку продають чи купують золото у нього (Китай, Південно-Африканська Республіка);

- торгівля золотом зосереджена на спеціалізованих біржах (або у спеціалізованих секціях товарних чи валютних бірж), правила здійснення операцій на яких та доступ операторів (насамперед, нерезидентів) регулюється центральними банками (Франція, Туреччина);

- система вільної біржової торгівлі золотом (США, Люксембург, Гонконг);

- система міжбанківської торгівлі золотом, фактично монополізованої кількома великими банками або їх об'єднанням – пулом (Німеччина, Швейцарія, Великобританія);

- система конкурентної міжбанківської торгівлі з фактичним домінуванням кількох банків – «маркет-мейкерів» (США, Японія, Голландія).

Формування ринкової ціни на дорогоцінні метали – процес багатofакторний: вона коливається залежно від економічних, політичних, спекулятивних чинників. Тенденція до підвищення ціни золота (у 70-х роках, 1985-1987 рр.) періодично змінювалася її зниженням (1980-1985 рр., 1988 – березень 1993 рр., 1997-1999 рр.). Деколи коливання ціни золота величезні.

Розглянемо основні фактори, які враховують, прогножуючи динаміку цін на дорогоцінні метали. До них відносять:

- інфляційні очікування. Це один із головних чинників, який визначає попит на дорогоцінні метали. Купівельна активність на ринку дорогоцінних металів посилюється насамперед на фоні нестабільної фінансової ситуації та швидкого зростання цін на споживчі товари. За такої ситуації інвестори звертають увагу на дорогоцінні метали, прагнучи застрахувати частину своїх вкладень, що призводить до певного зростання вартості дорогоцінного металу;

- система валютних курсів. Ціни на дорогоцінні метали залежать від змін валютних курсів відносно американського долара, в зв'язку з чим змінюється ціна дорогоцінних металів в інших валютах. Якщо курс певної валюти щодо долара падає, це призводить до подорожчання дорогоцінних металів у даній валюті, що стимулює продаж металу на місцевому ринку, та навпаки. Особливої уваги заслуговують валюти країни-великих споживачів або виробників дорогоцінних металів. Зміни курсів валют цих країн щодо долара безпосередньо

впливають на регіональні ринки, стимулюючи або попит, або пропозицію;

- система процентних ставок. Це один із найважливіших факторів, на який зважають, приймаючи рішення щодо інвестування у дорогоцінні метали. За інших рівних вихідних при вищих процентних ставках дорогоцінні метали стають менш привабливими для інвестицій, хоча зростання ставок може свідчити про посилення інфляційних тенденцій в економіці;

- зміна дохідності альтернативних фінансових інструментів. Історичні особливості конкурентної боротьби між дорогоцінними металами і долларом зумовили різноспрямованість руху курсу долара та ціни на дорогоцінні метали. Відтак фактори, які спричиняють зниження курсу долара, тією чи іншою мірою можуть стимулювати зростання цін на дорогоцінні метали. Однією з головних переваг останніх є та, що ціни на них змінюються на протиположні до цінам на фондові активи, інакше кажучи, мають з ними негативну кореляцію [260].

Аналіз світового ринку дорогоцінних металів виявив форми, за якими у світі відбуваються інвестиції. Вони можуть бути такими: у брусках чи зливках; у монетах, що викарбовуються Канадою, Південною Африкою, Мексикою та Сполученими Штатами Америки; у ф'ючерських контрактах; сертифікатах; складських квитанціях; опціонах на монети; опціонах на ф'ючерси, що забезпечені золотом; у опціонах на дорогоцінні метали у зливках. Увесь перелік форм потребує розвитку відповідних умов та принципів щодо нормального його функціонування, без яких ринок не може бути повноцінною структурою. До них можна віднести наступні умови [175]:

1) найбільшою проблемою є попит та пропозиція на метал. Попит на золото переважно залежить від його

застосування в інвестиційних цілях, особливо в ювелірній промисловості. Пропозиція визначається обсягами й собівартістю видобутку, потребою офіційного сектору у золотовалютних резервах, а також розвитком приватного сектору. Крім того, необхідно брати до уваги соціокультурні пріоритети Заходу та Сходу. Усе це загалом, разом із впливом вартості долара США формує, ціну золота на ринку-спот;

2) рівень розвитку самого ринку золота з наявністю суб'єктів торгівлі, видобутку та його фінансування, а саме інститутів, які функціонують на ринку;

3) наявність тісного взаємозв'язку ринку дорогоцінних металів з секторами фінансового ринку та інвестиційна привабливість золота на сучасному етапі розвитку економіки.

Чинником, що інтегрує ці умови, є ступінь розвиненості механізму функціонування фінансового ринку в умовах обмеженості ресурсів, а також сучасні глобальні тенденції та процеси, що вирують у надрах світового господарства.

Подвійна природа золота – товару та засобу платежу – зумовила його тріумфальну ходу крізь тисячоліття. Змінювалися структура ринку золота, склад його учасників, але благородний метал, як і раніше, відіграє важливу роль у системі економічних відносин, є надійним, перевіреним засобом регулювання балансу економічних і політичних інтересів.

Слід зазначити, що Україна ще не приділяє достатньої уваги використанню золота, майже відсутні дослідження впливу розвитку галузі як одного із чинників зростання економіки.

Як відомо [175], основним інституційним власником золота в Україні є держава, яка розпоряджається

природними родовищами та техногенними запасами золота. Разом із НБУ вона формує запас золота у складі золотовалютного резерву країни. Однак на Україні не приділяється достатньої уваги розбудові золотодобувної галузі, не проводяться дослідження подвійної природи золота та впливу торгівлі, а також видобутку металу для сталого розвитку економіки

Нормативні документи [Е21] детально регламентують порядок функціонування нового для нашої країни сегмента фінансового ринку – ринку банківських металів, а також умови й порядок широкого доступу всіх учасників ринку до цього фінансового активу.

Незважаючи на те, що найбільш розширену торгівлю дорогоцінними металами на зовнішньому ринку проводить Національний банк України, ряд українських банків останніми роками також вже набув певного досвіду проведення операцій на ринку банківських металів. Проте рівень розвитку фінансових інструментів цього сегмента фінансового ринку ще досить незначний. Розвиток вітчизняного ринку банківських металів стримують не лише об'єктивні (скажімо, недостатній соціально-економічний рівень добробуту потенційних учасників ринку), а й суб'єктивні фактори, зокрема [291]:

- незначна практика використання банківських металів у ролі застави, отримання кредитів, розміщення депозитів, тощо;

- недостатній рівень розвитку інфраструктури українського ринку банківських металів;

- низький рівень інформаційно-маркетингового забезпечення діяльності банків на ринку банківських металів.

На нинішньому етапі розвитку банківської системи України банки є найпотужнішими учасниками фінансового

ринку. Деякі з них чи їх групи, зайнявши певну нішу, зосереджують свої зусилля на наданні традиційних послуг. Однак традиційні способи отримання прибутку в основному вже задіяні, а корпоративні клієнти розподілені між банками. В умовах зростаючої конкуренції завдання переосмислення ринкової стратегії з метою формування індивідуальних рис і визначення свого місця на ринку фінансових послуг набуває для українських банків особливої ваги. З огляду на це впровадження сучасних банківських продуктів і фінансових інструментів на ринку банківських металів дасть змогу розширити спектр послуг, сприятиме зростанню клієнтської бази та мінімізації сукупних витрат банків.

Усе це спонукає українські банки вивчати досвід надання фінансових послуг на ринку дорогоцінних металів, який має глибоку історію.

Відзначимо також, що український ринок золота безпосередньо залежить від світового. Так в Україні своїх запасів золота практично немає. Банки купують дорогоцінні метали в Росії та інших країнах. Також при покупці золота, необхідно враховувати й українські реалії. Мінімальна кількість золота, яку ви можете придбати складає 100 грамів. Річний відсоток по золотих внесках коливається від 0,1% до 5,25%. Цікаво, що цей річний відсоток може бути повністю анульований маржею банку при покупці-продажі золота. Маржа безпосередньо залежить від ваги золота. При вазі 100 грамів, банк зажадає 5%, більше 1 кг – 1,5%. Але окрім відсотків по золотому депозиту інвестор так само отримає додатковий дохід від зростання ціни золота на світових ринках [E21].

У той же час, є ще один нюанс: хоча ціна на українському ринку й прив'язана до світової при покупці золота у невеликих банків можуть виникнути проблеми.

Так крупніші банки, які частіше виходять на ринок скуповують золото за вищою ціною, тоді як дрібні через недостатні об'єми вимушені занижувати ціну, по якій скуповують золото у інвесторів. Внаслідок чого інвестор може залишитися в програві. Адже дорожчання золота на українському ринку на 3% йде тільки за рахунок витрат по перевезенню та оплаті митних зборів.

Попит на банківське золото, як засіб заощадження грошових коштів та їх накопичення, зазвичай наростає поступово. Глобальний сплеск інтересу до золота, коли його продажі збільшуються у декілька разів, фахівці відзначають втретє за історію ринку. Вперше це спостерігалось після серпня 1998 року, потім – у вересні 2001 року. Третю епоху ажіотажного попиту на золото спостерігали в березні 2008 року.

Підвищений інтерес до жовтого металу пояснюється також невпевненістю населення у стабільності долара у зв'язку з кризою в Іраку. Таким чином, збільшення попиту на золото полягає в підсвідомій недовірі до американського долара [E17].

Протягом перших декількох місяців 2008 року в Україні знову спостерігалось зростання цін на золото. Національний банк збільшував золотовалютний резерв, комерційні банки, хоч і не значно, але піднімали ціни на дорогоцінні метали.

Початок 2008 року не приніс змін на фінансових ринках. Як і минулого року, найбільш прибутковим інструментом накопичень для українців залишаються металеві рахунки. За даними експертів, в 2007 році на тлі високої інфляції лише металеві рахунки показали реальну прибутковість на рівні 13,66% [E20].

У той же час решта майже всіх інструментів збереження й примноження накопичень вкладників розчарувала.

Експерти переконані, що в довгостроковій перспективі ситуація на фінансових ринках не зміниться. Визначальним чинником, на думку експертів, є падіння курсу долара. Золото в перспективі залишається чудовим способом для вкладання грошей.

З огляду на перспективність інтеграції України до світового ринку дорогоцінних металів та зацікавленість його дійсних і майбутніх учасників з'ясування якісних характеристик щодо законів його функціонування та оцінка прогностичних властивостей динаміки цін на дорогоцінні метали на нашу думку є актуальною проблемою.

5.2 Аналіз статистичних характеристик динаміки цін на дорогоцінні метали

Е даній частині роботи досліджувалися наступні ЧР за період з січня 2002 р. по березень 2008 р., графічне представлення яких наведено на рис.5.1 та в додатку 2:

– ЧР цін на золото, срібло, платину за даними Національного банку України [E2], (поденні, потижневі та помісячні (в грн.) – відповідно на рис. Д2.1, Д2.2, Д2.4);

– ЧР світових цін на золото, срібло, платину – за даними лондонського фіксингу (міжбанківський ринок) [E16] (поденні, потижневі та помісячні (в USD) – відповідно на рис. 5.1, Д2.3, Д2.5);

– поденний ЧР світових цін на нафту [E28] – за даними Europe Brent Spot Price FOB, (в USD за барель) – (рис. Д2.6);

– поденний ЧР котирувань EUR/USD– за даними Forex EuroClub [E18] (рис. Д2.7).

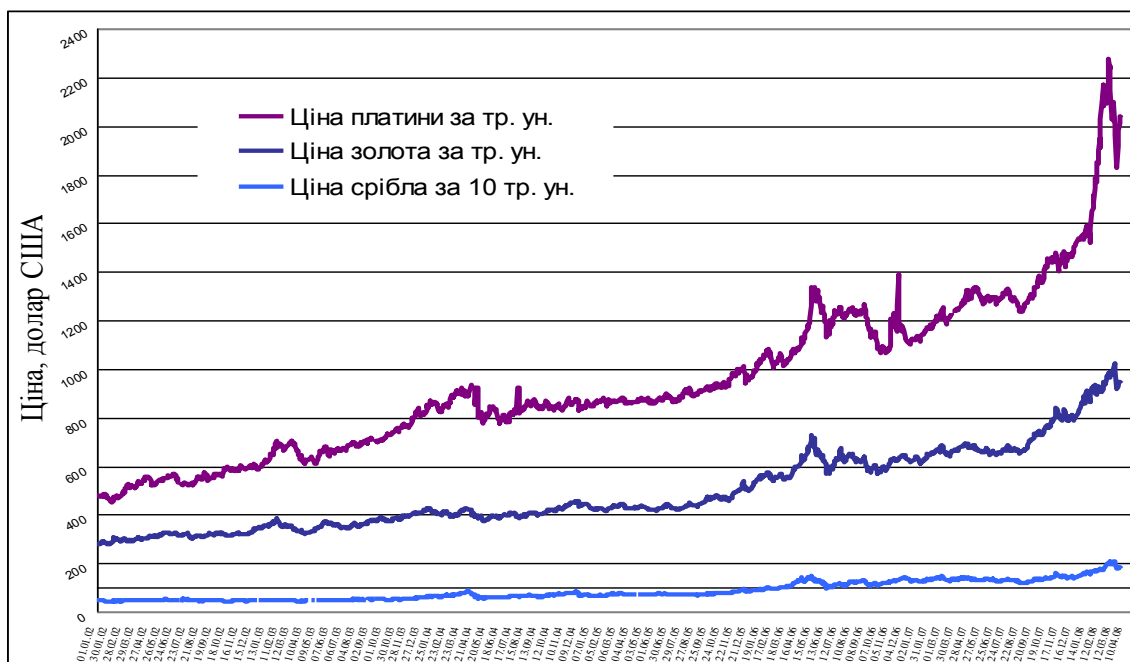


Рисунок 5.1 – Динаміка світових цін на дорогоцінні метали (в USD) (поденно) за період з січня 2002 р. по березень 2008 р.

У контексті основного завдання нашого дослідження використання статистичного аналізу входить складовою частиною до визначення природи ЧР та є обґрунтуванням доцільності використання інструментарію нелінійної динаміки. Окрім того, на основі проведення статистичного аналізу ми зможемо з'ясувати взаємну залежність або незалежність ЧР, що розглядаються.

Основною задачею подальшого аналізу є дослідження динаміки та структури ЧР на основі оцінки їх основних статистичних показників.

Дослідження взаємних зв'язків (залежностей) між ЧР проведемо за допомогою кореляційного аналізу [350]. У результаті аналізу взаємних кореляцій динаміки всіх показників, які розглядалися (див. табл. 5.1 та 5.2), виявлено їх дуже сильну взаємну залежність.

Також на основі аналізу залежностей можна дійти висновку, що світові ціни на дорогоцінні метали мають дуже великий вплив на ціни в Україні. Більш того, детально

аналізуючи цю залежність, виявлено, що український ринок дорогоцінних металів дуже швидко (з лагом в 1 день) реагує на коливання динаміки цін в світі.

Таблиця 5.1 – Коефіцієнти парної кореляції цін на дорогоцінні метали в Україні та світі

за даними НБУ				Світові ціни		
	Золото	Срібло	Платина	Золото	Срібло	Платина
Золото	1	*	*	1	*	*
Срібло	0,980	1	*	0,983	1	*
Платина	0,976	0,954	1	0,978	0,959	1

* - означає симетричні значення

Таблиця 5.2 – Коефіцієнти парної кореляції світових цін на дорогоцінні метали та цін в Україні, нафту та курс EUR/USD

	Золото (У)	Срібло (У)	Платина (У)	Нафта (С)	EUR/USD (С)
Золото (С)	0,998	0,982	0,973	0,941	0,836
Срібло (С)	0,978	0,998	0,952	0,919	0,802
Платина (С)	0,979	0,959	0,997	0,936	0,869

Таким чином, надалі будемо досліджувати особливості динаміки тільки світових цін на золото, срібло та платину. Введемо наступні позначення для ЧР:

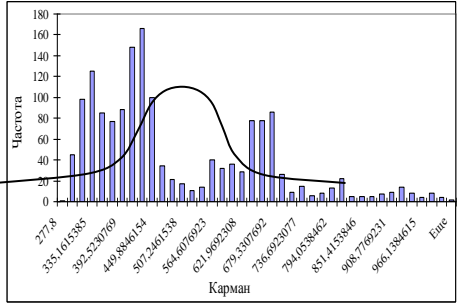
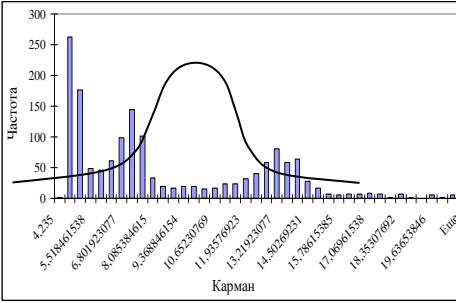
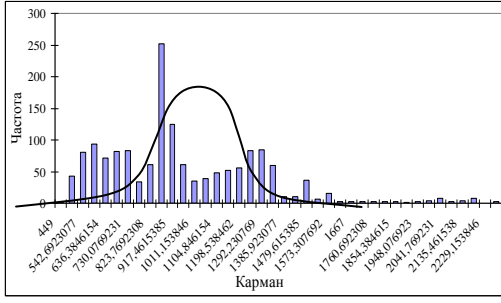
$Z_{\bar{A}}, Z_{\bar{O}}, Z_{\bar{I}}$ – ЧР світової ціни на золото відповідно поденні, потижневі та помісячні ЧР;

$S_{\bar{A}}, S_{\bar{O}}, S_{\bar{I}}$ – відповідні ЧР ціни на срібло,

$P_{\bar{A}}, P_{\bar{O}}, P_{\bar{I}}$ – ЧР ціни на платину.

Далі була перевірена й відхилена гіпотеза про нормальний розподіл рівнів розглянутих ЧР на золото, срібло та платину. У табл. 5.3 представлено гістограми та чисельні оцінки розподілу рівнів ЧР $Z_{\bar{A}}, S_{\bar{A}}, P_{\bar{A}}$ поденних цін на дорогоцінні метали.

Таблиця 5.3 – Порівняльний аналіз гістограм та чисельних оцінок розподілу рівнів ЧР $Z_{\bar{A}}$, $S_{\bar{A}}$, $P_{\bar{A}}$ поденних цін на дорогоцінні метали

Характеристика	Золото $Z_{\bar{A}}$	Срібло $S_{\bar{A}}$	Платина $P_{\bar{A}}$
Гістограма емпіричного розподілу рівнів ЧР			
Середнє	488,5311	8,428585	940,8432
Стандартна помилка	4,101074	0,096017	8,160391
Медіана	426,3	7,07	869
Мода	310,65	4,565	925
Стандартне відхилення	162,9629	3,806909	323,8555
Дисперсія вибірки	26556,9	14,49256	104882,4
Екссес	0,201651	-0,38993	1,629116
Асиметричність	0,949423	0,798766	1,046005
Інтервал	745,7	16,685	1827
Мінімум	277,8	4,235	449
Максимум	1023,5	20,92	2276

Для порівняльного аналізу мінливості ЧР застосуємо показник волатильності. Існують різні підходи до визначення волатильності. Основною причиною цьому є (за думкою [232]) специфіка застосування ймовірнісно-математичних моделей.

У нашому дослідженні будемо обчислювати два види волатильності: поточну та історичну.

Поточну волатильність для ЧР $X = \{x_i\}$, $i = \overline{1, n}$ будемо розраховувати за формулою

$$\sigma_i = \left(\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{s=1}^N (x_{i-s} - \bar{x})^2} \right) / \bar{x}, \quad (5.1)$$

де σ_i – волатильність в i -тий момент часу;

N – глибина періоду розрахунку;

x_i – значення (рівень) ЧР в i -ий момент часу;

\bar{x} – середнє значення ЧР за період N .

При аналізі цінового ризику на фінансових ринках, при розрахунку волатильності, прийнято працювати не з самою послідовністю цін, а з послідовністю їх відносних змін. Послідовність відносних змін має ряд переваг у порівнянні з послідовністю цін. По-перше, перетворюючи послідовність цін у послідовність відносних змін, створюється можливість для порівняння різних послідовностей цін. По-друге, послідовність відносних змін відрізняється більшою стабільністю в тому сенсі, що для неї середнє і дисперсія більшою мірою є стаціонарними, ніж середнє і дисперсія послідовності вихідних («необроблених») цін. Історична волатильність, що показує мінливість послідовності відносних змін, розраховується за формулою [E18]:

$$\sigma_{\text{нв}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (m - y_i)^2} \quad (5.2)$$

де $\sigma_{\text{нв}}$ – історична волатильність;

n – кількість спостережень;

m – середнє значення ЧР, $m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$;

y_i – зміна ціни, $y_i = \frac{x_{i+1} - x_i}{x_i}$.

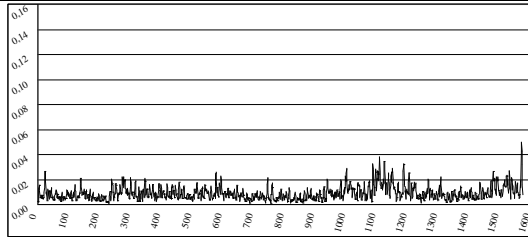
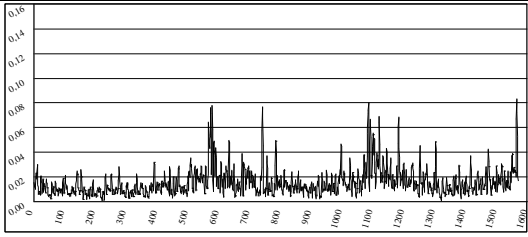
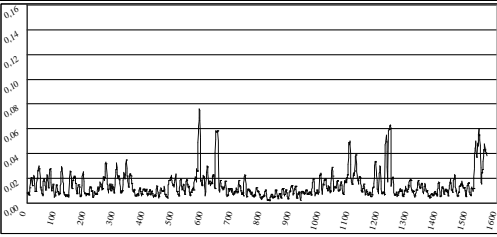
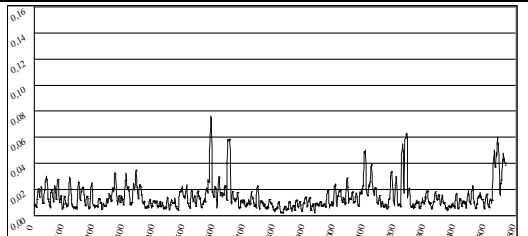
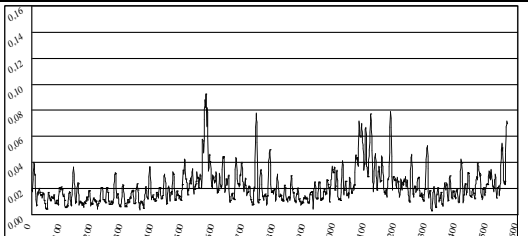
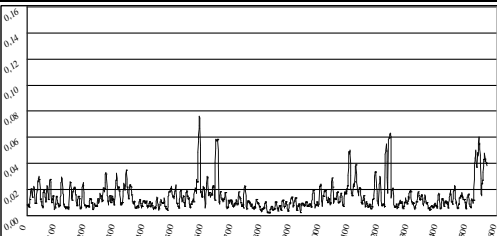
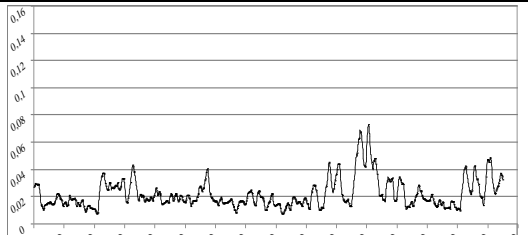
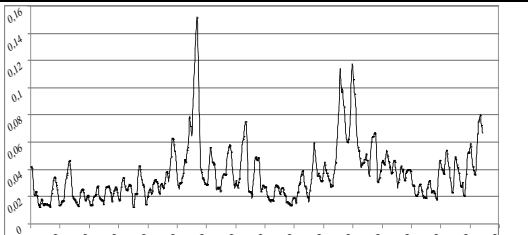
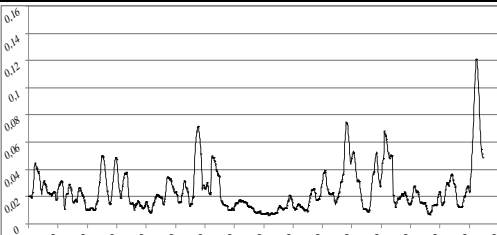
Зазначимо, оскільки історична волатильність, за суттю, є середньоквадратичним відхиленням відносних змін ціни, то інколи її значення подають у відсотках.

У табл. 5.4 представлено динаміка поточної волатильності та значення показника історичної волатильності для відповідних ЧР почасових цін на дорогоцінні метали.

Порівнюючи волатильність з різною глибиною розрахунку для кожного з дорогоцінних металів видно, що при збільшені глибини дрібні (не значні) коливання згладжуються, а більш помітними стають різкі стрибки в зміні динаміки цін. Візуально порівнюючи графіки волатильності різних металів з однією глибиною розрахунку, можна зробити висновок про те, що найбільш мінливою ціною є ціна на срібло (так як значенням поточної волатильності ціни на срібло відповідають найбільші амплітуди коливання).

За результатами розрахунку історичної волатильності дорогоцінні метали в порядку збільшення показника розташовуються в наступному порядку: $Z_{\text{А}} \rightarrow S_{\text{А}} \rightarrow P_{\text{А}}$, що відповідає чисельним значенням $1,21 \rightarrow 2,21 \rightarrow 4,13$. Це свідчить про те, що динаміка ціни на золото не піддається різким коливанням. Ціна в цілому зберігає тенденцію до зростання, але не має великого розмаху між збільшенням та зменшенням ціни.

Таблиця 5.4 – Порівняльний аналіз волатильності ЧР $Z_{\bar{A}}$, $S_{\bar{A}}$, $P_{\bar{A}}$ цін на дорогоцінні метали

Поточна волатильність σ_3	Золото $Z_{\bar{A}}$	Срібло $S_{\bar{A}}$	Платина $P_{\bar{A}}$
Глибина розрахунків $N = 5$ періоду			
Глибина розрахунків $N = 10$ періоду			
Глибина розрахунків $N = 30$ періоду			
Історична волатильність $\sigma_{\text{ндо}}, \%$	1,21	2,21	4,13

Аналогічний аналіз проведено для інших ЧР цін на золото, срібло та платину (потижневих та помісячних).

Отримані результати аналізу статистичних характеристик дозволяють зробити наступні висновки.

По-перше, обчислені та проаналізовані статистичні показники характеризують динаміку цін, що досліджувалася, лише взагалі. Тобто при цьому не враховувалася структура ЧР, що визначається порядком слідування рівнів ЧР.

По-друге. Значення рівнів розглянутих ЧР як випадкова величина не підпорядковується нормальному закону розподілу. Це означає, що значення рівнів ряду не є незалежними, а ЧР не відображує випадкове гаусівське блукання. Цей висновок не суперечить, а тільки підтверджує висновки Е. Петерса [208] про те, що гіпотеза ефективного ринку не підтверджується і що ринок дорогоцінних металів є нелінійною системою.

По-третє, все, що наведено вище, доводить правомірність та необхідність застосування методів нелінійної динаміки для передпрогнозного аналізу та подальшого прогнозування цін на дорогоцінні метали.

Висвітленню саме цього напрямку – аналізу розглянутих ЧР цін на дорогоцінні метали методами фрактального та фазового аналізу – і буде присвячено подальший виклад.

5.3 Фрактальний аналіз часових рядів цін на дорогоцінні метали

Фрактальний аналіз було застосовано для аналізу ЧР цін на золото Z , срібло S , платину P : поденних $(Z_{\Delta}, S_{\Delta}, P_{\Delta})$, потижневих $(Z_{\delta}, S_{\delta}, P_{\delta})$ та помісячних $(Z_{\gamma}, S_{\gamma}, P_{\gamma})$, а також для часових рядів показника

волатильності цін на золото, срібло та платину з глибиною періоду розрахунку $N = 5$, $N = 10$ та $N = 30$.

З метою загальної оцінки фрактальних властивостей часових рядів для аналізу застосуємо алгоритм A_1 - метод нормованого розмаху Херста. Для перевірки обґрунтованості результатів щодо наявності довгострокової пам'яті на основі значення показника Херста проведемо тест на випадкове перемішування рівнів ЧР. Результати розрахунків наведено в табл. 5.5.

За даними таблиці 5.5 можна зробити висновок, що всі часові ряди цін на дорогоцінні метали є персистентними, тобто мають довгострокову пам'ять. Про це свідчить наступне:

а) значення показників Херста для всіх часових рядів знаходяться в інтервалі $H \in [0.830; 0,963]$, який відповідає області чорного шуму;

б) результати тесту на перемішування ($H_{\text{і додві зф}} \in [0,512; 0,587]$) підтверджують значущість структури ЧР: її порушення призводить до повного знищення сліду довгострокової пам'яті.

Наявність значущої статистики Херста для ЧР цін в тому числі на дорогоцінні метали пояснюється наступними міркуваннями, аналогічними [208]. Зміни ціни базуються на відчутті інвесторами деякої справедливої величини. У минулому вони завжди мали оцінку «справедливої величини» для кожної окремої ціни, або деякий діапазон «справедливих» цін. Цей діапазон частково визначається фундаментальною інформацією, такою, як доходи, котирування валют, поточні економічні обставини тощо. Ця інформація часто буває корисною для визначення єдиної справедливої (прийнятної) ціни за допомогою, наприклад, відомих методів технічного аналізу.

Таблиця 5.5 – Значення показника Херста для ЧР цін на дорогоцінні метали та ЧР поточної волатильності (розраховано за методом A_1 - нормованого розмаху Херста)

Вид ЧР	Золото Z	Срібло S	Платина P
	Показник Херста H		
Поденний	$H = 0,960616$ H перемішаний = 0,561116	$H = 0,941379$ H перемішаний = 0,542297	$H = 0,962668$ H перемішаний = 0,569469
Потижневий	$H = 0,941162$ H перемішаний = 0,564054	$H = 0,915633$ H перемішаний = 0,544734	$H = 0,945379$ H перемішаний = 0,512503
Помісячний	$H = 0,896709$ H перемішаний = 0,568193	$H = 0,867328$ H перемішаний = 0,585732	$H = 0,905658$ H перемішаний = 0,513287
Волатильність з глибиною $N=5$	$H = 0,837332$ H перемішаний = 0,538977	$H = 0,850011$ H перемішаний = 0,534459	$H = 0,790976$ H перемішаний = 0,544906
Волатильність з глибиною $N=10$	$H = 0,863269$ H перемішаний = 0,576732	$H = 0,867414$ H перемішаний = 0,587239	$H = 0,830608$ H перемішаний = 0,535816
Волатильність з глибиною $N=30$	$H = 0,910984$ H перемішаний = 0,570939	$H = 0,894453$ H перемішаний = 0,561209	$H = 0,882817$ H перемішаний = 0,552100

Другою компонентою цінового діапазону є те, якою мірою інвестори відчують готовність платити з боку інших інвесторів. Ця «почуттєва компонента» також аналізується, і в результаті складається деякий діапазон навколо визначеної «справедливої ціни». Це поєднання інформацій та думок дає в результаті зміщення оцінки. Якщо основні показники сприятливі, ціна наближується до «справедливої величини». Якщо інвестори бачать, що тренд відповідає їх позитивним очікуванням по відношенню того або іншого металу, вони починають купувати за прикладом інших. Вчорашня активність має вплив сьогодні – ринок зберігає пам'ять про свій вчорашній тренд. Зміщення зміниться, коли ціна досягне верхньої границі справедливої величини. На цій точці зміщення зміниться.

Ця модель передбачає, що «діапазон» залишається постійним, не змінюється. В дійсності це не так. Нова інформація відносно того чи іншого металу або ринку в цілому може змінити цей діапазон та стати причиною драматичного повороту в ринковій ситуації або в ціні окремого металу.

Аналізуючи динаміку ціни на дорогоцінні метали з січня 2002 р. по березень 2008 р. та використовуючи елементи фундаментального аналізу, виявлено так звані подійні складові [42,131,288] щодо різких та повільних зростання та спадання цін. Наприклад, до зростання ціни на золото призводили наступні події:

посилення інфляції в США, падіння курсу долара по відношенню до євро, що спонукало розглядати золото як альтернативу вкладанню коштів для захисту від інфляції;

зростання ціни на нафту, що пов'язано з очікуванням зниження виробництва, також може бути підставою для сприйняття золота як альтернативного вкладання коштів;

наміри керівництва багатьох країн щодо диверсифікації своїх доларових активів за рахунок розміщення їх частки в дорогоцінних металах та інших валютах;

зниження виробництва золота та водночас посилення попиту на нього з боку таких країн як Індія та Туреччина;

проведення військових дій з боку США в Іраку.

До подій, які призводять до зниження ціни на золото можна віднести:

прийняття рішення Федеральною резервною Системою США про збільшення облікової ставки, що призводить до посилення попиту на долари та послаблення інтересу до золота;

посилення американського долара в першу чергу відносно євро, єни та інших валют.

Різкі зміни в динаміці ціни спостерігаються в періоди економічних криз. Це можна спостерігати на рис. 3.5, на якому представлено графічне подання ЧР Z ціни на золото в період з 1.02.02 по 27.02.09 рр.

Таким чином, обчислення фрактальних характеристик ЧР, виявляє, що отримана інформація продовжує враховуватись ринком деякий час тому. І це не просто послідовна кореляція, коли вплив інформації швидко спадає. Це функція довгострокової пам'яті, яка обумовлює інформаційний вплив на протязі великих періодів часу і виявляється по відношенню до будь-якого часового масштабу. Цей вплив послаблюється з часом, проте значно повільніше, ніж короткострокові залежності. Мірою того, як довго триває цей період впливу (доки не зменшиться до нерозрізнено малої величини) є довжина циклу.

Таким чином ЧР, що розглядалися, мають властивість трендостійкості. Проте отримані різні значення показника

Херста H є свідченням того, що для різних ЧР ця властивість має різні характеристики.

Подальший аналіз характеру динаміки цін на основі порівняння значень показника Херста H для деяких групувань ЧР дозволяє зробити наступні висновки:

1) При порівнянні ЧР, які відрізняються періодом спостережень, можна відмітити, що незалежно від виду металу більш трендостійкими є поденні ЧР, ніж потижневі та помісячні часові ряди. В свою чергу потижневі ЧР є більш трендостійкими, ніж помісячні. Тобто, в порядку послаблення цієї властивості ЧР ряди усіх дорогоцінних металів (Z, S, P) розташовуються наступним чином:

$$Z: Z_{\bar{A}} \rightarrow Z_{\bar{O}} \rightarrow Z_{\bar{I}};$$

$$S: S_{\bar{A}} \rightarrow S_{\bar{O}} \rightarrow S_{\bar{I}};$$

$$P: P_{\bar{A}} \rightarrow P_{\bar{O}} \rightarrow P_{\bar{I}}.$$

Проте існує небезпека при порівнянні цих ЧР між собою за тією причини, що вони мають різну довжину (наприклад, часовий ряд поденної ціни на золото $Z_{\bar{A}}$ містить $n=1579$ значень (рівнів ряду), при цьому довжина потижневого ЧР $Z_{\bar{O}}$ складає $n=327$ значень, а довжина помісячного часового ряду $Z_{\bar{I}}$ дорівнює $n=75$ значень). Як виявило експериментальне дослідження (див. п.2.6), не можна порівнювати часові ряди, що мають значення довжини різного порядку.

2) Трендостійкість ЧР різних дорогоцінних металів, проте з одним періодом (частотою) вимірювання (наприклад $Z_{\bar{A}}, S_{\bar{A}}, P_{\bar{A}}$), подібна (близька за значеннями). Потрібно відмітити, що це не суперечить результатам кореляційного аналізу, який отримано вище.

3) Порівняння показника Херста H для ЧР різних дорогоцінних металів виявило, що найбільш трендостійким є ЧР P ціни на платину незалежно від часового зрізу. Це підтверджується найбільшими значеннями H для ЧР $P_{\dot{A}}, P_{\dot{O}}, P_{\dot{I}}$, а також найменшими значеннями для волатильності ЧР $P_{\dot{A}}$. У порядку зменшення властивості трендостійкості ці ряди (поденні, потижневі та помісячні – незалежно від періоду спостережень) можна розташувати наступним чином $P \rightarrow Z \rightarrow S$.

4) Властивість трендостійкості ЧР волатильності виявляється інакше: за значенням показника Херста ЧР волатильності дорогоцінних металів розташовуються у зворотному напрямку $V_S \rightarrow V_Z \rightarrow V_P$. Це не суперечить змісту понять трендостійкості (як властивості зберігати обраний напрямок руху, тобто не змінювати його) та волатильності (як кількісної характеристики мінливості, змінюваності часового ряду). Цей результат також не суперечить результатам, які отримано в результаті статистичного аналізу в попередньому п. 5.2.

Таким чином, застосування алгоритму A_1 фрактального аналізу – методу нормованого розмаху Херста – дозволяє зробити якісні висновки щодо властивостей ринку дорогоцінних металів у цілому, а також властивості трендостійкості кожного з ЧР, що розглядалися. Проте чисельні характеристики, які отримано за цим методом, мають усереднений характер по всьому ряду.

Для отримання диференційованих характеристик застосуємо до цих ЧР алгоритм A_2 – методу послідовного R/S -аналізу. Розглянемо результати досліджень на прикладі ЧР ціни на золото $Z = \{z_i\}$ за період з січня 2002 р. по лютий 2009 р.

Для дослідження вихідний ЧР Z розбито на 8 відрізків ($Z_1 - Z_8$) за принципом візуальної «подібності» динаміки. Графік ЧР Z з розбиттям на відрізки представлено на рис. 3.5 (див. п. 3.2.3). На рис. 5.2 представлено графіки відрізків $Z_1 - Z_8$ ЧР Z цін на золото.

У кожного з цих відрізків часового ряду був видалений тренд. Графіки відрізків $Z_1 - Z_8$ з видаленим трендом (подалі будемо говорити: без тренду) представлено на рис. 5.3.

Розглянемо результати роботи алгоритму A_1 - методу нормованого розмаху Херста, які представлено у табл. 5.6.

Таблиця 5.6 – Зведені результати послідовного R/S – аналізу для динаміки ЧР Z ціни на золото та його відрізків $Z_1 - Z_8$

Відрізок часового ряду	Показник Херста H ЧР з трендом	H перемішане з трендом	Показник Херста H ЧР без тренду	H перемішане без тренду
Z	0,961	0,561	0,738	0,575
Z_1	0,935	0,566	0,855	0,582
Z_2	0,907	0,580	0,863	0,583
Z_3	0,888	0,542	0,821	0,572
Z_4	0,885	0,557	0,865	0,600
Z_5	0,922	0,548	0,875	0,575
Z_6	0,930	0,530	0,841	0,555
Z_7	0,927	0,558	0,838	0,592
Z_8	0,902	0,614	0,893	0,627

З табл. 3.6 видно, що ЧР Z та всі його відрізки $Z_1 - Z_8$ мають властивість трендостійкості ($H \in [0,885; 0,961]$ - для вихідних ЧР та $H \in [0,738; 0,893]$ - для ЧР з видаленим трендом), а тому мають довгострокову пам'ять. Це підтверджують результати тесту на перемішування ($H_{i\hat{a}\hat{a}i} \in [0,530; 0,627]$ - для всіх ЧР).

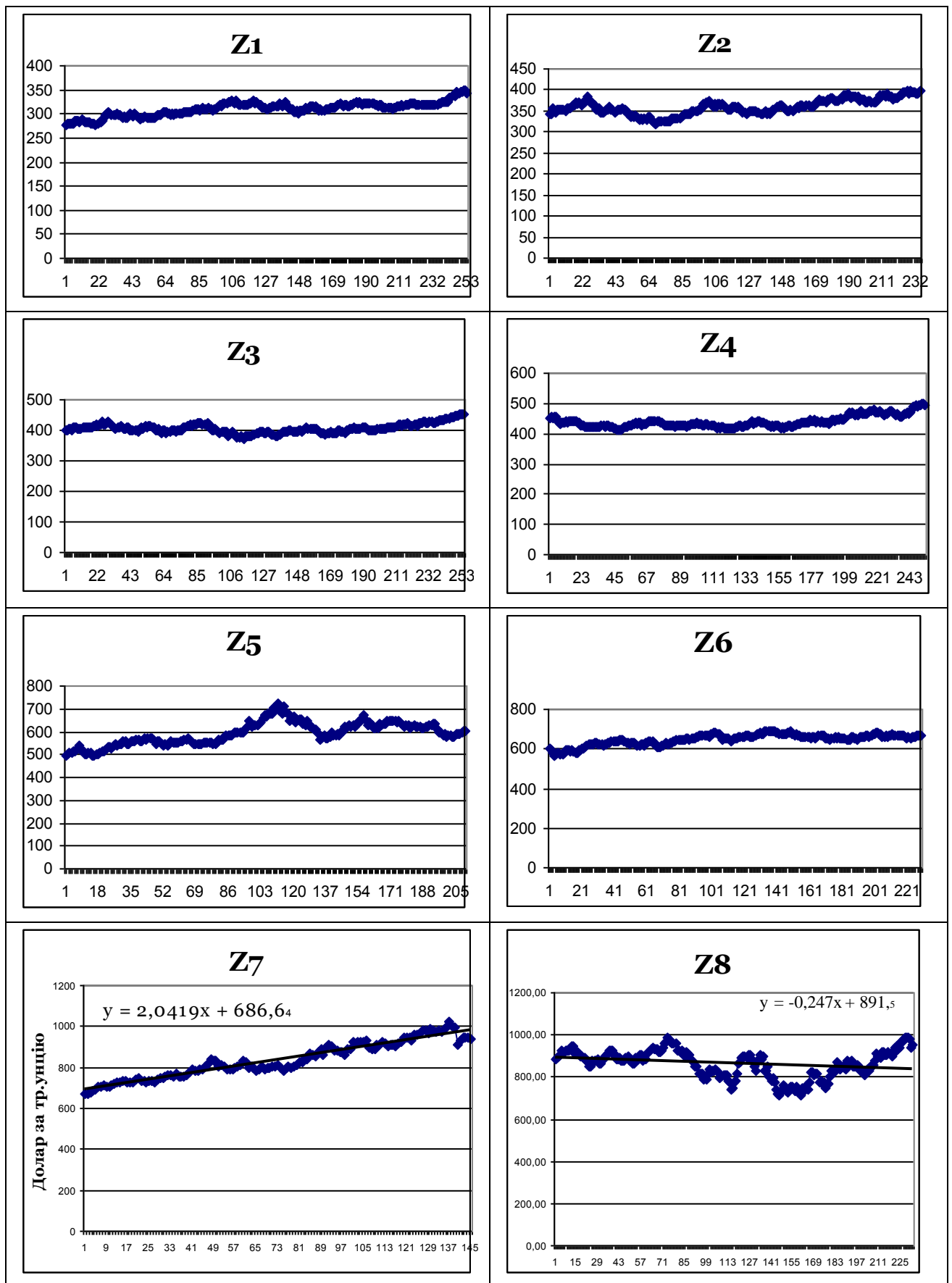


Рисунок 5.2 - Графіки відрізків $Z_1 - Z_8$ ЧР Z цін на золото

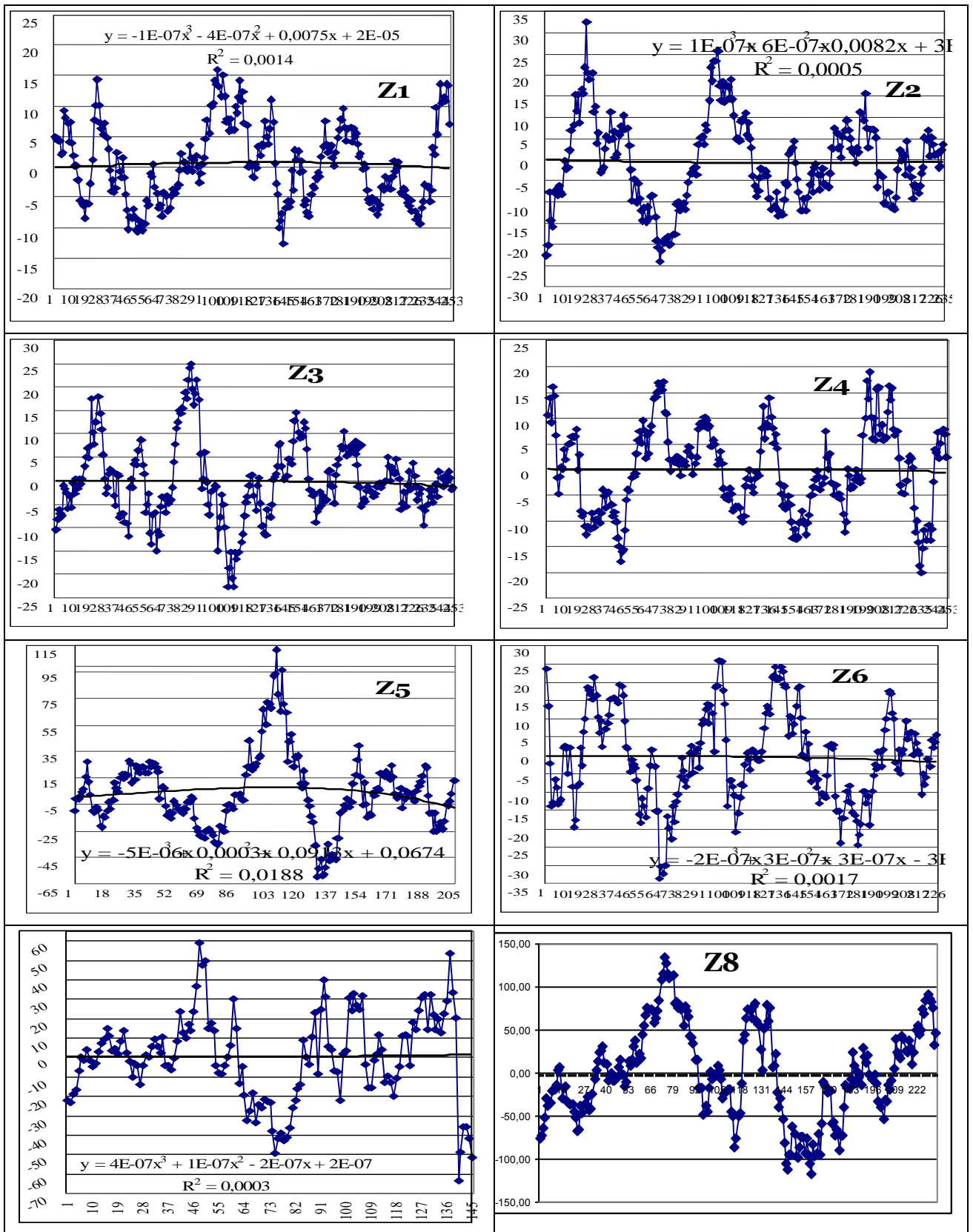


Рисунок 5.3 - Графіки відрізків $Z_1' - Z_8'$ з видаленим трендом
 ЧР Z цін на ЗОЛОТО

Видалення тренду, природно, погіршує прояв трендостійкості. Зменшення показника Херста для відрізків $Z_1 - Z_8$ ЧР Z не перевищує 0,089, що за умови припущення відносно деякого завищення значень при $0,5 < H < 1$ [208] можна розглядати як похибку. Значне зниження показника Херста для ЧР Z (на 0,223) та непропорційне зменшення для відрізків $Z_1 - Z_8$ можна пояснити видом тренду (квадратичного), який було видалено.

В результаті застосування алгоритму A_2 - методу послідовного R/S -аналізу та алгоритму A_3 отримана нечітка множина глибини пам'яті та центр тяжіння для кожного відрізка $Z'_1 - Z'_8$ ЧР ціни на золото та для часового ряду Z в цілому. Зведені результати фрактального аналізу представлені в табл. 5.7.

Таблиця 5.7 – Зведені результати послідовного R/S -аналізу для динаміки ЧР Z ціни на золото та його відрізків $Z_1 - Z_8$.

Відрізок часового ряду	H	Довжина ЧР n	max	min	Розмах	$l_{\ddot{o}\delta}$	$l_{\times\zeta}$	Історична волатильність $\sigma_{\ddot{z}\delta}$, %
Z	0,961	1579	1023,5	277,8	745,7	18,08	10	1,21
Z_1	0,935	253	348,5	277,8	70,7	16,97	9	0,71
Z_2	0,907	235	398,1	319,75	78,35	17,89	7	1,25
Z_3	0,888	254	452	373,5	78,5	15,94	7	0,83
Z_4	0,885	252	497,3	411,5	85,8	15,38	6	0,59
Z_5	0,922	209	725,75	494,4	231,35	18,15	8	2,67
Z_6	0,930	229	691	568,25	122,75	18,59	9	0,79
Z_7	0,927	145	1023,5	672,75	350,75	18,24	10	2,42
Z_8	0,902	233	989,00	712,50	276,5	18,36	10	2,13

Як видно з табл. 5.7 показник історичної волатильності $\sigma_{\ddot{z}\delta}$ відрізків ЧР природно пов'язаний із розмахом значень

ЧР: за умови трендостійкості великий розмах значень ЧР досягається за рахунок їх стрімких змін, що збільшує значення історичної волатильності.

На відміну від значення історичної волатильності середня характеристика глибини пам'яті - $l_{\delta\delta}$ (центр тяжіння нечіткої множини пам'яті ЧР) для всіх відрізків майже постійна. Це підтверджує фрактальну природу ЧР Z ціни на золото. Нагадаємо, розглядається ЧР поденних цін на золото. Оскільки центр тяжіння нечіткої множини пам'яті ЧР $Z_1 - Z_8$ дорівнює від 15 до 18 днів, то це означає, що в середньому на прийняття рішень на ринку золота інформація впливає на протязі 2,5 - 3 тижнів. Проте найчастіше значення інформації губиться вже на початку або в середині нового тижня.

Типові для ЧР $Z_1 - Z_8$ R/S -траєкторія та H -траєкторія (що належать ЧР Z_8) представлено на рис. 5.4. Приклад нечіткої множини глибини пам'яті ЧР Z_8 представлено на рис. 5.5.

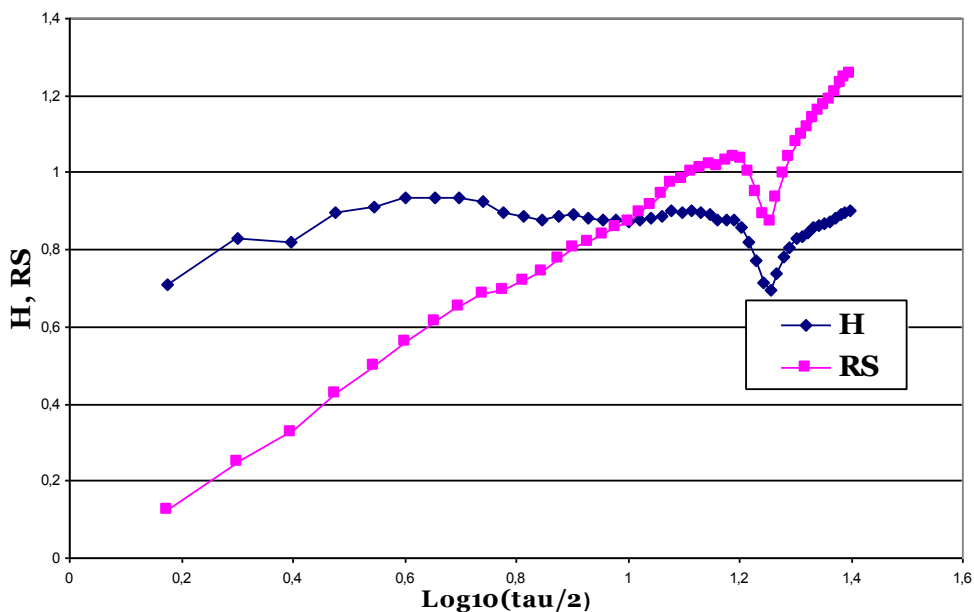


Рисунок 5.4 – R/S -траєкторія та H -траєкторія ЧР Z_8

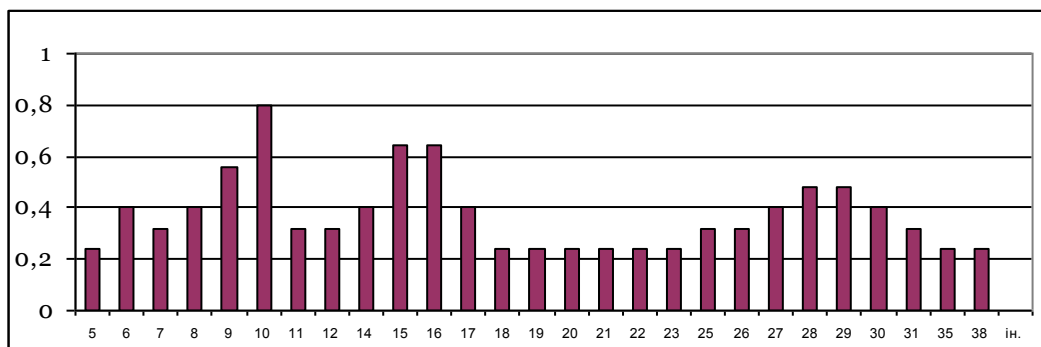
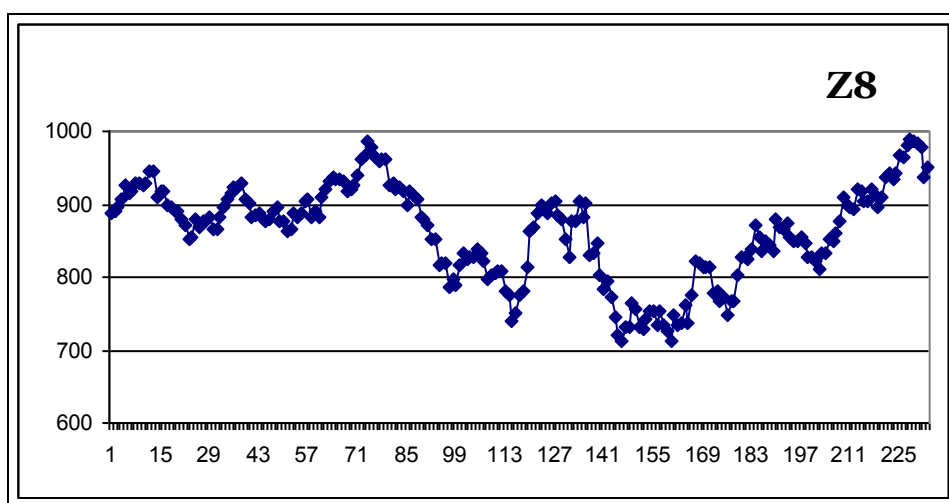
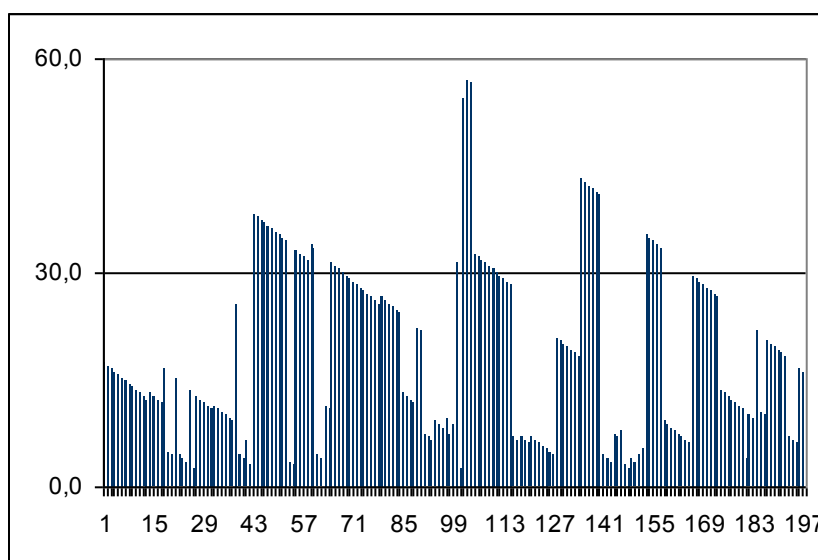


Рисунок 5.5 – Гістограма нечіткої множини пам'яті $L(Z_8)$ відрізка ЧР Z_8 ціни на золото, $l_{\text{од}} = 18,36$, $l_{\times\zeta} = 10$



а)

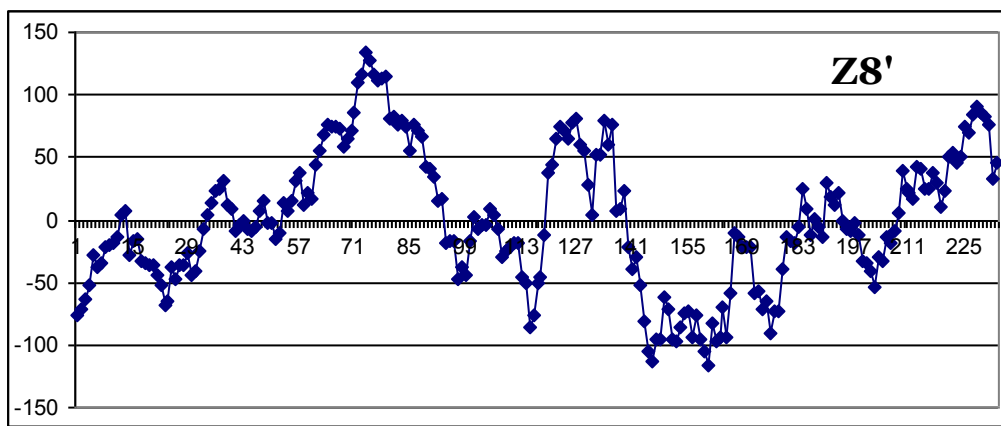


б)

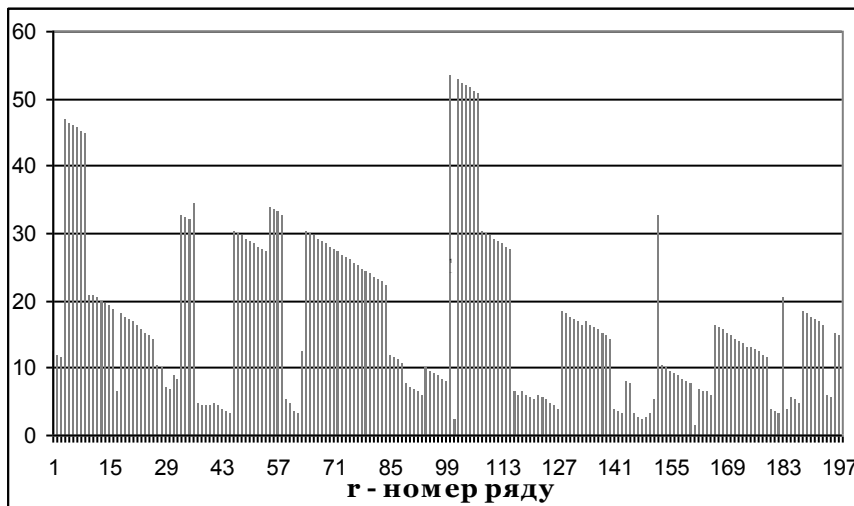
Рисунок 5.6 - а) ЧР Z_8 ; б) графічне представлення динаміки вичерпання глибини пам'яті про початок ряду сімейства $Z^r \in S(Z_8)$ для $r = \overline{1,197}$

На рис. 5.6 представлена динаміка вичерпання глибини пам'яті (а) про початок ряду із сімейства $Z' \in S(Z_8)$, що отримана в результаті застосування алгоритму A_2 послідовного R/S -аналізу до (б) вихідного ЧР Z_8 для $r = \overline{1,197}$.

На рис. 5.7 представлена аналогічна динаміка вичерпання глибини пам'яті про початок (відрізку) ряду для ЧР Z'_8 (з видаленим трендом) для $r = \overline{1,197}$.



а)



б)

Рисунок 5.7 - а) ЧР Z'_8 (з видаленим трендом); б) графічне представлення динаміки вичерпання глибини пам'яті про початок ряду сімейства $Z' \in S(Z'_8)$ для $r = \overline{1,197}$

Максимальні та мінімальні рівні динаміки вичерпання пам'яті про початок ряду сигналізують про зміну знаку приросту $z_{i+1} - z_i$ значень ряду на протилежний.

Визначення нечітких множин пам'яті $L(Z_k)$, $k = \overline{1,8}$ відрізків $Z_1 - Z_8$ ЧР Z та отриманих в результаті процедури дефазифікації відповідних їм значень $l_{\dot{o}\dot{o}}$ (центра тяжіння НМ) і $l_{\times\zeta}$ (значення глибини пам'яті, що зустрічається найчастіше) надає інформацію для визначення параметрів методу прогнозування. У даному випадку величину глибини (тобто горизонту) прогнозу рекомендовано обирати в проміжку, що не перевищує значення центра тяжіння та значення глибини пам'яті, яке найчастіше зустрічається в нечіткій множині глибини пам'яті: $h < l^* \leq l^{**}$, $l^* \leq l^{**}$, $l^*, l^{**} \in \{l_{\dot{o}\dot{o}}, l_{\times\zeta}\}$. Чим більше відрізняються значення $l_{\dot{o}\dot{o}}$ та $l_{\times\zeta}$, тим менше можна довіряти результату прогнозування. Для відрізків ЧР Z , що досліджувалися, різниця між центром тяжіння та значенням глибини пам'яті, яке зустрічається найчастіше в нечіткій множині глибини пам'яті, найбільша для відрізка Z_5 . Зауважимо, що цьому ж відрізку відповідає найбільше значення показника історичної волатильності $\sigma_{\text{нв}}$.

На закінчення аналізу результатів дослідження часових рядів цін на дорогоцінні метали сформулюємо наступні, на наш погляд, важливі висновки щодо вибору адекватних розглянутим ЧР методів прогнозування.

Виявлення фрактальної природи ринку дорогоцінних металів суперечить гіпотезі ефективного ринку, остаточною формалізація якої належить Фаме [367] та всім кількісним моделям, які з неї випливають. До них відносяться цінова модель Блека-Шоулса [368], арбітражна цінова теорія (АРТ) Росса [369] та інші чисельні моделі, які передбачають

нормальний розподіл та/або скінченну дисперсію. Наявність статистики Херста в ЧР цін на дорогоцінні метали негативно впливає на результати застосування економетричних методів. Ефект довгострокової пам'яті знецінює економетричні моделі та пояснює незадовільні результати прогнозування на їх базі.

5.4 Фазовий аналіз часових рядів цін на дорогоцінні метали

Розглянемо результати фазового аналізу ЧР ціни на золото Z . При проведенні фазового аналізу часових рядів будемо розглядати розбиття ЧР Z на 8 відрізків: $Z_1 - Z_8$, з яких видалимо детерміновану складову - тренд. У результаті отримаємо відрізки $Z'_1 - Z'_8$ ЧР ціни на золото без трендів.

Для кожного відрізка $Z'_k, k = \overline{1,8}$ побудуємо його фазовий портрет(ФП) $\Phi_2(Z'_k) = \{(z'_i, z'_{i+1})\}, k = \overline{1,8}$ у двовимірному фазовому (лаговому) просторі (див. рис. 5.8).

Візуалізація цих ФП свідчить про циклічну природу розглянутого ЧР Z . Для одержання числових і якісних характеристик цієї циклічності використаємо фазовий аналіз, який полягає в розкладанні фазового портрету ЧР на квазіцикли, якісний та частотний (кількісний) аналіз довжин квазіциклів, аналіз траєкторій руху центрів квазіциклів та його метричних характеристик (площі, напівпериметрів).

На рис. 5.9 представлено квазіцикли, на які розкладається фазовий портрет перших $n=162$ рівнів відрізка Z'_1 (на рис. 5.7). Квазіцикли C_r цього розкладання перенумеровані індексом $r = 1, 2, \dots, m$, де $m = 26$.

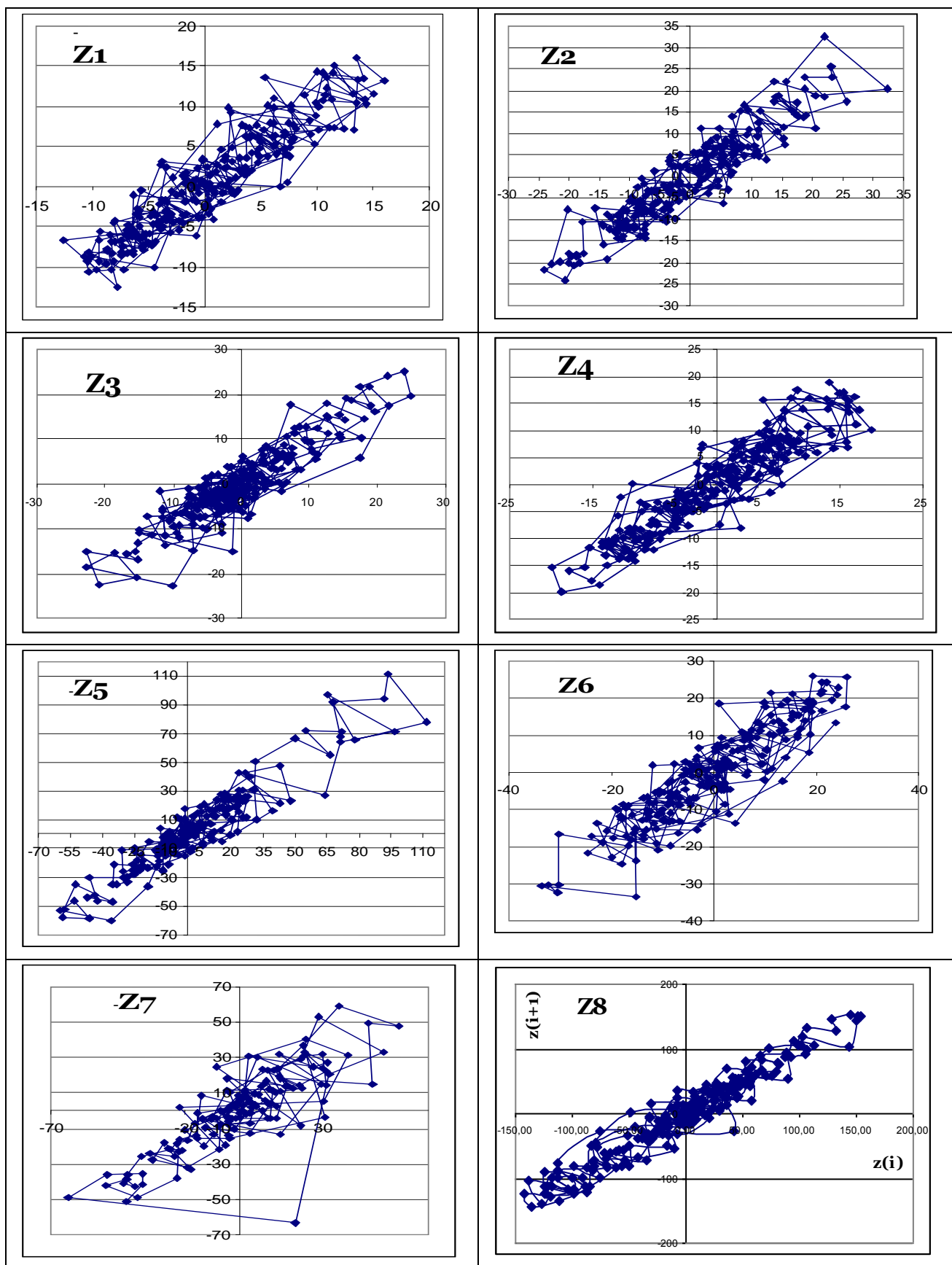


Рисунок 5.8 – Фазові портрети $\Phi_2(Z'_k)$, $k = \overline{1,8}$ відрізків $Z'_1 - Z'_8$ часового ряду Z з видаленим трендом

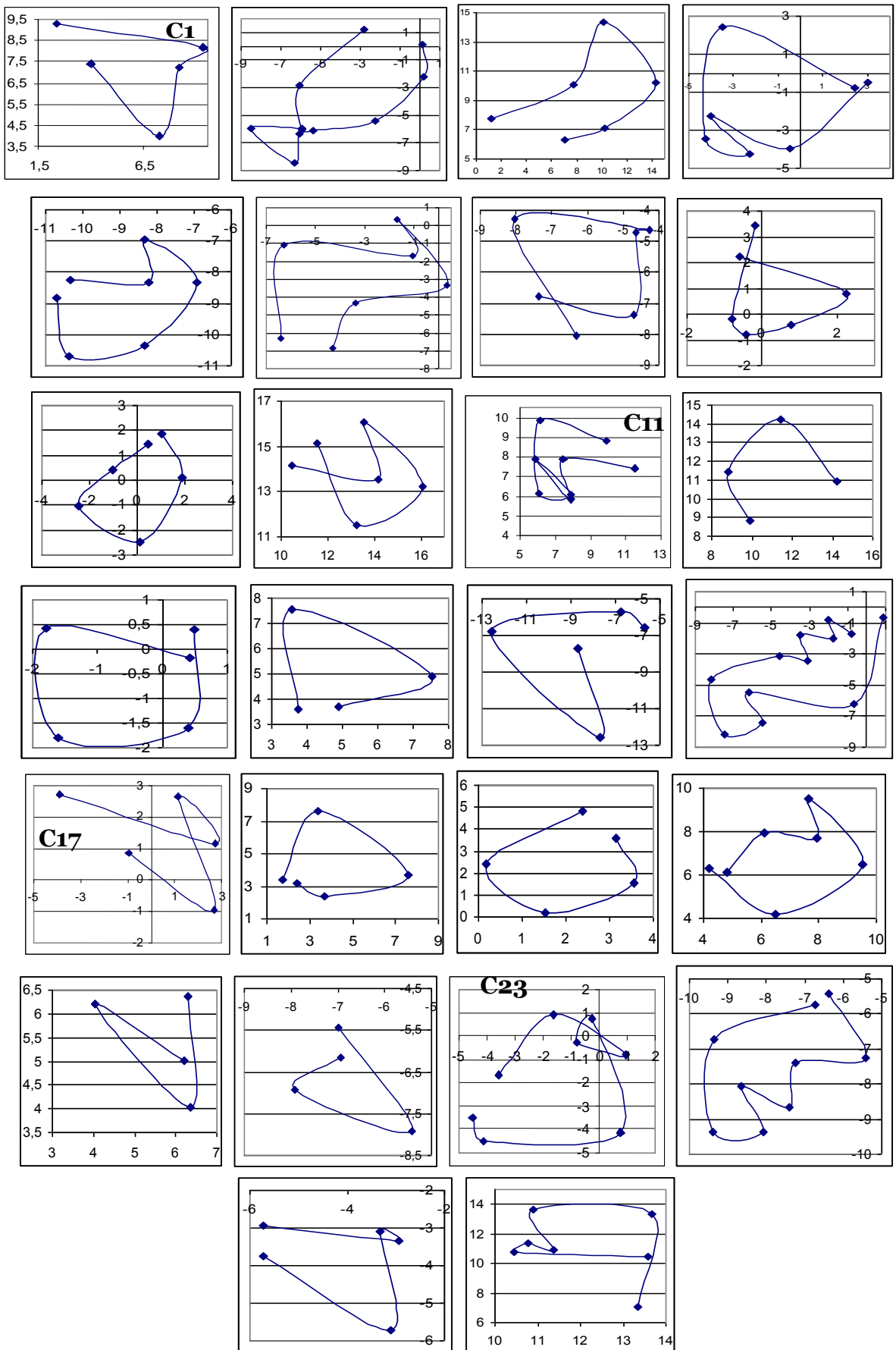


Рисунок 5.9 – Перші 26 квазіциклів C_r , $r=1,26$ фазового портрету $\Phi_2(Z_1)$ часового ряду Z_1

На рис. 5.10 приведено гістограму розподілення частот $h(l)$ появи квазіциклів C_r , $r = \overline{1,38}$ довжини l в розкладанні фазового портрета $\Phi_2(Z_1')$ часового ряду Z_1' ціни на золото (з видаленим трендом), представленою на рис. 5.7.

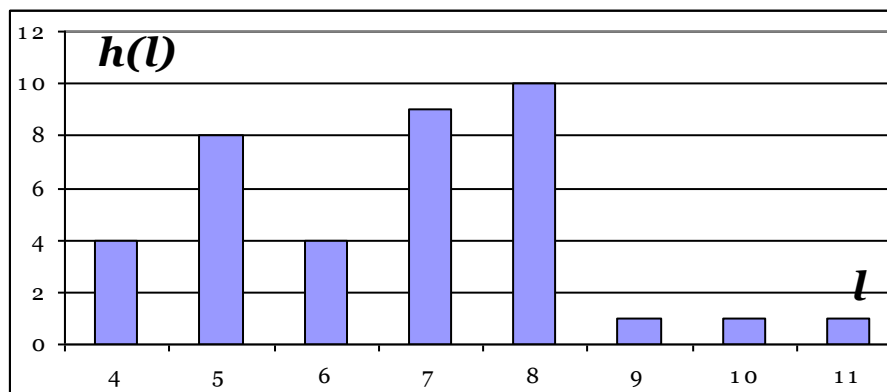


Рисунок 5.10 – Гістограма розподілення частот $h(l)$ довжин l квазіциклів C_r , $r = \overline{1,38}$ ЧР Z_1'

Найбільше значення частоти $h(l)$ відповідає довжині $l = 8$. При порівнянні з результатами фрактального аналізу виявлено: отримана довжина квазіциклів, що найчастіше зустрічаються, у два рази менша за значення центра тяжіння нечіткої глибини пам'яті, яку отримано за допомогою методу послідовного R/S -аналізу. Це цілком узгоджується із твердженням, що ЧР зберігає пам'ять ще деякий час після закінчення квазіциклу (див. п.2.6).

Середню довжину квазіциклів розглянутого ЧР W представимо через значення центру ваги НМ

$$l_{\delta\delta} = \left(\sum_{l=9}^{14} l \cdot h(l) \right) / \left(\sum_{l=9}^{14} h(l) \right) = \frac{253}{38} \approx 6,7. \text{ Це значення вказує на}$$

те, що коливання ціни у середньому відбувається на протязі півтора тижня.

Зауважимо, що більшість квазіциклів на рис. 5.9 самоперетинаються. Це свідчить про деякі короткострокові

незначні коливання ціни, що можуть бути пов'язані з кон'юнктурою ринку або слабкими сигналами фундаментального характеру (економічного або політичного походження) [288]. Проте значної зміни у напрямі руху ціни не відбувається. Такий випадок означає те, що ціна попадає у область «джокера» [238].

На рис. 5.11 а) та б) представлено динаміку відповідно довжини та амплітуди квазіциклів для ЧР Z (за весь період) без урахування дії джокера.



а)



б)

Рисунок 5.11 – Динаміка а) – амплітуди квазіциклів ЧР Z та б) – довжини квазіциклів без урахування дії «джокера»

Гістограма розподілення частот $h(l)$ довжин l квазіциклів ЧР Z представлена на рис. 5.12.

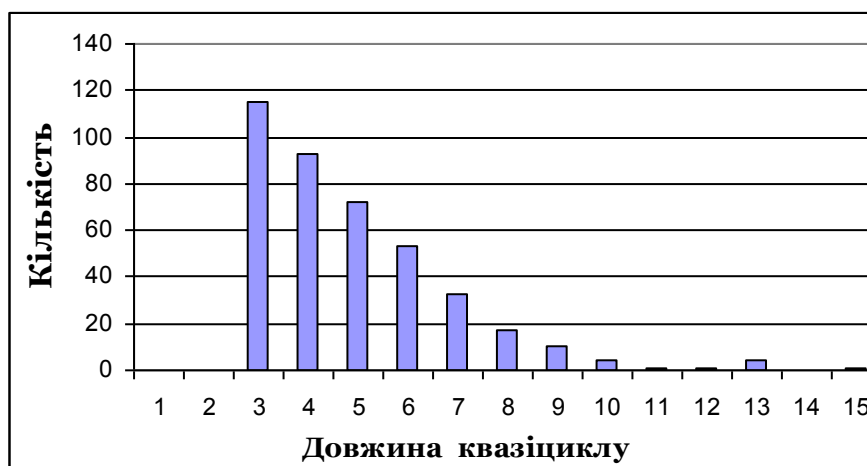


Рисунок 5.12 – Гістограма розподілення частот $h(l)$ довжин l квазіциклів C_r , $r = \overline{1,404}$ ЧР Z без урахування дії «джокера»

При цьому центр тяжіння довжин квазіциклів має значення $l_{\text{од}} = 4,9 \approx 5$, а найбільш часто зустрічаються цикли довжиною $l_{\times\zeta} = 3$. Це свідчить про значну кількість незначних коливань ціни. На рис. 5.13 представлено типові квазіцикли ЧР Z : на рис. 5.13 а) – без сліду «джокера», а на рис. 5.13 б) з таким слідом.

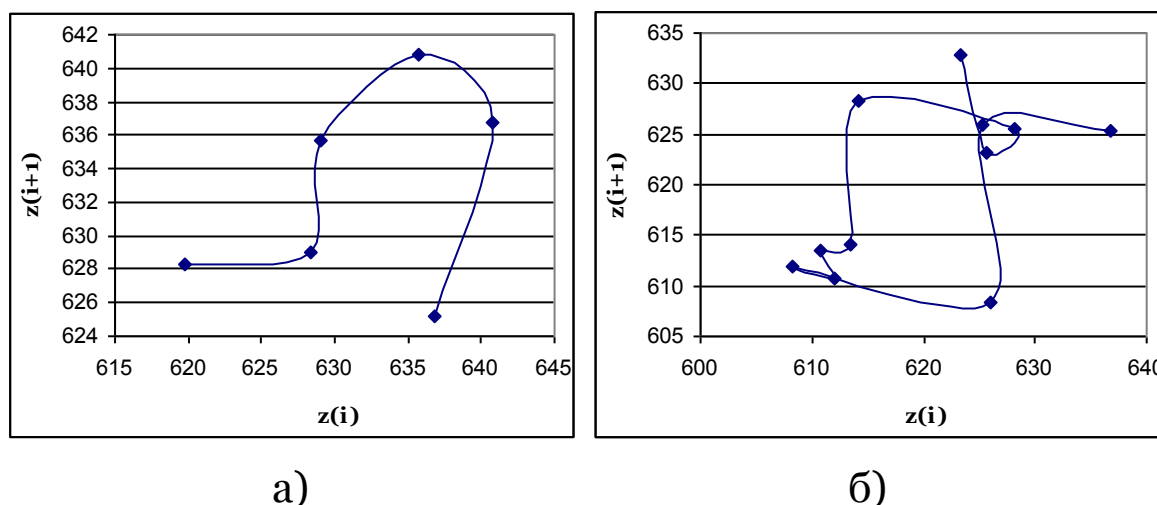


Рисунок 5.13 – Типові квазіцикли ЧР Z а) без «джокера», б) із «джокером»

Урахування дії «джокера» при аналізі квазіциклів змінює загальну картину поведінки ЧР. На рис 5.14 представлена динаміка довжини квазіциклів ЧР Z з урахуванням дії «джокера».

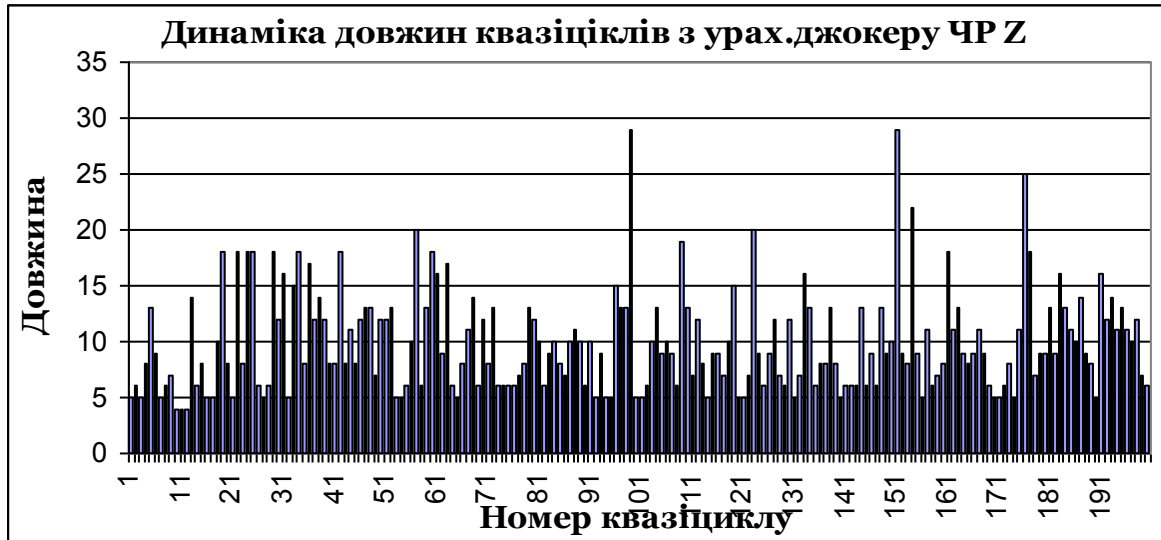


Рисунок 5.14 – Динаміка довжин l квазіциклів C_r , $r = \overline{1,200}$ ЧР Z з урахуванням дії «джокера»

При порівнянні рис. 5.11 б) та рис. 5.14 видно, що урахування «джокера» призводить до зменшення кількості квазіциклів у два рази. При цьому, зрозуміло, збільшується їх довжина. Гістограма розподілення частот $h(l)$ довжин l квазіциклів ЧР Z з урахуванням дії «джокера» представлена на рис. 5.15. Центр тяжіння довжин квазіциклів у даному випадку має значення $l_{\text{од}} = 9,9 \approx 10$, а найбільш часто зустрічаються цикли довжиною $l_{\text{хс}} = 6$, що підтверджує отримані вище результати.



Рисунок 5.15 – Гістограма розподілення частот $h(l)$ довжин l квазіциклів $C_r, r = \overline{1, 200}$ ЧР Z з урахуванням дії «джокера»

Аналіз фазового портрета $\Phi_2(Z)$ ЧР Z та його відрізків ($\Phi_2(Z_1) - \Phi_2(Z_8)$) також дозволяє прослідити траєкторію руху центрів габаритних прямокутників квазіциклів (див. п. 2.4). На рис. 5.16 представлено траєкторія руху центрів габаритних прямокутників квазіциклів ФП $\Phi_2(Z'_8)$ відрізка ЧР Z'_8 (без тренду) у фазовому просторі.

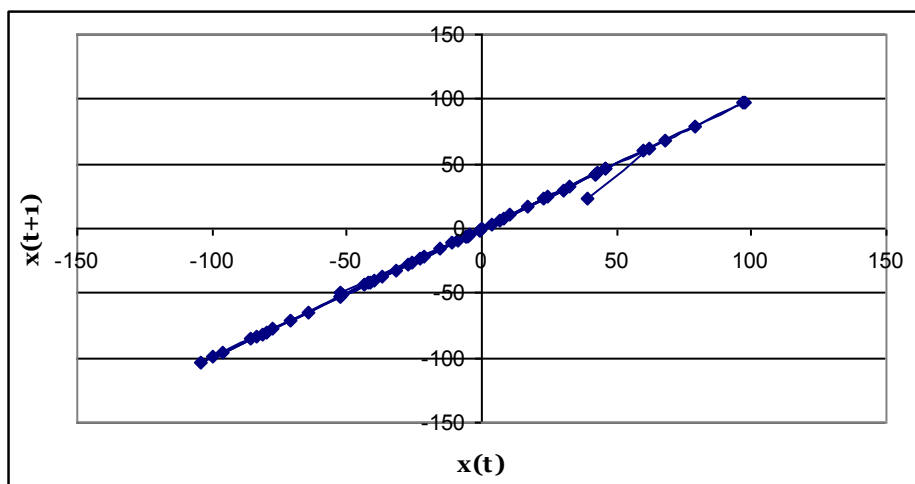


Рисунок 5.16 – Графічне представлення траєкторії руху центрів габаритних прямокутників квазіциклів ЧР Z'_8 у фазовому просторі

Результати, які отримано в результаті фазового аналізу, доповнюють інформацію щодо досліджених ЧР. Разом ці нові знання про динаміку ціни на золото стають основою для вибору методу прогнозування.

У результаті дослідження ЧР цін на золото ми дійшли висновку, що даний ЧР Z , як і кожен з його відрізків $Z'_1 - Z'_8$ мають довгострокову пам'ять. Це означає наявність зв'язку між рівнями ЧР, тобто відсутність незалежності спостережень, що складають ЧР. Крім того, у характері поведінки ЧР проявляється хаотичність, вони не підпорядковуються нормальному закону розподілу, не мають сезонного компонента тощо. Тому застосування класичних (статистичних) методів прогнозування щодо них призводить до незадовільних результатів.

Природним висновком з цього є потреба у застосуванні таких принципово нових моделей і методів прогнозування, у яких «заважаючий» (у зазначеному вище змісті) фактор довгострокової пам'яті стає таким, що «допомагає». До таких методів належить метод прогнозування, що базується на моделі клітинного автомату (див. розділ 3), а також різні гібридні методи, що побудовано на базі фазового аналізу, клітинного автомата, генетичного алгоритму та нейронних мереж [131, 140, 141, 149, 203]. Розглянемо реалізацію одного з таких методів.

5.5 Прогнозування ціни на золото із застосуванням генетичного алгоритму на базі моделі клітинного автомата та нейронної мережі

З метою прогнозування ціни на золото розглянемо конструктивну реалізацію одного з нових підходів до прогнозування еволюційних процесів на базі використання ідей штучного інтелекту (штучні нейронні мережі) і

генетичних алгоритмів, які, зокрема, можуть бути реалізовані на базі клітинних автоматів (див. пп. 1.2.3, 1.2.4 та розділ 3).

Пропонований метод прогнозування у системній єдності містить процес моделювання довгострокової пам'яті розглянутого ЧР, завершується одержанням прогнозу та включає валідацію - оцінювання похибки результату. Опис методу складається з наступних шести етапів.

Етап 1 – використання статистичних методів [14, 241, 258] і візуалізація для попереднього аналізу даного ЧР на предмет виявлення наявності або відсутності важких хвостів [198], трендів, циклічних або сезонних компонентів та ін.

Етап 2 – фрактальний аналіз даного ЧР з метою встановлення в ньому довгострокової пам'яті, включаючи оцінку її глибини, а також виявлення в поведінці ЧР таких характеристик і тенденцій, як трендостійкість або, навпаки, хаотичність, персистентність або антиперсистентність [208] та ін. Обчислювальна частина фрактального аналізу базується на алгоритмі A_2 послідовного R/S -аналізу (див. пп. 2.2 та 2.3).

Етап 3. Перетворення даного ЧР у лінгвістичний часовий ряд (ЛЧР) з метою забезпечення можливості побудови та застосування спеціального генетичного алгоритму (СГА), що працює з комбінаторними конфігураціями, які становлять структуру ЛЧР, W -термножина отриманого ЛЧР.

Етап 4 - побудова обумовленої даним ЛЧР генетичної пам'яті клітинного автомата (ПКА) складається з підетапів α_k , $k = 1, 2$:

α_1 – формування множини M всіх l -конфігурацій, що містяться в отриманому ЛЧР, $l = 1, 2, \dots, L$, де L - глибина пам'яті цього ЛЧР;

α_2 – обчислення частот і частостей переходів l -конфігурацій з M у стани - терми з W .

Етап 5. - формування прогнозу для розглянутих ЧР і ЛЧР складається із двох під етапів α_k , $k = 3, 4$, які реалізують «м'які обчислення» СГА на базі побудованої ПКА:

α_3 – одержання прогнозу у вигляді нечіткої лінгвістичної множини (НЛМ);

α_4 – перетворення НЛМ у числову НМ, що при необхідності за допомогою процедури дефазифікації можна перетворити в чіткий числовий прогноз.

Етап 6 - валідація, тобто одержання оцінок похибки отриманого прогнозу для вихідних ЧР і ЛЧР.

Для прогнозування ціни на золото використаємо останній відрізок ЧР Z - ЧР Z_8 (графік ЧР Z з розбиттям на відрізки представлено на рис. 3.5 у п. 3.2.3). При цьому поділимо його на дві частини: базовий ($Z_8^{\hat{a}\hat{a}\hat{c}}$ - з 01.04.08 по 20.01.09) та відрізок для валідації прогнозу ($Z_8^{\hat{a}\hat{a}\hat{e}\hat{a}}$ - з 21.01.09 по 27.02.09). Результати етапів 1 та 2 викладено вище, тому зупинимося більш докладно на етапах 3, 4 та 5, які мають безпосереднє відношення до роботи генетичного алгоритму.

Етап 3 починає свою роботу з експертної процедури формування терм-множини W . Для ЧР $Z_8^{\hat{a}\hat{a}\hat{c}}$ ціни на золото обрано терм-множину $W = \{u\} = \{\hat{A}\hat{I}, H, C, B, \hat{A}\hat{A}\}$, де ДН ($H, C, B, \hat{D}\hat{B}$) означає дуже низьку (низьку, середню, високу та дуже високу) ціну. У результаті застосування спеціального алгоритму лінгвістичної класифікації на базі квазістатистики (див. п.3.2.3) до ЧР $Z_8^{\hat{a}\hat{a}\hat{c}}$ на виході етапу 3 одержуємо ЛЧР $\langle U : u_i, i = 1, 2, \dots, n \rangle$, у якого елементи приймають значення з цієї терм-множини, тобто

$u_i \in W$, $i = \overline{1, n}$ (графічне представлення результату див. на рис. 3.12).

Зауваження 5.1. Замість терміна ЛЧР можна використати термін «інтервальний ЧР», тому що кожний елемент $u \in W$ представляє собою певний інтервал з відрізка $[y', y'']$, де $y' = \min_{1 \leq i \leq n} y_i$, $y'' = \max_{1 \leq i \leq n} y_i$.

Зауваження 5.2. У термінах генетичних алгоритмів побудова терм-множини W означає дискретизацію області значень елементів розглянутого ЧР. Одержуваний ЛЧР можна назвати символною моделлю генетичного алгоритму, тобто етапи 3, 4 та 5 представляють собою деяку реалізацію ідеї генетичного алгоритму. При цьому елементи терм-множини W відповідають нуклеотидам, з яких будується нитка ДНК.

Використовуваний на етапі 4 термін « l -конфігурація» означає відрізок ЛЧР, що складається з l його елементів. Наприклад, якщо із ЛЧР U виділити його 4-елементний початок $u_1 u_2 u_3 u_4 = SBCB$, то при $l = 2$ в ньому має місце два входження 2-конфігурації CB і одне входження 2-конфігурації BC . На етапі 4 для кожної l -конфігурації з M розглядаються всі її входження в даний ЛЧР U . Нехай одне з таких входжень має вигляд $u_i u_{i+1} \dots u_{i+l-1}$, $i+l \leq n$, після якого розташований елемент u_{i+l} , що дорівнює деякому елементу $u^0 \in W$. У цьому випадку говоримо, що має місце перехід розглянутої l -конфігурації в стан $u_{i+l} = u^0$. Якщо для кожного входження у ЛЧР ця конфігурація переходить в один і тільки один стан, то говоримо, що ця l -конфігурація має пам'ять. У побудованій на етапі 4 ПКА кожна l -конфігурація з пам'яттю має частість, рівну одиниці. Серед усіх l -конфігурацій з пам'яттю (їхню підмножину позначаємо M^0) виділяємо ту, котра має найбільшу

довжину $l = L$; число L називається глибиною пам'яті даного ЛЧР. Якщо l -конфігурація належить підмножині ($M \setminus M^0$), то на етапі 4 для неї обчислюються частоти її переходів у стани $u \in W$. Графічне представлення пам'яті клітинного автомата для ЧР $Z_8^{\hat{a}\hat{a}\hat{c}}$ розміщено у Додатку 3. На рис. Д.3.1 – Д.3.5 пам'ять клітинного автомата представлена у вигляді дерева, коренем якого є вершина, яка відповідає початковому стану l -конфігурацій з пам'яттю з M . Кожна гілка дерева зображує відповідну l -конфігурацію.

Зауваження 5.3. У контексті основних положень еволюційної теорії, на якій базується ідея генетичних алгоритмів (див. п. 1.2.4 та [129]), відзначимо, що кожна l -конфігурація з M відповідає поняттю «ген». Таким чином, вся сукупність генетичних ознак ЛЧР кодується за допомогою $m = |M|$ «генів».

У процесі реалізації етапу 5 виходить прогнозне значення u_{n+1} у вигляді НЛМ $\bar{W}_{n+1} = \{(u, \mu(u))\}, u \in W$, де $\mu(u)$ - функція приналежності терму u даній НМ. У зазначеному вище випадку прогнозування ціни на золото цей прогноз має вигляд

$$W_{n+1} = \{(DH, \mu(DH)), (H, \mu(H)), (C, \mu(C)), (B, \mu(B)), (DB, \mu(DB))\}.$$

На вхід алгоритму формування прогнозного НЛМ \bar{W}_{n+1} , тобто на вхід етапу 5 подається заключний відрізок $U(n, L) = u_{n-L+1}u_{n-L+2} \dots u_n$ ЛЧР U і разом із цим базовим відрізком подаються значення частостей переходів усіх l -конфігурацій, що становлять розглянутий відрізок $U(n, L)$. Ці частоти, що принципово важливо, обчислені на підставі всіх l -конфігурацій, які становлять множину M , тобто вони відображають довгострокову пам'ять розглянутих ЧР $Z_8^{\hat{a}\hat{a}\hat{c}}$ та ЛЧР U .

На зазначених вище етапах 3, 4, 5 та 6 будується штучна нейронна мережа (ШНМ), орієнтована на задачу прогнозування. Для одержання цієї ШНМ до зазначених етапів 1-6 залишається приєднати сьомий - «етап навчання». По суті етапи 3-5 у термінах [129] уже самі по собі реалізують «навчання ШНМ без вчителя», коли «вчителем» мережі стають самі дані, точніше, наявні в них залежності й закономірності.

Пропонована авторами ШНМ по суті представляє собою симбіоз структурної мережі Хопфілда [129] та модифікованої одонеуронної мережі [129]. Що стосується пропонованого принципу навчання ШНМ, то його ідея базується на відомому «методі зворотного поширення помилки» [129], запропонованого Румельхартом. При цьому настроювання вагових коефіцієнтів ШНМ здійснюється за допомогою генетичного підбора параметрів, реалізованого відповідно до схеми, опис якої можна знайти в [73, 129].

У результаті застосування описаного вище методу для прогнозування ЧР ціни на золото за даними ЧР $Z_8^{\hat{a}a\hat{c}}$ валідація на етапі 6 (із застосуванням ЧР $Z_8^{\hat{a}\hat{e}\hat{z}\hat{a}}$) виявила 98% збіг прогнозних даних у термінах НЛМ а середня відносна похибка прогнозу не перевищувала 15% у термінах числових НМ). Шляхами покращення результатів прогнозування при застосуванні пропонованих моделей та методу, очевидно, можуть бути: по-перше, залучення експертів до визначення необхідно «чутливої» шкали для використання на етапі перетворення вихідного числового ЧР в ЛЧР; по-друге, розвиток в частині розробки ефективного алгоритму навчання для ШНМ та урахування дії можливих зовнішніх збурень.

Таким чином, викладений підхід до прогнозування дискретних еволюційних процесів, що представляються ЧР, базується на використанні математичного апарата дискретної нелінійної динаміки: R/S -аналізі ЧР, генетичних алгоритмах, моделі клітинного автомату і нейронних мереж.

РОЗДІЛ 6.

ЗАСТОСУВАННЯ ФРАКТАЛЬНОГО ТА ФАЗОВОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ МІКРОЕКОНОМІЧНИХ ПРОБЛЕМ

6.1 Методи нелінійної динаміки для оцінки ступеня вірогідності інформації, що надається платником податків

Предметом дослідження є інформація, яка надається платником податків. Пропонується модель контролю вірогідності цієї інформації. Модель базується на фрактальному аналізі часового ряду податкових відрахувань. Використовується також фазовий аналіз цього часового ряду.

У роботі податкових органів часто доводиться приймати рішення в умовах неповної інформації про фактичну обстановку. Неповнота й невизначеність інформації може виникати через дії двох сторін з незбіжними інтересами. Однією стороною є податковий орган (на місцевому, регіональному або державному рівні), а іншою - платники податків (організації або фізичні особи). Цим багато в чому пояснюється зацікавленість податкових органів у створенні програмних продуктів, здатних забезпечити кількісний та якісний аналіз декларацій, що надаються платниками податків, на предмет виявлення сумнівних декларацій для їхньої додаткової перевірки [41].

Як відзначено в [41], практика створення подібних програм на сьогоднішній день існує. В основу алгоритму таких програм покладено експертні рекомендації

досвідчених фахівців, які вміють за декількома специфічними ознаками визначити сумнівність тієї або іншої декларації.

Проблема ухиляння від сплати податків існує навіть у країнах з добре розвиненими, сформованими системами оподаткування, і тому вона широко обговорюється в економічній літературі.

Так Коуэлл і Гордон (Cowell, Gordon) [310] порівнюють різні доступні стратегії перевірок при зборі непрямого податку. Автори моделюють ухиляння від сплати податків у такий спосіб. Фірма-платник податку робить вибір між оподаткованою діяльністю на легальному ринку та діяльністю в тіньовому секторі економіки. Якщо проводиться перевірка фірми, та в результаті виявляється її діяльність у тіньовому секторі, то фірму зобов'язують сплатити відсутній податок і наказують штрафом.

Однією з можливих стратегій є випадкова перевірка будь-якої фірми з деякою фіксованою ймовірністю. Альтернативною політикою є прийняття рішень залежно від наявної інформації про кожного платника податків. Коуэлл і Гордон розглядають просту форму такої політики: ймовірність перевірки залежить від декларації за правилом «відсікання», тобто фірми, що декларують прибуток менше (не менше), ніж певна сума, завжди перевіряються (ніколи не перевіряються).

Чандер і Уайлд (Chander, Wilde) [308] розглядають взаємодію податкових інспекторів (аудиторів) і платників податків, беручи до уваги можливість корупції. У їхній моделі (яку надалі будемо називати CW-моделлю) платник податків має високий або низький прибуток з деякою ймовірністю й повинен платити податки залежно від реального прибутку.

Васін О.О. і Панова Е.І. [40] розглядають схожу модель із моделлю Чандера й Уайлда й вирішують аналогічне завдання порівняльного аналізу. Однак існують істотні розбіжності між цими підходами. У SW-моделі вважається, що ймовірність аудиторської перевірки визначається рівноважними, за Нешем, стратегіями гравців, у той час як ймовірність повторної перевірки фіксована (в дійсності, обидві ці величини контролюються керівництвом інспекції). У моделі [40] розглядаються оптимальні правила перевірки замість фіксованих ймовірностей при проведенні порівняльного аналізу чистого податкового збору залежно від розмірів штрафів і податкових ставок.

Такий підхід цілком виправданий, тому що правила перевірки змінюються легше, ніж ставки податків і штрафів, які встановлюються законодавчою владою.

У даному підрозділі роботі на додаток до зазначеного підходу й стосовно до вихідної інформації у вигляді часових рядів пропонується використовувати методи нелінійної динаміки [131,143,207,208].

На базі інструментарію нелінійної динаміки теоретично можлива побудова такої моделі, що дозволить спрогнозувати розмір податкового платежу на кінець звітного періоду. У випадку значної невідповідності між прогнозованим і фактичним розмірами виплати податків підприємством (убік зменшення другого), підприємство повинне бути піддане додатковій перевірці на факт вірогідності інформації, що воно представляє в податкові органи. Відзначимо, що такий підхід можливий тільки за умови адекватності побудованої прогнозної моделі й вірогідності відомостей, що надаються раніше в податкові органи.

Побудова адекватної прогнозної моделі, як правило, вимагає глибокого попереднього (передпрогнозного) аналізу досліджуваної системи. Як об'єкт дослідження виступають часові ряди (ЧР) спостережень за досить тривалий період часу (порядку 100 і більше спостережень). Передпрогнозний аналіз є одним з найважливіших етапів на шляху побудови адекватної прогнозної моделі. На його основі дослідник робить висновок про можливість побудови прогнозу для досліджуваної системи взагалі, а також може отримати очікувані оцінки точності цього прогнозу.

Передпрогнозний аналіз має на меті дослідження особливостей динаміки відповідного ЧР.

В межах окресленої вище проблеми метою подальшого викладу є здійснення порівняльного передпрогнозного аналізу динаміки (ЧР) показників виробничої діяльності підприємства (базового - ЧР обсягів відвантаженої продукції) і ЧР податкових платежів.

Як інструментарій для передпрогнозного аналізу пропонується використовувати алгоритм послідовного *R/S*-аналізу [131,136], а також фазовий аналіз часових рядів [141]. У випадку виявлення за допомогою цих методів у досліджуваній системі циклічності (стійкого збігу довжин квазіциклів), періодичності, оцінок довгострокової пам'яті, а також оцінки глибини пам'яті й т.д., можна переходити до другого етапу - прогнозуванню. Останнє може бути здійснено, наприклад, на базі алгоритму клітинного автомата [131].

Передпрогнозний аналіз проводився на прикладі конкретних статистичних даних одного із промислових підприємств м. Запоріжжя. Реальна «заводська» статистика може надати інформацію щодо значень шістьох показників

і відповідних їм часових рядів, для яких будемо використовувати наступні позначення:

- ЧР готової продукції (ГП)

$$Z^1 = \langle z_i^1 \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, n^1, \quad n^1 = 223; \quad (6.1)$$

- ЧР відвантаженої продукції (ВП)

$$Z^2 = \langle z_j^2 \rangle, \quad j = 1, 2, \dots, n^2, \quad n^2 = 234; \quad (6.2)$$

- ЧР податку на додану вартість (ПДВ)

$$Z^3 = \langle z_k^3 \rangle, \quad k = 1, 2, \dots, n^3, \quad n^3 = 94; \quad (6.3)$$

- ЧР податку на прибуток (ПП)

$$Z^4 = \langle z_l^4 \rangle, \quad l = 1, 2, \dots, n^4, \quad n^4 = 80; \quad (6.4)$$

- ЧР податку на прибуток з фізичних осіб (ППФО)

$$Z^5 = \langle z_m^5 \rangle, \quad m = 1, 2, \dots, n^5, \quad n^5 = 67; \quad (6.5)$$

- ЧР єдиного соціального податку (ЕСП)

$$Z^6 = \langle z_t^6 \rangle, \quad t = 1, 2, \dots, n^6, \quad n^6 = 228, \quad (6.6)$$

де z_ν^r - ν -ий за порядком рівень, $\nu \in \{i, j, k, l, m, t\}$, тобто числове значення результату ν -ого за порядком спостереження для r -го ЧР, $r = \overline{1, 6}$, тобто ЧР Z^r . Всі ЧР представляються показниками, які вимірюються в гривні, причому, ЧР ГП Z^1 (6.1) – за собівартістю товару, ЧР ВП Z^2 (6.2) – за відпускнуою ціною реалізованої продукції. При цьому ЧР ГП характеризує обсяг виробництва розглянутого підприємства, а ЧР ВП - обсяги реалізації.

Відзначимо, що представлені вище види податків (ПДВ, ПП, ППФО, ЕСП) обрано з усього переліку сплачуваних даним підприємством податків не випадково. Ці податки зобов'язані виплачувати всі без винятку підприємства, що підпадають під загальний режим оподаткування. Кожен з представлених вище податків нараховується за фіксованими процентними ставками та декларується в податкових органах, що в ідеалі, з огляду на вищевказаний взаємозв'язок між розглянутими рядами (6.1) - (6.6), припускає наявність загальних тенденцій і подоби в динаміці всіх цих ЧР. Проте, на практиці готова продукція - це не завжди реалізована (відвантажена) продукція. Частина її становить товарні запаси, тобто залишається на складі нереалізованою. А відвантажена продукція - це не завжди виторг, тому що іноді партнери по бізнесу виявляються не в змозі сплатити договірні зобов'язання в строк. До того ж трапляються ситуації, при яких сума до сплати за відвантажену продукцію (так звана дебіторська заборгованість) зависає на рахунках підприємства на тривалий строк, а іноді й не погашається зовсім.

Ризики [249], пов'язані з реалізацією продукції й погашенням дебіторської заборгованості на сьогоднішній день є такими, що найчастіше зустрічаються в реальному секторі економіки. Ці ризики впливають на динаміку розвитку всього підприємства, що знаходить своє відбиття й у часових рядах, які розглядаються.

Варто помітити, що аналіз представлених вище ризиків, прогнозування їх і управління ними [249] є ключовими як в управлінні сучасним підприємством, так і в ефективному плануванні роботи податкових органів.

На рис. 6.1 і 6.2 зображені діаграми відрізків ЧР ВП і ЧР ПДВ відповідно.

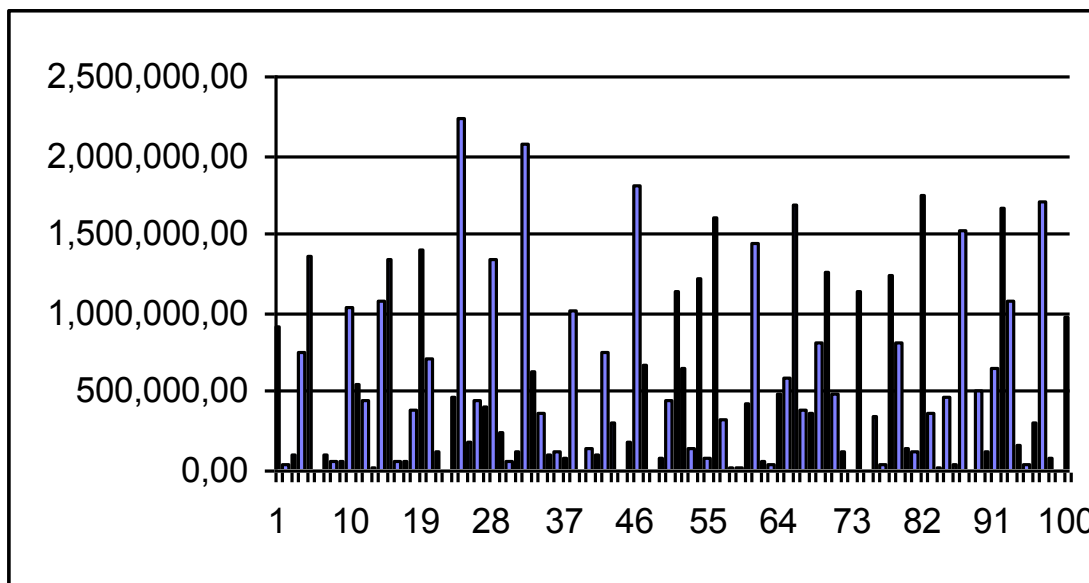


Рисунок 6.1 – Діаграма ЧР ВП Z^2 (6.2)

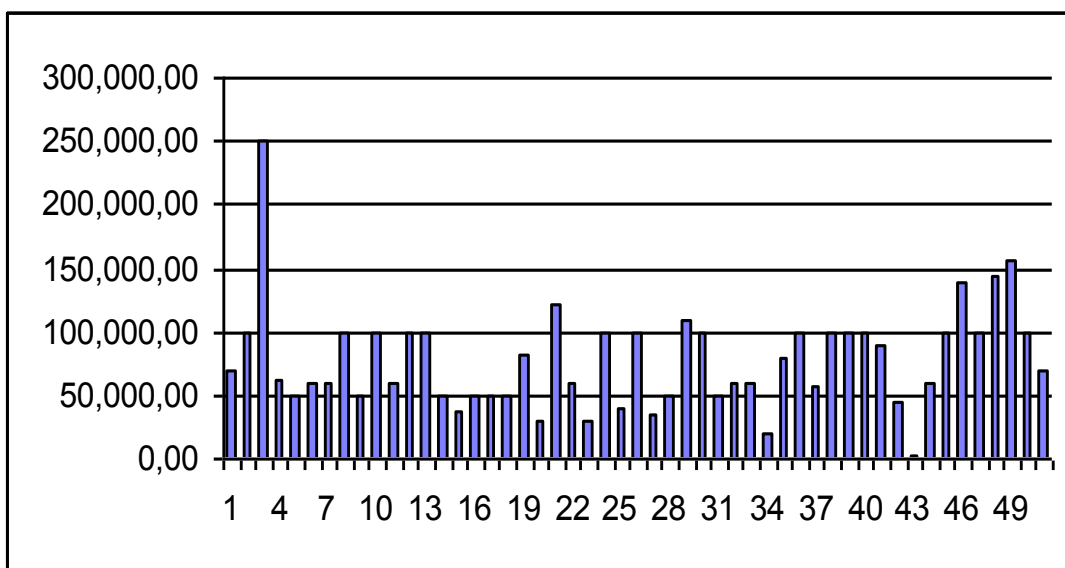
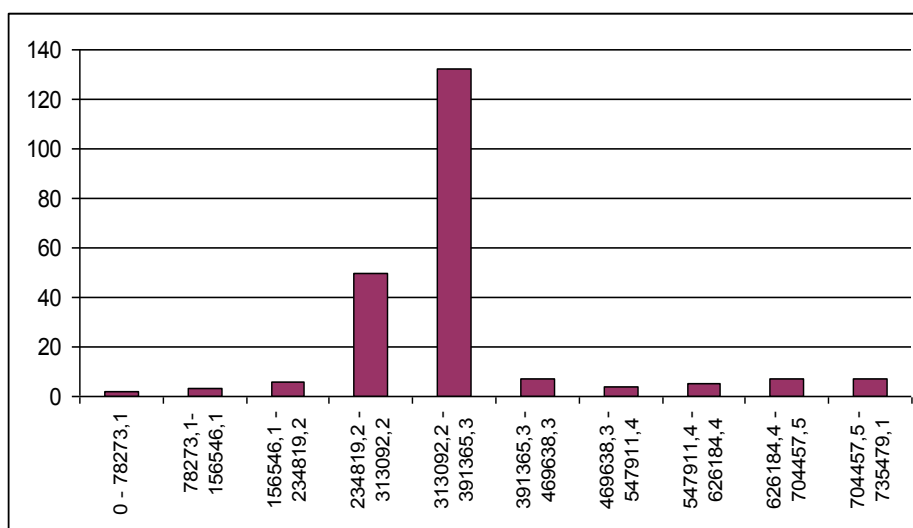


Рисунок 6.2 - Діаграма ЧР ПДВ Z^3 (6.3)

У результаті проведеного статистичного аналізу досліджуваних ЧР побудовано графіки емпіричних функцій розподілу випадкової величини рівнів розглянутих ЧР, отримані числові значення математичного очікування, дисперсії, СКВ, коефіцієнтів варіації, асиметрії й ексцесу. Всі отримані результати представлені в табл. 6.1 і на рис. 6.3 а) – 6.3 е).

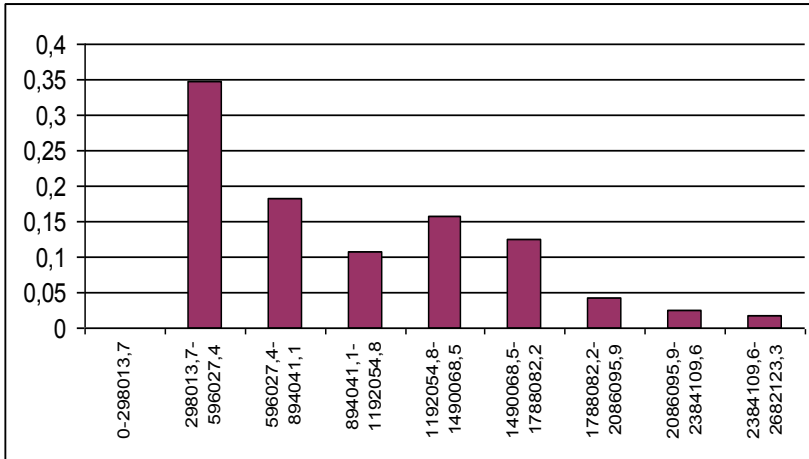
Таблиця 6.1 - Статистичні показники ризику
для ЧР (6.1)-(6.6)

	Математичне очікування	СКВ	Коефіцієнт варіації	Коефіцієнт асиметрії	Коефіцієнт ексцесу
ЧР ГП Z^1 (6.1)	354166,88	114546,17	0,3234	1,697	4,008
ЧР ВП Z^2 (6.2)	551855,31	613372,44	1,1115	1,1830	0,430
ЧР ПДВ Z^3 (6.3)	82254,73	53852,34	0,6547	2,0344	5,153
ЧР ПП Z^4 (6.4)	44247,93	36681,02	0,8290	1,5158	3,263
ЧР НДФЛ Z^5 (6.5)	42310,04	36596,21	0,8650	1,7090	3,541
ЧР ЕСП Z^6 (6.6)	35542,94	38078,31	1,0713	2,0623	5,688

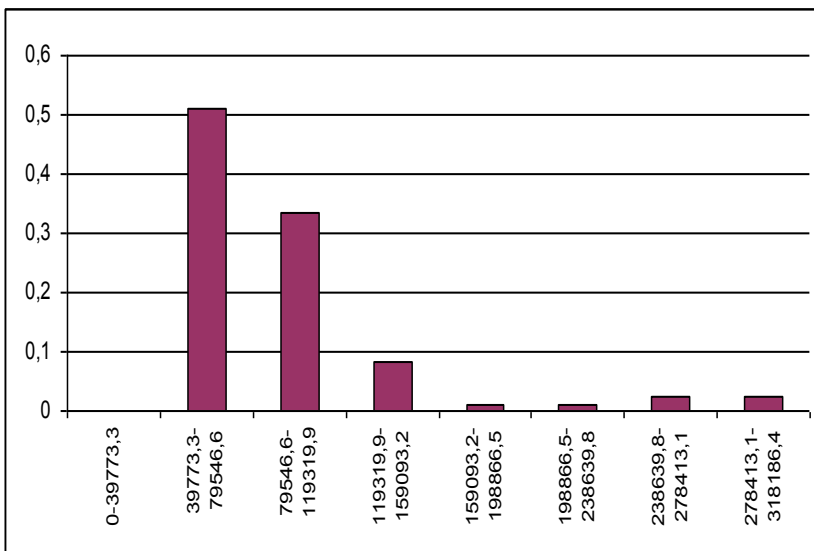


а) ЧР ГП
 Z^1
(6.1)

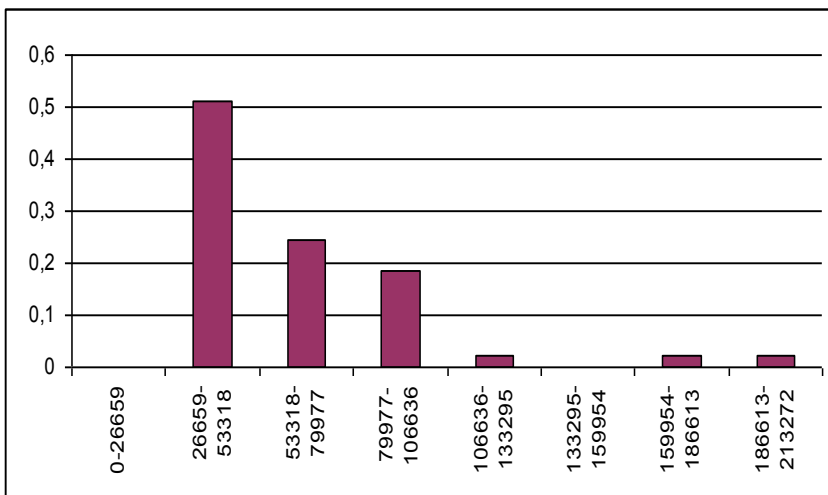
Рисунок 6.3 - Гістограми емпіричних функцій розподілу часових рядів (6.1)



б) ЧР ВП Z^2
(6.2)

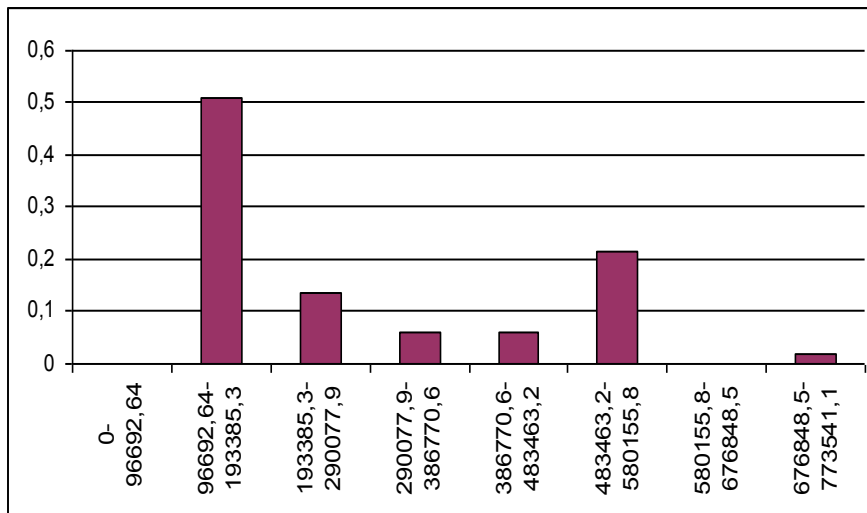


в) ЧР ПДВ Z^3
(6.3)

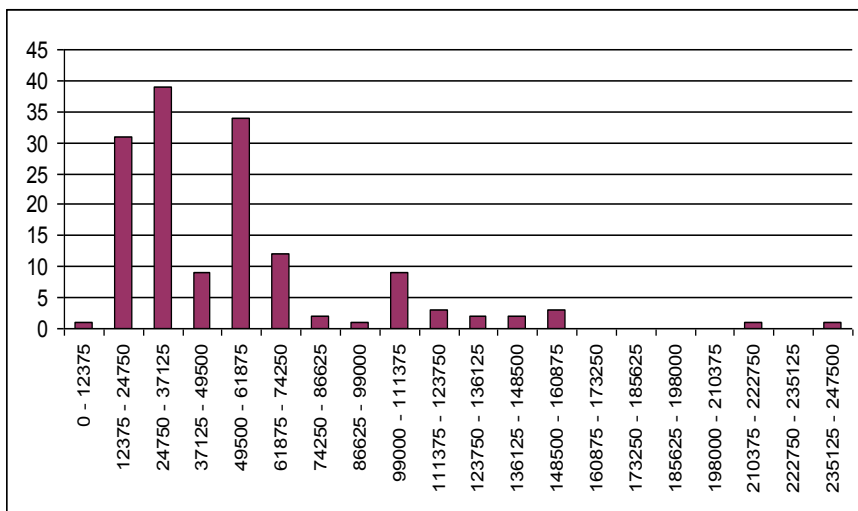


г) ЧР ПП Z^4
(6.4)

Продовження рис. 6.3 - Гістограми емпіричних функцій розподілу часових рядів (6.2) – (6.4)



д) ЧР ППФО
 Z^5 (6.5)



е) ЧР ЕСП Z^6
(6.6)

Продовження рис. 6.3 - Гістограми емпіричних функцій розподілу часових рядів (6.5) - (6.6)

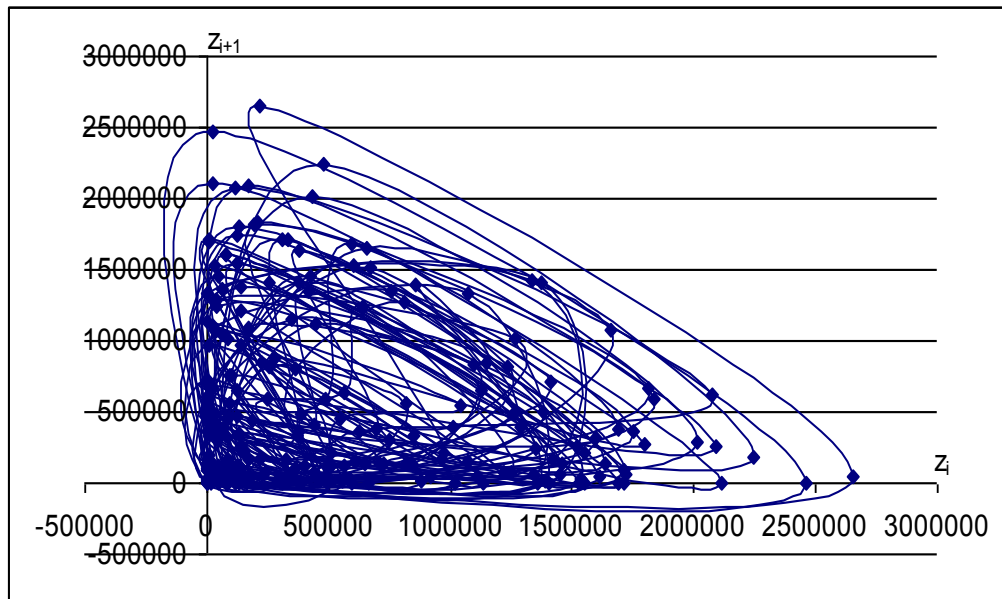
Із графіків емпіричних функцій розподілу ЧР Z^1, Z^2, \dots, Z^6 (див. рис. 6.3 а) – 6.3 е)), а також отриманих величин статистичних показників (див. табл. 6.1) стає очевидним, що розглянуті ЧР не підкоряються нормальному закону розподілу, що є причиною низької інформативності отриманих статистичних оцінок, а також низькою «прогностичністю» розглянутих ЧР класичними методами [241].

Для вибору більш адекватного методу прогнозування здійсимо передпрогнозний аналіз однієї пари часових рядів ВП Z^2 (6.2) і ПДВ Z^3 (6.3) (див. рис. 6.1 і 6.2), використовуючи підходи, що базуються на використанні інструментарію нелінійної динаміки, а саме послідовного R/S -аналізу і фазового аналізу. Відзначимо, що ПДВ вважається податком з найбільш стабільною оподатковуваною базою [41], причому, податком, найбільш пропорційним цій базі, а ЧР ВП є ключовим в оподатковуваній базі для обчислення ПДВ.

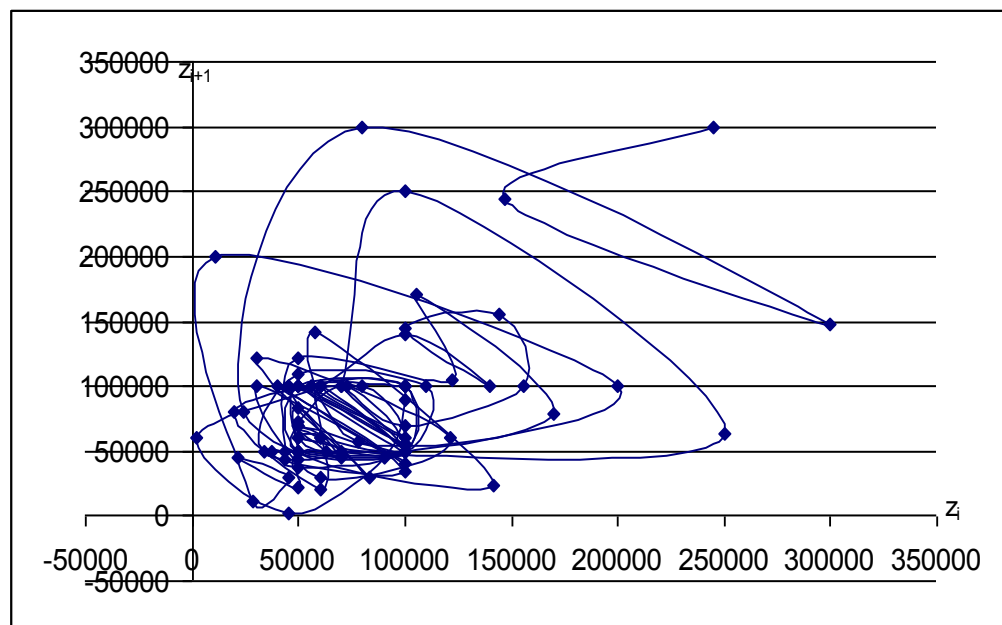
Застосуємо метод фазового аналізу [131] для розглянутих ЧР ВП (6.2) і ЧР ПДВ (6.3), для чого побудуємо фазові траєкторії (портрети) часових рядів (див. рис. 6.4).

Здійснимо розкладання кожного з них на квазіцикли. У фазових траєкторіях ЧР ВП і ЧР ПДВ були виділені 46 і 19 квазіциклів відповідно. Приклад типових квазіциклів у цьому розкладанні представлений на рис. 6.5 б) та 6.6 б).

До цих же ЧР застосовано алгоритм послідовного R/S -аналізу [131,136], на виході якого отримано послідовності H -траєкторій та R/S -траєкторій. Номер точки зміни тренда конкретної R/S -траєкторії визначає собою вичерпання квазіциклу у відповідному ЧР (див. рис. 6.5 а) та рис. 6.6 а)). Особливо відзначимо, що довжини практично всіх квазіциклів, які отримано за допомогою фазового аналізу в точності збіглися з довжинами відповідних квазіциклів, що отримано за допомогою послідовного R/S -аналізу (приклади таких квазіциклів представлені на рис. 6.5 і 6.6).

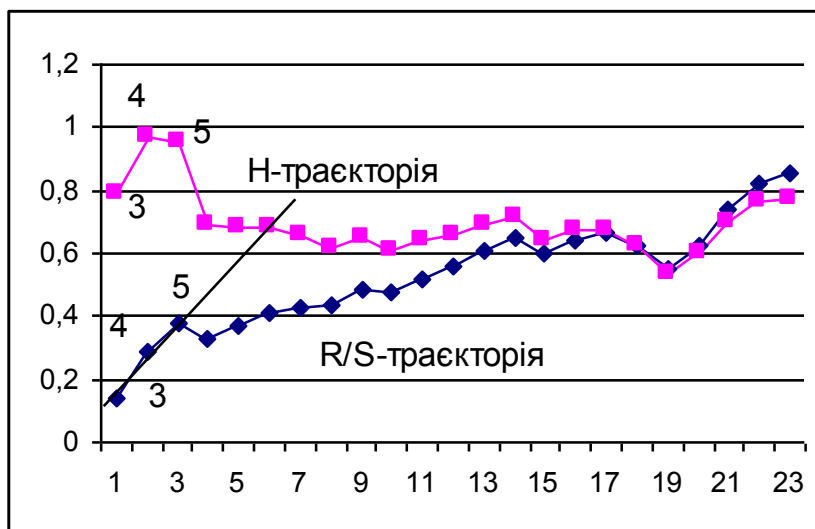


а) Фазова траєкторія ЧР ВП (6.2)

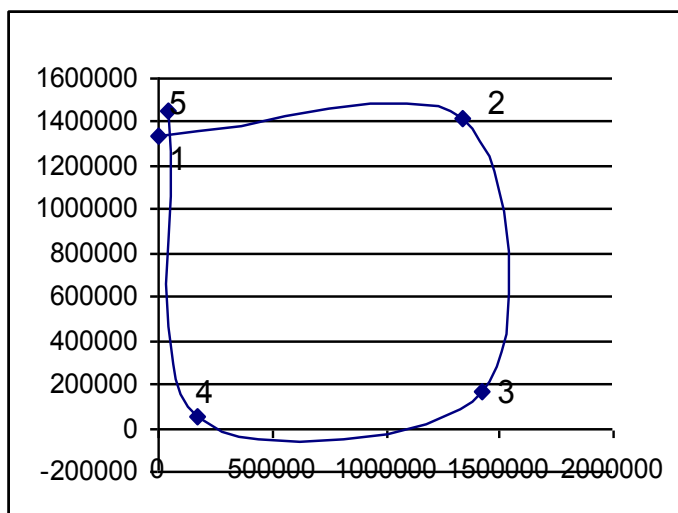


б) Фазова траєкторія ЧР ПДВ (6.3)

Рисунок 6.4 - Фазові траєкторії (портрети) а) ЧР ВП (6.2) і б) ЧР ПДВ (6.3)



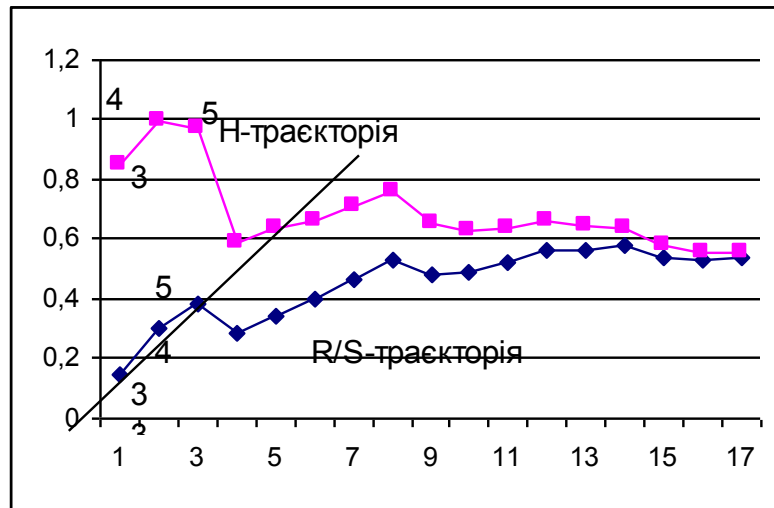
а) послідовний R/S -аналіз



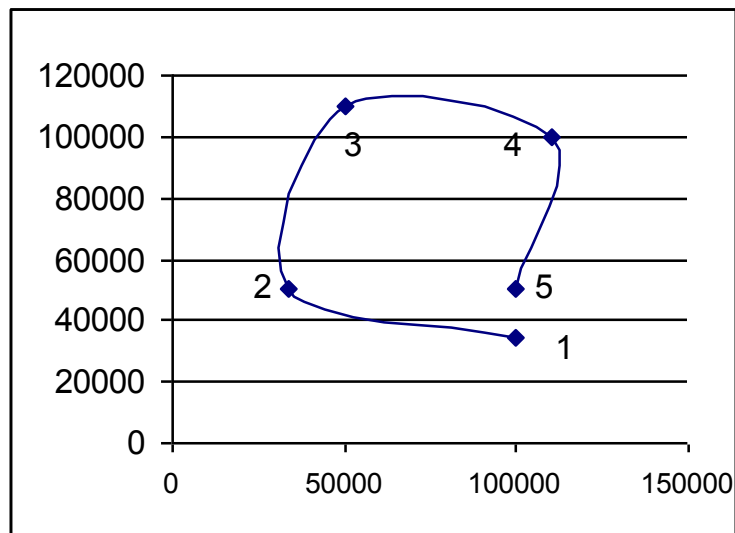
б) фазовий аналіз

Рисунок 6.5 – Приклад квазіциклу часового ряду ВП Z^2 (6.2), що отримано на основі: а) послідовного R/S – аналізу та

б) фазового аналізу; початок цього квазіциклу відповідає одному й тому ж рівню $z_{156}^2 \in Z^2$



а) послідовний R/S -аналіз



б) фазовий аналіз

Рисунок 6.6 – Приклад квазіциклу часового ряду НДС Z^3 (6.3), що отримано на основі: а) послідовного R/S -аналізу та б) фазового аналізу; початок цього квазіциклу відповідає одному й тому ж рівню $z_{26}^3 \in Z^3$

Для подальшого викладу порівняльного фрактального аналізу ЧР ВП (6.2) і ЧР ПДВ (6.3) введемо наступні позначення:

- p означає довжину квазіциклу;
- h_p^r - частота появи квазіциклів довжини p в ряді Z^r , $r = \overline{1, 6}$ (у відсотках) для проведеного послідовного R/S -аналізу, що надалі називаємо коротко « R/S -аналіз»;
- q_p^r - частота появи квазіциклів довжини p в ряді Z^r , $r = \overline{1, 6}$ (у відсотках) для проведеного фазового аналізу.

Для ЧР ВП (6.2) і ЧР ПДВ (6.3) розглянемо статистику пар (p, h_p^2) та (p, h_p^3) , отриманих за результатами R/S -аналізу, а також пар (p, q_p^2) та (p, q_p^3) , отриманих за результатами фазового аналізу. Зведене подання цих пар дане в табл. 6.2 і 6.3, а також на рис. 6.7.

Таблиця 6.2 - Зведена таблиця процентного співвідношення довжин виділених квазіциклів ЧР ВП (6.2) і ЧР ПДВ (6.3), отриманих за допомогою R/S -аналізу

Довжина квазіциклу (p)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ЧР ВП (h_p^2)	0%	0%	12%	17%	25%	28%	14%	3%	0%	0%
ЧР ПДВ (h_p^3)	0%	0%	21%	39%	18%	5%	7%	4%	5%	1%

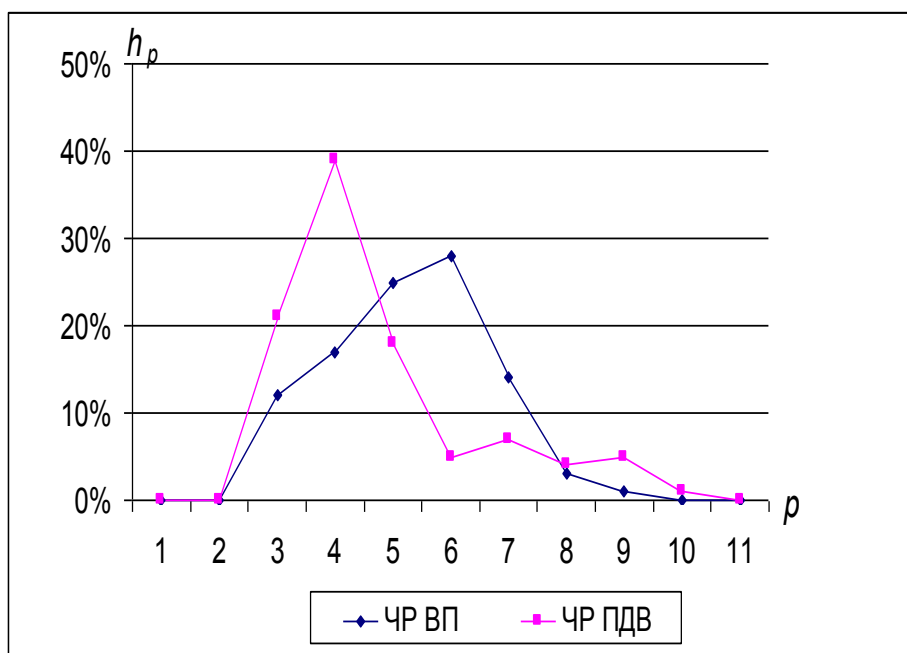
Таблиця 6.3 - Зведена таблиця процентного співвідношення довжин виділених квазіциклів ЧР ВП (6.2) і ЧР ПДВ (6.3), отриманих за допомогою фазового аналізу

Довжина квазіциклу (p)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ЧР ВП (q_p^2)	0%	0%	17%	15%	20%	41%	2%	4%	0%	0%
ЧР ПДВ (q_p^3)	0%	0%	26%	37%	11%	0%	11%	11%	5%	0%

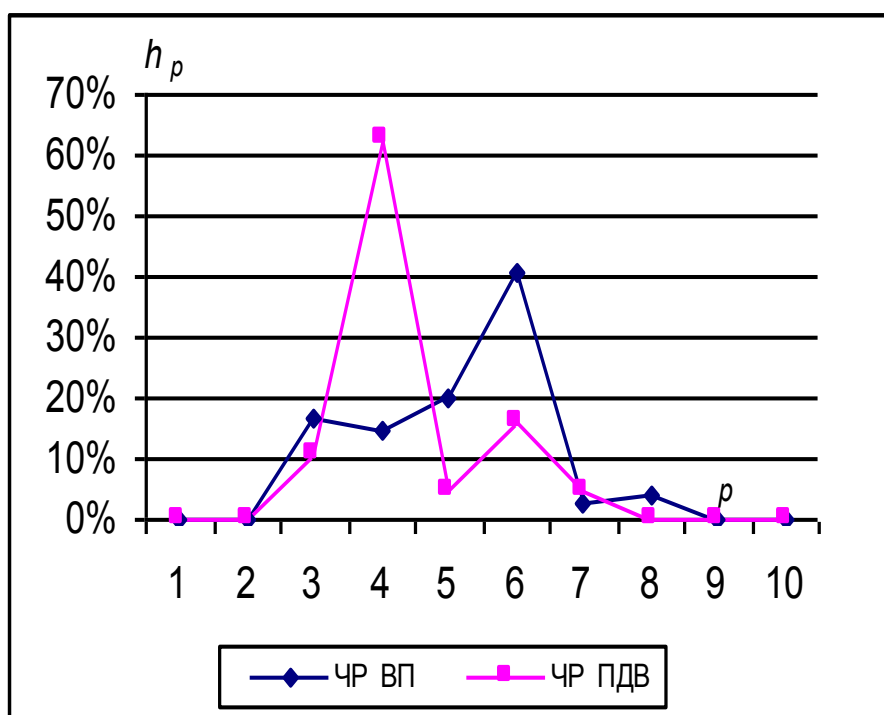
На рис. 6.7 видно, що в результаті паралельного застосування R/S -аналізу й фазового аналізу найбільше число квазіциклів для ЧР ВП відповідає квазіциклам довжини 6, а для ЧР ПДВ - довжини 4.

Представлені графіки демонструють значні розбіжності між динамічними властивостями розглянутих рядів. Пояснюється це в такий спосіб. Довжина розглянутих часових рядів різна. Згідно (6.2) і (6.3) ЧР ВП містить 234 значення, а ЧР ПДВ містить тільки 94 значення, тому що на даному підприємстві відрахування ПДВ за відвантажену продукцію здійснюються сумарно за деякий період часу й відповідають декільком «відвантаженням».

З метою усунення цієї невідповідності було проведене агрегування всіх значень z_j^2 , що відповідають сумі нарахованого ПДВ z_k^3 за певний період часу.



а) послідовний R/S – аналіз



б) фазовий аналіз

Рисунок 6.7 - Процентне співвідношення довжин квазіциклів для ЧР ПДВ і ЧР ВП, отримані за допомогою

а) послідовного R/S - аналізу та

б) фазового аналізу

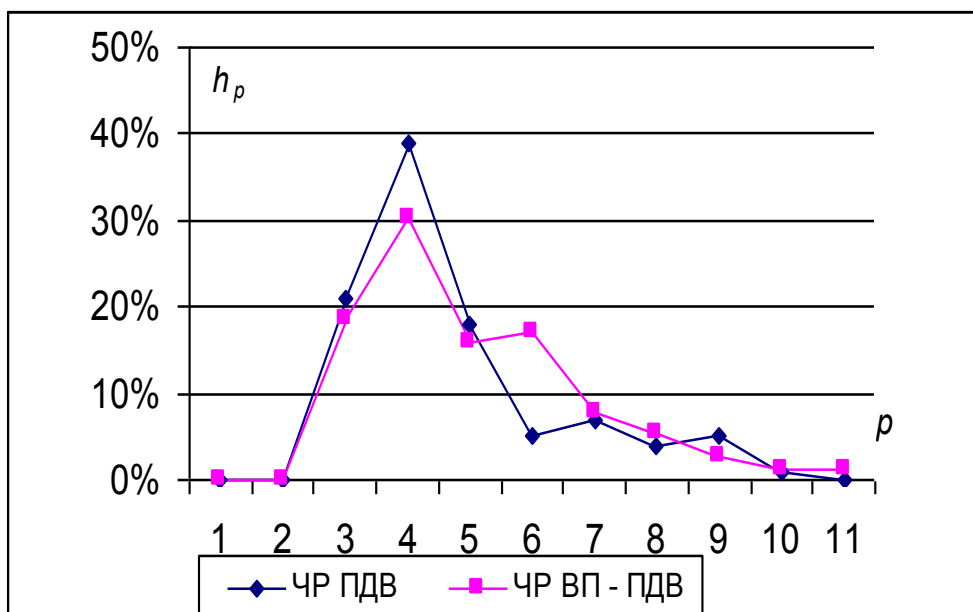
У результаті був отриманий похідний від ЧР ВП - ЧР ВП-агрегований за ПДВ, що для стислості назовемо ЧР ВП - ПДВ і позначимо через

$$\tilde{Z}^2 = \langle \tilde{z}_j^2 \rangle, \quad j=1, 2, \dots, \tilde{n}^2, \quad \tilde{n}^2 = 94. \quad (6.7)$$

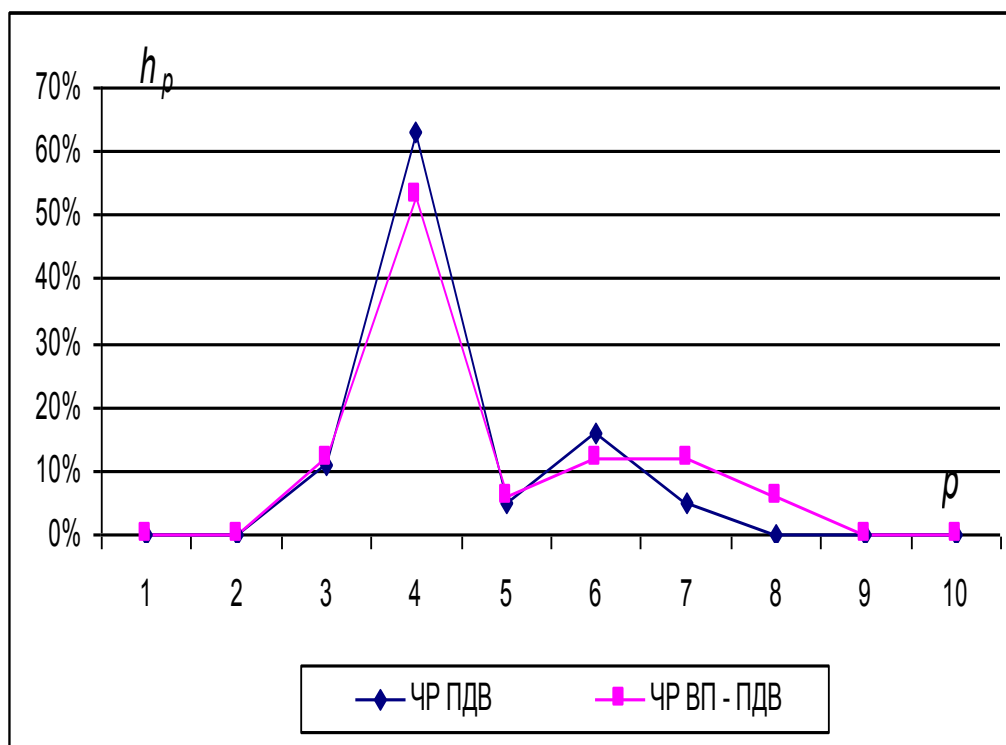
До ЧР ВП-ПДВ також були застосовані *R/S*-аналіз та фазовий аналіз. Отримані результати були зіставлені із представленими вище результатами по ЧР ПДВ (див. табл. 6.4 і 6.5 та рис. 6.8). З рис. 6.8 видно, що максимальне число квазіциклів ЧР ПДВ і ЧР ВП-ПДВ відповідає квазіциклам довжини 4 для обох рядів. Графічне зображення процентного співвідношення довжин квазіциклів для ЧР ПДВ і ЧР ВП-ПДВ також демонструє «подібність» динамічних властивостей розглянутих рядів, отриманих за допомогою *R/S*-аналізу та фазового аналізу.

Таблиця 6.4 - Зведена таблиця процентного співвідношення довжин виділених квазіциклів ЧР ПДВ (6.3) та ЧР ВП-ПДВ (6.7), отриманих за допомогою *R/S*-аналізу

Довжина квазіциклу p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ЧР ПДВ h_p^3	0%	0%	21%	39%	18%	5%	7%	4%	5%	1%	0%
ЧР ВП - ПДВ \tilde{h}_p^2	0%	0%	18%	30%	16%	17%	8%	5%	3%	1%	1%



а) послідовний R/S -аналіз



б) фазовий аналіз

Рисунок 6.8 - Процентне співвідношення довжин квазіциклів для ЧР ПДВ (6.3) і ЧР ВП-НДС (6.7), отримані за допомогою:
а) R/S -аналізу й б) фазового аналізу

Таблиця 6.5 - Зведена таблиця процентного співвідношення довжин виділених квазіциклів ЧР ПДВ (6.3) і ЧР ВП-ПДВ (6.7), отриманих за допомогою фазового аналізу

Довжина квазіциклу p	1	2	3	4	5	6	7	8
ЧР ПДВ q_p^3	0%	0%	11%	63%	5%	16%	5%	0%
ЧР ВП – ПДВ \tilde{q}_p^2	0%	0%	12%	53%	6%	12%	12%	6%

Зауваження 6.1. Для більш строго визначення терміна «подібність», у контексті нашого дослідження, необхідно вибрати й представити критерії ступеня «подібності». Як такі критерії пропонуються наступні динамічні характеристики часових рядів: циклічність (стійкий збіг довжин квазіциклів [131]), періодичність, а також локальні максимуми й локальні мінімуми розглянутих графіків процентних співвідношень довжин квазіциклів.

Під ступенем «подібності» двох ЧР Z^{r_1}, Z^{r_2} будемо розуміти вектор

$$\mu(Z^{r_1}, Z^{r_2}) = (\mu^h(Z^{r_1}, Z^{r_2}), \mu^q(Z^{r_1}, Z^{r_2})), \quad (6.8)$$

де

$$\mu^h(Z^{r_1}, Z^{r_2}) = \frac{\sum_{p=1}^{\min(b_{r_1}, b_{r_2})} |h_p^{r_1} - h_p^{r_2}|}{100\%}, \quad \mu^q(Z^{r_1}, Z^{r_2}) = \frac{\sum_{p=1}^{\min(b_{r_1}, b_{r_2})} |q_p^{r_1} - q_p^{r_2}|}{100\%}, \quad (6.9)$$

$$b_{r_1} = \max(p(Z^{r_1})), \quad b_{r_2} = \max(p(Z^{r_2})).$$

У графічному зображенні на рис. 6.7 і 6.8 різниці $|h_p^{r_1} - h_p^{r_2}|$ й $|q_p^{r_1} - q_p^{r_2}|$, які представлені в (6.9), відображають відстані між точками p на відповідних графіках а) та б).

Визначення 6.1. Два ЧР Z^{r_1}, Z^{r_2} будемо вважати «подібними», якщо обчислена згідно (6.8), (6.9) ступінь «подібності» цих рядів $\mu^d(Z^{r_1}, Z^{r_2})$, $d \in \{h, q\}$ не перевищує $1/3$:

$$\mu^d(Z^{r_1}, Z^{r_2}) \leq 1/3, \quad d \in \{h, q\}.$$

Для розглянутих конкретних ЧР ВП Z^2 (6.2) та ЧР ПДВ Z^3 (6.3) на підставі (6.8) та (6.9) обчислюємо ступінь їхньої подібності

$$\mu(Z^2, Z^3) = (\mu^h(Z^2, Z^3), \mu^q(Z^2, Z^3)) = (0,75; 1,02), \quad (6.10)$$

де

$$\mu^h(Z^2, Z^3) = 0,75 \gg 1/3.$$

$$\mu^q(Z^2, Z^3) = 1,02 \gg 1/3.$$

Виконаємо розрахунки для ЧР ПДВ Z^3 (6.3) і ЧР ВП–НДС \tilde{Z}^2 (6.7)

$$\mu(Z^3, \tilde{Z}^2) = (\mu^h(Z^3, \tilde{Z}^2), \mu^q(Z^3, \tilde{Z}^2)) = (0,31; 0,29), \quad (6.11)$$

де

$$\mu^h(Z^3, \tilde{Z}^2) = 0,31 < 1/3.$$

$$\mu^q(Z^3, \tilde{Z}^2) = 0,29 < 1/3.$$

Помітимо, що для порівняльного аналізу різних ЧР податкових відрахувань нами було проведене агрегування ЧР ВП Z^2 (6.2) не тільки по ЧР ПДВ Z^3 (6.3), але також і по

ЧР ПП Z^4 (6.4). Агрегування ЧР ВП по ЧР ПП здійснювалося аналогічно агрегуванню (6.7) ЧР ВП по ЧР ПДВ (були підсумовані значення z_j^2 , що відповідають часовому інтервалу з l -го по $(l+1)$ -й дні відрахувань ПП). У результаті був отриманий (похідний від ЧР ВП) часовий ряд ВП-агрегований по ПП, що для стислості будемо називати «ЧР ВП-ПП» і позначати через

$$\tilde{Z}^2 = \langle \tilde{z}_j^2 \rangle, j=1, 2, \dots, \tilde{n}^2, \tilde{n}^2 = 80. \quad (6.12)$$

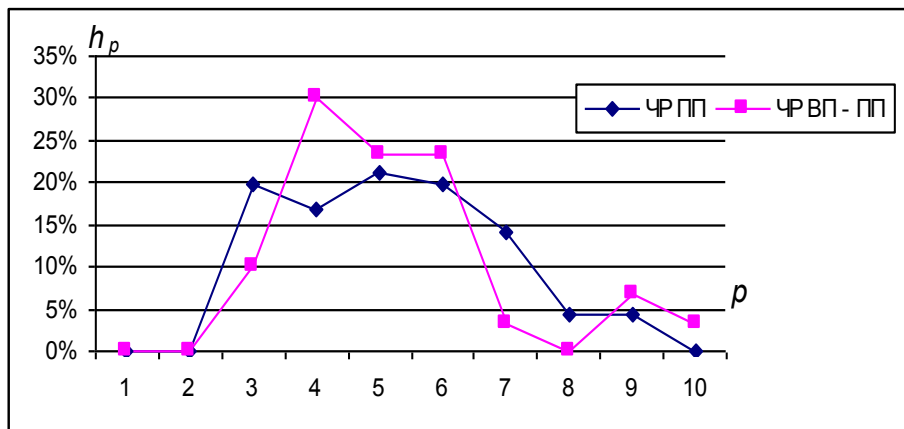
У результаті застосування R/S - аналізу й фазового аналізу до ЧР ПП і ЧР ВП-ПП були отримані результати, які представлені в таблицях 6.6 і 6.7, а також на рис. 6.9 (за аналогією з таблицями 6.4 і 6.5, а також рис. 6.8). Згідно отриманих результатів, ЧР ПП Z^4 (6.4) і ЧР ВП-ПП \tilde{Z}^2 (6.12) продемонстрували повну невідповідність характеристик динаміки розглянутих рядів (на рівні візуалізації рис. 6.9 демонструє низьку ступінь подібності в сенсі зауваження 6.1).

Таблиця 6.6 - Зведена таблиця процентного співвідношення довжин виділених квазіциклів ЧР ПП (6.4) і ЧР ВП-ПП (6.12), які отримано за допомогою R/S -аналізу

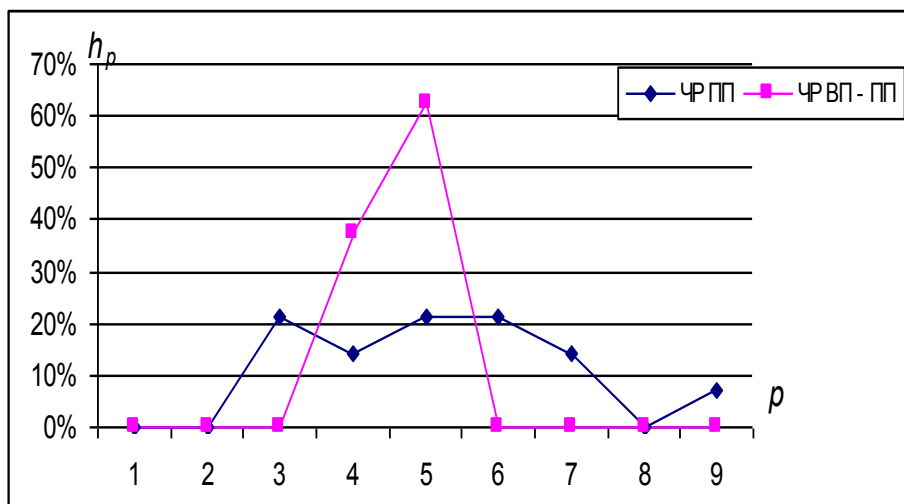
Довжина квазіциклу (p)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ЧР ПП (h_p^4)	0%	0%	20%	17%	21%	20%	14%	4%	4%	0%
ЧР ВП – ПП (\tilde{h}_p^2)	0%	0%	10%	30%	23%	23%	3%	0%	7%	3%

Таблиця 6.7 - Зведена таблиця процентного співвідношення довжин виділених квазіциклів ЧР ПП (6.4) і ЧР ВП-ПП (6.12), які отримано за допомогою фазового аналізу

Довжина квазіциклу (p)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ЧР ПП (q_p^4)	0%	0%	21%	14%	21%	21%	14%	0%	7%
ЧР ВП – ПП (\tilde{q}_p^2)	0%	0%	0%	38%	63%	0%	0%	0%	0%



а) послідовний R/S-аналіз



б) фазовий аналіз

Рисунок 6.9 - Процентні співвідношення довжин квазіциклів для ЧР ПП (6.4) і ЧР ВП-ПП (6.12), які отримані за допомогою а) R/S - аналізу та б) фазового аналізу

Факт невідповідності динамічних характеристик ЧР ПП Z^4 (6.4) і ЧР ВП-ПП \check{Z}^2 (6.12) підтверджується обчисленими для них параметрами ступеня подібності:

$$\mu(Z^4, \check{Z}^2) = (\mu^h(Z^4, \check{Z}^2), \mu^q(Z^4, \check{Z}^2)) = (0,45; 1,3);$$

$$\mu^h(Z^4, \check{Z}^2) = 0,45 > 1/3;$$

$$\mu^q(Z^4, \check{Z}^2) = 1,30 \gg 1/3.$$

Таким чином, ЧР ПДВ (6.3) і ЧР ВП-ПДВ (6.7), що представлені на рис. 6.2, за обраними критеріями й уведеною мірою ступеня подібності (див. зауваження 6.1 і визначення 6.1), можна кваліфікувати як подібні, в той час як, інші пари ЧР (ЧР ВП (6.2) і ЧР ПДВ (6.3), ЧР ПП (6.4) і ЧР ВП-ПП (6.12)) за цими же критеріями кваліфікувати як подібні неможливо.

Останнє представляє собою непряму підставу для постановки питання про додатковий аналіз правильності відрахування податкових платежів.

Зауваження 6.2. Відповідно до зауваження 6.1 оцінки ступеня подібності базового ЧР ВП Z^2 (6.2) і відповідних агрегованих «податкових ЧР» ЧР ВП – ПДВ (6.7), ЧР ВП – ПП (6.12) базуються тільки на характеристиках циклічної компоненти цих ЧР. Разом з тим, не менш важливу інформацію несе в собі детермінована (трендова) складова цих ЧР. Представити характеристики цієї компоненти хоча б для порівняльного аналізу на рівні візуалізації можна шляхом побудови ковзних середніх для порівнюваних між собою ЧР.

Таким чином, ми здійснили порівняльний передпрогнозний аналіз часових рядів показників результатів виробничої діяльності й податкових відрахувань промислового підприємства, що базується на

використанні методів нелінійної динаміки (фрактального аналізу й фазового аналізу). Запропонована методика може сприяти підвищенню ефективності управління та якості роботи податкових органів і, зокрема, посиленню контролю вірогідності вихідної інформації, що подається платником податків.

Запропонований підхід можна використати при розробці математичного й інформаційного забезпечення систем моніторингу й підтримки прийняття рішень у податкових адміністраціях.

6.2 Моделювання динаміки показників діяльності в галузі страхування на базі фазового аналізу

Сучасну ринкову економіку неможливо собі уявити без страхування як особливого виду економічних відносин. Існує прямий зв'язок між рівнем добробуту суспільства, ступенем розвитку ринкових відносин і рівнем розвитку страхування. У країнах, які є світовими лідерами в галузі соціальних і ринкових відносин (США, Японія, європейські держави й інші), страхування є однією з найбільш стабільних галузей економіки, яка, проте, динамічно розвивається. Характер цієї динаміки саме й відбиває ті процеси й проблеми, які присутні в економіці й в суспільстві в цілому.

Даний підрозділ присвячено моделюванню часових рядів (ЧР), що відображають процеси в галузі страхування, з метою їх передпрогнозного аналізу й власне прогнозування.

Різноманіття існуючих методів аналізу й прогнозування ЧР [74, 177, 241, 328] і незмінна актуальність пошуку й розробки нових методів обумовлені присутністю в

досліджуваній динаміці принципів особливостей, що породжують незадовільні результати при використанні інструментарію вже існуючих методів.

Класичні методи прогнозування економічних часових рядів (ЕЧР) базуються, як відомо, на математичному інструментарії статистики. Цей інструментарій забезпечує досить точне прогнозування у випадку, коли поведінка розглянутого ЧР задовольняє умові незалежності спостережень і, отже, підпорядковується нормальному закону. При цьому «за замовчуванням» мається на увазі, що спостереження, які становлять цей ЧР, є незалежними.

Проте, для багатьох реальних ЕЧР (у тому числі і для часових рядів страхування) зазначені вище умови не виконуються в силу того, що відбивані цими ЧР економічні процеси мають довгострокову пам'ять, і більш того - в їхній поведінці виявляється властивість хаотичності [159,208]. Відомі підходи до прогнозування таких ЧР методами нелінійної динаміки (теорії хаосу) забезпечують прийнятну точність і надійність у випадку, якщо довжина ЧР становить порядку 1000 і більше [131, 238].

Очевидно, що з урахуванням перехідного періоду вітчизняної економіки, ці умови не виконуються для ЕЧР, які складаються, наприклад, із помісячних показників. Будь-які реальні ЧР, що складаються з річних показників (наприклад, ЧР врожайності якої-небудь сільськогосподарської культури в конкретному регіоні) свідомо не задовольняють зазначеній вище умові щодо необхідної розмірності розглянутого ЧР.

У [131] запропоноване використання інструментарію нелінійної динаміки (методів фрактального аналізу, фазового аналізу, нечіткої математики й клітинних автоматів, а також гібридний підхід до їхнього використання) для ЧР, що мають довгострокову пам'ять.

Тут досліджувалися часові ряди, що стосуються результатів виробництва, ЧР врожайності зернових культур, об'єму будівництва, зростання промислового виробництва країни.

У результаті аналізу ЧР річної сонячної активності [131] виявлена наявність дворівневої ієрархічної циклічності розглянутого ЧР: нижній рівень складається із системи квазіциклів вихідного ЧР, на верхньому рівні представлені квазіцикли похідного ЧР - значень локально максимальних рівнів показника сонячної активності. Така багаторівнева ієрархія циклічності (точніше, квазіциклічності), як виявилось, властива й іншим природним ЧР (наприклад, ЧР об'ємів стоку гірських рік), а також часовим рядам антропогенного походження.

У даному підрозділі досліджуються ЧР показників діяльності страхової компанії, які мають властивості, що дозволили застосувати інструментарій фазових портретів (або їхнього особливого виду - фазових траєкторій) [148, 365].

Розглянемо ЧР надходжень по соціальному страхуванню, який умовимося позначати

$$Z = \{z_i\}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (6.13)$$

де z_i - об'єм одержуваних надходжень за i -й момент спостереження,

n - довжина періоду спостережень.

Для дослідження ЧР (1) побудуємо фазову траєкторію ЧР(1) у фазовому просторі розмірності 2:

$$\hat{O}(Z) = \{(z_i; z_{i+1})\}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1.$$

Як уже відомо (див. п.2.4), візуалізація фазової траєкторії дозволяє висувати або відкидати гіпотезу про існування циклічної природи розглянутого ЧР Z . Для

одержання кількісних і якісних характеристик цієї циклічності будемо використовувати фазовий аналіз, що складається з наступних етапів:

- розкладання фазової траєкторії на квазіцикли та їхній структурний аналіз (наприклад, на наявність «джокера» [159, 238]);
- побудова траєкторій дрейфу (похідних ЧР) координат вершин центрів і значень напівпериметрів габаритних прямокутників отриманих квазіциклів, аналіз їхніх фазових траєкторій;
- побудова й аналіз гістограми емпіричних частот довжини квазіциклів фазового портрета.

Фазова траєкторія конкретного часового ряду соціального страхування у двовимірному фазовому просторі представлена на рис. 6.10.

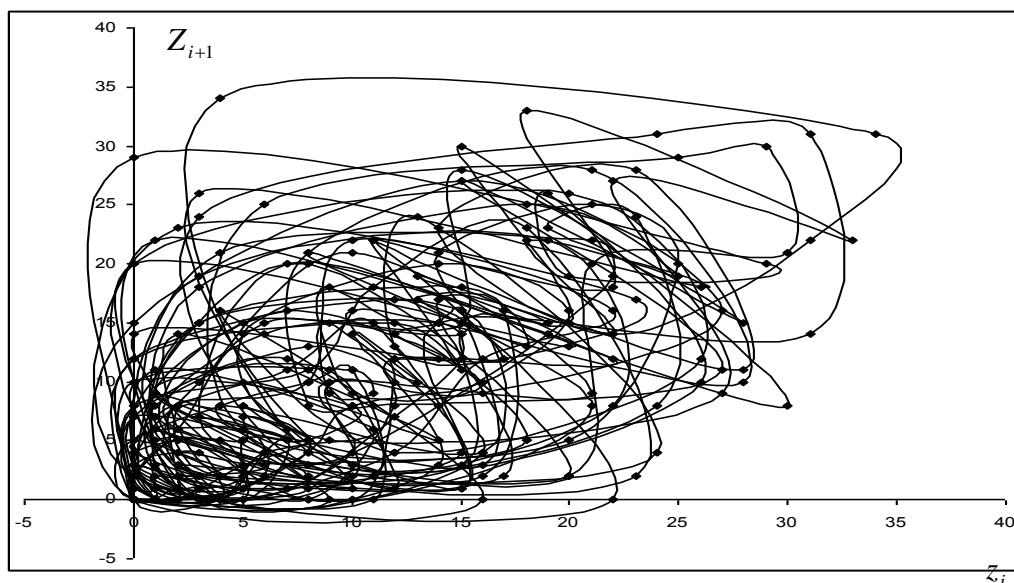


Рисунок 6.10 - Фазова траєкторія $\hat{O}_1(Z)$ вихідного ЧР кількості клієнтів-жінок, що застрахувалися, по робочих днях за період з 01.01.2008 по 01.07.2008 р.

Розглянемо цю фазову траєкторію у вигляді такої послідовності точок, у якій кожна сусідня пара $(z_i, z_{i+1}), (z_{i+1}, z_{i+2})$ з'єднана ланкою, наприклад відрізком кривої. У цій траєкторії виділяємо такі її зв'язні частини, які називаються терміном «квазіцикли». Нагадаємо, що визначення квазіциклу в певному сенсі близько до визначення циклу. Різниця між цими двома поняттями полягає в тому, що початкова й кінцева точки квазіциклу не обов'язково повинні збігатися. Кінцева точка квазіциклу визначається її входженням в околицю початкової точки цього ж квазіциклу. При цьому допускається самоперетинання початкової та кінцевої ланок квазіциклу, якщо це приведе до найкращого зближення його початкової та кінцевої точок. Примітна й досить важлива особливість прогнозування розглянутого ЧР страхування полягає в тому, що його фазова траєкторія складається з послідовності сусідніх квазіциклів, що не перетинаються.

Для кожного квазіциклу \tilde{N}_r визначимо поняття «габаритний прямокутник квазіциклу» \tilde{N}_r . Розглядаючи всі точки квазіциклу \tilde{N}_r , виділяємо в ньому точки з максимальним і мінімальним значеннями абсциси (ординати). Далі проводимо прямі, перпендикулярні осі ординат (абсцис). Перетинання двох отриманих пар паралельних прямих утворить габаритний прямокутник квазіциклу \tilde{N}_r . Іншими словами, габаритний прямокутник представляє собою таку мінімальну опуклу оболонку точок квазіциклу \tilde{N}_r , що є прямокутником зі сторонами, паралельними осям координат. На рис. 6.11 представлені перші 12 квазіциклів з розкладання фазової траєкторії $\hat{O}_1(Z)$ на квазіцикли C_r . Кількість точок виду (z_i, z_{i+1}) у квазіциклі C_r називається його довжиною, яку будемо

позначати через L_r . Всі квазіцикли поміщені в габаритні прямокутники.

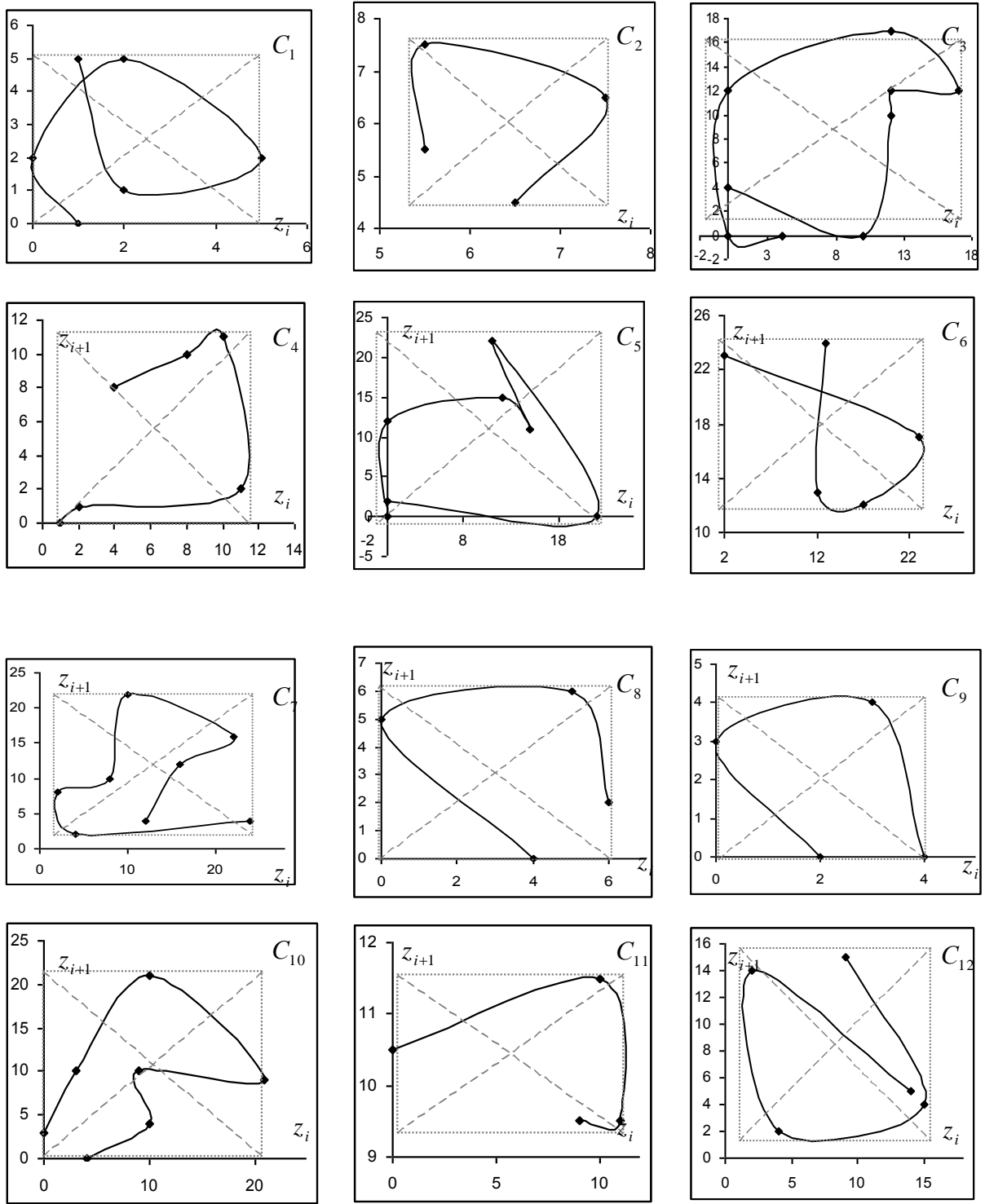


Рисунок 6.11 - Перші 12 квазіциклів із розкладання на квазіцикли фазової траєкторії $\hat{O}_1(Z)$ на рис. 6.10

З урахуванням задач передпрогнозного аналізу розглянутого ЧР Z особливе значення надається тому, чи піддається фазова траєкторія цього ЧР впливу джокера, або ж джокер відсутній [159]. Під терміном «джокер» розуміється область у фазовому просторі G , при влученні \vec{x}_n в яку дія відображення порушується [238].

У фазовому портреті «слід джокера» проявляється в тому, що одиночні ланки деяких циклів змінюють своє обертання на напрямок, протилежний напрямку, що властивий переважній більшості ланок.

Для фазової траєкторії на рис. 6.10 слід джокера представляється появою ланок, у яких обертання має напрямок проти годинникової стрілки. Тут на рис. 6.11 слід джокера виявлений у квазіциклах C_5 і C_{10} (впливу джокера піддалися менш 1% ланок). Виявлену частість появи джокера, як негативного явища, в термінах лінгвістичних (якісних) показників можна оцінити як незначну. Останнє означає, що в процесі реального прогнозування фактором джокера можна знехтувати.

У результаті візуалізації фазової траєкторії ЧР поденних спостережень страхової діяльності виявлено, що фазові портрети для різних періодів цього ЧР розбиваються на квазіцикли. Динаміка зміни довжин і самої структури отриманих квазіциклів мають досить сталий характер. Найбільш часто зустрічаються квазіцикли, що мають довжину 4, 5 або 6. Квазіцикли, що отримані в результаті розкладання фазової траєкторії часового ряду поденних спостережень страхової діяльності, надалі будемо називати квазітижнями, які як правило, не завжди збігаються зі звичними календарними тижнями.

Надалі будемо використовувати підхід до дослідження динаміки ЧР Z , що заснований на агрегуванні рівнів цього ЧР. Це означає, що будуються фазові портрети та їхні

розкладання на квазіцикли не тільки для ЧР поденних спостережень, але також і для ЧР потижневих, помісячних і т.д. спостережень. Аналогічно, квазіцикли, які отримані в результаті розкладання фазових траєкторій ЧР страхової діяльності потижневих спостережень одержали назву квазімісяців, для ЧР страхової діяльності помісячних спостережень виявлені квазіроки. Відзначимо, якщо квазітижні та квазімісяці не завжди збігаються з їхніми календарними аналогами, то квазірік, як правило, збігається з роком календарним.

На рис. 6.12 наведена фазова траєкторія $\hat{O}_2(Z)$ агрегованого ЧР $Z = \{z_i\}$, $i = \overline{1, n}$ потижневих спостережень кількості застрахованих жінок, у результаті розкладання якого отримані квазіцикли, які представлені на рис. 6.13. На рис. 6.15-6.16 наведені гістограми частот $N(L)$ появи значень довжини L квазіциклів у відповідних розкладаннях.

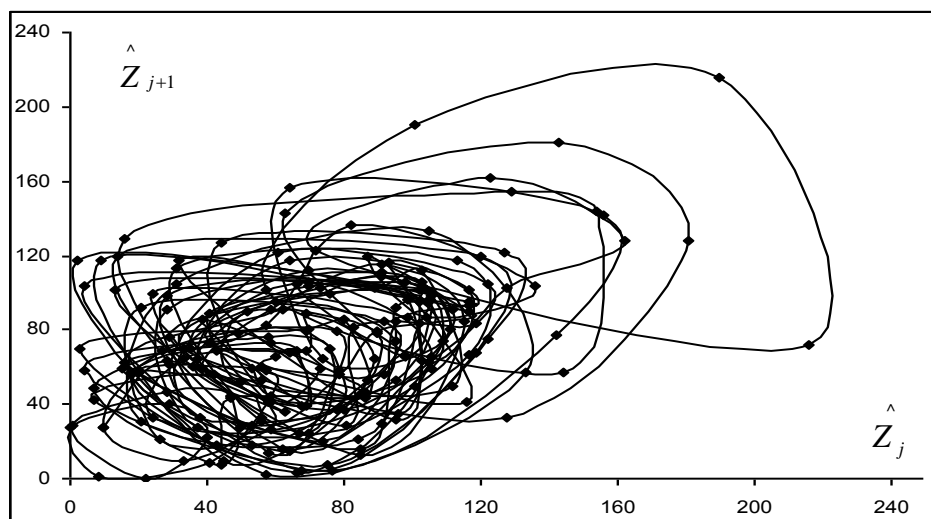
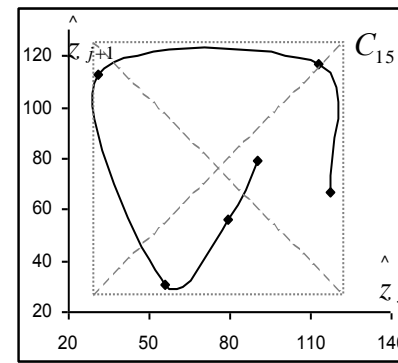
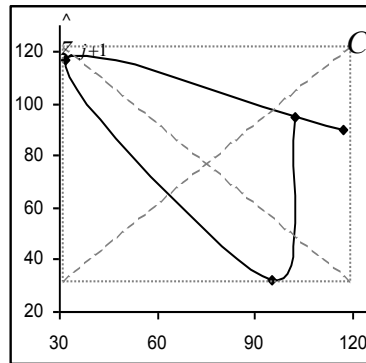
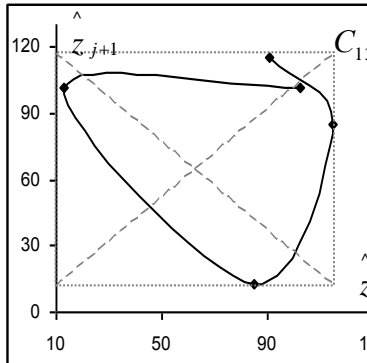
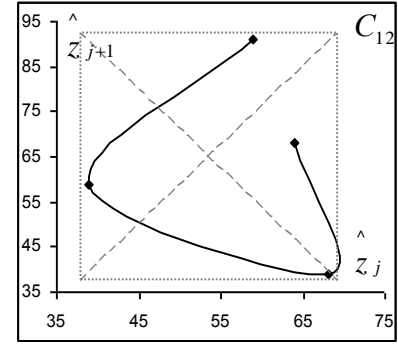
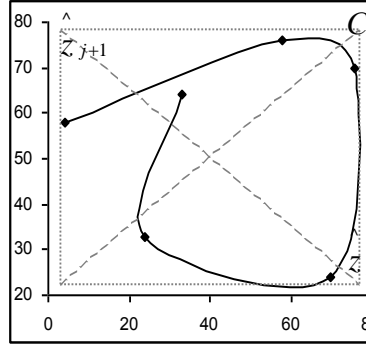
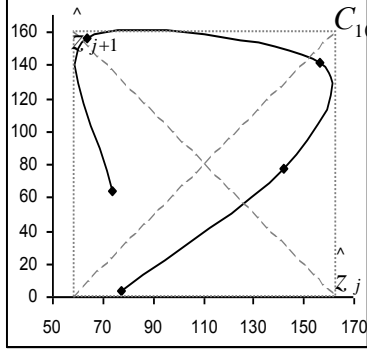
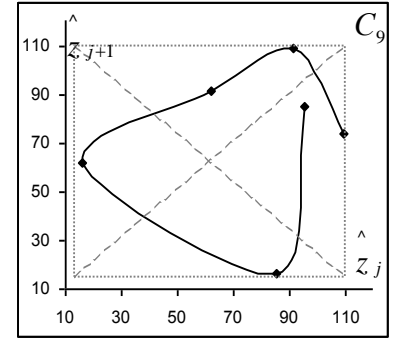
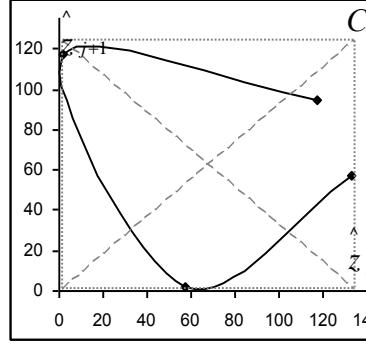
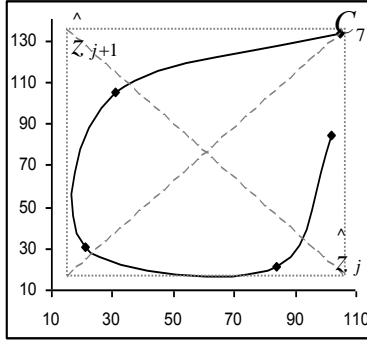
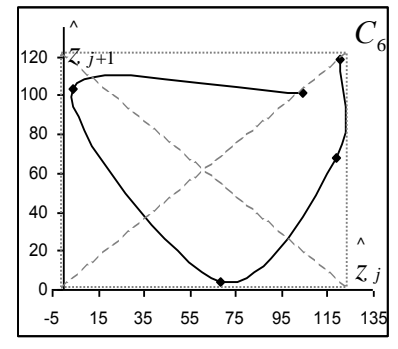
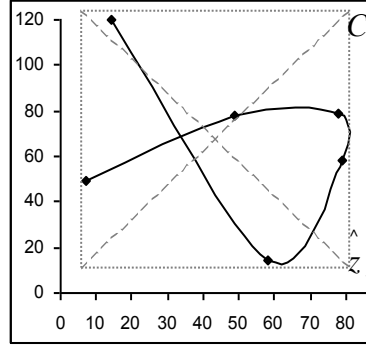
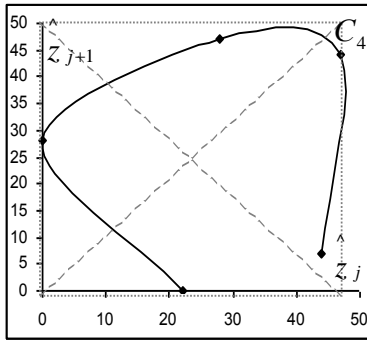
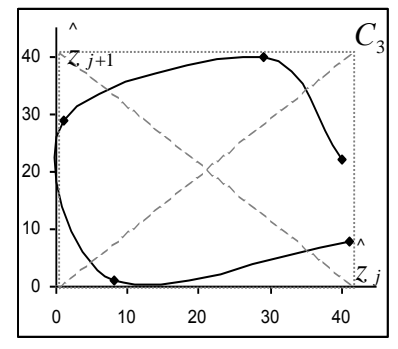
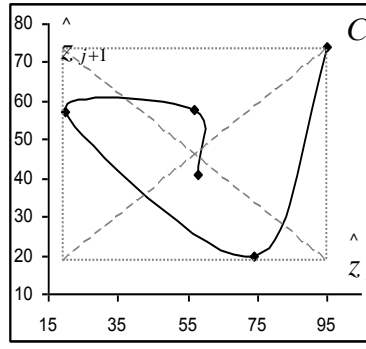
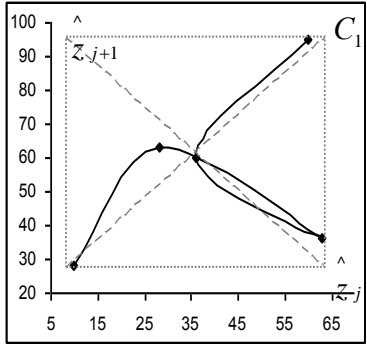


Рисунок 6.12 - Фазова траєкторія ЧР Z потижневих спостережень кількості застрахованих жінок за період з 2004 по 2007р.



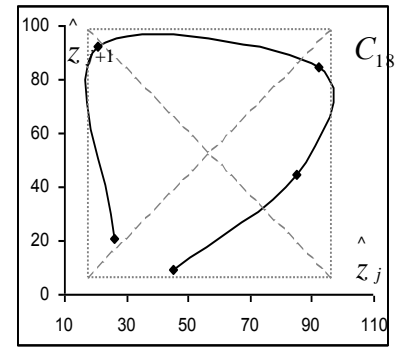
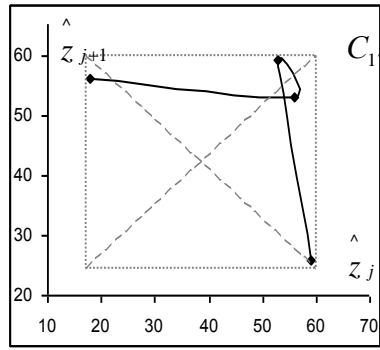
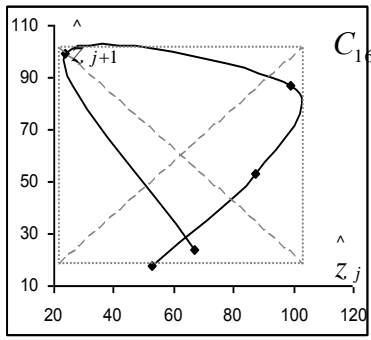


Рисунок 6.13 - Розкладання на квазіцикли фазової траєкторії на рис. 6.12

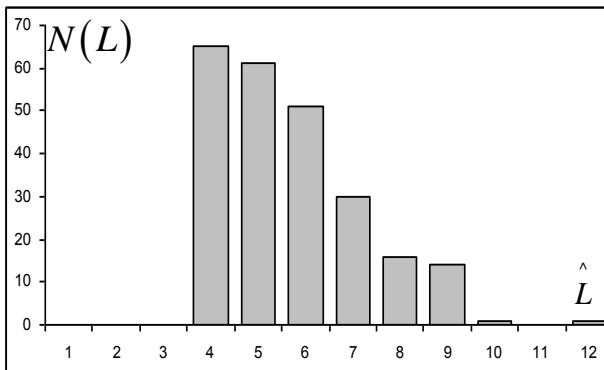


Рисунок 6.14 - Гістограма частот $N(L)$ довжин L квазіциклів для ЧР щоденної кількості жінок, що застрахувалися (квазітижні)

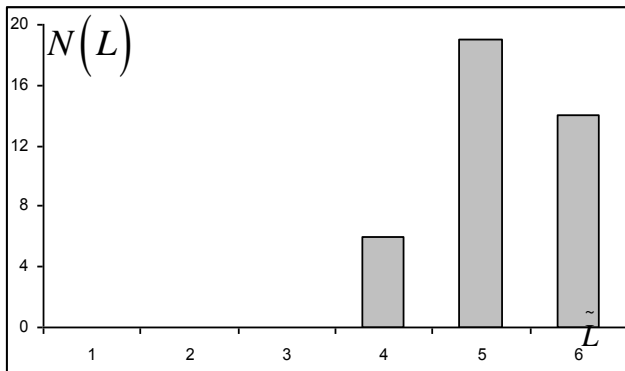


Рисунок 6.15 - Гістограма частот $N(L)$ довжин \tilde{L} квазіциклів для ЧР потижневої кількості жінок, що застрахувалися (квазімісяці).

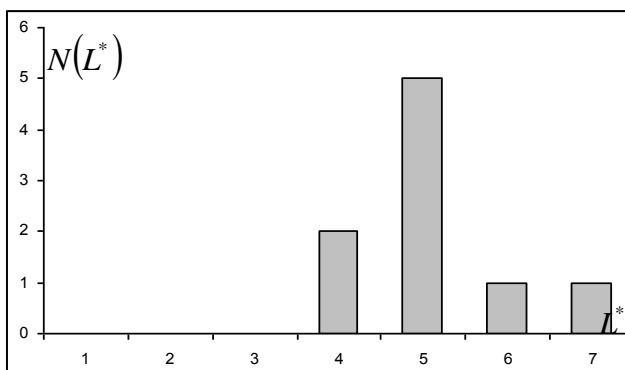


Рисунок 6.16 - Гістограма частот $N(L^*)$ довжин L^* квазіциклів для ЧР щомісячної кількості жінок, що застрахувалися (квазіроки).

Таким чином, у результаті проведеного фазового аналізу агрегованих ЧР жінок, що застрахувалися, виявлені порівнюванні між собою показники циклічності поденних, потижневих і помісячних спостережень. Співвідношення циклічності дозволяють говорити про ієрархічну природу спостережуваних коливань значень досліджуваних ЧР показників страхової діяльності. При цьому під терміном «структура ієрархічної системи (моделі)» розуміється мережа зв'язків між елементами деякої системи (об'єкта), що має наступні властивості:

1) кожний елемент належить (хоча б формально) одному з рівнів ієрархії й може бути з'єднаний тільки з елементами інших рівнів;

2) для кожного елемента системи в мережі існує єдиний ланцюг (шлях), що зв'язує його з одним з елементів верхнього рівня [60].

Таким чином результати, що отримані у представленому вище дослідженні, дозволяють побудувати трирівневу ієрархічну модель для аналізу й прогнозування розглянутих показників страхової діяльності: I рівень - дні, II рівень - тижні, III рівень - місяці.

Більшість відомих до теперішнього часу методів прогнозування, так чи інакше, оперують виявленими в досліджуваній системі властивостями циклічності й періодичності. Таким чином, факт наявності чітко вираженої (квазі)циклічності, більш того, знання її чисельного вираження на різних рівнях розглянутої ієрархічної моделі ЧР результатів страхової діяльності (об'єму страхових надходжень, кількості застрахованих тощо), є важливими характеристиками, отриманими в результаті передпрогнозного аналізу, які дозволяють побудувати адекватну прогнозну модель в галузі страхової справи.

Напрямом подальших досліджень у даній галузі є побудова нового комбінованого методу прогнозування.

6.3 Багатокритеріальний підхід до порівняльного аналізу трендостійкості часових рядів обсягів реалізації товарної продукції

Нерідко для прийняття науково обґрунтованих управлінських рішень перед особою, що приймає рішення, виникає необхідність проведення порівняльного аналізу динаміки протікання тих або інших економічних процесів, розвитку елементів керованої системи. Як правило, ця динаміка відображається у вигляді часових рядів, дослідження яких і необхідно здійснити. Розглянемо підхід до порівняльного аналізу ЧР, що базується на комплексному застосуванні методів фрактального аналізу та багатокритеріального оцінювання.

Нагадаємо, що метою фрактального аналізу (в контексті проблеми дослідження й подальшого прогнозування) деякого ЧР є виявлення присутності в ньому довгострокової пам'яті та оцінка її глибини. Окрім того, ця мета передбачає визначення такої характеристики, як *трендостійкість* [208] або, навпаки, виявлення такої властивості, як «повернення до середнього частіше, ніж у випадковому поведженні ЧР».

Ідея використовуваного в роботі підходу базується на встановленому Херстом визнаному факті, що поведінка більшості природних систем не відповідає випадковому блуканню, тобто часовий ряд такої системи не представляє собою в «чистому вигляді» випадкову величину, імовірність розподілу якої підпорядковується нормальному,

рівномірному або іншому відомому закону. Такі ряди мають ефект пам'яті і їх прийнято називати персистентними або трендостійкими. Якщо в такому ряді протягом якогось (обмеженого) періоду спостерігаємо зростання (спадання), то, імовірно, що він буде зберігати цю тенденцію деяку кількість кроків і в майбутньому. Зазначена трендостійкість у деякому сенсі протилежна короткочасній «марківській» пам'яті. У цьому випадку говорять про часовий ряд з довготривалою пам'яттю. У такому ряді недавні події мають вплив більше, ніж віддалені, але вплив останніх завжди відчутний. Те, де ми перебуваємо тепер, визначається тим, яка низка подій цьому передувала. Зі збільшенням довжини цієї низки сила зазначеного впливу слабшає, а тому можна говорити про «глибину пам'яті». У термінах нелінійної динаміки систем замість терміна «глибина пам'яті» використовується термін «глибина циклу», що означає тривалість, після закінчення якої губиться пам'ять про початкові умови даного циклу.

Таким чином, поняття «трендостійкість» визначає якісну характеристику динаміки (часового ряду), яка для її практичного застосування потребує кількісних оцінок, тобто метричних показників. До останніх належать два показника - показник Херста й глибина пам'яті. Знання цих фрактальних характеристик розглянутих часових рядів представляє аналітику важливу передпрогнозну інформацію, а саме дозволяє йому оцінити й порівняти характер процесів, що відбуваються, а також перспективність надійного прогнозування ЧР за допомогою методів, що використовують цю інформацію (наприклад, за допомогою клітково-автоматної прогнозної моделі).

Протягом останнього півстоліття практично всі випадки фрактального аналізу ЧР базувалися на алгоритмі нормованого розмаху Херста A_1 [207,208]. Як було показано

вище (див. п. 2.1), за цим алгоритмом обчислюються середні («усереднені») значення вказаних вище характеристик.

У даній частині роботи для одержання оцінок вказаних передпрогнозних характеристик застосуємо модифікований алгоритм - алгоритм A_2 - послідовного R/S -аналізу (див. п.2.2). Перевагою цього алгоритму є те, що він дозволяє обчислювати шукані оцінки значень досліджуваних характеристик диференційовано на протязі розглянутого ЧР. Виявилось, що ці «неусереднені» значення є істотно більш інформативними з погляду передпрогнозного аналізу ЧР.

Проте, виникає проблема. Суттєвою особливістю результату роботи алгоритму послідовного R/S -аналізу є той факт, що шукані показники представлені не звичайним числовим значенням, а мають вигляд нечіткої множини [12]. Виникає проблема порівняння ЧР, що мають характеристики у вигляді нечітких множин.

Проблема порівняння множин є об'єктом дослідження таксономії, у рамках якої одним зі шляхів розв'язання пропонується індексний підхід. У літературі по таксономії можна зустріти велику кількість індексів, призначених для загального порівняння скінченних множин. Ці множини визначаються на універсамі бінарнозначних властивостей і представляють характеристику об'єктів. Індокси порівняння звичайно припускають теоретико-множинну інтерпретацію.

У випадку багатозначних властивостей, коли об'єкти представлені як нечіткі множини, індокси порівняння узагальнюються зі збереженням нечіткої теоретико-множинної інтерпретації. Існують три природні точки зору на способи порівняння, а саме: можна розглядати частковий збіг, розбіжність (або, що еквівалентно,

включення) та відмінність (або, що еквівалентно, подібність).

Існують два основні напрями в розв'язанні проблеми порівняння нечітких множин на основі індексного підходу. При першому з них використовуються скалярні індекси порівняння, тоді як при другому напрямі - нечітко-значні індекси. Наприклад, у роботі [71] розглядаються індекси порівняння нечітких множин трьох типів. До першого типу належать показники, за якими оцінюється узгодженість об'єктів. Індокси другого типу трактуються як усереднені оцінки подібності об'єктів. Третій тип індоксів становлять показники, якими вимірюється ступінь конкретизації одного з елементів щодо іншого.

Однак, головним недоліком індексного підходу, що унеможлиблює застосування його для цілей даного дослідження, є те, що при порівнянні множин використовується лише поточечна відповідність і не приймається до уваги можливості існування метрики на універсамі. Але саме в таких умовах виникла і вирішується проблема порівняння нечітких множин у даній роботі.

Розглянемо один зі шляхів розв'язання сформульованої проблеми [145,147] - метод, що дозволяє проводити порівняльний аналіз часових рядів - на прикладі двох часових рядів, які відбивають динаміку значень об'ємів реалізації товарів мережі парфумерних магазинів.

Розглянемо часовий ряд

$$X = \langle x_i \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (6.14)$$

щоденних об'ємів реалізації товару 1 (група «Шампунь») однієї мережі парфумерних магазинів протягом періоду, що складається з $n = 400$ днів. На рис. 6.17 представлено

графічне зображення початкового відрізка X^0 цього часового ряду, що складається з $n_1 = 96$ рівнів.

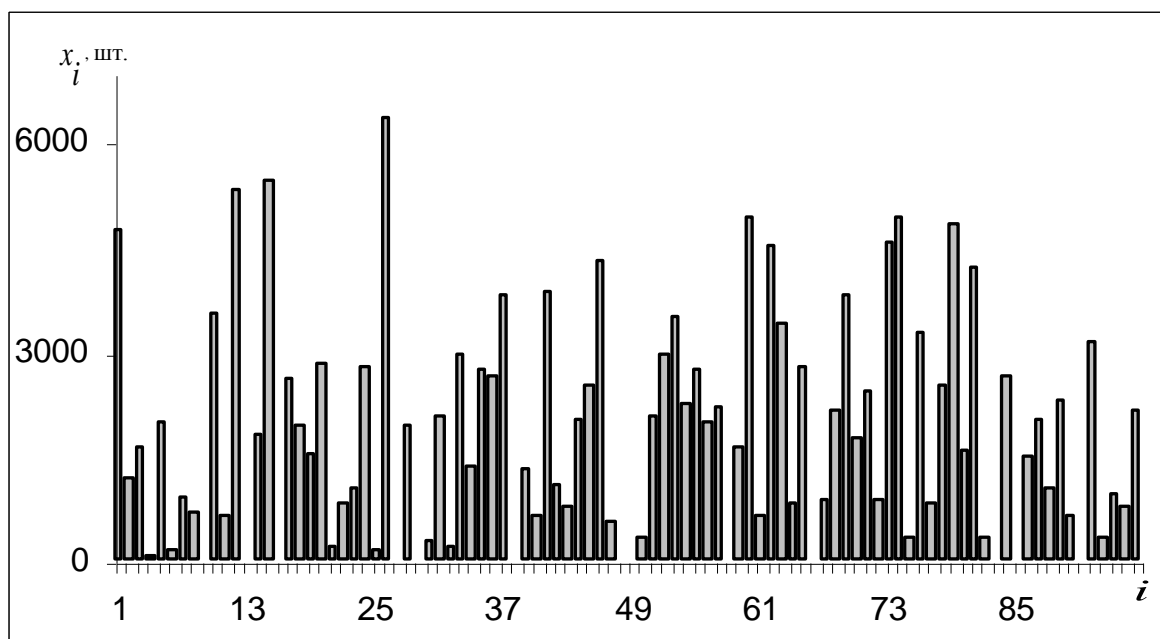


Рисунок 6.17 - Гістограма часового ряду X^0 щоденних об'ємів реалізації товару 1 мережі парфумерних магазинів

Побудуємо (рис. 6.18) R/S -траєкторію й H -траєкторію для ЧР X (6.14).

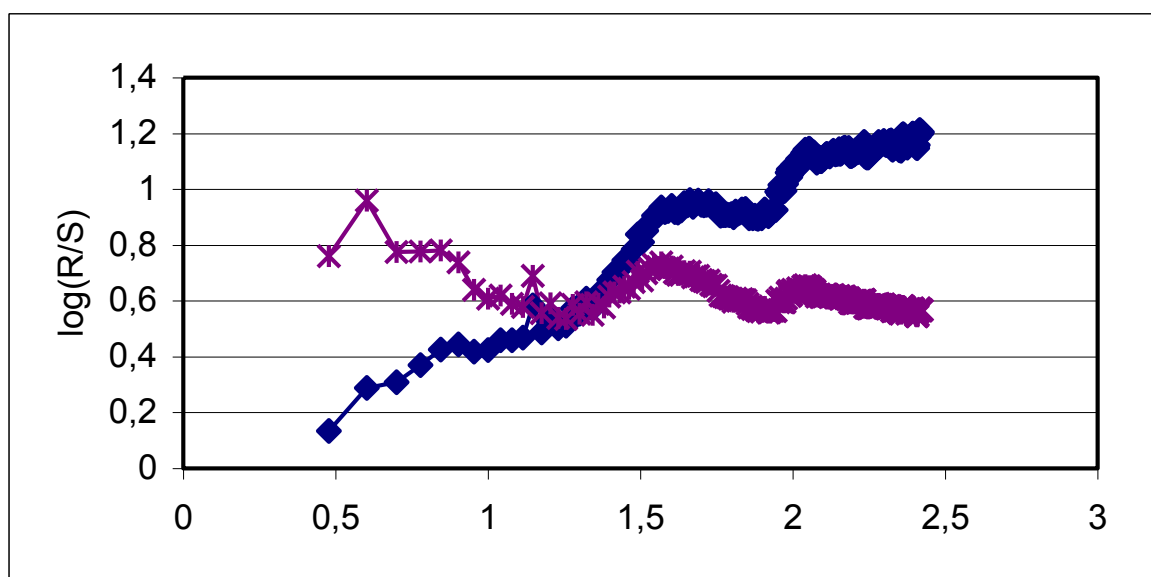


Рисунок 6.18 - R/S - і H -траєкторії часового ряду X (6.14) щоденних об'ємів реалізації товару 1

На підставі аналізу представлених на рис. 6.18 траєкторій можна сформулювати наступний висновок: зміна тренда R/S -траєкторії в точці $l = 4$, супроводжувана відходом \hat{I} -траєкторії із зони чорного шуму $H(4) \approx 0,959$ в зону білого шуму $H(12) \approx 0,5$, дозволяє глибину «пам'яті про початок» ряду формально оцінити числом $l = 4$. Останнє означає, що початковому відрізку даного ЧР притаманна властивість слабкої трендостійкості, що підтверджує візуалізація розглянутого часового ряду на рис. 6.17 (часте чергування додатних та від'ємних приростів рівнів ЧР X).

Включення «стріли часу» неможливо в стандартній економетриці [241], що вважає ряди інваріантними відносно часу. Дослідники почали широко використовувати так званий показник Херста H , де значення $H > 0,5$ означає, що спостереження не є незалежними, тобто кожне з них несе пам'ять про всі попередні події; у таких випадках прийнято говорити про часовий ряд з пам'яттю.

Використаємо алгоритм оцінки «глибини довгострокової пам'яті всього розглянутого ряду в цілому» [131] і представлення її у вигляді нечіткої множини (НМ)

$$L(X) = \{ (l; \mu(l)) \},$$

де l - значення носіїв, $\mu(l)$ - значення функції приналежності «глибини l » нечіткої множині $L(X)$. У результаті застосування використовуваного алгоритму до ЧР X (6.14) одержуємо НМ глибини пам'яті для ЧР X у цілому:

$$L(X) = \{(l; \mu(l))\} = \{(3; 0,71), (4; 0,9), (5; 0,72), (6; 0,73), (7; 0,35), (8; 0,23), (9; 0,21), (10; 0,19), (11; 0,18), (12; 0,14), (13; 0,13)\}. \quad (6.15)$$

На рис. 6.19 дане графічне представлення НМ (6.15) глибини пам'яті для ЧР X (6.14).

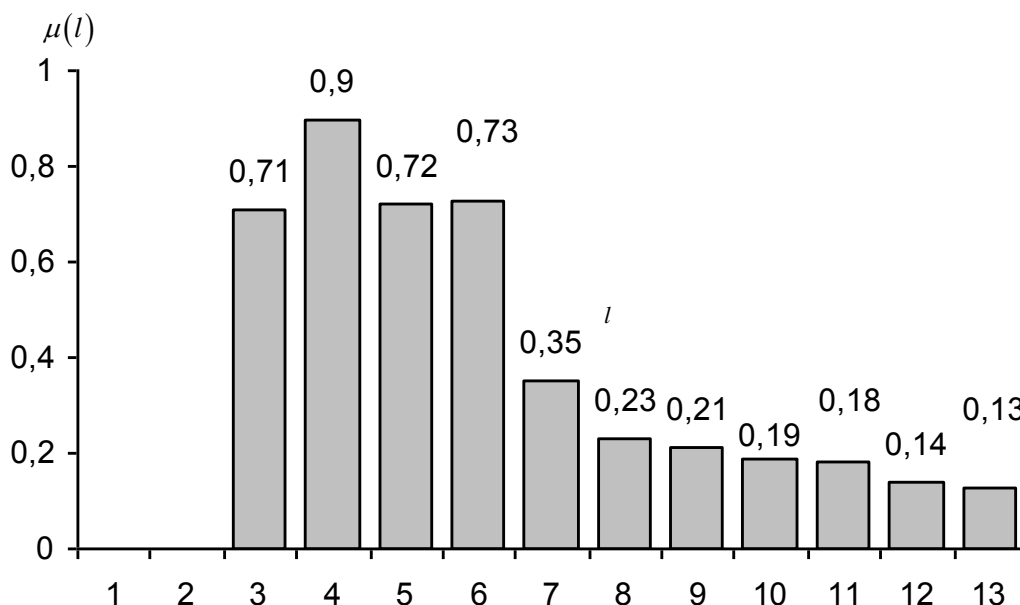


Рисунок 6.19 - Графічне представлення нечіткої множини глибини пам'яті часового ряду X (6.14)

З погляду передпрогнозного аналізу найбільш істотною властивістю НМ (6.15) (див. рис. 6.19) є те, що розглянутому ряду в істотній мірі властива гранична (мінімальна) глибина пам'яті $l=3$ зі значенням функції приналежності $\mu(3) \approx 0,71$, яке можна вважати досить значимим і таким, що сигналізує про слабку трендостійкість, тобто про втрату властивості зберігати тренд, що намітився, принаймні, для такої послідовності спостережень (тобто рівнів \tilde{x}_i), довжина якої порівняна із числовим значенням глибини пам'яті розглянутого ЧР.

Підбиваючи підсумок численних досліджень і експериментальних розрахунків, виконаних різними авторами на базі R/S -аналізу природних і економічних ЧР, автор [208] формулює наступний висновок:

«Трендостійкість поведінки (ЧР), або сила персистентності збільшується при наближенні H до 1, або 100% (довгострокової) кореляції. Чим ближче H до 0,5, тим більше зашумлено ряд і тим менше виражений його тренд». Щодо терміна «глибина пам'яті» тут же стверджується, що «...у будь-якій нелінійній системі, у її русі завжди існує точка, в якій губиться пам'ять про початкові умови. Ця точка «втрати» аналогічна (тобто відповідає) краю природного періоду системи». Тут під терміном «період системи» мається на увазі цикл [207, 208], що має місце у її траєкторії, тобто в її ЧР.

Один з емпіричних результатів, що отримано на базі послідовного R/S -аналізу часових рядів, які містять циклічний компонент, можна символічно представити в такий спосіб: $ГП = Ц + Л$, де $ГП$ – глибина пам'яті про початок розглянутого ЧР, $Ц$ – довжина циклу, що міститься на початку цього ЧР, $Л$ – лаг, тобто кількість рівнів, протягом яких дисипатує пам'ять [169, 208] про вичерпання спостережуваного циклу.

Таким чином, такі числові характеристики трендостійкості деякого часового ряду $X = \langle x_i \rangle, i = \overline{1, n}$, як глибина його пам'яті $L(X) = \{(l, \mu(l))\}$ й показник Херста $H = H(X)$ представляють собою максимізуємі показники або критерії оцінки «якості» ряду :

$$L(X) \rightarrow \max, \quad (6.16)$$

$$H(X) \rightarrow \max. \quad (6.17)$$

Останнє означає, що для пари порівнюваних ЧР X' та X'' той ЧР краще з погляду трендостійкості, для якого значення $L(X)$ й $H(X)$ більше. При цьому ми зіштовхуємося з нетривіальною методичною й

методологічною проблемою порівняння такого показника (6.16), що є не звичайним числом, а множиною (нечіткою множиною). Пошук прийнятного розв'язання цієї проблеми є одним з основних питань даного дослідження.

Наряду з вищевказаною проблемою також нетривіальним є питання про конструктивне представлення другого із запропонованих критеріїв (6.17) оцінки трендостійкості, а саме, питання диференційованого представлення показника Херста $H(X)$.

Розглянемо один з можливих підходів до розв'язання цього питання. Ідея цього підходу спирається на той факт, що, образно говорячи, інформація про глибину пам'яті пов'язана саме з точками зміни тренда R/S -траєкторій розглянутих ЧР X^r , $r = \overline{1, m}$, $m < n$, де X^r – такий відрізок розглянутого ЧР, що починається з елемента x_r ; $1 \leq r \leq m$; $S(X) = \{ X^r \}$, $r = \overline{1, m}$ – сімейство всіх визначених у такий спосіб відрізків ЧР X . Значення показників Херста в точці зміни тренда (часового ряду $X^r \in S(X)$) представляють собою таку оцінку цього показника, який характеризує трендостійкість відрізка, що починається від першого рівня ЧР X^r і тренда, що закінчується в точці зміни.

На рис. 6.20 верхній графік представляє зображення значень показника Херста H в точках зміни тренда R/S -траєкторій відрізків X^r із сімейства $S(X^0)$, де X^0 – початковий відрізок часового ряду X (6.14), що відображає щоденні об'єми реалізації товару 1 (група «Шампунь») в мережі парфумерних магазинів, X^0 складається з $n_1 = 96$ рівнів. Нижній графік представляє мінімальні значення показника Херста H , що досягають H -траєкторією цих відрізків після точки зміни тренду їх R/S -траєкторій.

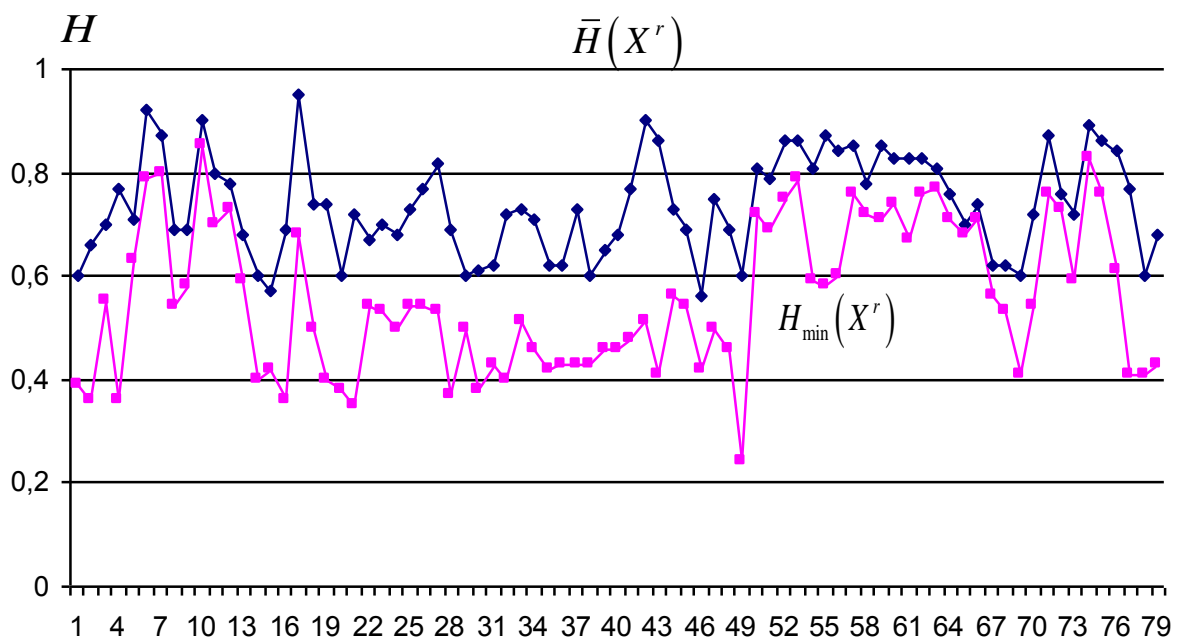


Рисунок 6.20 - Верхній графік – значення показника Херста H в точках зміни тренда R/S -траєкторій часових рядів X^r із сімейства $S(X^0)$; нижній графік – мінімальні значення показника H , що досягають після точки зміни тренда R/S -траєкторії

Опишемо етапи алгоритму обчислення й представлення критерію (6.17).

На самому початку відзначимо, що в процесі послідовного R/S -аналізу відрізків часових рядів із сімейства $S(X)$ для кожного з них зміна тренда R/S -траєкторій відбувається в таких точках, у яких значення показника $H \geq 0,55$. З огляду на цей факт, область всіх значень показника Херста H для розглянутих ЧР розбиваємо на напівінтервали $[0,55; 0,6)$, $[0,6; 0,65)$, . . . , $[0,95; 1)$. Ці напівінтервали нумеруємо уздовж осі абсцис (ліворуч праворуч) індексом $t = 1, 2, \dots, 9$.

Нехай для кожного ЧР $X^r = \langle x_i^r \rangle$, $i = \overline{1, n_r}$, $r = \overline{1, m}$ у результаті застосування до нього алгоритму послідовного R/S -аналізу побудовані R/S -траєкторія й H -траєкторія. Вони визначають собою номер точки l_r , у якій відбулася зміна тренда. Тобто, l_r – це номер $i = l_r$ такої першої за порядком точки, яка знаходиться «вище» зони білого шуму і у якій H -траєкторія одержала від’ємний приріст, а R/S -траєкторія змінила тренд.

Введемо наступні позначення: $N(t)$ – кількість всіх рядів X^r із сімейства $S(X)$, у кожного з яких значення показника Херста H в точці зміни тренда належить t -ому інтервалу; $m = \sum_{t=1}^9 N(t)$; $d(t) = \frac{N(t)}{m}$ – частка таких рядів у сімействі $S(X)$, у кожного з яких втрата пам’яті, тобто зміна тренда R/S -траєкторії відбулася в такій точці l , що значення показника Херста $H(l)$ належить інтервалу t . Значення частот $N(t)$ і частостей $d(t)$ представлені для ЧР X (6.14) у табл. 6.8.

Таблиця 6.8 – Дані, що визначають емпіричний розподіл значень показника Херста в точках зміни тренда R/S -траєкторії

Напів-інтервали	[0,55-0,6)	[0,6-0,65)	[0,65-0,7)	[0,7-0,75)	[0,75-0,8)	[0,8-0,85)	[0,85-0,9)	[0,9-0,95)	[0,95-1)
Номер t напівінтервалу	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Частота $N(t)$	6	37	30	21	40	45	70	65	63
Частість $d(t)$	0,02	0,1	0,08	0,06	0,11	0,12	0,19	0,17	0,17

Значення величин $d(t)$, $t = \overline{1, 9}$ представляють собою частоти, з якими значення показника Херста H приймає значення з інтервалів $t \in \{1, 2, \dots, 9\}$. Ці частоти визначають собою емпіричний розподіл [8] значень показника Херста H в точках зміни тренда R/S -траєкторії. Графічне подання цього розподілу зображене на рис. 6.21.

З візуалізації на рис. 6.21 випливає, що зміна тренда R/S -траєкторії практично для всіх ЧР із сімейства $S(X)$ відбувається в області чорного шуму [208], коли значення H належить напівінтервалу $[0,6; 1)$ («епізодичною» появою значення H в напівінтервалі $[0,55; 0,6)$ «сірого шуму» [1] можна зневажити).

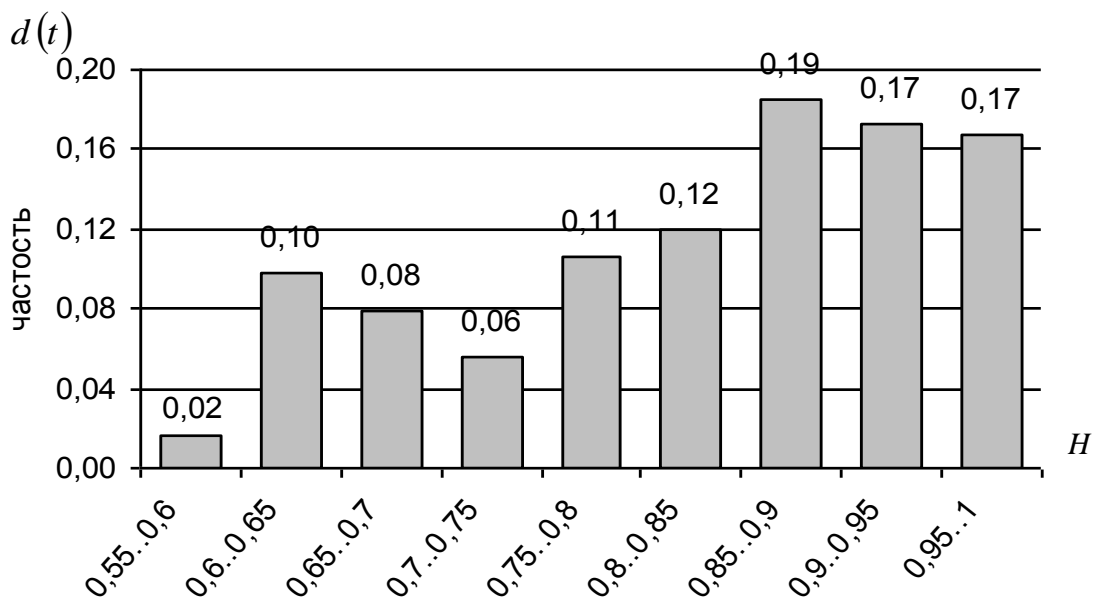


Рисунок 6.21 - Графічне представлення емпіричного розподілу значень показника Херста H в точках зміни тренда R/S -траєкторії часового ряду X (6.14)

Застосуємо описаний в [4,5] алгоритм послідовного R/S -аналізу до часового ряду триденних об'ємів реалізації товару 2 (група «Мило») за 2000 рік.

$$\tilde{Z} = \langle \tilde{z}_i \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (6.18)$$

де $m = 119$ – кількість спостережень або рівнів, що складають ЧР (6.18), \tilde{z}_i – кількість реалізованого товару протягом i -го спостереження. З метою візуалізації цього ЧР на рис. 6.22 дане його графічне представлення.

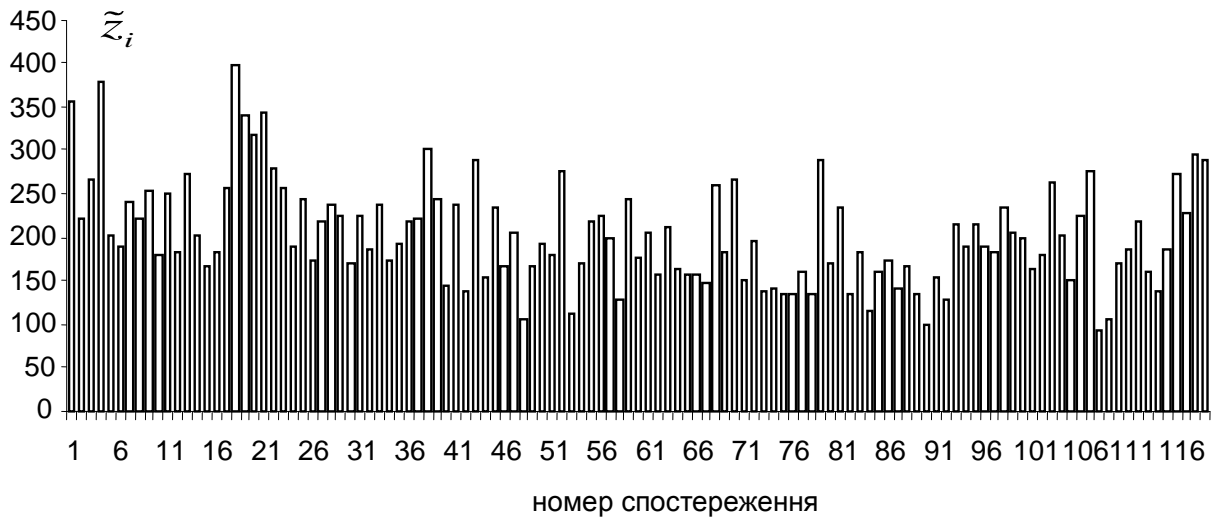


Рисунок 6.22 - Графічне представлення часового ряду \tilde{Z} (6.18)

Для цього ж часового ряду одержуємо НМ глибини пам'яті в цілому:

$$L(\tilde{Z}) = \{(3;0,05), (4;0,5), (5;0,9), (6;0,81), (7;0,81), \\ (8;0,5), (9;0,32), (10;0,36), (11;0,18), \\ (12;0,32), (13;0,14), (14; 0,09), (15; 0,09)\}. \quad (6.19)$$

На рис. 6.23 дане графічне представлення НМ (6.19) глибини пам'яті, отриманої за допомогою описаного в [5] методу послідовного R/S -аналізу для ЧР \tilde{Z} (6.18).

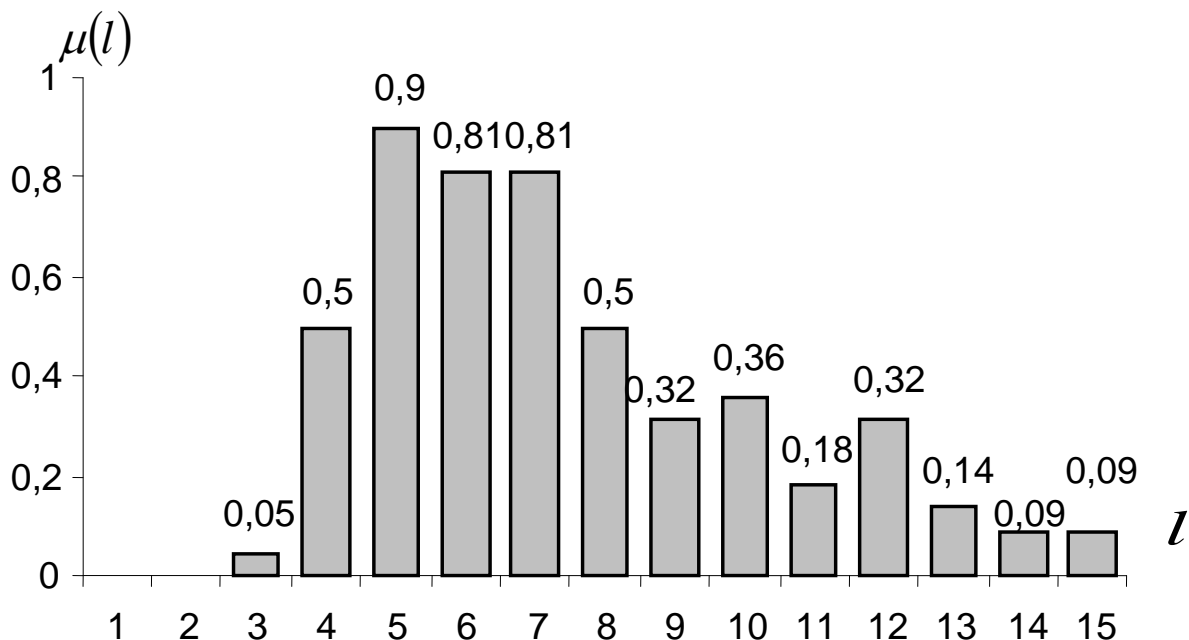


Рисунок 6.23 - Графічне представлення нечіткої множини глибини пам'яті для часового ряду \tilde{Z} (6.18)

З візуалізації рис. 6.23 і порівняння його з рис. 6.19, за аналогією можемо сформулювати наступний висновок щодо розглянутого ЧР \tilde{Z} . Для ЧР \tilde{Z} глибина пам'яті $l=5$ фігурує у відповідній йому НМ із максимальним значенням функції приналежності $\mu(5)=0,9$. Така глибина пам'яті із зазначеним високим значенням функції приналежності й фактична відсутність мінімальної глибини $l=3$ свідчать про наявність властивості трендостійкості, тобто про властивість зберігати тренд, що намітився, принаймні для такої послідовності спостережень (тобто рівнів \tilde{z}_i), довжина якої порівнянна із числовим значенням глибини пам'яті розглянутого ЧР.

На рис. 6.24 верхній графік представляє графічне зображення значень показника Херста H в точках зміни тренда R/S -траєкторій відрізків \tilde{Z}^r із сімейства $S(\tilde{Z})$ часового ряду групи товару 2 («Мило») за 2000 р.; нижній графік представляє мінімальні значення показника Херста H , що досягаються H -траєкторією цих відрізків після точки зміни тренду їх R/S -траєкторій.

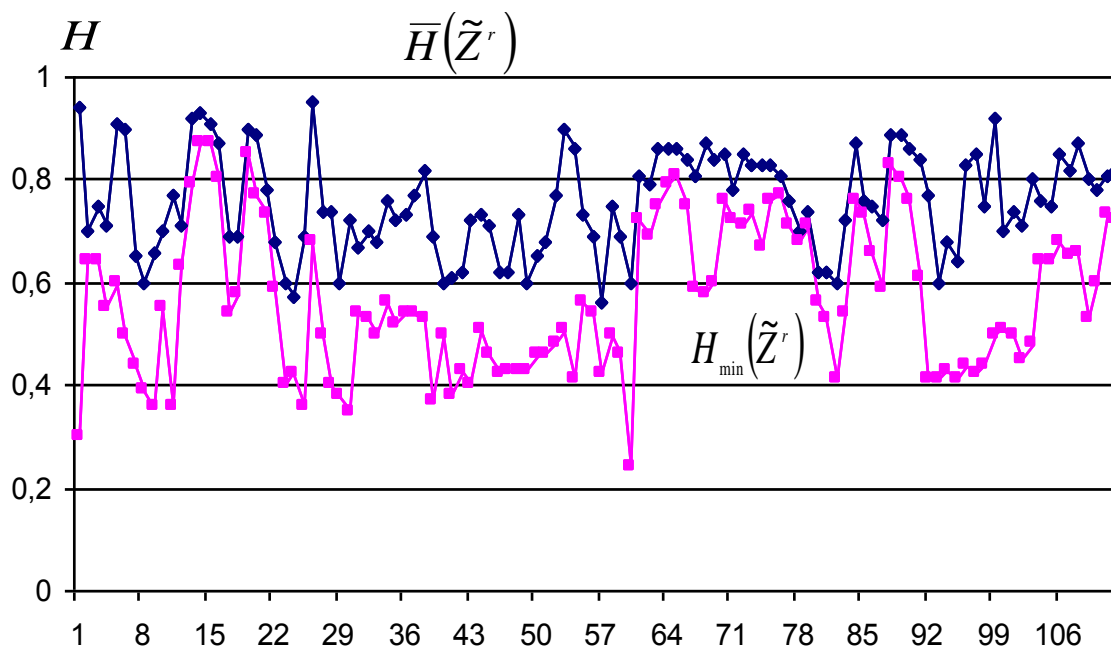


Рисунок 6.24 - Верхній графік – значення показника Херста H в точках зміни тренда R/S -траєкторій часових рядів \tilde{Z}^r із сімейства $S(\tilde{Z})$; нижній графік – мінімальні значення показника H , що досягають після точки зміни тренда R/S -траєкторії

Зауваження 2. З візуалізації на рис. 6.24 випливає, що точки «зриву» із тренда R/S -траєкторій знаходяться у зоні чорного шуму (в більшості випадків значення $H > 0,6$), а точки, що безпосередньо ідуть за точками «зриву» опиняються досить часто в зоні білого шуму (значення $H \approx 0,5$) або в зоні рожевого шуму ($H \approx 0,4$).

Представимо в табл. 6.9 значення частот $N(t)$ і частостей $d(t)$ (за аналогією з табл. 6.8) для обчислення емпіричного розподілу значень показника Херста H розглянутого ЧР \tilde{Z} . Графічне представлення цього розподілу зображене на рис. 6.25.

Таблиця 6.9 – Дані, що визначають емпіричний розподіл значень показника Херста в точках зміни тренду R/S -траєкторій

Напів-інтервали	[0,55-0,6)	[0,6-0,65)	[0,65-0,7)	[0,7-0,75)	[0,75-0,8)	[0,8-0,85)	[0,85-0,9)	[0,9-0,95)	[0,95-1)
Номер напів-інтервалу t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Частота $N(t)$	2	15	14	22	17	16	16	9	1
Частість $d(t)$	0,02	0,13	0,13	0,2	0,15	0,14	0,14	0,08	0,01

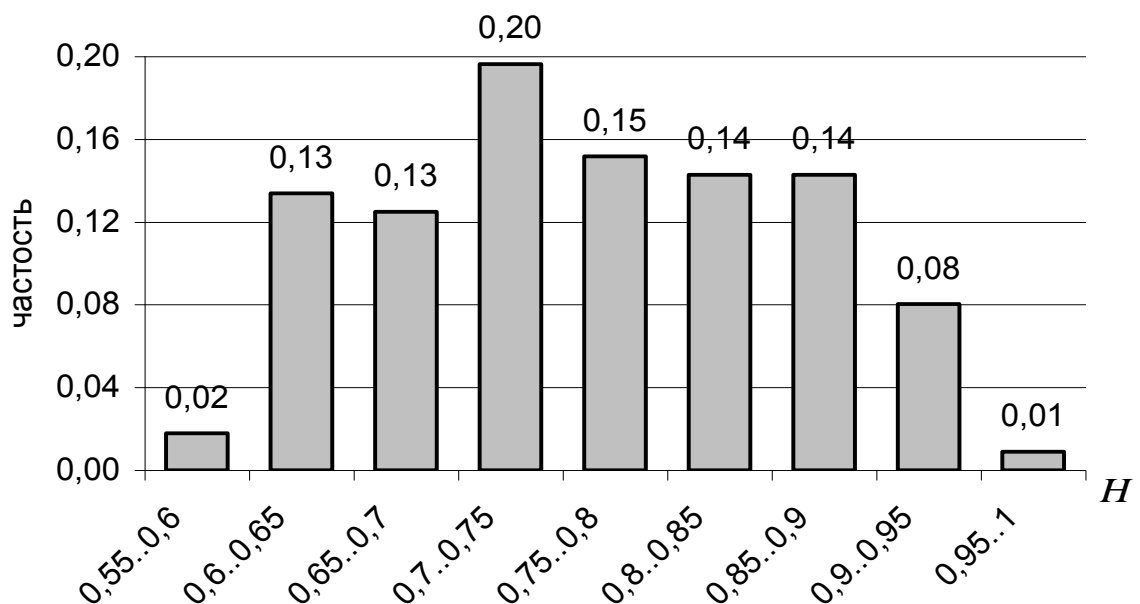


Рисунок 6.25 - Графічне представлення емпіричного розподілу значень показника Херста H в точках зміни тренда R/S -траєкторії часового ряду \tilde{Z} (6.18)

З рис. 6.25 випливає, що зміна тренда R/S -траєкторії практично для всіх ЧР із сімейства $S(\tilde{Z})$ відбувається в області чорного шуму, коли значення H належить напівінтервалу $[0,6; 1)$ («епізодичним» появою значення H в напівінтервалі $[0,55; 0,6)$ «сірого шуму» можна зневажити).

Наведемо тепер чисельні оцінки поведінки довгострокової пам'яті розглянутих ЧР. З цією метою обчислимо центри ваги нечітких множин (6.15) і (6.19) глибини пам'яті цих ЧР, використовуючи відому формулу дефазифікації [9]:

$$l_{\ddot{o}\ddot{o}}(X) = \left(\sum_{l=3}^{13} l \cdot \mu(l) \right) / \left(\sum_{l=3}^{13} \mu(l) \right) = 6,05, \quad (6.20)$$

$$l_{\ddot{o}\ddot{o}}(Z) = \left(\sum_{l=3}^{15} l \cdot \mu(l) \right) / \left(\sum_{l=3}^{15} \mu(l) \right) = 7,62, \quad (6.21)$$

Зауваження 3. Візуалізація рис. 6.19 і 6.23 і виразів (6.20) і (6.21) дозволяє сформулювати наступний висновок про порівнянність ЧР X (6.14) і ЧР \tilde{Z} (6.18) за значенням критерію глибини пам'яті (6.16). Відзначаючи виконання нерівностей $\mu_{\tilde{z}}(3) \ll \mu_x(3)$, $\mu_{\tilde{z}}(4) < \mu_x(4)$ і значне розходження між значеннями центрів ваги (6.20) і (6.21), тобто $l_{\ddot{o}\ddot{o}}(X) < l_{\ddot{o}\ddot{o}}(\tilde{Z})$, одержуємо якісний висновок: за критерієм глибини пам'яті (6.16), тобто за першим показником трендостійкості ЧР \tilde{Z} краще ЧР X .

Критерій (6.17), що максимізується, умовимося називати терміном «критерій Херста». Використовуючи в ілюстративних цілях ЧР X^0 і ЧР \tilde{Z} (6.18) (див. рис. 6.17 і 6.22), значення критерію (6.17) представляємо відповідно

на рис. 6.20 і 6.24 парами графіків: $\bar{H}(X^r)$, $H_{\min}(X^r)$ і $\bar{H}(\tilde{Z}^r)$, $H_{\min}(\tilde{Z}^r)$, $r=1,2,\dots,m$. На відповідних рисунках перший представник кожної із цих пар називається терміном «верхній графік» (зображується чорним кольором), другий представник кожної із цих пар називається терміном «нижній графік» (зображується сірим кольором). Для всякого ЧР $V \in \{X, Y, Z, \dots\}$, $V = \langle v_i \rangle$, $i = \overline{1, n}$ і його сімейства $S(V) = \{V^r\}$, $i = \overline{1, m}$, $m < n$ пари графіків $\bar{H}(V^r)$, $H_{\min}(V^r)$, $r = 1, 2, \dots, m$ умовимося називати терміном «коридор значень критерію Херста» (6.17) або, коротко, «коридор значень критерію $H(V)$ ».

За аналогією з класичним статистичним методом нормованого розмаху Херста для представлених на рис. 6.20 і 6.24 графіків обчислюємо середнє значення кожного з них:

$$\bar{H}_{\tilde{D}}(X^0) = \frac{1}{79} \sum_{r=1}^{79} \bar{H}(X^r) = 0,74, \quad (6.22)$$

$$H_{\min}^{\tilde{D}}(X^0) = \frac{1}{79} \sum_{r=1}^{79} H_{\min}(X^r) = 0,56, \quad (6.23)$$

$$\bar{H}_{\tilde{D}}(\tilde{Z}) = \frac{1}{113} \sum_{r=1}^{113} \bar{H}(\tilde{Z}^r) = 0,76, \quad (6.24)$$

$$H_{\min}^{\tilde{D}}(\tilde{Z}) = \frac{1}{113} \sum_{r=1}^{113} H_{\min}(\tilde{Z}^r) = 0,57, \quad (6.25)$$

З метою візуалізації отримані середні значення верхньої й нижньої оцінок показника Херста представляємо графічно на рис. 6.26.

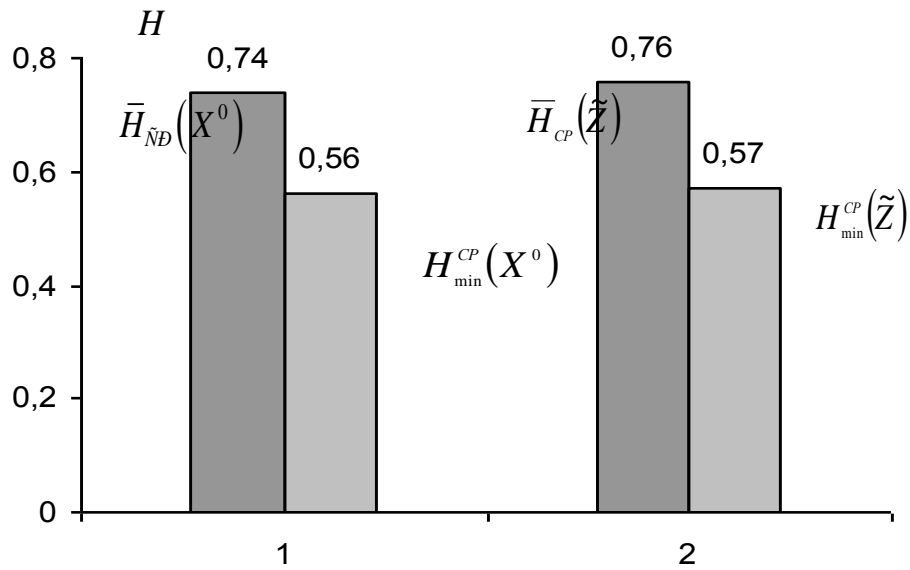


Рисунок 6.26 - Графічне представлення середніх значень верхньої й нижньої оцінок показника Херста (6.22) - (6.25)

Особливої уваги заслуговує той факт, що за допомогою запропонованого Херстом алгоритму нормованого розмаху для розглянутих часових рядів обчислюється таке значення показника Херста, яке також має сенс середнього. Однак це середнє обчислюється як середнє значення показника Херста, що визначається для відрізків, на які різними способами розбивається даний часовий ряд. На наш погляд середнє значення показника Херста, що представлено одним числом та обчислене за допомогою алгоритму нормованого розмаху, є менш інформативним у порівнянні з тими значеннями, які визначаються коридором значень критерію показника Херста (див. рис. 6.20 і 6.24), а також середніми значеннями верхніх і нижніх оцінок, обчислених згідно (6.22) - (6.25).

Проаналізувавши рисунки 6.20, 6.21 і 6.24, 6.25, а також оцінки (6.22) – (6.25), можна сформулювати

наступну комплексну оцінку значень критерію Херста (6.17) для розглянутих ЧР.

Коридори значень критерію Херста для розглянутих ЧР дають підставу стверджувати про подібність динаміки поведінки показника Херста для розглянутих ЧР X^0 і ЧР \tilde{Z} (6.18). Цю динаміку якісно можна охарактеризувати в такий спосіб:

- для більшості точок зміни тренда R/S -траєкторії значення показника Херста H належить діапазону $[0,6; 0,92]$;

- після точки зміни тренда R/S -траєкторії показник Херста H одержує від'ємні прирости, досягаючи мінімального значення в околі білого шуму або «рожевого шуму»;

- середні значення (6.22) - (6.25) адекватно відображають порівняльний ступінь трендостійкості двох розглянутих часових рядів, тобто чим вище отримана раніше якісна оцінка трендостійкості даного ЧР, тим більші числові значення приймають оцінки середніх, які обчислені згідно (6.25) - (6.30).

З урахуванням цієї характеристики динаміки розглянутих ЧР представляється можливим сформулювати наступне зауваження.

Зауваження 4. Розглядаючи рис. 6.26 відзначимо, що для значень нижньої й верхньої оцінки показника Херста фактично виконуються наступні строгі нерівності: $H_{\min}^{\tilde{N}D}(X^0) < H_{\min}^{\tilde{N}D}(\tilde{Z})$ і $\bar{H}_{\tilde{N}D}(X^0) < \bar{H}_{\tilde{N}D}(\tilde{Z})$. Таким чином, за критерієм Херста (6.17), тобто за цими показниками ЧР \tilde{Z} (6.18) краще, ніж ЧР X^0 .

Із сформульованих вище зауважень 3 і 4 випливає, що для ЧР X і ЧР \tilde{Z} (6.18) вдалося встановити співвідношення порівнянності («краще» або «гірше», «більше» або

«менше») щодо властивості трендостійкості за векторною цільовою функцією (ВЦФ)

$$F^0(X) = (L(X), H(X)), \quad (6.26)$$

яка складається з максимізуємих критеріїв (6.16) і (6.17), де яких перший є нечіткою множиною, а другий – дискретною функцією розподілу. Цей факт говорить лише про існування таких пар ЧР, які виявляються порівнюваними за ВЦФ (6.26). Однак, принципово важливо відзначити, що до теперішнього часу відсутнє загальноприйняте визначення переваги для нечітких множин, яким є критерій $L(X)$ (6.16). Аналогічно відсутнє також загальноприйняте визначення переваги у випадку порівняння двох емпіричних функцій розподілу. Таким чином, використання ВЦФ (6.26) для цілей порівняльного аналізу трендостійкості ЧР виявляється принципово проблематичним і, отже, «неробочим», хоча, разом з тим кожний з критеріїв (6.16), (6.17) ВЦФ (6.26) є досить інформативним з погляду передпрогнозного аналізу окремо взятого часового ряду.

Нагадаємо, що ВЦФ (6.26) введена із дwoєюкою метою: по-перше, для одержання оцінки властивості трендостійкості розглянутого ЧР і, по-друге, для того, щоб мати визначення «працюючого» відношення порівнюваності («гірше» або «краще») на розглянутій множині ЧР, поведінка яких прогнозується. Для досягнення другої із зазначених цілей ВЦФ (18) у загальному випадку не є достатнім інструментом. Дійсно, розглядаючи, наприклад, пари НМ $L(X)$ (6.15), $L(\tilde{Z})$ (6.19), ми не маємо можливості строго обґрунтувати, яке бінарне відношення («краще», «більше» і т.п.) існує між ними, тому

що, до теперішнього часу ще не розроблена загальноприйнята теорія порівняння нечітких множин між собою. Аналогічне положення має місце й для критерію Херста (6.17), що представлено, наприклад рис. 6.20, 6.24 або відповідними емпіричними розподілами (див. рис. 6.21 і 6.25). У цьому зв'язку в даній роботі пропонується, розглядаючи деякий ЧР X , використовувати як самостійний критерій $\mu_x(l)$ для $l=3$ й, крім того, «множинні» критерії $L(X)$ й $H(X)$ замінити на скалярні критерії відповідно у вигляді центра ваги (6.20) і середнього значення (6.22). Таким чином, пропонується використовувати наступну ВЦФ, що визначена в повній відповідності із класичною теорією дискретної багатокритеріальної оптимізації [75, 240]:

$$\tilde{F}(X) = (F_1(X), F_2(X), F_3(X)), \quad (6.27)$$

$$F_1(X) = \mu_x(3) \rightarrow \min, \quad (6.28)$$

де $\mu_x(3)$ представляє собою значення функції приналежності $\mu(l)$ для $l=3$ в отриманій НМ виду (6.15),

$$F_2(X) = l_x(X) = \left(\sum_l^L l \cdot \mu(l) \right) / \left(\sum_l^L \mu(l) \right) \rightarrow \max, \quad (6.29)$$

$$F_3(X) = \bar{H}_{\tilde{N}D}(X) = \frac{1}{m} \sum_{r=1}^m \bar{H}(X^r) \rightarrow \max, \quad (6.30)$$

де L – максимальне значення носія в НМ виду (6.15), $m = | S(X) |$ – кількість ЧР у сімействі $S(X)$.

Із зауважень 3 та 4 випливає, що відношення порівнюваності часових рядів X (6.14) та \tilde{Z} (6.18) по суті встановлено за допомогою ВЦФ (6.27) – (6.30). Разом з тим

деяка множина розглянутих ЧР у загальному випадку може містити такі пари ЧР, які виявляються векторно-непорівнюваними за ВЦФ (6.27). Ці ЧР утворюють паретовську множину [212], в якій «кращий» елемент визначається за допомогою одного або декількох вирішальних правил [200], або за допомогою використання інших процедур теорії прийняття рішень [118].

Слід зазначити, що часткові критерії ВЦФ (6.26) є різнорідними за напрямком екстремумів: $F_1(X) \rightarrow \min$, а $F_2(X) \rightarrow \max$ й $F_3(X) \rightarrow \max$. Далі необхідно використати вирішувальні правила або процедури теорії вибору й прийняття рішень. Ці процедури вимагають, щоб критерії, які становлять дану ВЦФ, були однорідними за видом екстремуму. З метою зміни напрямку екстремуму необхідно провести перетворення критерія $F_1(X)$. У реальних НМ значення функції приналежності, як правило, задовільняє строгій нерівності $\mu_x(l) < 1$, тому мінімізуємий критерій (6.27) можна перетворити в максимізуємий критерій $\bar{F}_1(X) = 1 - F_1(X) = 1 - \mu_x(3)$ без втрати адекватності.

Таким чином, запропоновано та розглянуто приклад застосування нового багатокритеріального підходу до порівняльного аналізу часових рядів по відношенню до характеристики еволюції процесу або системи, що вони відображають, а також проблеми оцінки їхньої прогностичності. Застосування отриманих результатів можливо при розробці й реалізації сучасних комп'ютерних систем підтримки прийняття рішень. Подальші дослідження, очевидно, необхідно спрямувати на використання отриманих результатів аналізу для обґрунтування управлінських рішень.

ВИСНОВКИ

У сучасній економіці все зростаюче значення мають нові наукові методи моніторингу, візуалізації, моделювання, аналізу та прогнозування. Це обумовлено тим, що в ній стрімко та кардинально змінюються парадигми, концепції, виробничі та програмні платформи, підходи, технології. Науковий аналіз і наукове прогнозування особливо гостро затребувані перехідними економіками при роботі в умовах ринку, який насичений конкуруючими учасниками зі складною нелінійною інтерференцією повільних (товарних), середнього темпу (фінансових) та швидких (інформаційних) потоків і процесів на ньому. Розвиток нано-, мікро-, мезо-, макро- і мегаекономічного моделювання, аналізу, планування та прогнозування в сучасних умовах пов'язаний з послідовним зростанням рівня їхньої формалізації. Основу для цього процесу заклав, зокрема, прогрес в галузі прикладної математики, математичної статистики, у методах оптимізації, теорії наближень, економетриці, прогностиці, синергетиці, теорії фракталів та хаосу.

Дана монографія присвячена викладу методології аналізу та прогнозування економіки, що базується на наступних парадигмах сучасної економічної науки:

еволюційній парадигмі, що найважливішим елементом аналізу соціально-економічних систем вбачає вивчення змін у їхній динаміці та урахування їхнього історичного розвитку,

нелінійній парадигмі, у рамках якої поведінка системи характеризується нестійкістю та нелінійною реакцією навіть на незначні збурення,

парадигмі складності, у рамках якої об'єкти моделювання мають такі характерні властивості, як необоротність еволюції, рідкі катастрофічні події, висока

гетерогенність та адаптивність взаємодіючих елементів системи та ін.

Необхідність розвитку в цьому напрямі пов'язана з тим, що, незважаючи на численні дослідження в рамках виділених парадигм, ще не повністю задоволена потреба в інструментарії аналізу та моделювання.

Об'єктом дослідження даної роботи є еволюція складних економічних систем і процесів, яка відображається часовими рядами економічних показників, а основним методом - побудова алгоритмічних моделей, що синтезують підходи нелінійної динаміки, теорії динамічного хаосу та комп'ютерної обробки даних.

Особливістю кількісного представлення динаміки показників практичної економіки є відсутність гладких аналітичних залежностей. Еволюція економічної системи представляється у вигляді множини дискретних точок, причому ця множина, як правило, має малу потужність, значимість порядку i , як наслідок, довгострокову пам'ять. Тому для досягнення основних цілей моделювання - вивчення, прогнозування і, в остаточному підсумку, управління (на основі аналізу та прогнозу) поведінкою економічних систем – запропоновані моделі та методи дискретної нелінійної динаміки. Тобто моделі та методи, які ґрунтуються на використанні дискретних структур та застосовуються для розв'язання нелінійних задач на дискретних множинах. До цих методів відносяться фрактальний аналіз, фазовий аналіз, моделі клітинних автоматів, генетичні алгоритми та гібридні моделі й методи, що на них базуються.

Розглядаючи питання приналежності пропонованих моделей до того або іншого класу, необхідно відмітити, що з розвитком економіко-математичних досліджень ускладнюється й проблема класифікації моделей. Разом із

виникненням нових типів моделей (особливо змішаних типів) і нових ознак їх класифікації здійснюється процес інтеграції моделей різних типів у більш складні модельні конструкції. Моделі, що розглянуто в даній роботі, в своїй основі мають аналітичний зміст (природу) та алгоритмічну форму.

Розглянуті в монографії підходи до моделювання, запропоновані математичні моделі та методи є достатньо ефективним засобом структурованого, компактного й доступного для огляду представлення наявної інформації про економічний об'єкт. При цьому вони дозволяють враховувати багато базових концепцій економічної кібернетики та є дієвим інструментарієм для одержання нових знань про об'єкт дослідження.

На відміну від класичних (статистичних) методів аналізу запропоновані моделі і методи дозволяють досліджувати економічних часові ряди, яким властиві такі характеристики поведінки, як наявність пам'яті (відсутність незалежності рівнів), хаотичність, мала довжина та ін. При цьому вони мають прийнятну працемісткість та програмно реалізовані. Значна увага в роботі приділена обґрунтуванню адекватності методів, яке виконане на основі проведення та аналізу результатів комп'ютерного експерименту.

Застосування розглянутих моделей та методів дозволяє на основі аналізу часового ряду не тільки встановити такий характер поведінки системи як трендостійкість, тобто наявність довгострокової пам'яті, але і отримати оцінки її глибини, з'ясувати характер циклічності (квазіциклічності), періодичності тощо. Це дає змогу порівнювати динаміку як у просторі об'єктів (різних економічних систем), так і у часі (різні відрізки, розрізи тощо).

Запропоновані в роботі методи прогнозування у системній єдності містять процес моделювання довгострокової пам'яті розглянутого ЧР, завершуються одержанням прогнозу та включають валідацію - оцінювання похибки результату. Як свідчить досвід їх застосування, урахування «заважаючої» властивості часових рядів (щодо застосування статистичних методів прогнозування) – довгострокової пам'яті та використання характеристик динаміки цієї пам'яті, призводить до значного покращення результатів прогнозування (до 15-20%).

Використовуючи властивість інваріантності моделей щодо об'єкту дослідження, застосування розглянутих моделей і розроблених нових методів дозволяє охопити широкий клас проблем економіки. Поряд із аналізом і прогнозуванням на рівні макроекономіки (на прикладі динаміки поведінки індексів зростання ВВП та індексу зростання промислового виробництва країни і регіону), моделюванням економічної динаміки на мегарівні (на прикладі цін на світовому ринку дорогоцінних металів) розглядаються проблеми аналізу поведінки суб'єктів економіки на мікрорівні (аналіз діяльності платників податків, аналіз обсягів реалізації товарної продукції та ін.).

При цьому результати мають *конструктивний* характер: всі нові знання, які отримано в результаті застосування методів дискретної нелінійної динаміки, використовуються для побудови прогнозу та в кінцевому підсумку можуть бути основою для розробки стратегії управління економічною системою. Це цілком та повністю відповідає головному завданню економічної науки, що полягає у розробленні наукових методів аналізу та управління економікою.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян С.А. Инструменты статистического анализа данных / С.А. Айвазян, В.С. Степанов // Мир ПК. – 1997. – №8.
2. Айвазян С.А. Прикладная статистика. Основы эконометрики / С.А. Айвазян, В.С. Мхитарян. – М.: ЮНИТИ, 2001. – 1002 с.
3. Аладьев В.З. Классические однородные структуры: Клеточные автоматы / В.З. Аладьев. – СА: Palo Alto, Fultus Corporation, 2006. – 536 с.;
то же [Электронный ресурс] / В.З. Аладьев. – Fultus Books, 2009. – 535 с. – Режим доступа: www.fultus.com.
4. Аладьев В.З. К теории однородных структур / В.З. Аладьев. – Таллинн: Изд-во АН ЭССР, 1972. – 190 с.
5. Аладьев В.З. Однородные структуры: Теоретические и прикладные аспекты / В.З. Аладьев. – Киев: Республиканское изд-во Тэхника, 1990. – 272 с.
6. Аладьев В.З. Вопросы математической теории классических однородных структур / В.З. Аладьев, Ю.Я. Хунт, М.Л. Шишаков. – Гомель: Изд-во БЕЛГУТ, 1996.
7. Аладьев В.З. Научно-исследовательская активность Таллиннской исследовательской группы за период 1995 – 1998 / В.З. Аладьев, Ю.Я. Хунт, М.Л. Шишаков. – Таллинн-Гомель-Москва: Изд-во TRG & VASCO Ltd, 1998. – 80 с.
8. Алан Дж. Ф. S-Plus - инструмент анализа данных [Электронный ресурс] / Дж. Ф. Алан // Computerworld. – 1997. – №30. – Режим доступа к журн.: <http://www.osp.ru/cw/1997/30/22705/>.
9. Аллен К. Долгосрочный прогноз землетрясений и автомодельность сейсмологических предвестников / К. Аллен, К. Хаттон, В.И. Кейлис-Борок и др. // Достижения и проблемы современной геофизики. – М.: Наука, 1984. – С. 152–165.
10. Алмазов А.А. Отличие теории фракталов от цикла Эллиота [Электронный ресурс] / А.А. Алмазов. – Режим доступа: <http://www.adamaz.ru/articles/almazov/>.
11. Алмазов А.А. Фрактальная теория. Как поменять взгляд на финансовые рынки [Электронный ресурс] / А.А. Алмазов. – Режим доступа к аннотации: <http://www.adamaz.ru/almazovbook.html>.
12. Алтунин А.Е. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях / А.Е. Алтунин, М.В. Семухин. – Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2000. – 352 с.
13. Андерсон Джеймс Дискретная математика и комбинаторика = Discrete Mathematics with Combinatorics / Джеймс Андерсон. — М.: «Вильямс», 2006. — 960 с.

14. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов / Т. Андерсон. – М.: Наука, 1976. – 378 с.
15. Анищенко В.С. Знакомство с нелинейной динамикой: лекции соросовского профессора: учеб. пособие / В.С. Анищенко. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 144 с.
16. Анищенко В.С. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах / В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова, и др. – Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. – 544 с.
17. Аносов Д.В. О развитии теории динамических систем за последнюю четверть века [Электронный ресурс] / Д.В. Аносов. – Режим доступа: <http://nature.web.ru/db/msg.html?mid=1159456&s=120201000>.
18. Астафьев Г.Б. Клеточные автоматы: учебно-методическое пособие / Г.Б. Астафьев, А.А. Короновский, А.Е. Храмов. – Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2003. – 24 с.
19. Ахромеева Т.С. Нестационарные структуры и диффузионный хаос / Т.С. Ахромеева, С.П. Курдюмов., Г.Г. Малинецкий, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1992. – 544 с.
20. Бак П. Самоорганизованная критичность / П. Бак, К. Чен // В мире науки. – 1991. – №3. – С.16–24.
21. Балдин Е.В. Случайная и детерминированная компоненты в эволюционном моделировании / Е.В. Балдин // Интеллектуальные системы. – 2001. – Том 6, выпуск 1-4. – С. 111-129.
22. Балдин Е.В. Генетические алгоритмы: возможности и ограничения / Е.В. Балдин, Л.О. Шашкин // Научно-техническая информация. – 2000. – №8: сер. 2: Информационные системы и процессы. – С. 19-33.
23. Безручко Б.П. Математическое моделирование и хаотические временные ряды / Б.П. Безручко, Д.А. Смирнов. – Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2005. – 320 с.
24. Бережная Е.В. Математические методы моделирования экономических систем: учебное пособие / Е.В. Бережная, В.И. Бережной. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 368 с.
25. Берже П. Порядок в хаосе. О детерминистическом подходе к турбулентности / П. Берже, И. Помо, К. Вуидаль; пер. с франц. – М.: Мир, 1991. – 368 с.
26. Бессонов В.А. Введение в анализ российской макроэкономической динамики переходного периода / В.А. Бессонов. – М.: ЦЭМИ РАН, 2003. – 151 с.
27. Божонкин С.В. Фракталы и мультифракталы / С.В. Божонкин, Д.А. Паршин. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 128 с.

28. Борисов А.Н. Принятие решений на основе нечетких моделей: примеры использования / А.Н. Борисов, О.А. Крумберг, И.П. Федоров. – Рига: Зинатне, 1990. – 184 с.
29. Борисов С.М. Золото в современном мире / С.М.Борисов / РАН. Ин-т мировой экономики и междунар. отношений. – Москва: Наука, 2006. – 245 с.
30. Боровиков В.П. Прогнозирование в системе STATISTICA в среде Windows: Основы теории и интенсивная практика на компьютере: уч. пособие / В.П. Боровиков, Г.И. Ивченко. – [2-е изд., перераб. и доп.]. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 368 с.
31. Бриллинджер Д. Временные ряды. Обработка данных и теория / Д. Бриллинджер – М.: Наука, 1980. – 454 с.
32. Булашев С.В. Статистика для трейдеров / С.В. Булашев. – М.: Компания Спутник +, 2003. – 245 с.
33. Бурцев М.С. Пасквиль на эволюцию / М.С. Бурцев // Философско-методологические проблемы ИИ: материалы постоянно действующего теоретического междисциплинарного семинара / под ред. Е.В. Середкиной. – Пермь: Изд-во ПГТУ, 2007. – С. 129-143.
34. Бутаков В. Оценка уровня стохастичности временных рядов произвольного происхождения при помощи показателя Херста / В. Бутаков, А. Граковский // Computer Modelling and New Technologies. – 2005 – Vol.9. – № 2. – P. 27-32.
35. Бутенин Н.В. Введение в теорию нелинейных колебаний / Н.В. Бутенин, Ю.И. Неймарк, Н.А. Фуфаев. – М.: Наука, 1987. – 207 с.
36. Бэстенс Д.-Э. Нейронные сети и финансовые рынки / Д.-Э. Бэстенс, В.-М. ван дер Берг, Д. Вуд. – М.: ТВП. – 1997.
37. Бюллетень модельных расчетов краткосрочных прогнозов социально-экономических показателей РФ. Апрель 2008 года [Электронный ресурс] / М. Турунцева, Е. Астафьева, А. Бузаев, А. Евтифьева, С. Ковбасюк, В. Кукушкина, Ю. Парамоновна. – Сайт Института экономики переходного периода. – 38 с. – Режим доступа: <http://www.iet.ru/>.
38. Варшавский В.И. Однородные структуры / В.И. Варшавский, В.Б. Мараховский, В.А. Песчанский, Л.Я. Розенблюм. – М., 1973.
39. Васильев Л.Н. Фрактальность и самоподобие природных пространственных структур / Л.Н. Васильев //Изв. РАН. – 1992. – № 5 : сер.: Геогр. – С. 25-35.
40. Васин А.А. Собираемость налогов и коррупция в налоговых органах / А.А. Васин, Е.И. Панова. – М.: РПЭИ. Фонд «Евразия», 1999. – 31 с.

41. Введение в экономико-математические модели налогообложения / [учеб. пособие / под ред. Д.Г. Черника]. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 256 с.
42. Винтизенко И.Г. Экономическая цикломатика: монография / И.Г. Винтизенко, В.С. Яковенко. – М.: Финансы и статистика; Ставрополь: АГРУС, 2008. – 428 с.
43. Вітлінський В.В. Моделювання економіки: навч. посібник / В.В. Вітлінський – К.: КНЕУ, 2003. – 408 с.
44. Владимиров В.А. Управление риском. Риск, устойчивое развитие, синергетика / В.А. Владимиров, Ю.Л. Воробьев, Г.Г. Малинецкий, А.В. Подлазов и др. – М.: Наука, 2000 – 432 с.
45. Власов М. П. Моделирование экономических процессов / М. П. Власов, П. Д. Шимко. – Ростов н /Д.: Феникс, 2005. – 409, [1] с.: ил. – (Высшее образование).
46. Воробьев А.Д. Использование фрактальной теории в стратегическом планировании и управлении / А.Д. Воробьев // Менеджмент в России и за рубежом. – 2006. – № 1. – С. 15-22.
47. Воробьев Ю.Л. Управление риском и устойчивое развитие. Человеческое измерение / Ю.Л. Воробьев, Н.А. Махутов, Г.Г. Малинецкий // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. – 2000. – Т.8, № 6. – С. 12-26.
48. Вязьмин С.А. Применение вейвлет-анализа в анализе и прогнозировании финансовых рынков / С.А. Вязьмин., В.С. Киреев. // Научная сессия МИФИ-2004. – Том 13 : Экономика и управление. – С. 69-70.
49. Гальперин В.М. Макроэкономика: [учебник] / В.М. Гальперин, П.И. Гребенщиков, А.Н. Леусский, Л.С. Тарасович; общ. ред. Л.С. Тарасевича. – [изд. 2-е, перераб. и доп.]. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 1997. – 719 с.
50. Гаскаров Д.В. Малая выборка / Д.В. Гаскаров, В.И. Шаповалов. – М.: Статистика, 1978. – 248 с.
51. Гладков А.С. Фрактальный анализ тектонической трещиноватости и речной сети Прибайкалья / А.С. Гладков, О.В. Лунина, Л.П. Шишкина // Рельефообразующие процессы: теория, практика, методы исследования: материалы XXVIII пленума геоморфологической комиссии РАН. – Новосибирск: ИГ СО РАН, 2004. – С. 78-80.
52. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – М.: Высш.шк., 2003. – 479 с.
53. Гончаров М. Добыча знаний из CRM-систем [Электронный ресурс] / М. Гончаров // Директор ИС. – 2008. – №3. – Режим доступа к журн.: <http://www.osp.ru/cio/2008/03/4906937/>.

54. Горбань А. Нейроинформатика и ее приложения [Электронный ресурс] / А. Горбань // Открытые системы. – 1998. – №4. – Режим доступа к журн.: <http://www.osp.ru/os/1998/04/179540/>.
55. Горбань А.Н. Обучение нейронных сетей / А.Н. Горбань. – М.: Параграф, 1990. – 214 с.
56. Гребенюк Е.А., Кузнецов И.В. Применение методов последовательного анализа для прогнозирования резких скачков случайных временных рядов / Е.А. Гребенюк, И.В. Кузнецов // Автоматика и Телемеханика. 1997. – Т.11. – С. 65–75.
57. Гусев В.И. Клеточный автомат как инструмент прогнозирования ценовых изменений на финансовых рынках [Электронный ресурс] / В.И. Гусев, С.И. Малахов, С.Е. Смирнов // Тезисы XII Всероссийской школы-коллоквиума по стохастическим методам и VI Всероссийского симпозиума по прикладной и промышленной математике. – Режим доступа: <http://www.tvp.ru/conferen/vsppm06autumn.htm>
58. Данилов Ю.А. Лекции по нелинейной динамике. Элементарное введение / Ю.А. Данилов. – М.: Постмаркет, 2001. – 184 с.
59. Дебок Г. Анализ финансовых данных с помощью самоорганизующихся карт / Г. Дебок, Т. Кохонен; пер.с англ. – М.:Изд. Дом "Альпина", 2001. – 317 с.
60. Дементьев В.Т. Задачи оптимизации иерархических структур / В.Т. Дементьев, А.И. Ерзин, Р.М. Ларин, Ю.В. Шамардин. – Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1996. – 167 с.
61. Дербенцев В.Д. Предвестники критических явлений в сложных экономических системах / В.Д. Дербенцев, В.М. Соловьев, О.А. Сердюк // Новое в экономической кибернетике: Моделирование нелинейной динамики экономических систем. – Донецк: ДонГУ, 2005. – №1. –133 с.
62. Динамические системы. Итоги науки и техники: сер.: Современные проблемы математики. – М.: Наука, 1985. – Т. 1-4.
63. Дмитриев А.С. Прикладной динамический хаос. Ч.2 / А.С. Дмитриев. – Ярославль: ЯрГУ, 1999. – 102 с.
64. Дубнищева Т.Я. Синергетическое моделирование социально-экономических процессов / Т.Я. Дубнищева // Научные записки НГУЭУ. – 2009. – №1 – С.87-93.
65. Дубовиков М.М. Индекс вариации и его приложение к анализу фрактальных структур / М.М. Дубовиков, Н.В. Старченко // Научный альманах "Гордон". – М.: изд-во "Поматур", 2005. – С. 5-32.
66. Дубровина Н.А. Моделирование экономической динамики: Конспект лекций / Н.А. Дубровина, О.Ю. Полякова; Харьк. нац. экон. ун-т. – Х.: ХНЭУ, 2004. – 167 с.

67. Дугин А. Эволюция парадигмальных оснований науки / А. Дугин. – Москва: Арктогея, 2002. – 418 с.
68. Дука О.С. Анализ доходности и волатильности финансовых активов с использованием моделей ARIMA-(E)GARCH и ARFIMA-FIGARCH [Электронный ресурс] / О.С. Дука // хаос.ru. – 2007. – №4. – Режим доступа к журн.: http://inmatrix.ru/pdf/analiz_dohodnosti.pdf.
69. Дьяконов В. Математические пакеты расширений MATLAB: специальный справочник / В. Дьяконов, В. Круглов. – СПб.: Питер, 2001. – 480 с.
70. Дьяконов В.П. MATLAB 7.*/R2006/R2007: самоучитель / В.П. Дьяконов. – ДМК Пресс, 2008. – 768 с.
71. Дюбуа Д. Общий подход к определению индексов сравнения в теории нечетких множеств / Д. Дюбуа, А. Прад / В кн. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения. – [пер. с англ. / под ред. Р.Р.Ягера]. – М.: Радио и связь, 1986. – С. 9-21 (408с.)
72. Евстигнеев Р. От стандартной экономической теории к экономической синергетике / Р. Евстигнеев, Л. Евстигнеева // Вопросы экономики. 2001. № 10. – С. 24–39.
73. Ежов А., Шумский С. Нейрокомпьютинг и его применения в экономике и бизнесе / А. Ежов, С. Шумский. – М.: Параграф, 1998. – 222 с.
74. Економічне прогнозування: вступ / К. Холден, Д.А. Піл, Дж. Л.Томпсон. – К: Інформтехніка – ЕМЦ, 1996. – 216с.
75. Емеличев В.А. Сложность дискретных многокритериальных задач / В.А. Емеличев, В.А. Перепелица // Дискретная математика. – 1994. – Том 6, вып. 1. – С. 3 - 33.
76. Емельянов В.В. Теория и практика эволюционного моделирования / В.В. Емельянов, В.В. Курейчик, В.М. Курейчик. – М.: Физматлит, 2003. – 432 с.
77. Жиков В.В. Фракталы / В.В. Жиков // СОЖ. – 1996. – № 12. – С. 109-117.
78. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений / Л. Заде. – М.: Мир, 1976. – 165 с.
79. Жирабок А.Н. Нечеткие множества и их использование для принятия решений// Соросовский образовательный журнал. – 2001. – Т.7, №2.– С. 109-115.
80. Занг В.-Б. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории / пер. с англ. – М.: Мир, 1999. – 335 с.
81. Зубов И.В. Методы анализа динамики управляемых систем / И.В. Зубов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 224 с.

82. Иванов В.В. Анализ временных рядов и прогнозирование экономических показателей / В.В. Иванов. – Х.: ХНУ, 1999. – 230 с.
83. Иванов С.А. Стохастические фракталы в Информатике / С.А. Иванов // Научно-техническая информация. – Сер. 2. – 2002. – № 8. – С. 7-18.
84. Истоки: из опыта изучения экономики как структуры и процесса / [Редкол.: Я.И. Кузьминов (гл. ред.), В.С. Автономов (зам. гл. ред.), О.И. Ананьин и др. / 2-е изд.]. – М.: Изд. дом ГУ-ВШЭ, 2007. – 536 с.
85. Итоги науки и техники. Фундаментальные направления. Динамические системы. – М.: ВИНТИ. – Т.2.
86. Калан Р. Основные концепции нейронных сетей / Р. Калан; пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. – 288 с.
87. Капітонова Ю.В. Основи дискретної математики: підручник / Ю.В. Капітонова, С.Л. Кривий, О.А. Летичевський, Г.М. Луцький, М.К. Печурін. – К.: Наукова думка, 2002.– 580 с.
88. Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г. Г. Синергетика и прогнозы будущего / С.П. Капица, С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий. – М.: Наука, 1997. – 288 с.
89. Кашьян Р.Л. Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным / Р.Л. Кашьян, А.Р. Рао. – М.: Наука, 1983. – 384 с.
90. Кандель А. Нечеткие множества, нечеткая алгебра, нечеткая статистика / А. Кандель, У.Дж. Байатт // Труды американского общества инженеров-радиоэлектронщиков. – 1978. – Т.6. – С. 37-61.
91. Кендэлл Л. Временные ряды / Л. Кендэлл. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 199 с.
92. Киселев М. Средства добычи знаний в бизнесе и финансах [Электронный ресурс] / М. Киселев, Е. Соломатин // Открытые системы. – 1997. – №04. – С. 41-44. – Режим доступа к журн.: <http://www.osp.ru/os/1997/04/179210/>.
93. Князева Е.Н. Основания синергетики. Режимы с обострением, самоорганизация, темпомиры / Е.Н. Князева, С.П. Курдюмов. – СПб.: Алетейя, 2002. – 414 с.
94. Князева Е.Н. Синергетика: нелинейность времени и ландшафты коэволюции. Серия: "Синергетика: от прошлого к будущему" / Е.Н. Князева, С.П. Курдюмов. – М.: Либроком (Editorial URSS), 2007. – 272 с.
95. Колби Р. Энциклопедия тех. индикаторов рынка / Р. Колби, Т. Мейерс; пер. с англ. — М.: Альпина, 2000. – 582 с.
96. Колесников А.В. Гибридные интеллектуальные системы. Теория и технология разработки / А.В. Колесников. – СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2001.– 711 с.

97. Колесникова Н.М. Динамика поведения некоторых моделей клеточных автоматов / Н.М. Колесникова, И.М. Ротвайн, И.В. Кузнецов // Проблемы динамики литосферы и сейсмичности. – М.: ГЕОС, 2001. – Выч. Сейсмология. – Вып. 32. – С. 212-224.
98. Коннолли К.Б. Покупка и продажа волатильности / К.Б. Коннолли; пер.с англ. – М.: ИК Аналитика, 2001. – 264 с.
99. Корельский В.Ф. Биржевой словарь / В.Ф. Корельский, Р.В. Гаврилов. – М.: Междунар. отношения, 2000. – 288 с.
100. Короновский А.А. Нелинейная динамика в действии: Как идеи нелинейной динамики проникают в экологию, экономику и социальные науки / А.А. Короновский, Д.И. Трубецков. – Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2002. – 328 с.
101. Костіна Н.І. Фінансове прогнозування: методи та моделі: навч.посібник / Н.І. Костіна, А.А. Алексеев, О.Д. Василик. – К., Тов. «Знання», КОО, 1997.– 184 с.
102. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории / Р.М. Кроновер. – М.: Постмаркет, 2000. – 352 с.
103. Кудрявцев В.Б. Клеточные автоматы / В.Б. Кудрявцев, А.С. Подколзин // Интеллектуальные системы. – Москва: изд.-во РГГУ, 2006. – Т. 10, вып. 1-4. – 2006. – С. 657-692.
104. Кудрявцев В. Б. Введение в теорию автоматов / В.Б. Кудрявцев, С.В. Алешин, А.С. Подколзин. – М.: Наука, 1985.
105. Кудрявцев В.Б. Об основных направлениях в теории однородных структур / В.Б. Кудрявцев А.С. Подколзин // Дискретная математика. – 1989. – Т. 1, вып. 3. – С. 19-38.
106. Кудрявцев В.Б. Основы теории однородных структур / В.Б. Кудрявцев, А.С. Подколзин, А.А. Болотов. – М.: Наука, 1990. – 296с.
107. Кузнецов А.П. Нелинейность: от колебаний к хаосу: задачи и учебные программы / А.П. Кузнецов, С.П. Кузнецов, Н.М.Рыскин. – Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2006.– 184 стр.
108. Кузнецов С.П. Динамический хаос / С.П. Кузнецов. – М.: Физматлит, 2001. – 296 с.;
- то же / [2-е изд-е перераб. и доп.]. – М.: Физматлит, 2006. – (сер. «Современная теория колебаний и волн»). – 356 с.
109. Курдюмов С.П. Нестационарные структуры, динамический хаос, клеточные автоматы / С.П. Курдюмов., Г.Г. Малинецкий., А.Б. Потапов // Новое в синергетике. Загадки мира неравновесных структур. – М.: Наука, 1996. – С. 95–164.

110. Курейчик В.В. Эволюционные, синергетические и гомеостатические методы принятия решений: монография / В.В. Курейчик. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2001. – 221с.
111. Курейчик В.М. Генетические алгоритмы / В.М. Курейчик. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1998. – 314с.
112. Курейчик В.М. Генетические алгоритмы. Обзор и состояние / В.М. Курейчик // Новости искусственного интеллекта. – 1998. – №3. – С. 14-63.
113. Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны / П.С. Ланда. – М.: Физматлит, 1997. – 495 с.
114. Ландэ Д. В. Фрактальные свойства тематических информационных потоков из Интернет / Д. В. Ландэ // Реєстрація, зберігання і обробка даних. – 2006. – Т. 8, № 2. – С. 93-99.
115. Ландэ Д.В. Фракталы и кластеры в информационном пространстве / Д.В. Ландэ // Корпоративные системы. – 2005. – №6. – С. 35-39.
116. Ландэ Д.В. Интернетика: Навигация в сложных сетях: модели и алгоритмы / Д.В. Ландэ, А.А. Снарский, И.В. Безсуднов. – М.: Либроком (Editorial URSS), 2009. – 264 с.
117. Ландэ Д.В. Моделирование электоральных процессов на основе концепции клеточных автоматов / Д.В. Ландэ, В.Н. Фурашев // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Харьков: НАКУ, 2007. – Вып. 36. – С. 123-128.
118. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах: [учебник] / О.И. Ларичев. – [Изд. второе, перераб. и доп.]. – М.: Логос, 2003. – 392 с.
119. Лебо Ч. Компьютерный анализ фьючерсных рынков / Ч. Лебо, Д. Лукас; пер. с англ. – М.: Изд.Дом "Альпина", 1998. – 304 с.
120. Лемещенко П.С. Теория институтов в контексте диалектики парадигм экономической науки / П.С. Лемещенко // Научные труды ДонНТУ, 2007. – серия: Экономическая. – Выпуск 31-1. – С. 37-46.
121. Леонов Г.А. Хаотическая динамика и классическая теория устойчивости движения / Г.А. Леонов. – Ижевск: РХД, 2006. – 168 с.
122. Литвак Б.Г. Экспертная информация: Методы получения и анализа / Б.Г. Литвак. – М.: Радио и связь, 1982. – 184 с.
123. Литтл Дж., Роудс Л. Как пройти на Уолл-Стрит / Дж. Литтл, Л. Роудс; пер.с англ. – М.: ЗАО "Олимп-Бизнес", 1998. – 368 с.
124. Лихтенберг А. Регулярная и стохастическая динамика / А. Лихтенберг, М. Либерман. – М.: Мир, 1984.
125. Лопатников Л.И. Экономико-математический словарь / Л.И. Лопатников. – М.: Наука, 1987. – 510 с.

126. Лоскутов А.Ю. Введение в синергетику / А.Ю. Лоскутов, А.С. Михайлов. – М.: Наука, 1990. – С. 238-239.
127. Лоскутов А.Ю. Основы теории сложных систем / А.Ю. Лоскутов, А.С. Михайлов. – М.: РХД, 2007. – 620 с.
128. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы прогнозирования временных рядов: учеб. пособие / Ю.П. Лукашин. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 416 с.
129. Лысенко Ю.Г. Нейронные сети и генетические алгоритмы: учебное пособие / Ю.Г. Лысенко, Н.Н.Иванов, А.Ю. Минц. – Донецк: ООО «Юго-Восток, Лтд», 2003. – 265 с.
130. Макаренко Н.Г. Эмбедология и нейропрогноз / Н.Г. Макаренко // Труды V Всеросс. научн.-тех. конф. «Нейроинформатика-2003». – М., 2003. – Ч. 1. – С. 86-148.
- Тот же Фракталы, аттракторы, нейронные сети и все такое / Н.Г. Макаренко // «Нейроинформатика-2002». – М., 2002. – Ч. 2. – С. 121-169.
131. Максишко Н.К. Анализ и прогнозирование эволюции экономических систем / Н.К. Максишко, В.А. Перепелица. – Запорожье: Полиграф, 2006. – 248 с.
132. Максишко Н.К. Аналіз динаміки індикаторів фондового ринку України в умовах трансформаційної економіки / Н.К.Максишко // Матеріали II міжнародної науково-практичної конференції «Трансформаційні процеси в економіці держави та регіонів», (19-20 жовтня 2006 р., Запоріжжя). – Запоріжжя, 2006. – С. 88-89.
133. Максишко Н.К. Використання фрактального та фазового аналізу для діагностики кризових явищ в економіці / Н.К. Максишко, В.О.Перепелиця, О.Г. Головін // Матеріали III міжнародної науково-практичної конференції «Трансформаційні процеси в економіці держави та регіонів», (8-10 жовтня 2008 р., Запоріжжя). – Запоріжжя: ЗНУ, 2008. – С. 30-31.
134. Максишко Н.К. Фазовий аналіз динаміки та комбіновані підходи до прогнозування цін на дорогоцінні метали / Н.К.Максишко, Т.В.Заховалко // Тези доповідей. XIII Всеукраїнська науково-методична конференція «Проблеми економічної кібернетики», (2-4 жовтня 2008р. м. Алушта, смт. Партеніт). – Донецьк: ТОВ «Юго-Восток, Лтд», 2008. – С. 152-154.
135. Максишко Н.К. Исследование различных подходов к R/S-анализу временных рядов / Н.К. Максишко, В.А. Перепелица // Матеріали науково-практичної конференції „Моделі та інформаційні технології в управлінні соціально-економічними, технічними та екологічними системами”, (Луганськ, 20 – 21 квітня 2005 р.) / – Луганськ:

Східноукраїнський національний університет ім. В. Даля, 2005. – С. 144 - 145.

136. Максишко Н.К. О двух подходах к R/S – анализу временных рядов / Н.К. Максишко, В.А. Перепелица // Вісник Східноукраїнського університету ім. В. Даля. – 2005. – № 5 (87). – С. 134 – 140.
137. Максишко Н.К. Об одном подходе к прогнозированию поведения временного ряда урожайности / Н.К. Максишко, В.А. Перепелица // Модели управления в рыночной экономике: [сб. науч. тр. / общ. ред. Ю.Г. Лысенко]. – Донецк: ДонНУ, 2002. – Спец. выпуск. – С. 144–148.
138. Максишко Н.К. Предпрогнозный анализ временных рядов индекса роста промышленного производства страны и региона / Н.К. Максишко, В.А. Перепелица // Экономическая кибернетика. – 2005. – № 3-4 (33-34). – С. 99-108.
139. Максишко Н.К. Про використання методів нелінійної динаміки для передпрогнозного аналізу динаміки об'ємів промислового виробництва / Н.К. Максишко // Економіка і управління у промисловості: матеріали Всеукр. наук.-практ. конф., (Дніпропетровськ, 26-28 жовтня 2005 р.). – Дніпропетровськ: НМАУ, 2005. – Т. II – С. 205-207.
140. Максишко Н.К. Реализация генетического алгоритма прогнозирования на базе клеточного автомата и нейронной сети / Н.К. Максишко, В.А. Перепелица // Новое в экономической кибернетике: (сб. науч. тр. / Общ. ред. Ю.Г. Лысенко; Донецкий нац. ун-т.). – Донецк: ДонНУ, 2004. – № 2. – С. 77-83.
141. Максишко Н.К. Фазовые траектории как инструментальный прогнозирования коротких экономических временных рядов с памятью / Н.К. Максишко, В.А. Перепелица // Новое в экономической кибернетике: (сб. науч. тр. / общ. ред. Ю.Г. Лысенко; Донецкий нац. ун-т.). – Донецк: ДонНУ, 2005. – № 1. – С. 14 – 22.
142. Максишко Н.К. Застосування апарату фрактального та фазового аналізу для дослідження динаміки індикаторів фондового ринку України / Н.К. Максишко // Тези доповідей. XI Всеукраїнська науково-методична конференція «Проблеми економічної кібернетики», (2-4 жовтня 2006 р., м. Алушта, смт. Партеніт). – Донецьк: ТОВ «Юго-Восток, Лтд», 2006. – С. 220—221.
143. Максишко Н.К. Використання методів нелінійної динаміки для прийняття рішень у діяльності податкової адміністрації / Н.К. Максишко // III-а Міжнародна школа-семінар «Теорія прийняття рішень», (Ужгород, 2-7 жовтня 2006) / Праці школи-семінару. – Ужгород, 2006. – С. 67-68.
144. Максишко Н.К. Порівняльний аналіз інструментальних методів фрактального аналізу часових рядів з пам'яттю / Н.К. Максишко // Тези

доповідей. XIII Всеукраїнська науково-методична конференція «Проблеми економічної кібернетики», (2-4 жовтня 2008р. м. Алушта, смт. Партеніт). – Донецьк: ТОВ «Юго-Восток, Лтд», 2008. – С. 151-152.

145. Максишко Н.К. Порівняльний аналіз трендостійкості часових рядів на базі багатокритеріального підходу / Н.К. Максишко, С.С. Чеверда // ВІСНИК Донбаської державної машинобудівної академії. – 2007. – № 1(7). – С. 262-270.
146. Максишко Н.К. Моделирование управления риском на базе прогнозной модели / Н.К. Максишко, В.А. Перепелица // Экономическая кибернетика. – 2004. – №1-2 (26-26). – С. 85-93.
147. Максишко Н.К. Многокритериальный подход к сравнительному анализу трендоустойчивости на примере временных рядов объемов реализации / Н.К. Максишко, А.В. Демченко, С.С. Чеверда // Вісник ЗНУ. Збірник наукових статей. Економічні науки. – 2007. – №1 (2). – С. 95-105.
148. Максишко Н.К. Об одном подходе к моделированию деятельности страховых компаний методами нелинейной динамики / Н.К. Максишко, В.А. Перепелица, О.Т. Григор'єва // Анализ, моделирование, управление, развитие экономических систем: труды II Международной Школы-симпозиум АМУР-2008 (Севастополь, 12-18 сентября 2008г.) / под ред. О.Л. Королева, А.В. Сигала. – Симферополь, 2008. – С. 83-86.
149. Максишко Н.К. Про гібридний підхід до прогнозування часових рядів із пам'яттю / Н.К. Максишко, В.О. Перепелиця // Тези доповідей Всеукраїнської науково-практичної конференції «Сучасні моделі і методи прогнозування соціально-економічних процесів» (ПСЕП-2006), (13-14 квітня 2006 р., м. Київ). – КНУ ім. Тараса Шевченка, 2006. – С. 112-114.
150. Максишко Н.К. Про застосування алгоритму послідовного R/S -аналізу для одержання нечіткої оцінки глибини пам'яті часового ряду / Н.К. Максишко // Вісник Львівського університету. – 2006. – С. 516–521.
151. Малинецкий Г.Г. Новый облик нелинейной динамики / Г.Г. Малинецкий // Природа. – 2001. – №3. – С. 3-12.
152. Малинецкий Г.Г. Сценарии, стратегические риски, информационные технологии / Г.Г. Малинецкий // Информ. технологии и вычисл. системы. – 2002. – № 4. – С. 83-108.
153. Малинецкий Г.Г. Хаос. Структуры. Вычислительный эксперимент. Введение в нелинейную динамику / Г.Г. Малинецкий. – М.: Наука, 1997. – 255 с.

154. Малинецкий Г.Г. О возможной роли хаоса в нейросистемах / Г.Г. Малинецкий, Е.И. Ижикевич // ДАН. – 1992. – Т. 326, № 4.– С. 626-632.
155. Малинецкий Г.Г. Нелинейная динамика и проблемы прогноза / Г.Г. Малинецкий, С.П. Курдюмов // Вестник РАН. – 2001. – Т.71, №3. – С. 210-224.
156. Малинецкий Г.Г. Кризисы современной России: Научный мониторинг / Г.Г. Малинецкий, В.И. Осипов, Д.С. Львов, Н.А. Митин, А.В.Гусев и др. // Вестник РАН. – 2003. – №7. – С.579–593.
157. Малинецкий Г.Г. Парадигма самоорганизованной критичности. Иерархия моделей и пределы предсказуемости / Г.Г. Малинецкий, А.В. Подлазов // Известия ВУЗов. Прикладная нелинейная динамика. – 1997. – Т.5, №5.
158. Малинецкий Г.Г. Нелинейность. Новые проблемы, новые возможности // в кн. Новое в синергетике. Загадки неравновесных структур / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. – М.: Наука, 1996. – С. 165-190.
159. Малинецкий Г.Г. Современные проблемы нелинейной динамики / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. – [изд. 2–е, исправл. и доп.]. – М.: Эдиториал УРСС, 2002. – 360 с.
160. Малинецкий Г.Г. Нелинейная динамика и хаос: Основные понятия / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. – [изд.2]. – М.: Либроком (Editorial URSS), 2009. – 240 с.
161. Малинецкий Г.Г. Моделирование движения толпы при помощи клеточных автоматов / Г.Г. Малинецкий, М.Е. Степанцев // Известия ВУЗов. – 1997. – Сер.: Прикладная нелинейная динамика. – Т. 5. – С. 75–79.
162. Малинецкий Г.Г. Математические основы синергетики: Хаос, структуры, вычислительный эксперимент / Г.Г. Малинецкий. – [изд.6, стереот.] – М.: Либроком (Editorial URSS), 2009. – 312 с.
163. Мандельброт Б. Мультифрактальная прогулка вдоль Уолл Стрит [Электронный ресурс] / Б. Мандельброт // Scientific American. – 1999. – 2. – Режим доступа: http://www.forex.ua/ta/multi_fr.shtml.
164. Мандельброт Б. Фракталы, случай и финансы (1959-1997) / Б. Мандельброт. – Ижевск: R&C Dynamics, 2004. – 256 с.
165. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы / Б. Мандельброт. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
166. Мандельброт Б.Б. (Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах (The Misbehavior of Markets) / Б.Б. Мандельброт Ричард Л. Хадсон. — М.: Вильямс, 2006. — 400 с.

167. Мантенья Р. Н. Введение в эконофизику: Корреляции и сложность в финансах / Р.Н. Мантенья, Г.Ю. Стенли; пер. с англ. – М.: Мир, 2009. – 192 с.
168. Матвійчук А.В. Аналіз та прогнозування розвитку фінансово-економічних систем із використанням теорії нечіткої логіки: монографія / А.В. Матвійчук. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 206 с.
169. Математика. Большой энциклопедический словарь / [Гл. ред. Ю.В. Прохоров]. – М.: Большая Российская энциклопедия, 1998. – 848 с.
170. Математическая энциклопедия / гл. ред. И.М.Виноградов. – М.: Советская Энциклопедия. В 5-ти томах. – 1984.
171. Мелик-Гайказян И.В. Методология моделирования нелинейной динамики сложных систем / И.В. Мелик-Гайказян, М.В. Мелик-Гайказян, В.Ф. Тарасенко. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 272 с.
172. Методы прогнозирования экономических показателей: материалы научно-практического семинара / [под. ред. д.э.н., проф. Ю.Г. Лысенко].-Донецк: ООО «Апекс», 2004.
173. Михалевич М.В. Моделирование переходной экономики. Модели, методы переходной экономики / М.В. Михалевич, И.В. Сергиенко. – К.: Наукова думка, 2005. – 670 с.
174. Михальский В. Деривативы, обеспеченные золотом / В. Михальский. – К.: Эльга и Ника центр, 2002. – 190 с.
175. Михальский В. Про фінансові та товарні аспекти ринку золота як один із чинників зростання економіки / В. Михальський // Фінанси України. – 2007. – №4. – С.95-102.
176. Михальский В.В. Золото: фінансовий актив та інструмент управління прибутковістю інвестиційного портфеля / В.В. Михальський // Фінанси України. – 2004. – №2. – С. 132-138.
177. Моделі і методи соціально-економічного прогнозування: [підручник] / В.М. Геєць, Т.С. Клебанова, О.І. Черняк, В.В. Иванов, Н.А. Дубровіна, А.В. Ставицький. – Х.: ВД «ІНЖЕК», 2005. – 396 с.
178. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа / Н.Н. Моисеев. – М.: Наука, 1981. - 487 с.
179. Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей / А.Д. Мышкис. – [4-е изд.] – М.: ЛИБРОКОМ, 2009. – 192 с.
180. Назаров А.В. Нейросетевые алгоритмы прогнозирования и оптимизации систем / А.В. Назаров, А.И. Лоскутов. – СПб.: Наука и Техника, 2003. – 384 с.
181. Найман Э.Л. Малая энциклопедия трейдера / Э.Л. Найман. – К.: ВИРА-Р, 2001. – 296 с.

182. Найман Э.Л. Трейдер – Инвестор / Э.Л. Найман. – Киев: ВИРА-Р, 2003. – 640 с.
183. Наумов Л.А. Клеточные автоматы – реализация и эксперименты / Л.А. Наумов, А.А. Шалыто // Мир ПК. – 2003. – №8. – С. 37-44.
184. Недосекин А.О. Комплексная оценка риска банкротства корпорации на основе нечетких описаний [Электронный ресурс] / А.О. Недосекин. – Режим доступа: http://sedok.narod.ru/sc_group.html/.
185. Недосекин А.О. Лингвистический анализ гистограмм экономических факторов [Электронный ресурс] / А.О. Недосекин, С.Н.Фролов. – Режим доступа: http://sedok.narod.ru/sc_group_2003.html/.
186. Нейман Дж. Теория самовоспроизводящихся автоматов / Дж. Нейман. – М.: Мир, 1971. – 382 с.
187. Нейроматематика: учеб.пособие для вузов / Агеев А.Д., Балухто А.Н., Бычков А.В. и др.; общая ред. А.И. Галушкина. – Кн.6 – М.: ИПРЖР, 2002. – 448 с.
188. Нельсон Р. Эволюционная теория экономических изменений / Р. Нельсон, С. Унтер. – М., 2000. – 179 с.
189. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / под ред. Д.А.Поспелова. – М.: Наука, 1986. – 378 с.
190. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения. – М.: Радио и связь, 1986. – 408 с.
191. Николис Г. Познание сложного. Введение / Г. Николис, И. Пригожин; пер. с англ. – М: Мир, 1990. – 344 с.
192. Новое в синергетике: Взгляд в третье тысячелетие [Электронный ресурс] / Информатика: неограниченные возможности и возможные ограничения; ред. Г.Г. Малинецкий, С.П. Курдюмов. – М.: Наука, 2002. – 480 с. – Режим доступа: <http://www.keldysh.ru/book/ns.html>.
193. Новая парадигма исследования экономики // Новое в экономической кибернетике: (сб. науч. ст. / под общ. ред. Ю.Г. Лысенко, Донецкий нац. ун-т) – Донецк: ДонНУ, 2004. – №2. – 111 с.
194. Носко В. Анализ прогнозных свойств структурных моделей и моделей с включением результатов опросов предприятий / В. Носко, А. Бузаев, П. Кадочников, С. Пономаренко. – М.: ИЭПП, 2003. – 257 с.
195. Овчаренко Н.Ф. Роль и развитие статистики и экономико-математических методов / Н.Ф. Овчаренко // История науки и техники. – Москва: Научтехлитиздат, 2005. – №4. – С. 64-67.
196. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. – М.: Наука, 1981. – 208 с.
197. Пайтген Х.-О. Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем / Х.-О. Пайтген, П.Х. Рихтер. – М: Мир, 1993. – 176 с.

198. Перепелица В. Исследование распределений с «тяжелыми хвостами» при моделировании рисков аварий и катастроф / В. Перепелица, Н. Максишко // *Modelling and Analysis of Safety and Risk in Complex Systems / Proceedings of the Second International Scientific School MA SR – 2002 (Saint-Petersburg, Russia, July 2-5,2002).* – PP.456-460.
199. Перепелица В.А. Об одном подходе к моделированию деятельности страховых компаний методами нелинейной динамики / В.А. Перепелица, Н.К. Максишко, О.Т. Григорьева // *Анализ, моделирование, управление, развитие экономических систем (АМУР-2008)// Труды II Международной Школы-симпозиум АМУР-2008 (Севастополь, 12-18 сентября, 2008) / под.ред. О.Л. Королева, А.В. Сигала.* – Симферополь, 2008. – С. 83-86.
200. Перепелица В.А. Из опыта системного анализа проблемы обоснования перспективного парка машин для внесения химических удобрений / В.А. Перепелица., Н.К. Максишко, А.П. Милованов // *Теория, методология и практика системных исследований. Секция 10. Методы и процедуры принятия решений: тез. докл.* – М.: ВНИИСИ, 1984. – С. 47 - 49.
201. Перепелица В.А. Современные методы анализа временных рядов // *Модели управления в рыночной экономике: (сб. науч. тр. / общ. ред. Ю.Г. Лысенко; Донецкий национальный университет).* – Донецк: ДонНУ, 2002. – Спец. выпуск. – С. 92-104.
202. Перепелица В. Можливості вивчення динаміки реального ВВП в Україні / В. Перепелиця, О. Варфоломєєв // *Економіка України.* – 2003. – № 9 (502). – С. 29 – 33.
203. Перепелица В.А. Использование модели клеточных автоматов и методов классификаций для прогнозирования временных рядов с памятью / В. Перепелица, Н. Максишко, И. Козин // *Кибернетика и системный анализ.* – 2006. – №6. – С. 43-54.
204. Перепелица В.А. Методы нелинейной динамики в предпрогножном анализе природных временных рядов / В. Перепелица, Н. Максишко // *Вісник Криворізького економічного інституту.* – 2006. – №7. – С. 28-34.
205. Перепелица В.О. Застосування фазового аналізу для моделювання динаміки показників діяльності в галузі страхування / В. Перепелиця, Н. Максишко, Т. Заховалко // *Культура народів Причорномор'я.* – 2009. – №154. – С. 56-62.
206. Перцовский О.Е. Моделирование валютных рынков на основе процессов с длинной памятью / О.Е. Перцовский. – Препринт ГУ ВШЭ, 2004.

207. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков: Применение теории Хаоса в инвестициях и экономике / Э. Петерс. – М.: Интернет-Трейдинг, 2004. – 304 с.
208. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка / Э. Петерс. – М.: Мир, 2000. – 333 с.
209. Петрова Н. Законы нелинейного мира, или почему сегодня творческие компании менее рискованны, чем обычные? [Электронный ресурс] / Н. Петрова // Бизнес Без Проблем – Персонал. – 2003. – № 4. – Режим доступа:
http://www.iteam.ru/publications/strategy/section_17/article_1353/.
210. Петрова Н.П. Творческие решения в бизнесе / Н.П. Петрова. – СПб.: Изд. Речь, 2004. – 336 с.
211. Плотинский Ю.М. Модели социальных процессов / Ю.М. Плотинский. – [изд. 2-е]. – М.: Логос, 2001. – 296 с.
212. Подиновский В.В. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач / В.В. Подиновский, В.Д. Ногин. – М.: Наука, 1982. – 256 с.
213. Подлазов А.В. Самоорганизованная критичность и анализ риска / А.В. Подлазов // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. – 2001. – Т. 9, №1. – С. 49–88.
214. Положення «Про здійснення уповноваженими банками операцій з банківськими металами». Затверджено постановою Правління Національного банку України від 06.08.2003 р. № 325 та зареєстровано в Міністерстві юстиції 29.08.2003 р. за № 749/8070.
215. Попов Э.В. Динамические интеллектуальные системы в управлении и моделировании / Э.В. Попов. – М.: МИФИ, 1996. – 278 с.
216. Поспелов Д.С. «Серые» и/или «черно-белые» [шкалы] / Д.С. Поспелов // Прикладная эргономика. Специальный выпуск «Рефлексивные процессы». – 1994. – №1. – С. 29-33.
217. Правила надання уповноваженим банкам індивідуальних ліцензій на вивезення за межі України банкнот іноземних держав, банківських металів та на право переказування за межі України іноземної валюти для оплати банківських металів і спеціальних дозволів на ввезення в Україну бланків чеків та порядок ввезення в Україну банкнот іноземних держав і банківських металів». Затверджено постановою Правління Національного банку України від 06.08.2003 р. № 327 та зареєстровано в Міністерстві юстиції 29.08.2003 р. за № 753/8074.
218. Правила проведення Торговельної сесії та здійснення окремих операцій, пов'язаних з купівлею-продажем іноземних валют та банківських металів». Затверджено постановою Правління

- Національного банку України від 06.08.2003 р. № 326 та зареєстровано в Міністерстві юстиції 29.08.2003 р. за № 750/8071;
219. Прасолов А.В. Математические методы экономической динамики: учебное пособие / А.В. Прасолов. – М.: Лань, 2008. – 352 с.
 220. Пределы предсказуемости: сб. статей / под ред. Кравцова Ю.А. – М.: ЦентрКом, 1997. – 256 с.
 221. Пректер Р.Р. Волновой принцип Эллиотта. Ключ к пониманию рынка / Р.Р. Пректер, А.Дж. Фрост; пер. с англ. – М.: Изд. Дом «Альпина», 2001. – 268 с.
 222. Пригожин И. Время, хаос, кванты. К решению парадокса времени / И. Пригожин, И. Стенгерс. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 240 с.
 223. Пригожин И. Порядок из хаоса: Новый диалог человека с природой / И. Пригожин, И. Стенгерс; пер. с англ. – [изд.6]. – М.: Либроком (Editorial URSS), 2008. – 296 с.
 224. Прогнозирование и планирование в условиях рынка: [учеб. пособие для студентов вузов / под ред. Т.Г. Морозовой, А.В. Пикулькина]. – М.: ЮНИТИ-Дана, 1999. – 318 с.
 225. Пугачова О.Г. От экономического роста к экономическому кризису [Электронный ресурс] / О.Г. Пугачова. – Сайт Института эволюційної економіки. – Режим доступа: <http://iee.org.ua/ua/pub/p120>.
 226. Пугачова О.Г. Теорія катастроф і біфуркацій: синергетика в економіці [Электронный ресурс] / О.Г. Пугачова. – Сайт Института еволюційної економіки – Режим доступа: http://iee.org.ua/ua/pub/p78#_ftn1.
 227. Пудовик Е.М. Фрактальный анализ сложных эколого-географических объектов: (на примере Казани): автореферат дис. на соиск. уч. степ. канд. геогр. Наук / Е.М. Пудовик. – Казань: Казан, госуниверситет, 1997.
 228. Пузаченко Ю.Г. Приложение теории фракталов к изучению структуры ландшафта / Ю.Г. Пузаченко // Изв. РАН. – 1997.– сер.: Геогр. – №2. – С. 24-40.
 229. Редькин Н.П. Дискретная математика / Н.П. Редькин. – Издательство: Лань, 2006. – 96 с.
 230. Родкин М.В. Экономический ущерб и жертвы от землетрясений: статистический анализ / М.В. Родкин, В.Ф. Писаренко // Вычислительная сейсмология. – 2000. – Вып.31. – С. 42-72.
 231. Розенблатт Ф. Принципы нейродинамики (Перцептроны и теория механизмов мозга) / Ф. Розенблатт. – М.: Энергия, 1965. – 480 с.
 232. Романов В.С. Волатильність як характеристика мінливості фінансово-економічних змінних. / В.С. Романов // Теорія і практика реструктуризації підприємств: збірник матеріалів всеросійської науково-практичної конференції. – Пенза, 2001. – С. 146-150.

233. Романовский И.В. Дискретный анализ / И.В. Романовский. — [3-е изд.] — СПб.: Невский Диалект; БХВ-Петербург, 2003. — 320 с.
234. Рутковская Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский. — М.: Горячая линия – Телеком, 2004. — 452 с.
235. Рычагов М.Н. Нейронные сети: многослойный перцептрон и сети Хопфилда / М.Н. Рычагов // Exponenta Pro. Математика в приложениях. — 2003. — №1. — С.29-37.
236. Самарский А.А. Математическое моделирование / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. — М.: Физматлит, 2004. — 320 с.
237. Сергеева Л.Н. Моделирование поведения экономических систем методами нелинейной динамики (теории хаоса) / Л.Н. Сергеева. — Запорожье: ЗГУ, 2002. — 227 с.
238. Сергеева Л.Н. Нелинейная экономика: модели и методы: [монография / научн. ред. проф. Ю.Г. Лысенко] / Л.Н. Сергеева. — Запорожье: «Полиграф», 2003. — 218 с.
239. Сергеева Л.Н. Современные методы анализа экономических временных рядов и построения прогнозных моделей / Л.Н. Сергеева, В.А. Перепелица, Н.К. Максишко // Економічна кібернетика. — 2005. — № 1-2 (31-32). — С. 73-79.
240. Сергиенко И.В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации / И.В. Сергиенко. — К.: Наукова думка, 1988. — 472 с.
241. Сигел Э.Ф. Практическая бизнес-статистика / Э.Ф. Сигел. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2002. — 1056 с.
242. Синергетике 30 лет: интервью с профессором Г. Хакеном / Проведено Е.Н. Князевой // Вопросы философии. — 2000. — № 3. — С. 53-61.
243. Сковрон С. Развитие теории эволюции / С. Сковрон; пер. с польского. — Варшава: Польское гос. мед. изд-во, 1965.
244. Скурихин А.Н. Генетические алгоритмы / А.Н. Скурихин // Новости искусственного интеллекта. — 1995. — №4. — С. 6-46.
245. Ситнік В.Ф. Інтелектуальний аналіз даних (дейтамайнінг): [навч. посіб.] / В.Ф. Ситнік, М.Т. Краснюк. — К.:КНЕУ, 2007. — 376 с.
246. Соловйов В.М. Економічна кібернетика: з досвіду моделювання складних фінансово-економічних систем / В.М. Соловйов // Вісник Криворізького економічного інституту КНЕУ. — 2005. — №2. — С. 56-79.
247. Сорнетте Д. Как предсказывать крахи финансовых рисков: критические события в комплексных финансовых системах / Д. Сорнетте. — М.: Интернет-трейдинг, 2003. — 400 с.
248. Сорос Дж. Алхимия финансов / Дж. Сорос. — М.: Инфра, 1996. — 416 с.

249. Станиславчик Е.Н. Риск-менеджмент на предприятии. Теория и практика / Е.Н. Станиславчик. – М.: «Ось-89», 2002. – 80 с.
250. Старченко Н.В. Индекс фрактальности и локальный анализ хаотических временных рядов: автореферат диссерт. на стипенд. уч. степ. кандидата физико-математических наук : спец. 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» / Н.В. Старченко. – М.: МИФИ, 2005. – 23 с.
251. Стохастические фракталы в Информатике / Иванов С.А. // Научно-техническая информация. – Сер. 2, 2002. – №8 – С. 7-18.
252. Суэтин А. Международный рынок золота / А. Суэтин // Аудитор. – 2004. – №1. – С.34-45
253. Тарасов В.С. Послесловие к круглым столам / В.С. Тарасов // Новости искусственного интеллекта. – 2001. – №2-3. – С. 28-36.
254. Твид Л. Психология финансов / Ларс Твид. — М.: «ИК «Аналитика», 2002. — 376 с.
255. Тимохин В.Н. Методология моделирования экономической динамики: [монография / научн. ред. проф. Ю.Г.Лысенко] / В.Н. Тимохин. – Донецк: ООО «Юго-Восток, Лтд», 2007. – 269 с.
256. Тоффлер О. Футурошок / О. Тоффлер. – СПб.: Лань, 1997. – 464 с.
257. Тоффли Т. Машины клеточных автоматов / Т. Тоффли, Н. Марголус. – М.: Мир, 1991. – 280 с.
258. Тюрин Ю.Н. Статистический анализ данных на компьютере / Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров; под ред. В.Э.Фигурнова. – М.: ИНФРА-М, 1998. – 528 с.
259. Усков А.А. Интеллектуальные технологии управления. Искусственные нейронные сети и нечеткая логика / А.А. Усков, А.В. Кузьмин. – М.: Горячая Линия – Телеком, 2004. – 143 с.
260. Фатеев М. Світовий ринок дорогоцінних металів / М. Фатеев, Л. Галяпа // Вісник НБУ. – 2005. – №4. – С. 3-7.
261. Федер Е. Фракталы / Е. Федер. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
262. Фейгенбаум М. Универсальность в поведении нелинейных систем / М. Фейгенбаум // УФН. –1983. –Т. 141, № 2. – С. 343—374.
263. Фёльмер Г. Введение в стохастические финансы. Дискретное время / Г.Фёльмер, А. Шид.– М.: МЦНМО, 2008. – 496 с.
264. Фракталы в физике: труды 6 Международного симпозиума. – М.: Мир, 1988. – 672 с.
265. Фурашев В.М. Електронне інформаційне суспільство України: погляд у сьогодення і майбутнє [монографія] / В.М. Фурашев, Д.В. Ланде, О.М. Григор'єв, О.В. Фурашев. – К.: Преса України, 2005. – 166 с.

266. Хакен Г. Принципы работы головного мозга. Синергетический подход к активности мозга, поведению и когнитивной деятельности / Г. Хакен; пер. с англ. – М.: ПЕР СЭ, 2001. – 351 с.
267. Хакен Г. Синергетика. Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах / Г. Хакен; пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 420 с.
268. Хакен Г. Синергетика / Г. Хакен; пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 406 с.
269. Хакен Г. Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам / Г. Хакен; пер. с англ. – Серия "Синергетика: от прошлого к будущему" – [изд.2, доп.]. – М.: Либроком (Editorial URSS), 2005. – 248 с.
270. Халил Х.К. Нелинейные системы / Х.К. Халил; пер. с англ. – [3-е изд.] – Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2009. – 832 с.
271. Цветков И.В. Фрактальный анализ в математическом моделировании региональных водных систем: автореферат дис. на соиск. уч. степ. канд. физ.-матем. наук / И.В. Цветков. – Тверь: Твер. госуниверситет, 1999.
272. Частиков А.П. Разработка экспертных систем. Среда CLIPS / А.П. Частиков, Т.А. Гаврилова, Д.Л. Белов. – СПб.: БХВ - Петербург, 2003. – 608 с.
273. Чекулаев М. Фракталы [Электронный ресурс] / М. Чекулаев. – Электронная библиотека АВ Forex Company. – Режим доступа: www.abforex.ru.
274. Черных И.В. SIMULINK: среда создания инженерных приложений / И.В. Черных; под общ. ред. к.т.н. В.Г.Потемкина. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003. – 496 с.
275. Черняк О.І. Динамічна економетрика: навчальний посібник / О.І. Черняк, А.В. Ставицький. – К.: КВІЦ, 2000. – 120 с.
276. Чудаков О.М. Разработка автоматизированной системы R/S-анализа временных рядов [Электронный ресурс] / О.М. Чудаков, Н.С. Косиненко. – Сайт «АПК нового поколения». - Режим доступа: <http://www.agroxpert.ru/113.html/>.
277. Чуличков А.И. Математические модели нелинейной динамики / А.И. Чуличков. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000. – 296 с.
278. Шелухин О.И. Фрактальные процессы в телекоммуникациях: монография / О.И. Шелухин, А.М. Тенякшев, А.В. Осин. – М.: Радиотехника, 2003. – 480 с.
279. Шильников Л.П. Методы качественной теории в нелинейной динамике. Часть 2 / Л.П. Шильников, А.Л. Шильников, Д.В. Тураев, Л. Чуа. – Ижевск: РХД, 2009. – 548 с.

280. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая / М. Шредер. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 528 с.
281. Шумпетер Й. Теория экономического развития (Исследование предпринимательской прибыли, капитала, кредита, процента и цикла конъюнктуры) / Й. Шумпетер; пер.с англ. — М.: Прогресс, 1982. — 455 с.
282. Шумпетер Й. Теория экономического развития. Капитализм, социализм и демократия / Й. Шумпетер; предисл. В. С. Автономова. — М.: ЭКСМО, 2007. — 864 с.
283. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение / Г. Шустер; пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 240 с.
284. Экономическая кибернетика: учебник, в 2-х томах. – Донецк: – ООО «Юго-Восток, Лтд.», 2005. – Том 1. — 502 с.
285. Энг Максимо В. Мировые финансы / В. Энг Максимо, А. Нис Френсис, Мауер Дж. Лоуренс; пер.с англ. – М.: Изд.-конс.компания «ДеКА», 1998. – 736 с.
286. Энтов Р.М. Проблемы прогнозирования некоторых макроэкономических показателей / Р.М. Энтов, В.П. Носко, А.Д.Юдин, П.А.Кадочников, С.С.Пономаренко. – М.: ИЭПП, 2002. – 330 с.
287. Энтов Р.М. Эконометрический анализ динамических рядов основных макроэкономических показателей / Р.М. Энтов, В.П. Дробышевский, С.М. Носко, А.Д. Юдин. – М.: ИЭПП, 2001. – 247 с.
288. Якимкин В.Н. Фундаментальный анализ / В. Якимкин. – М.: Изд-во Омега-Л, 2008. – 640 с.
289. Ямароне Ричард Э. Ключевые экономические индикаторы: руководство трейдера / Э. Ямароне Ричард – М.: Интернет-трейдинг, 2004. – 328 с.
290. Яновский Л.П. Принципы, методология и научное обоснование прогнозов урожая по технологии «Зонт» / Л.П. Яновский. – Воронеж: ВГАУ, 2000. – 379 с.
291. Яременко С. Ринок банківських металів – новий сегмент фінансового ринку України / С. Яременко, Г. Юрчук // Вісник НБУ. – 2004. – №1. – С. 15-19.
292. Ярушкина Н.Г. Основы теории нечетких и гибридных систем: учеб. пособие / Н.Г. Ярушкина. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 320 с.
293. Яшков И.А. Изучение эрозионной сети с помощью фрактального анализа [Электронный ресурс] / И.А. Яшков, А.В. Иванов. – Режим доступа:

<http://www.sgu.ru/faculties/geographic/departments/geomorphology/fractal.php>.

294. Aladjev V., Hunt U. Fundamental Problems in the Theory of the Classical Homogeneous Structures I TRG Research Rept. TRG-55/97. – Tallinn: Изд-во VASCO, 1997. – 966 p.
295. Alexander I., Morton H. Introduction to Neural Computing. – North Oxford Press, 1990. – 214 p.
296. Amoroso S., Cooper G. The Garden-of-Eden Theorem for Finite Configurations // Proc. Amer. Math. Soc, 26. – 1970. – no. 1, – pp. 342-350.
297. Anderson P.L. Business Economics and Finance with MATLAB, GIS, and Simulation Models [Электронный ресурс] / P.L. Anderson. – Chapman & Hall/CRC, 2005. – Режим доступа: <http://www.mathworks.com/support/books/book7932.html/>.
298. Bak P. How Nature Works: the Science of Self-organized Criticality. – New York: Springer-Verlag Inc., 1996.
299. Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. Self -organized criticality: An explanation of $1/f$ – noise // Phys. Rev. Lett. 1987. – P.128-140.
300. Bak P. How nature works: The science of self-organized criticality. Springer-Verlag, New York, Inc. 1996.
301. Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. Self-organized criticality // Phys. Rev. A. 1988. – V.38, N1. – p.364 –374.
302. Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. Self-organized criticality: An explanation of $1/f$ -noise // Phys. Rev. Lett. 1987. – V.59. – P.381–384.
303. Bayrak C. et al. The annotated bibliography on cellular automata / Tech. Rep., 90-CSE-30, Southern Methodist University, 1990.
304. Bellman R. Introduction to Artificial Intelligence. – San Francisco: Boyd&Fraser, 1978.
305. Bhargava et al. A Stochastic Cellular Automata. Model of Innovation Diffusion // Technological Forecasting and Social Change. 1993. – Vol. 44, № 1. – P. 87-97.
306. Brown T.A. Nonlinear Politics // Chaos Theory in the Social Sciences / Eds.L.D.Kiel, E.Elliot. Ann Arbor.: The Univ. Of Michigan Press. 1996. – P. 119-137.
307. Buttler J. Synthesis of one-dimensional binary cellular automata systems from composite local maps / Information and Control, 43. – №. 3, 1979. – PP. 42-54.
308. Chander P. Corruption in tax administration / P. Chander, L. Wilde // Journal of Public Economics. – 1992. – Vol. 49. – PP. 333–349.
309. Chopard B., Droz M. Cellular automata model for heat conduction in a fluid. / Physics Letters A. 1988. – Vol. 126. – N 8/9. – PP. 476-480.

310. Cowell F. Auditing with "ghosts" / F. Cowell, G.F. Gordon // The Economics of Organized Crime. – 1995. – P. 184-198.
311. The Economic Journal. – 1991. – Vol. 101. – No 404.
312. Encyclopaedia of Mathematics, vol. 1. – London: Kluwer Academic, 1988. – PP. 300-301.
313. Essays on Cellular Automata / Ed. A.W. Burks. – Urbana: Univ. of Illinois Press, 1970.
314. Fractal geometry of information space as represented by cocitation clustering / Van Raan A. F. J. // Scientometrics. – 1991. – Vol. 20, N 3. – PP. 439-449.
315. Gardner M. On Cellular Automata, Self-Reproduction, the Garden of Eden and the game «Life» II Scientific American, 224 – 1971. – PP. 112-117.
316. General Cellular Automata Subject Classification [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://dynamics.bu.edu>.
317. Goldberg D.E. Genetic Algorithms. – Reading, MA: Addison Wesley, 1989. – 210 p.
318. Goldberg D.E. Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. – McGraw-Hill, USA, 1989.
319. Grech D., Mazur Z. Can one Make Any Crash in Finance Using the Local Hurst Exponent Idea? [Электронный ресурс] / D. Grech, Z. Mazur. – Режим доступа:e-print: <http://arXiv:cond-mat/0311627>.
320. Gutowitz H. Maps of recent CA and lattice gas automata literature // Physica D45, 1990.
321. Haavelmo T.A. A Study in the Theory of Economic Evolution. – North-Holland, Amsterdam, 1954.
322. Hack J.T. Studies of longitudinal stream Profiles in Virginia and Maryland. – Oakland University Press., 1965.
323. Hegger R. Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package / R. Hegger, H. Kantz, T. Schreiber // CHAOS 9, 413-435 (1999).
324. Holland J.H. Genetic algorithms and the optimal allocation of trials // SIAM Journal on Computation. – 1973. – 2. – PP. 88-105.
325. Jebelean T. Long Integer Multiplication by Cellular Automata: An Annotated Bibliography / Techn. Rep., RISC-Linz, Johannes Kepler University, Linz, Austria, 1993.
326. Kantz H., Schreiber T. Nonlinear Time Series Analysis .– CUP, 2004. – 388 s.
327. Keilis-Borok V.I. (eds.). Intermediate-term earthquake prediction: models, algorithms, worldwide tests // Phys. Earth Planet. Inter. – 1990. – V. 61, N 1–2 (Spec. Iss.). – P.137.

328. Kirchgassner G. Introduction to Modern Time Series Analysis / G. Kirchgassner, J. Wolters. – Springer Berlin Heidelberg New York, 2007. – 274 p.
329. Kirchgassner G., Wolters J. Introduction to Modern Time Series Analysis. – Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2007. – 276c.
330. Kitagawa T. Cell Space Approaches in Biomathematics // Math. Biosciences, 19, 1974.
331. Legendi T. Cellprocessors in Computer Architecture // Comp. Linguist. and Comp. Languages, 11. – 1976. – no. 2. – PP. 147-167.
332. Lodwick A.W. Special Issue on the Linkages Between Interval Mathematics and Fuzzy Set Theory // Reliable Computing. –2002. – Volume 8. – P.93-95.
333. Lorenz E.N. Deterministic nonperiodic flow // Journ. of the Atmospheric Science. – 1963. – V. 20. – PP. 130-141.
334. Mamdani E. An Experiment in linguistic synthesis of fuzzy logic controller / E. Mamdani, S. Assilian // Int. J. Man-Machine Studies. – 1975. – № 7.
335. Mandelbrot B.B. Fractals: Form, Chance and Dimension. – San Francisco CA: W. H. Freeman and Company, 1977.
336. Mandelbrot B.B. Les Objets Fractals: Forme, Hasard et Dimension. – Paris: Flammarion, 1975.
337. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. – New York NY: W. H. Freeman and Company, 1982.
338. Mandelbrot B.B., Van Ness J.W. Fractional Brownian motions, fractional noises and applications// SIAM Rev. – 1968.– №10. – PP.422-437.
339. Mandelbrot B.B., Wallis J.R. Some long-run properties of geophysical records // Water Resour.Res. – 1969.– №5. – PP.321-340.
340. Miya E. Multiprocessor - Distributed Processing Bibliography / Proc. of the Entity-Relationship Conference, North-Holland, Karlsruhe, October 1992.
341. Nishio H. A Classified Bibliography on Cellular Automata Theory – With Focus on Recent Japanese References / The 1st Intern. Symp. on USAL, Tokyo, Japan, 1975.
342. Peitgen H.O. The Frt of Fractals, A Computer Graphical Introduction. – Springer-Verlag, Berlin.
343. Peitgen H.O., Richter P.H. The Beauty of Fractals. – Springer-Verlag, Berlin, 1986.
344. Perron P. Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables / P. Perron // Journal of Econometrics. – 1997. – № 80. – PP. 355 - 385.

345. Preston K., Duff M. Modern Cellular Automata. – London: Plenum Press, 1984
346. Rozenberg G. Bibliography of L-Systems / Theoret. Comp. Sciences, 5. – 1977. – no. 1.
347. Srinivas M., Patniak L.M. Genetic Algorithms: A Survey // Computer. 1994. №6.
348. Scheinkman J.A., LeBaron B. Nonlinear Dynamics and Stock Return // Journal of Business. – 1989. – №69.
349. Smith A.R. Introduction to and Survey of Polyautomata Theory // Automata, Languages, Development / Eds. A. Lindenmayer, G. Rozenberg. – Amsterdam, 1976.
350. StatSoft, Inc. (1999): электронный учебник по статистике [Электронный ресурс] / Москва, StatSoft. WEB. – Режим доступа: <http://www.statsoft.ru/home/textbook/default.htm>.
351. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence // Dynamical systems and turbulence, eds. D.Rand, L.Young. Berlin: Springer – Verlag. – P. 366-382.
352. Toffoli T. Cellular Spaces - An Extensive Bibliography. – Michigan: University of Michigan, 1976.
353. Toffoli T., Margolus N. Cellular Automata Nachines. – Cambridge, Mass: MIT Press, 1985. – 342 p.
354. Ulam S. Sets, Numbers and Universes. – Cambridge, Mass: MIT Press, 1974. – 258 p.
355. Von Neumann J. Theory of Self-Reproducing Automata / Ed. A.W. Burks. – Urbana: University of Illinois Press, 1966. – 324 p.
356. Wargalla L. A Very Extensive Bibliography on Cellular Automata and Random Fields / Manuskript. – Aachen: Aachen University, 1977. – 124 p.
357. Wolfram S. (ed) Theory and Application of Cellular Automata. Singapore / Teaneck, N.J.: World Scientific, 1986. – 878 p.
358. Wolfram S. Computation Theory of Cellular Automata // Comm. Math. Phys., 96, 1984.
359. Wolfram S. Universality and Complexity in Cellular Automata // Physica, 100, 1984.
360. Wolfram Stephen A New Kind of Science. – Wolfram Media, Inc, 2002. – 1280 p.
361. Zadeh L.A. Fuzzy Sets / Information and Control. – 1965. – vol. 8. – PP. 338-353.
362. Zivot E. Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and Unit-Root Hypothesis / E. Zivot and D.W.K. Andrews // Journal of Business and Economic Statistics. – 1992. – № 10. – PP. 251-270.

363. Ляпунов А.А. О строении и эволюции управляющих систем в связи с теорией классификаций / А.А. Ляпунов. – Проблемы кибернетики: сб. науч. тр. – М.: Наука, 1973. – Вып.27. – С. 7-18.
364. Перепелица В.А. Предпрогнозное исследование временных рядов промышленного производства в Украине и Запорожской области / В. Перепелица, Л. Савина // Экономика Украины. – 2005. – № 8. – С. 31-38.
365. Максишко Н.К. Застосування фазового аналізу для моделювання динаміки показників діяльності в галузі страхування / Н.К. Максишко, В.А. Перепелица, Т.В. Заховалко // Культура народів Причерномор'я. – 2009. – № 154. – С.56-62.
366. Максишко Н.К. Использование методов нелинейной динамики для оценки степени достоверности информации, представляемой налогоплательщиком / Н.К. Максишко, В.А. Перепелица, Т.В. Заховалко // Вісник Запорізького національного університету. Економічні науки. – 2008.– №1(3). – С. 71-82.
367. Fama E.F. Portfolio Analysis in a Stable Paretian Market.// Management Science 11, 1965.
368. Black F., Scholes M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities.// Journal of Political Economy. – May/June 1973.
369. Ross S.A. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing// Journal of Economic Theory. № 13, 1976.

Електронні ресурси

- Е1. Офіційний сайт Державного комітету статистики України [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua/>.
- Е2. Офіційний сайт Національного банку України [Електронний ресурс] / Режим доступу: http://www.bank.gov.ua/FIN_RYN/GOLD/OF_DRAGMET/search_metal.htm/.
- Е3. Сайт Інституту комп'ютерних досліджень [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://nd.ics.org.ru/>.
- Е4. Сайт Лабораторії обробки даних інституту математичних проблем біології РАН, Пушціно, Московська обл., Росія [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://impb.psn.ru/~sychyov/fractan/>.
- Е5. [Сайт научно-издательского центра "Регулярная и хаотическая динамика"](http://shop.rcd.ru/) – Режим доступа: <http://shop.rcd.ru/>.
- Е6. Сайт Российского научного журнала «Нелинейная динамика» [Электронный ресурс] / Режим доступа к журн.: – <http://nd.ics.org.ru/start/>.

- Е7. [Сайт Інституту еволюційної економіки](http://iee.org.ua/) [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://iee.org.ua/>.
- Е8. [Страница Б. Мандельброта на сайте Йельского университета](http://www.math.yale.edu/mandelbrot) [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://www.math.yale.edu/mandelbrot>
- Е9. Сайт Группы «Моделирование в нелинейной динамике» (на базе Саратовского филиала ИПЭ РАН и СГУ) [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://www.nonlinmod.sgu.ru>.
- Е10. Сайт он-лайн приложений к книге [Мандельброт, Хадсон, 2006] [Электронный ресурс] / Режим доступа: www.misbehaviorofmarkets.com.
- Е11. Сайт кафедри математичної теорії інтелектуальних систем та лабораторії Проблем теоретичної кібернетики Московського державного університету під керівництвом академіка В.Б. Кудрявцева [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://intsys.msu.ru/matis/>.
- Е12. Офіційний сайт розроблювача MATLAB корпорації MathWorks Inc. [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://www.mathworks.com/products/statistics/description1.html>.
- Е13. Сайт розроблювача програми Fraclab [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://fractales.inrea.fr/>.
- Е14. Генетические алгоритмы// Аналитические технологии для прогнозирования и анализа данных – на сайте НейроПроект [Электронный ресурс] / Режим доступа - <http://www.neuroproject.ru/genealg.php>.
- Е15. Пакет программ TISEAN для анализа временных рядов методами теории хаотических динамических систем [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://www.mpipks-dresden.mpg.de/~tisean/Tisean_3.0.1/index.html/.
- Е16. Сайт The London Bullion Market Association (LBMA) [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://www.bullion.ru/prices/fixes/>.
- Е17. Сайт Business Information Network [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://bin.com.ua/templates/analitic_article.shtml?id=31419/
- Е18. Сайт Forex EuroClub [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://www.enc.fxeuroclub.ru/385/>.
- Е19. Сайт Forex библиотека Бесплатная библиотека для Forex Форекс! [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://www.forex-baza.com/>.
- Е20. Сайт Украинский банковский портал [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://www.banker.com.ua/rates_news/2008/01/16/1180428481/.
- Е21. Сайт Української біржи дорогоцінних металів [Электронный ресурс] / Режим доступа: www.gold9999.com.ua.

- E22. Інформаційно-аналітичний портал із актуальною інформацією щодо фінансових ринків [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://www.k2kapital.com>.
- E23. The London Bullion Market Association [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://www.lbma.org.uk/stats/goldfixg/>.
- E24. Сайт «Русская Ювелирная Сеть» [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://www.jeweller.ru/encyclopedia/55.html/> .
- E25. Сайт компанії ООО «Авантаж» - ювелірні вироби [Електронний ресурс] / Режим доступу: http://a-gold.ru/info.php?page=metal_gold/ .
- E26. Сайт фірми Trade Smart Research Ltd [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://www.tsresearchgroup.com>. – послуги з управління капіталом, розробки програмних додатків для фінансового аналізу та систем торгівлі.
- E27. Italian Cellular Automata Program [Електронний ресурс] / Режим доступу: inews-mailgate@bloom-beacon.mit.edu.
- E28. Сайт Energy Information Administration [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://tonto.eia.doe.gov/dnav/pet/hist/rbrteD.htm/>.

ДОДАТОК 1

Історія розвитку теорії динамічних систем, нелінійної динаміки та синергетики

Розглянемо коротко багатопланову картину історії розвитку та становлення уявлень про складну динаміку нелінійних систем [108].

Мета цього огляду полягає в тому, щоб показати, яким широким фронтом наука підійшла до концепції динамічного хаосу.

Перша лінія розвитку, що вела до уявлень про динамічний хаос, пов'язана з механікою, зокрема й особливо, з небесною механікою. Основоположниками класичної механіки прийнято вважати Ісаака Ньютона (1643-1727; основна праця «Математичні початки натуральної філософії», 1687), Жозефа Луї Лагранжа (1736-1813; основна праця «Аналітична механіка», 1788), П'єра Симона Лапласа (1749-1827; основна праця «Трактат про небесну механіку»), Вільяма Гамільтона (1805-1865). Результатом їхньої діяльності стало формування уявлення про систему, яку зараз називають гамільтоною або консервативною динамічною системою.

Математичне моделювання динамічних систем в його сучасному вигляді пов'язано з винаходом Ньютоном диференціального числення у XVI столітті. На цьому етапі розвиток уявлень про динамічні системи був пов'язаний з методами інтегрування систем диференціальних рівнянь. При цьому вважалося, що будь-яку систему, яка описує динаміку, можна звести до такої, що інтегрується. Це дозволило вирішити величезну кількість задач механіки, для яких була можливість побудувати системи, що інтегруються, і заложити фундамент сучасної фізики.

Проблема трьох тіл у небесній механіці – перша задача, аналізуючи яку дослідники зіткнулися з виникненням складної динаміки та хаосу. Уперше цю можливість глибоко усвідомив великий французький математик Анрі Пуанкаре (1854-1912). Зокрема, він описав так звану гомоклінічну ситуацію, що стала предметом допитливого аналізу фахівців з нелінійної динаміки 50-60 років опісля нього. Була розвинена теорія збурень, в якій величезну роль відіграють резонансні взаємодії. Було усвідомлено, що серед гамільтонових систем можна виділити клас інтегрованих і клас неінтегрованих систем. У випадку числа ступенів свободи більше одиниці системи другого класу є набагато більш типовими, ніж першого. Саме вони й можуть демонструвати складну динаміку і хаос.

Відкриття цілого класу неінтегрованих систем привело Пуанкаре до створення якісної теорії диференціальних рівнянь (теорії динамічних систем) для їх дослідження. Так як для неінтегрованих систем неможливо одержати аналітичного рішення, то об'єктом дослідження теорії динамічних систем стають якісні властивості розв'язків, а не самі розв'язки. Основним поняттям

нової теорії стало поняття *фазового простору*. Фазовий простір складається з точок, що представляють різні стани системи. Його можна поділяти на області в залежності від того, куди попадають траєкторії, які починаються з них. Множини в фазовому просторі, які «притягують» траєкторії, одержали назву *атракторів*.

Із розвитком комп'ютерів можливості вивчення та наочного представлення складної динаміки революційним чином розширилися. Одним із перших прикладів комп'ютерного дослідження складної динаміки стала робота французьких астрофізиків (М. Henon and C. Heiles, 1964), що розглянули модель руху зірки через галактичний диск.

Значним прогресом у розумінні співвідношення між квазіперіодичною динамікою та хаосом стала теорія, яку створили в 50-60-х роках радянські математики А.М. Колмогоров (1903-1987) та В.И. Арнольд і американський математик Ю. Мозер (теорія КАМ). Основна теорема цієї теорії стверджує, що при введенні достатньо слабкої взаємодії між рухами нелінійних систем із ірраціональними співвідношенням частот квазіперіодичний характер динаміки в більшості випадків зберігається.

Грунтуючись на аналізі умов виникнення гомоклінічної структури, В.К. Мельников встановив у 1963 р. критерій виникнення складної динаміки в системах, що близькі до інтегрованих.

У якісному відношенні велике значення мав розвиток уявлень про перекриття (взаємодію) резонансів у випадку достатньо сильної нелінійності, яке призвело до формулювання критерію стохастизації Б.В. Чирикова та Г.М. Заславського (огляд 1971).

Друга лінія розвитку пов'язана зі статистичною фізикою й формуванням так званої ергодичної теорії. Як тепер відомо, цілком обґрунтований опис у статистичній фізиці досягається тільки в рамках квантової теорії. Проте багато цікавого та важливого було зроблено в припущенні, що на фундаментальному рівні закони руху мікрочастинок, з яких побудовані фізичні системи, підпорядковуються класичній гамільтоновій механіці.

Основоположники статистичної фізики Джозайя Уїллард Гіббс (1839-1903) та Людвіг Больцман (1844-1906) розглядали фазовий простір гамільтонових систем, що утворені сукупністю великої кількості мікрочастинок (атомів або молекул). У силу закону збереження енергії, надана собі система повинна залишатися увесь час на деякій гіперповерхні в цьому просторі, що задається умовою сталості (незмінності) енергії. Больцман увів ергодичну гіпотезу – припущення про те, що є по суті тільки одна фазова траєкторія, що проходить через всі точки енергетичної поверхні. В 1913 р. було доведено, що таке, у принципі, неможливо. виправлена версія ергодичної гіпотези належить Паулю Еренфесту (1883-1933) і полягає в тому, що фазова траєкторія із часом повинна проходити як завгодно близько від будь-якої точки на енергетичній поверхні.

До обґрунтування ергодичної теореми зробили внесок Енріко Фермі (1901-1954), Джордж Біркгоф (1884-1944), Джон фон Нейман (1903-1957). Результатом стало формування окремої математичної дисципліни – ергодичної теорії або метричної теорії динамічних систем.

Нові можливості для проробки питання про релаксацію складних механічних систем до термодинамічної рівноваги стали відкриватися з розвитком комп'ютерів, і одним з перших це усвідомив Е. Фермі. На початку 50-х років Фермі, Паста та Улам почали спробу спостережити в обчислювальному експерименті процес встановлення термодинамічної рівноваги в ланцюжку зв'язаних нелінійних осциляторів. Результат виявився несподіваним: замість релаксації до рівноваги спостерігався явно квазіперіодичний процес. Ця робота показала, що проблема складніше, ніж вона вважалася раніше. Результати Фермі, Паста та Улама дали поштовх дослідженням, які згодом призвели до уявлення про розподілені системи, що належать до класу цілком інтегрованих, ефективним методам розв'язання відповідних рівнянь, а також до поняття солітону.

Виявилось, що властивість ергодичності сама по собі не є ні необхідним, ані достатнім для бажаного обґрунтування статистичної фізики. По-справжньому істотним є наявність іншої властивості – нестійкості фазових траєкторій системи стосовно малих збурень початкових умов і пов'язана із цим більш суттєво, ніж ергодичність, властивість перемішування. Одним з перших цю ідею розробив радянський фізик Н.С. Крилов (1917-1947), співробітник академіка В.А. Фока (1898-1974). Книга Крилова була надрукована посмертно, в 1950 р., завдяки зусиллям Фока, який усвідомлював принципове значення розвинених його учнем ідей.

Кількісна характеристика нестійкості траєкторій відома як ляпунівський характеристичний показник – величина, що введена російським математиком О.М.Ляпуновим (1857-1918; докторська дисертація «Загальна задача про стійкість руху», 1892). У 1968 р. радянський математик В. І. Оселедець опублікував найважливіший результат – так звану мультиплікативну ергодичну теорему, що дозволяє говорити про ляпунівські показники, що визначено не для однієї індивідуальної фазової траєкторії, а для множини траєкторій. Ця теорема лежить в основі сучасного розуміння та застосування в нелінійній динаміці концепції ляпунівських показників.

Були введені й інші характеристики, що дозволяють розрізняти просту й складну динаміку – динамічна ентропія, відома як ентропія Колмогорова-Сіная (Колмогоров, 1959), та топологічна ентропія (Adler et al., 1965).

Чудовим недавнім досягненням стало доведення Я. Г. Сінаєм наявності нестійкості та перемішування в задачах про рух частки із пружними відображеннями в посудині з увігнутими усередину стінками («більярд Сіная») і в задачах статистичної фізики щодо двовимірної моделі газу із часток у вигляді жорстких дисків.

Дотепер, підкоряючись логіці історії предмета, ми вели мову про гамільтонові системи. Проте подалі ми будемо розглядати дисипативні

динамічні системи. На рівні навколишніх нас макроскопічних явищ, саме з ними найчастіше доводиться зустрічатися. Необхідність вивчення дисипативних динамічних систем ставала усе більш й більш насущною в міру розвитку таких дисциплін, як радіофізика та гідродинаміка.

Отже, *третьою лінією* пов'язана з радіотехнікою, електронікою, теорією автоматичного регулювання. Тут варто почати з робіт голландського фізика й інженера Б. Ван-дер-Поля (1889-1959). Із його ім'ям пов'язані генератор або осцилятор Ван-дер-Поля – класична модель нелінійної системи, що демонструє періодичні автоколивання. Близько 1927 р. Ван-дер-Поль та Ван-дер-Марк дослідили динаміку такого генератора під періодичним зовнішнім впливом. Цікаво, що режим роботи пристрою контролювався по звуку в навушниках. Дослідники відзначили явище синхронізації при певних раціональних співвідношеннях частоти впливу та власної частоти та шумоподібні коливання при переходах між областями захвата. Відзначають, що це – перше документально зареєстроване експериментальне спостереження хаосу.

Робота Ван-дер-Поля та Ван-дер-Марка вплинула на роботу Картрайт та Літлвуда (Cartwright, Littlewood, 1945). У цій роботі, присвяченій математичному дослідженню рівняння автогенератора під періодичним зовнішнім впливом, була виявлена надзвичайна складність динаміки, зокрема, наявність у системи (при достатньо великій амплітуді зовнішньої сили) нескінченного числа нестійких періодичних орбіт. Ця робота згодом вплинула на математиків, що створювали основи математичної теорії складної динаміки й хаосу.

У Росії в 20-ті роки в Московському університеті сформувалася сильна наукова школа Л.І.Мандельштама (1879-1944). Інтереси цієї школи охоплювали, зокрема, радіофізику, оптику, коливальні процеси в системах різної природи. Мандельштам першим прийшов до розуміння можливості такої дисципліни, як теорія нелінійних коливань (до цього думали, що нелінійні явища повинні вивчатися для кожної конкретної системи окремо). Наприкінці 20-х років учень Мандельштама А.А.Андронов (1901-1952) установив, що адекватним математичним образом періодичних автоколивань є граничні цикли, що були введені Пуанкаре в його якісній теорії диференціальних рівнянь. Мандельштам відразу зрозумів важливість цього досягнення й наголосив на негайній публікації результату. Андронов залучив також для аналізу автоколивальних систем створений О.М.Ляпуновим апарат теорії стійкості. Одне з важливих досягнень – дослідження моменту виникнення автоколивань при зміні параметрів, ситуації, що тепер називають біфуркацією Андронова-Хопфа. З 1931 р. Андронов працює в Нижньому Новгороді (Горькому), де довкола нього формується велика наукова школа в області теорії коливань. В 1937 р. виходить класична книга А.А.Андронова, О.А.Вітта та С.Е.Хайкіна «Теорія коливань». Один із співавторів книги – Вітт – став жертвою репресій і загинув у таборах, у виданні книги 1937 р. його ім'я було виключено й відновлене тільки в наступних виданнях.

Одним із важливих досягнень у розвитку теорії нелінійних коливань стало формування Андрономим та Понтрягіним уявлення про грубі або структурно-стійкі системи. Уявимо собі простір, точки якого зображують динамічні системи. Система груба, якщо біля відповідної їй точки простору системи можна вказати такий окіл, що в ньому будуть розташовуватися тільки системи з топологічно еквівалентним устроєм фазового простору. У просторі параметрів грубі системи займають цілі області. Ці області обмежені поверхнями, де розташовуються негрубі системи ко-розмірності один. На цих поверхнях можуть розташовуватися лінії ко-розмірності два й т.д.

Дослідницька програма нелінійної теорії коливань за Андрономим та Понтрягіним й полягає у виділенні та вивченні грубих ситуацій, а потім негрубих у порядку зростаючої ко-розмірності. Що стосується негрубих ситуацій, то вони становлять предмет теорії біфуркацій - глибокої та добре розвинутої математичної дисципліни, одного з наріжних каменів нелінійної динаміки.

Із 1970 р. із інтервалом в 2 роки в Горькому організуються школи-семінари по нелінійних коливаннях і хвилям, у яких беруть участь провідні радянські вчені. Цих шкіл відбулося 9, і вони багато в чому визначили поширення в нашій країні ідей нелінійної динаміки та динамічного хаосу. Ще одна школа, що відновлює перервану традицію, вже міжнародна відбулася в 1995 р. У формуванні, поширенні та популяризації в Росії уявлень про хаотичну динаміку велика роль належить А.В. Гапонову-Грехову, Ю.І. Неймарку, М.І. Рабиновичу, Л.П. Шильнікову. У 1979 р. Кияшко, Піковський та Рабинович запропонували, очевидно, перший простий радіотехнічний автогенератор, у якому цілеспрямовано був реалізований режим хаотичних автоколивань.

Четверта лінія розвитку пов'язана з гідродинамікою та проблемою турбулентності.

У 1883 р. була опублікована робота англійського фізика Осборна Рейнольдса (1842-1912) «Експериментальне дослідження обставин, які визначають, чи буде рух води прямолінійним або хвилястим, і про закон опору в паралельних каналах». Залежно від безрозмірного параметра, відомого тепер як число Рейнольдса), рух води в трубці був ламінарним або турбулентним. Хоча основні рівняння, що описують динаміку в'язкої рідини – рівняння Нав'є-Стокса, вже були відомі, причини виникнення турбулентності залишалися загадкою. З тих пір питання про природу турбулентності стояло перед наукою, набуваючи згодом все більшу гостроту. Близько 1920 р. англійський фізик Л. Річардсон розвив якісні уявлення про те, що в турбулентній течії є перенос енергії від великих до усе більш та більш дрібних завихрень, поки енергія не дисипатує через в'язкість у малих масштабах. У 1941 р. була запропонована теорія турбулентності Колмогорова-Обухова. Аналіз ґрунтувався на припущенні, що при великих числах Рейнольдса турбулентний стан можна вважати локально однорідним і ізотропним у статистичному сенсі, і про те, що має місце каскадна передача енергії від великих просторових масштабів до

дрібного в так званому «інерційному інтервалі» – області масштабів, де в'язкість несуттєва. Чудово проста та глибока теорія приводила до цілком визначеного теоретичного пророкування: розподіл енергії по спектру повинен бути пропорційно $k^{-5/3}$, де k – хвильове число («закон п'яти третин»). На сьогодні отримані експериментальні дані, що добре узгоджуються із цим законом, але усвідомлена також необхідність внесення уточнень у теорію.

Інший напрямок у спробах зрозуміти природу турбулентності полягав у пошуках відповіді на питання: як виникає турбулентність, якщо поступово збільшувати число Рейнольдса, почавши від малих значень, коли течія свідомо ламінарна. У 1944 р. була опублікована стаття радянського фізика Л.Д. Ландау (1908-1968) «До проблеми турбулентності». У цій чудовій для свого часу статті Ландау припустив, що турбулентність виникає в результаті великого числа (каскаду) послідовних біфуркацій, кожна з яких полягає в появі коливань із новою частотою. Частоти, які виникають, в типовому випадку знаходяться в ірраціональному співвідношенні з частотами, що виникли раніше. Аналогічні уявлення розвивав трохи пізніше німецький математик Е. Хопф (1902-1983; робота «Математичний приклад, що демонструє особливості турбулентності» опублікована в 1948). Тому дану картину виникнення турбулентності називають сценарієм Ландау-Хопфа. Підкреслимо, що цим роботам передувало формування уявлень про автоколивання, граничних циклах та біфуркаціях у радіофізиці та теорії коливань.

У 1963 р. американський метеоролог Е. Лоренц опублікував статтю «Детермінована неперіодична течія», у якій обговорювалися результати чисельного інтегрування за допомогою комп'ютера системи трьох звичайних диференціальних рівнянь, що моделює динаміку рідини при конвекції в шарі, що підігрівається знизу. Будучи добре освіченим математично, Лоренц піддав отримані результати ретельному та глибокому обговоренню, акцентувавши увагу на взаємозв'язку між спостережуваною складною динамікою та властивій системі нестійкістю фазових траєкторій. Пізніше ця властивість хаотичної динаміки пропагувалося їм за назвою «ефект метелика» (butterfly effect): у додатку до метеорології змах крил метелика може через достатній час спричинити істотну зміну погоди десь зовсім в іншому місці. Приблизно в той же самий час О.М. Ораєвський зі співавторами також одержали неперіодичні розв'язки для аналогічних рівнянь у теорії одномодового лазера. Як робота Лоренця, що була опублікована в метеорологічному журналі, так і робота Ораєвського не були вчасно помічені та оцінені.

У 1971 р., ґрунтуючись на досягнутому до цього часу просуванні в математичних дослідженнях, Д. Рюель та Ф. Такенс виступили з роботою «Про природу турбулентності». Покритикувавши теорію Ландау, вони аргументували, що вже після включення в гру щодо невеликого числа частот (трьох або чотирьох залежно від деяких математичних деталей) динаміка може стати турбулентною й, зокрема, демонструвати характерний для випадкового процесу суцільний спектр. Це зв'язувалося з появою у фазовому просторі «дивного атрактора» – ключовий термін, введення якого визначило історичне

значення роботи Рюеля та Такенса. Підкреслювалася наявність нестійкості фазових траєкторій на дивному атракторі і його нетривіальна геометрична структура: він являв собою те, що стали називати фрактальною множиною або просто фракталом. З погляду інтерпретації результатів, робота Рюеля та Такенса також виявилася уразливою для критики. Багато питань, які виникають у зв'язку із запропонованою ними картиною переходу до турбулентності, дотепер залишаються відкритими. Треба сказати, що аргументація й у роботі Ландау, і в роботі Рюеля та Такенса носила настільки загальний характер, що мала рівне відношення як до виникнення турбулентності, так і до виникнення складної динаміки в дисипативних системах іншої фізичної природи. Подальше розуміння можливих типів переходу відбулося завдяки ще одній лінії розвитку.

Дискретні відображення

Спроби математичного опису біологічних проблем динаміки популяцій сягають до Томаса Мальтуса (1766-1834), автору нашумілої концепції про те, що чисельність людей зростає в геометричній прогресії, а кошти підтримки життя лише в арифметичній. Тому чисельність населення повинна регулюватися війнами, епідеміями та ін. Марксистки, як відомо, затаврували цю теорію як людиноненависницьку. Не входячи в полеміку, помітимо, що під час відсутності факторів, що стримують зростання населення, зміну чисельності популяції рік у рік «по Мальтусу» можна описати як $x_{n+1} = R x_n$, де R – параметр, що визначає умови життя популяції. Ввести стримуючий фактор можна, якщо додати в рівняння нелінійний, наприклад, квадратичний член: $x_{n+1} = R(x_n - x_n^2)$. Отримане співвідношення називають логістичним відображенням і воно дійсно непогано описує, принаймні, з якісної сторони, динаміку деяких і не тільки біологічних популяцій.

Цікавий результат, що проливає світло на можливість складної динаміки в логістичному відображенні, був отриманий наприкінці 40-х років у роботі американських математиків Станіслава Улама (1909-1984) і Джона фон Неймана. Вони показали, що для випадку $R = 4$ це відображення шляхом заміни змінних зводиться до форми, що допускає тривіальний аналіз, причому виявляється, що вибором початкової точки x можна реалізувати кожену наперед задану послідовність знаків величини $x - x_{\max}$. У 1975 р. американські математики Чи і Йорку опублікували роботу «Період три означає хаос». Мова йшла про те, що якщо при приватному значенні параметра логістичне або інше одномірне відображення виду $x_{n+1} = f(x_n)$ має цикл періоду три, то воно має нескінченну множину циклів всіх інших періодів. Ця робота привернула велику увагу, і варто відзначити, що саме в ній у контексті нелінійної динаміки вперше з'явився термін «хаос», що став згодом загальноприйнятим позначенням всієї області діяльності, про яку ми ведемо мову. Тільки через кілька років на Заході стало широко відомо, що ще в 1964 р. радянський математик А.Н. Шарковський опублікував набагато більше змістовну теорему, що встановлює самі загальні

закономірності співіснування циклів різного періоду в одномірних безперервних відображеннях.

До середини 70-х років було вже добре відомо, що при збільшенні параметра в логістичному відображенні має місце послідовність біфуркацій подвоєння періоду. Відповідні комп'ютерні результати дуже наочно були представлені, наприклад, у роботі Роберта Мея (May, 1976). У цей час, займаючись дослідженням подвоєнь періоду за допомогою кишенькового калькулятора, американський фізик Мітчелл Фейгенбаум, що працював у Лос-Аламоській національній лабораторії, виявив, що точки біфуркацій подвоєння періоду накопичувалися до певної межі - порогу виникнення хаосу за законом геометричної прогресії з показником $4,669\dots$. Цей показник виявився універсальним, тобто виникав і в інших відображеннях, і, як потім з'ясувалося, у нелінійних диссипативних системах самого різного виду. Використовуючи апарат, аналогічний розвинутому раніше в теорії фазових переходів, - метод ренормалізаційної групи, Фейгенбаум побудував чудову теорію, що пояснює універсальність подвоєнь періоду (Feigenbaum 1978, 1979). Теорія ця виглядала занадто формально, з погляду фізиків, і занадто нестрого, з погляду математиків, так що Фейгенбауму далеко не відразу вдалося опублікувати статтю з викладом своїх результатів. Ця затримка почасти компенсувалася тим, що Фейгенбаум активно розповідав про свою роботу на конференціях і семінарах. Надалі перехід до хаосу через подвоєння періоду, що демонструє виявлені властивості універсальності, спостерігався у величезній кількості нелінійних систем різної фізичної природи й у їхніх моделях. Одна з перших дуже акуратних робіт – експеримент по конвекції в рідкому гелії (Mauger, Libchaber, 1979). Робота Фейгенбаума стимулювала також вивчення й ренормгрупового опис інших сценаріїв виникнення хаосу – через перемежаемость (Pomeau, Manneville, 1980) і через руйнування квазіперіодического руху в диссипативних системах (Shenker, 1982; Feigenbaum et al., 1982; Rand et al., 1982; Ostlund et al., 1983).

Слід зазначити ту неоціненну роль, що зіграли для науки про динамічний хаос здавалися б абстрактні дослідження, що диктувалися внутрішньою логікою розвитку самої *математики*. Це, у першу чергу, теорія множин і теорія розмірності. Розроблені великим німецьким математиком Георгом Кантором (1845-1918) уявлення про нескінченні множини, їхнє порівняння за допомогою встановлення взаємооднозначної відповідності, визначення зліченої множини та континуума, знаменитий приклад множини Кантора є робочими інструментами дослідників в галузі нелінійної динаміки.

Інші приклади «математичних монстрів» (сніжинка Коха, килим Серпинського й ін.), придуманих математиками для пояснення тонких моментів теорії множин, використовуються для ілюстрації властивостей об'єктів, з якими доводиться мати справа при вивченні складної динаміки (дивні атрактори). Нетривіальне узагальнення поняття розмірності, застосовне до такої множини, було розроблено німецьким математиком Феліксом Хаусдорфом (1868-1942) і також стало робочим інструментом у нелінійній динаміці.

Множини з нецілою розмірністю Хаусдорфа називають фракталами. Цей термін був уведений порівняно недавно Бенуа Мандельбротом. Саме він звернув увагу на те, що дивні об'єкти, «математичні монстри», можуть у багатьох ситуаціях служити цілком реалістичними моделями різних утворень у природі. Такого роду прикладів відомо тепер дуже багато (хмари, гірські масиви, кластери із часток у суспензіях, магнітні домени, вихри в турбулентній рідині й так далі). Будучи далекою від прийнятих у математику стандартів стилю й строгості викладу, книга Мандельброта являла собою скоріше добуток науково-популярного жанру. Проте, вона викликала масовий інтерес наукового співтовариства й стимулювала бурхливий розвиток нової дисципліни - фрактальної геометрії, що стикається по багатьом пунктам з нелінійною динамікою.

Нетривіальним синтезом теорії розмірності, теорії міри, концепцій статистичної фізики, став так званий мультифрактальний або термодинамічний формалізм, що забезпечує різнобічний опис властивостей дивних множин, що зустрічаються при вивченні складної динаміки нелінійних систем (Вул і ін., огляд 1984; Halsey et al., 1986).

Вище ми згадували про дослідницьку програму теорії коливань по Андронову й Понтрягину. Ця програма реалізована у витонченій і закінченій формі для систем із двовимірним фазовим простором. Однак починаючи з розмірності три, виникають глибокі проблеми, через які виконання цієї програми стає принципово неможливим. Виявляється, що в просторі систем можуть існувати області, де структурно нестійкі системи утворюють усюди щільну множину. Саме усвідомлення цієї обставини було важливою подією в теорії динамічних систем і воно пов'язане з ім'ям американського математика Стефана Смейла.

Цікаво, що на Смейла вплинула згадувана вище робота Картрайт і Литтлвуда про неавтономний генератор Ван-дер-Поля. Роботи Смейла, у свою чергу, стимулювали створення радянським математиком Д.В.Аносовим так званої гіперболічної теорії, що має в основі систему аксіом, виконання яких забезпечує хаотичну динаміку.

Зауважимо, що термін «теорія хаосу» є більш ранньою назвою терміну «нелінійна динаміка», її синонімом [106, 128].

Протягом останньої третини ХХ сторіччя тисячі дослідників, що працюють над проблемами фізики та розпізнавання образів, економіки та гідродинаміки, а також у десятках інших галузей спрямовували свої зусилля на виявлення загальних рис у нелінійних процесах, що протікають у розглянутих відкритих системах.

Концепція хаосу полягає у визнанні того факту, що хаос має місце у природі будь-якої еволюційної системи. Ця концепція має колосальне світоглядне значення. Навколишній нас світ повний нелінійних явищ і процесів, правильні уявлення про які неможливі без розуміння наявності хаосу, а також пов'язаних із цим принципових обмежень на передбачуваність

поведінки складних систем. Наприклад, стає цілком очевидною неспроможність вчення про однозначну визначеність історичного процесу.

Проте, сказане вище не заважає обговорювати можливість використання хаосу в системах різної природи для яких-небудь конкретних практичних цілей або ж урахування тих наслідків, до яких може призвести виникнення складної динаміки.

Завдяки динамічній природі хаотичних режимів і їхньої чутливості стосовно малих збурень вони допускають ефективне управління за допомогою зовнішнього контрольованого впливу. Метою такого впливу може бути реалізація в системі періодичного режиму замість хаосу або влучення в задану область фазового простору. Ця ідея, висунута спочатку групою американських дослідників з університету штату Мериленд (Ott, Grebogi, Yorke, 1990), вважається дуже перспективною та плідною в прикладному плані. Це підтверджує велика кількість літератури щодо цього та безліч міжнародних наукових конференцій.

Успішні приклади управління хаосом реалізовані в механічних системах, електронних пристроях, лазерах. Як приклад можна привести роботу (Boltt, Meiss, 1995), де розглядається застосування методики управління хаосом для того, щоб направити космічний апарат на Місяць. Виявляється, що за допомогою малих контрольованих впливів завдання вдається вирішити з істотною економією палива, щоправда, ціною збільшення тривалості польоту.

Інший напрямок застосування ідей та методів нелінійної динаміки пов'язане із проблемою обробки сигналів. Розробку методів і алгоритмів аналізу сигналів можна вважати важливим напрямком нелінійної динаміки, безпосередньо пов'язаним з можливими додатками.

Дуже високо оцінюються перспективи використання аналізу та обробки сигналів, конструювання моделей, а також методик управління хаосом стосовно до проблем медицини та біології.

У радіотехніці та електроніці відомий цілий ряд додатків, де необхідні генератори шумоподібних коливань, у ролі яких можуть виступати різні пристрої, що функціонують у режимі динамічного хаосу.

Один з можливих додатків хаосу полягає у використанні генеруємих динамічними системами хаотичних сигналів з метою комунікації. Завдяки хаотичній природі сигналів відкриваються нові можливості кодування інформації, що стає важкодоступною для перехоплення.

Результати, отримані в нелінійній динаміці, відкривають нові нетривіальні можливості для стиску та зберігання, а також обробки інформації. Цікавим прикладом такого роду може служити запропонована в Інституті радіотехніки та електроніки РАН схема кодування й обробки інформації з використанням одномірних відображень (Andreev, Dmitriev et al., 1992). Ефективні методи стиску інформації розроблені на підставі ідей фрактальної геометрії (Дьюдні, 1990). Проробляється питання про реалізацію обчислювальних процесів, що опираються на феномени нелінійної динаміки, у

системах, відмінних від традиційної комп'ютерної архітектури (Sinha, Ditto, 1998).

Будучи зібрані воєдино, окремі результати, моделі, комп'ютерні експерименти, спостереження створили дивну картину. Серед фрагментів цієї мозаїки знаходимо пророцтво А. Пуанкаре про те, що в майбутньому можна буде передбачати нові фізичні явища, виходячи із загальної математичної структури рівнянь, що описують ці явища. Комп'ютерні експерименти перетворили цю мрію в реальність.

Також заслуговують на увагу зусилля теоретиків, що обґрунтували статистичну фізику та показали, чому і як про рух, про динаміку можна говорити імовірнісною мовою.

Відкриття в 1960-х роках таких об'єктів, як «дивні атрактори» і «фрактали», справило суттєвий вплив на методологічні основи макроекономіки. Кейнсіанська макроекономіка, яка розвивалась у багатьох аспектах поза принципами мікроекономіки і навіть протиставлялася їй, методологічно спиралася на загальну теорію систем. Квінтесенція цього підходу — «ціле є чимось більшим аніж сума частин, що його складають» — по суті, виражала загальнонаукове кредо кейнсіанської макроекономіки (цілого), поведінка якого якісно відмінна від поведінки його елементів — виробників і споживачів, які взаємодіють. Треба віддати належне цьому підходу: в його концептуальних положеннях вдається отримувати вишуканий розв'язок низки «парадоксів» макроекономіки. Але цілком зрозумілим є, наприклад, те, що, навіть беручи до уваги раціональну поведінку кожного суб'єкта, їхня сукупна поведінка в умовах рецесії є ірраціональною, оскільки призводить до погіршення становища кожного з них.

Важливе надбання історії науки - міждисциплінарний підхід, що з'явився в 80-і роки – нелінійна динаміка. Динамічний хаос став одним з китів, на якому вона стоїть.

80-ті роки – епоха невтримного оптимізму й ейфорії. Уявлення про динамічний хаос дозволили в ряді випадків діагностувати серйозні захворювання за даними про електричну активність серця за допомогою досить простих комп'ютерних програм. Економічні прогнози, що спираються на уявлення про хаос та дивні атрактори, стали галуззю індустрії. Тут необхідно вказати на численні «нелінійні журнали», що виникли в цей час, – «Physica D», «Chaos», «Nonlinearity», «Physical Review E», «Прикладна нелінійна динаміка» та ін.

Відкриття сценаріїв переходу від порядку до хаосу стало важливим успіхом. Неважливо, якими рівняннями описується система - у нашому світі є всього кілька універсальних сценаріїв. За різноманіттям виявилася внутрішня єдність.

Тому встало питання про розробку міждисциплінарного підходу, що дозволяє аналізувати альтернативні історичні траєкторії та довготривалі наслідки прийнятих рішень.

У результаті, це привело до появи нового міждисциплінарного підходу, що одержав назву «синергетика» [30, 51]. Роль динамічного хаосу та комп'ютерних технологій тут принципова. Ключовою концепцією синергетики є концепція «параметрів порядку», тобто декількох основних ключових змінних, які визначають, «підпорядковують» всі інші ступені свободи системи. Математичне моделювання багатьох і багатьох процесів та систем, що виникають в екології, економіці, хімічній технології та інших сферах, показало, що їхня поведінка дійсно визначається скінченим числом параметрів порядку. Іншими словами, із практично нескінченної, важко доступної для огляду множини значень спостережуваних функцій і станів можна здійснити перехід до скінченого, а іноді і невеликого числа змінних (параметрів).

У контексті економіко-математичного моделювання вже можна говорити про самостійний науковий напрямок «економічної синергетики». Остання знаходить джерела складності економічної еволюції у нестійкості й нелінійності більше, ніж у стійкості або ж лінійності, як це властиво традиційній теорії економічної динаміки. Особливо відзначимо те, що економічна синергетика базується на концепції хаосу, тобто того факту, що хаос має місце у природі будь-якої еволюційної економічної системи. Це означає, що точні економічні прогнози – річ майже неможлива. В історичному контексті відзначимо, що упор на нестійкість (що випливає з нелінійності), можна виявити в працях Маркса, Кейнса, Шумпетера та інших «ранніх» економістів. Особливо також відзначимо, що економічна синергетика може зіграти істотну негативну роль у розвитку економетрики, що повністю базується на класичному інструментарії математичної статистики. Вплив концепції хаосу також може негативно позначитися не тільки на економетриці, але й на всій традиційній економічній науці в цілому. Задача сучасної економічної теорії полягає не тільки в тому, щоб описати та пояснити економічні явища в історичному аспекті, але й у тому, щоб створити базис для аргументованих економічних прогнозів. У цьому контексті факт присутності хаосу може призводити до помилок у випадку використання традиційного інструментарію математичної статистики.

У нинішньому швидко мінливому світі горизонт прогнозу різко скоротився. Якщо раніше і в країнах із плановою, і в країнах з ринковою економікою мали справу з п'ятирічними планами, то зараз важко планувати навіть на півроку. У світі стало багато «швидких грошей», які можуть бути вкладені в проекти та швидко давати прибуток, і мало «повільних». Проте в бурхливому сучасному світі необхідно мати орієнтири. Еволюція має багато переваг перед революцією. Прийдешні зміни варто попереджати та готуватися до них. Комп'ютерні технології дозволили створити величезні бази даних. Тому постало завдання зрозуміти, що з більшістю з них робити. Важливо, щоб вони «зіграли» не тільки в поточних (одноденних) комп'ютерних справах, але й у тій великій грі, до якій зараз залучена наша цивілізація.

Ще одну надзадачу часто називають нейронаукою. Нейронаука шукає відповіді на ці питання на стику обчислювальної техніки, когнітивної психології, нейробіології, нелінійної динаміки. Роль хаосу тут представляється дуже важливою. Головний мозок, як і багато інших систем організму, працює в

хаотичному режимі. теорія, управління хаосом, що з'явилася нещодавно, говорить, що це дає нам безліч цікавих можливостей. Наприклад, учені в галузі нелінійної динаміки активно вчаться аналізувати енцефалограми. Це перспективний напрямок у майбутньому.

Третя надзадача для науки ХХІ в. - умовно говорячи, це *теорія ризику та безпеки*. На повний зріст проблема встала років 15 назад, хоча її появу пророкував ще в 60-х роках С. Лем у книзі «Сума технології».

Глибокий зв'язок між ідеями нелінійної динаміки та управлінням ризиками став ясний нещодавно. Усвідомити її допомогла парадоксальна статистика аварій. Теорія управління ризиками поставила перед фахівцями з хаосу, комп'ютерному моделюванню, роботи з великими масивами даних цікаве завдання: умовно його можна назвати аналізом довгих причинно-наслідкових зв'язків. Робота з інформацією, заснована на комп'ютерних технологіях, глобальні телекомунікації – сьогодні головні інструменти при управлінні ризиком.

Сьогодні в математичному моделюванні нелінійних процесів відбувається становлення нової парадигми – *парадигми складності*. Ця потреба не була повністю задоволена вже наявними інструментами моделювання, що й спричинило створення широкого міждисциплінарного напрямку досліджень, покликаною синтезувати підходи нелінійної динаміки, теорії динамічного хаосу та обчислювального експерименту. Характерними властивостями об'єктів моделювання в новій парадигмі стають: необоротність еволюції, рідкі катастрофічні події, висока гетерогенність і адаптивність взаємодіючих елементів системи. Результати досліджень, проведених у рамках парадигми складності, уже вилилися в ряд важливих додатків, таких як штучні нейронні мережі в області управління та прогнозування, генетичні алгоритми в області оптимізації.

Один з основних теоретичних течій у парадигмі складності – це *штучне життя*. Дослідження в області штучного життя є продовженням піонерських робіт з теорії автоматів, що самовідтворюються [4], теорії ігор [5] і комп'ютерного моделювання еволюції [6]. З моменту свого виникнення, штучне життя тісно пов'язане із синергетикою та нелінійною динамікою, не випадково перший збірка статей у цій області вийшла в журналі *Physica D «Nonlinear Phenomena»* [7]. І сьогодні синергетика, як міждисциплінарний підхід, і штучне життя, як один з напрямів математичного моделювання, широко використовують уявлення про самоорганізацію та динамічні системи, і мають загальний напрям руху [8, 9]. Методи штучного життя активно використовуються в роботах з моделювання еволюції когнітивних здібностей тварин [10], в галузях еволюційної роботики та еволюційних обчислень [11].

Зіштовхуючись з різними задачами моделювання – від процесів лазерної термохімії та сонячної динаміки до процесів економічних та історичних, – можна стверджувати, що всіх їх поєднує необхідність знаходити параметри порядку в поведінці складних систем та складати прогнози.

Роботи, що ведуться зараз у теорії нелінійної динаміки, показують, що тут є величезне поле діяльності, на якому Хаос займає ключове місце.

ДОДАТОК 2

Графічне представлення пам'яті лінійного клітинного автомата для ЧР Z_8 цін на золото

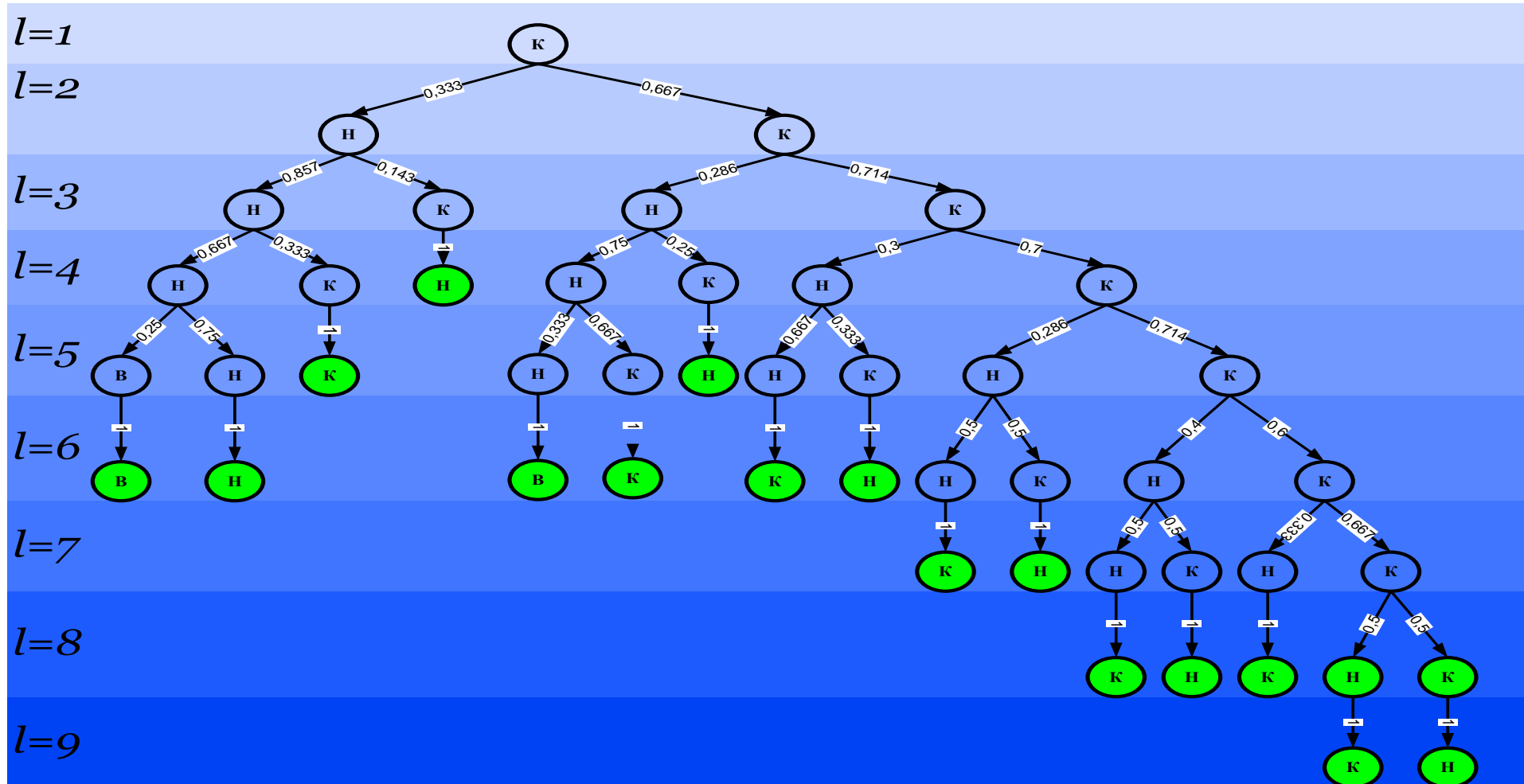


Рисунок Д2.1 – Графічне представлення l -конфігурацій із пам'яттю КА з початковим термом K -«дуже низький»

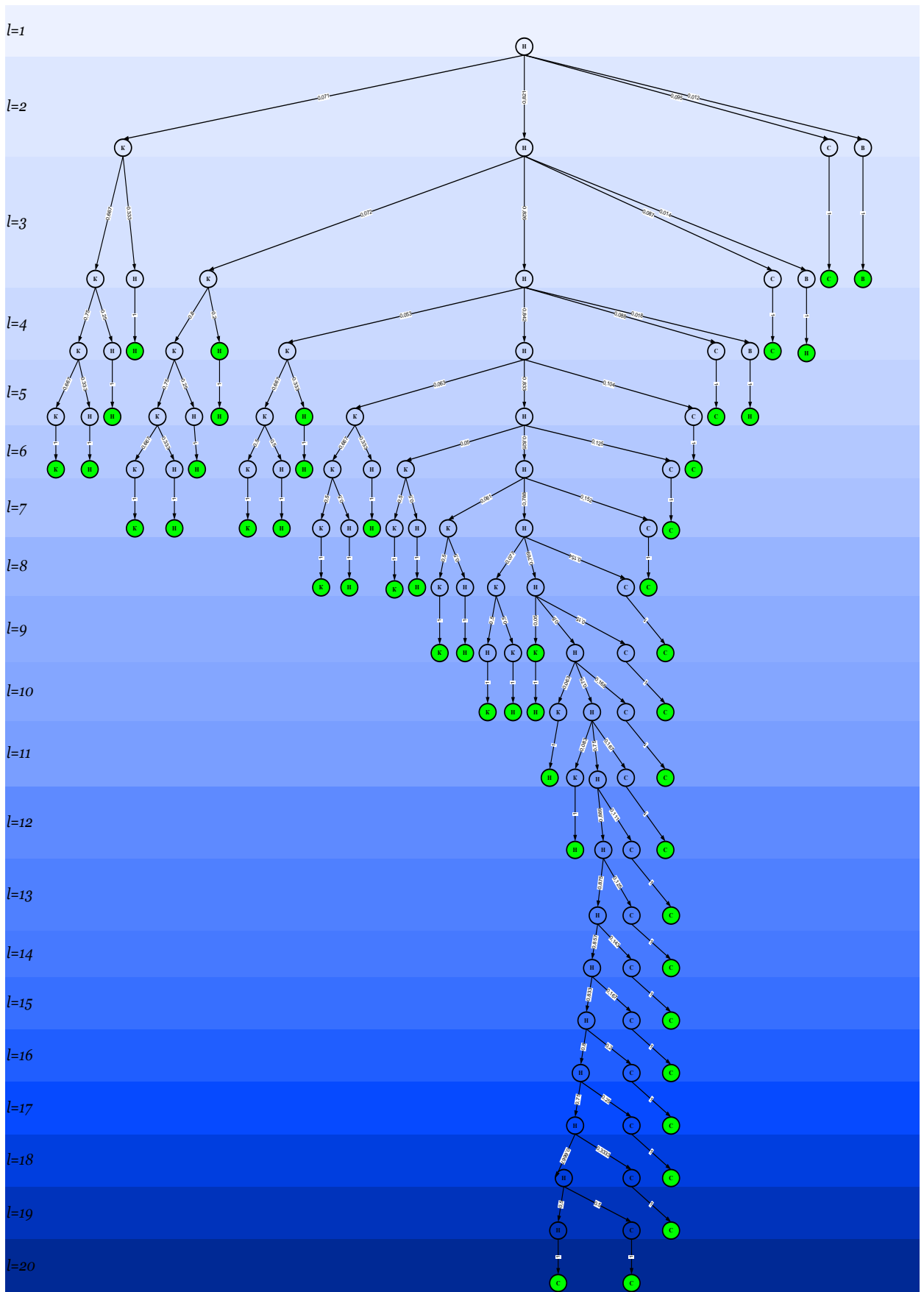


Рисунок Д2.2 – Графічне представлення l -конфігурацій із пам'яттю КА з початковим термом H -«низький»

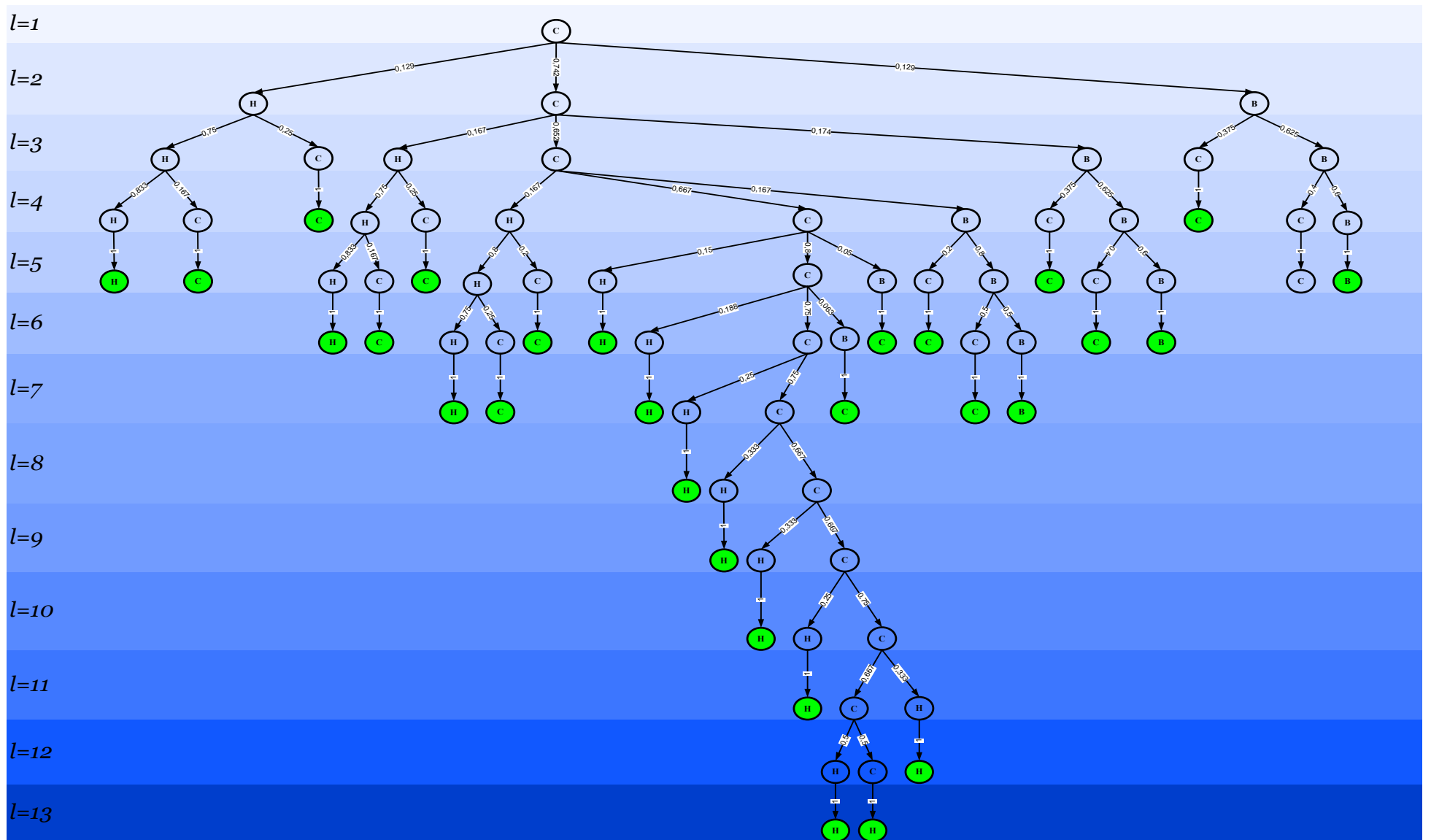


Рисунок Д2.3 – Графічне представлення l -конфігурацій із пам'яттю КА з початковим термом С-«середній»

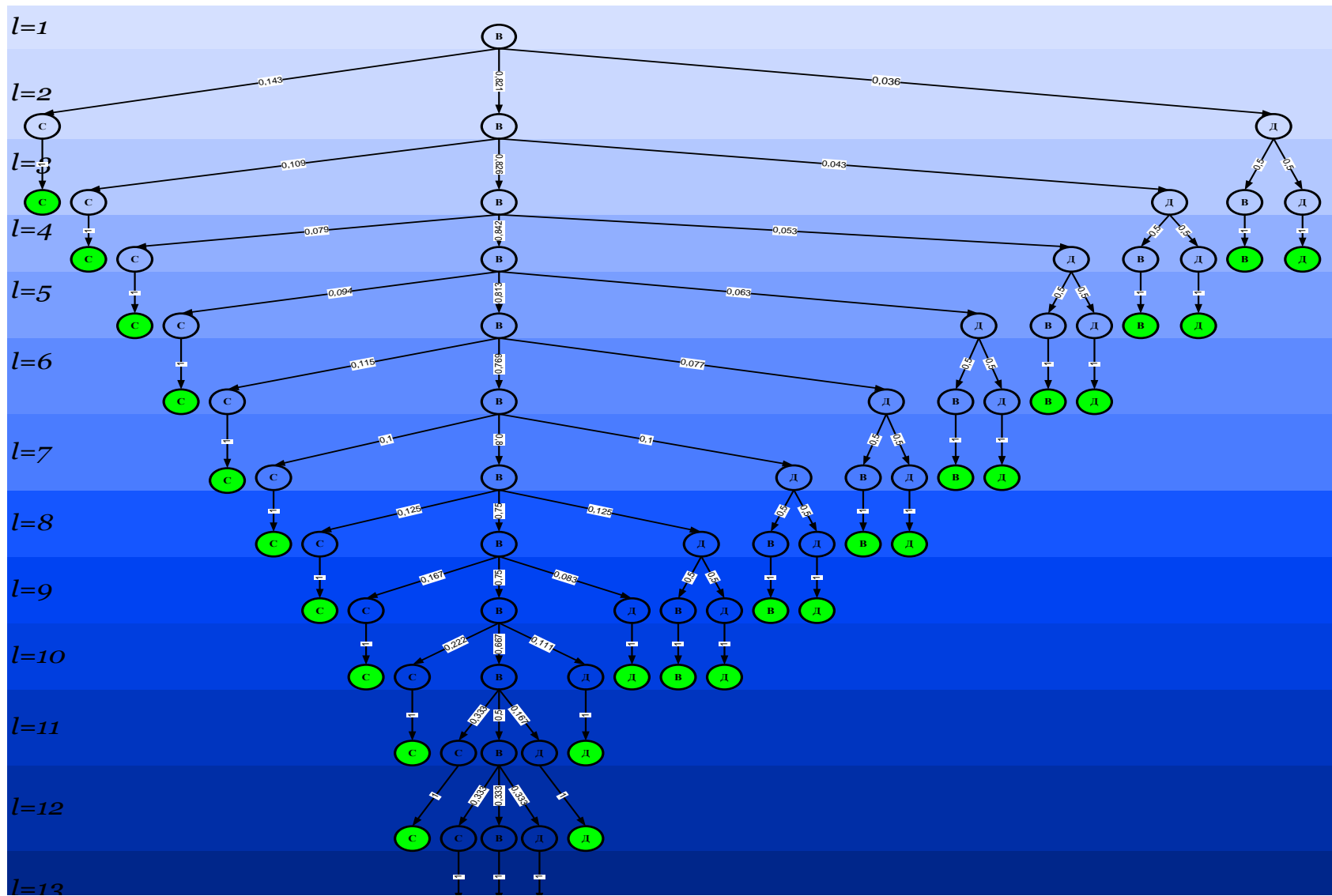


Рисунок Д2.4 – Графічне представлення l -конфігурацій із пам'яттю КА з початковим термом B -«високий»

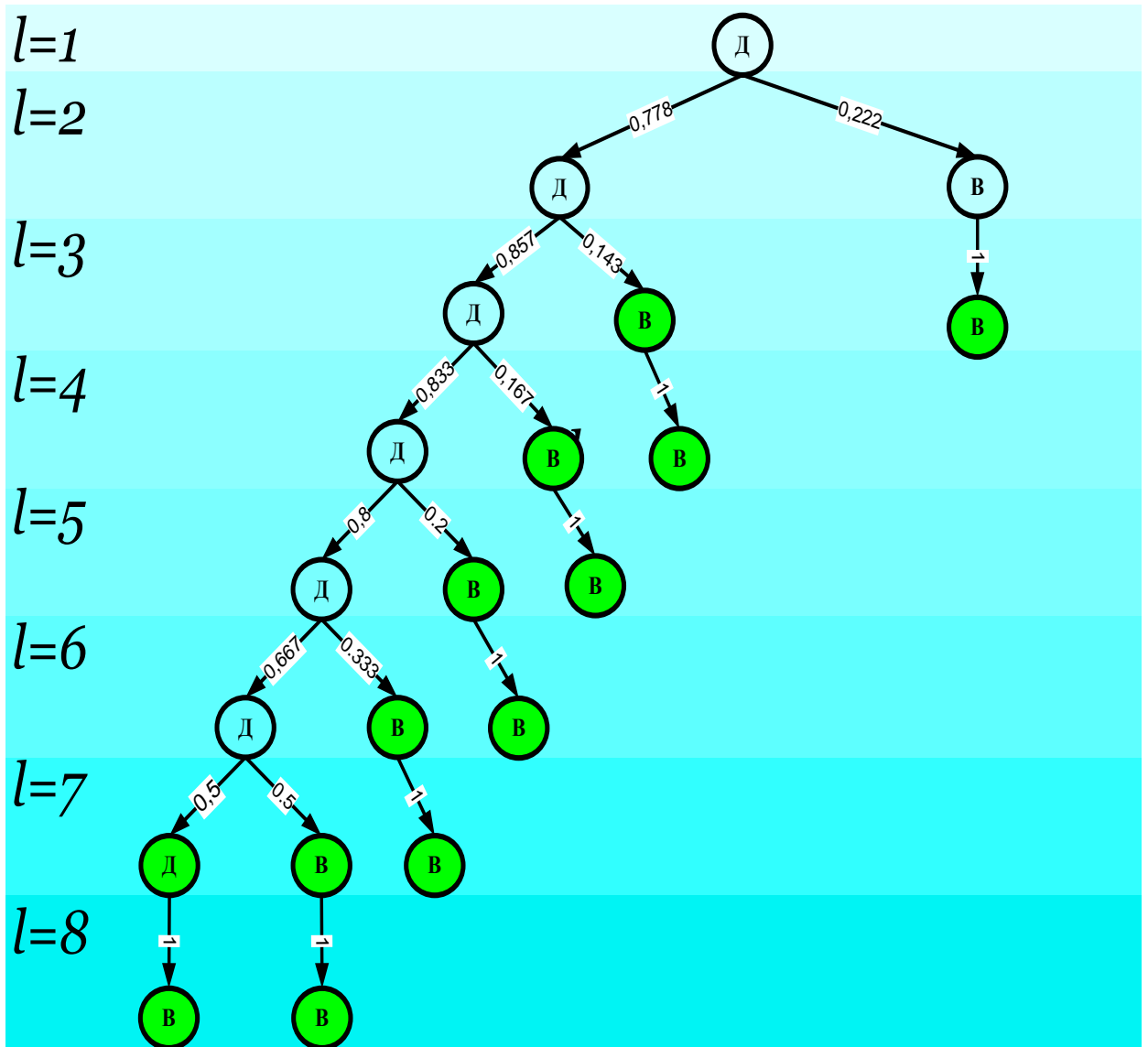


Рисунок Д2.5 – Графічне представлення l -конфігурацій із пам'яттю КА з початковим термом $Д$ -«дуже високий»

ДОДАТОК 3

Графічне представлення динаміки цін на дорогоцінні метали, нафту та котирувань EUR/USD за період із січня 2002 року по березень 2008 року

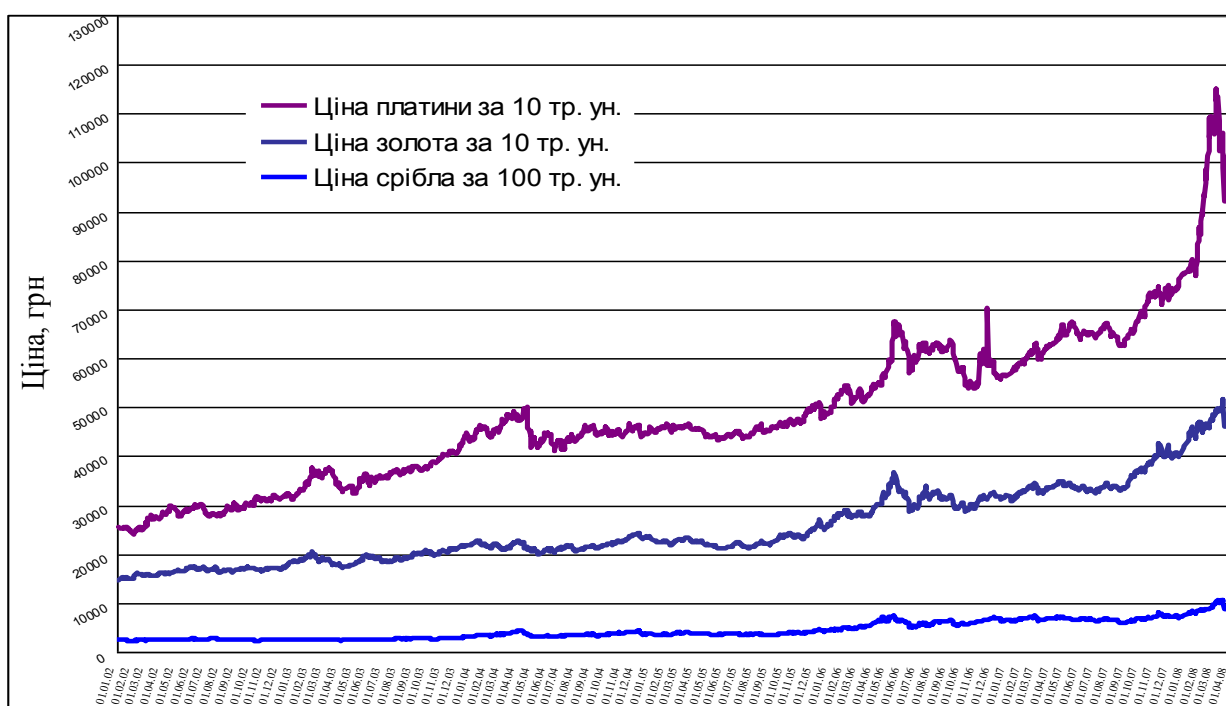


Рисунок Д3.1 – Динаміка цін на дорогоцінні метали в Україні в грн (поденно) за період із січня 2002 р. по березень 2008 р.

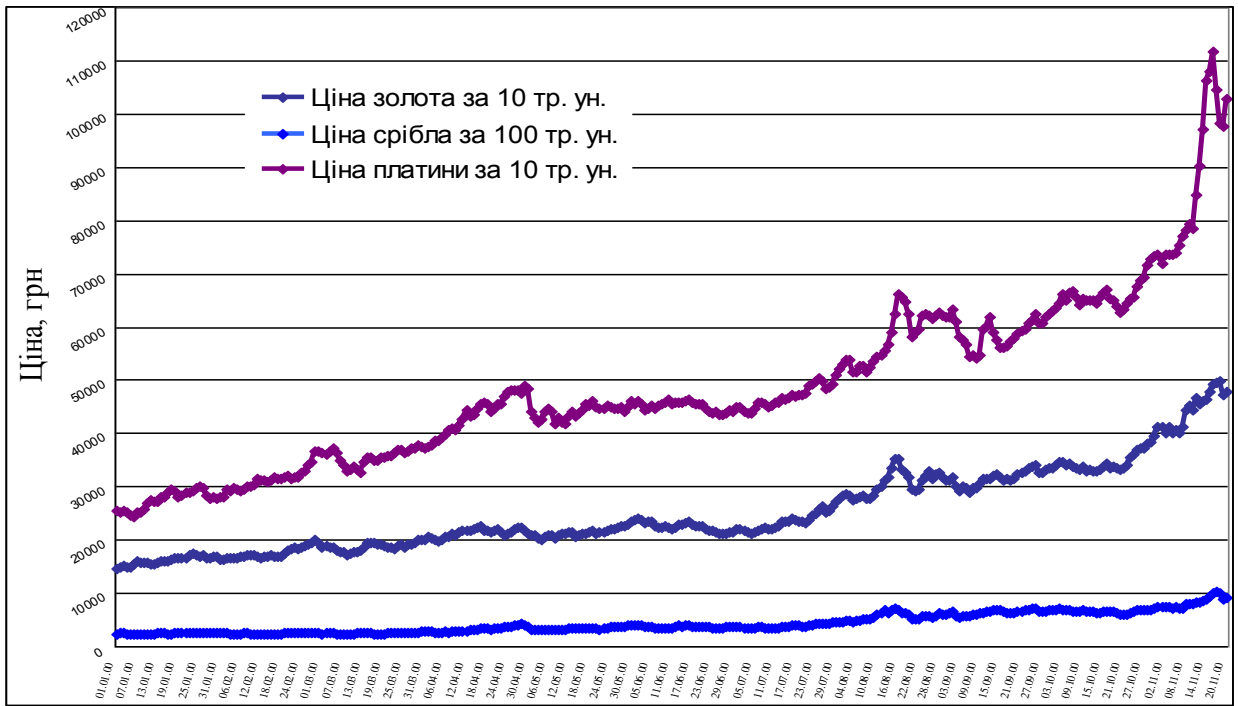


Рисунок Д3.2 – Динаміка цін на дорогоцінні метали в Україні (в грн) (потижнево) за період із січня 2002 р. по березень 2008 р.

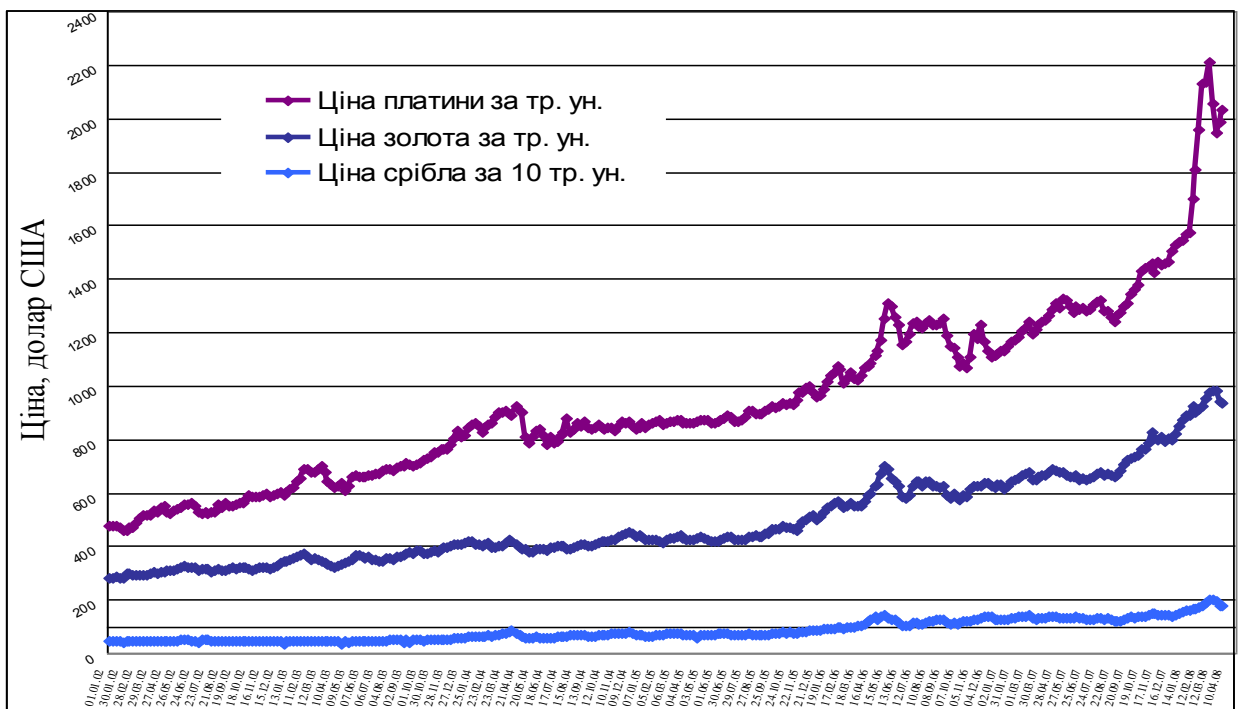


Рисунок Д3.3 – Динаміка світових цін на дорогоцінні метали (в USD) (потижнево) за період із січня 2002 р. по березень 2008 р.

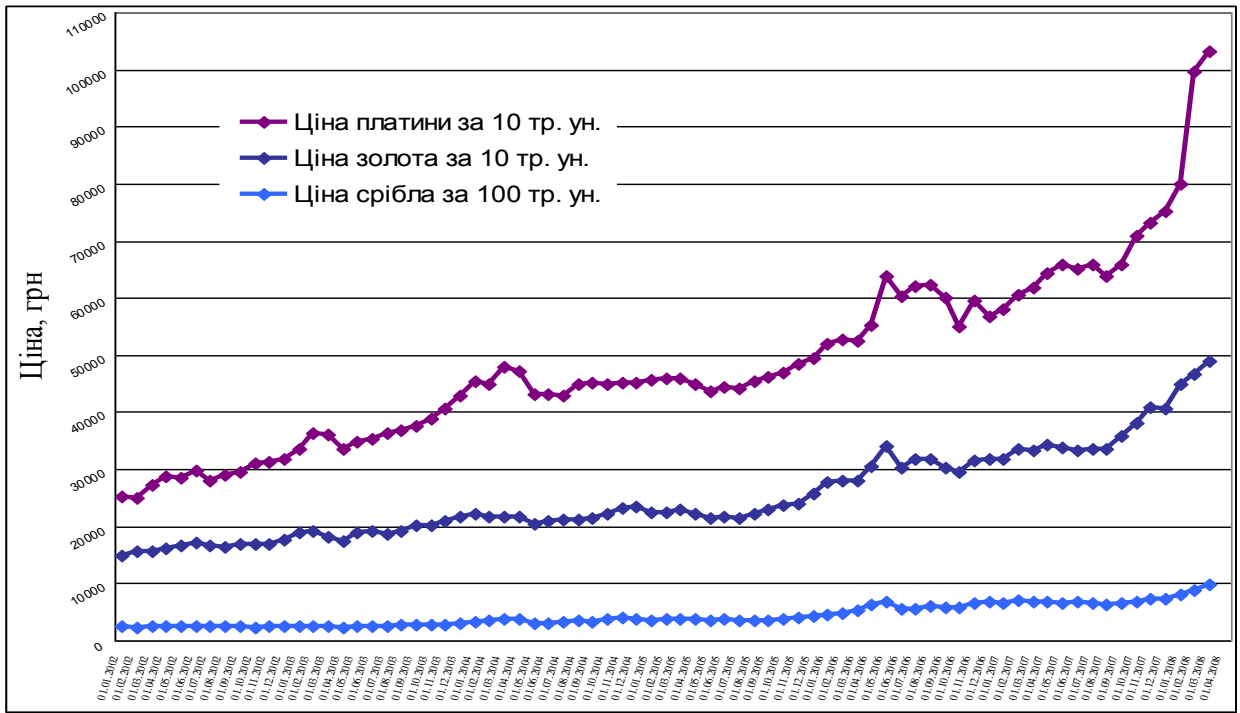


Рисунок Д3.4 – Динаміка цін на дорогоцінні метали в Україні (в грн) (помісячно) за період із січня 2002 р. по березень 2008 р.

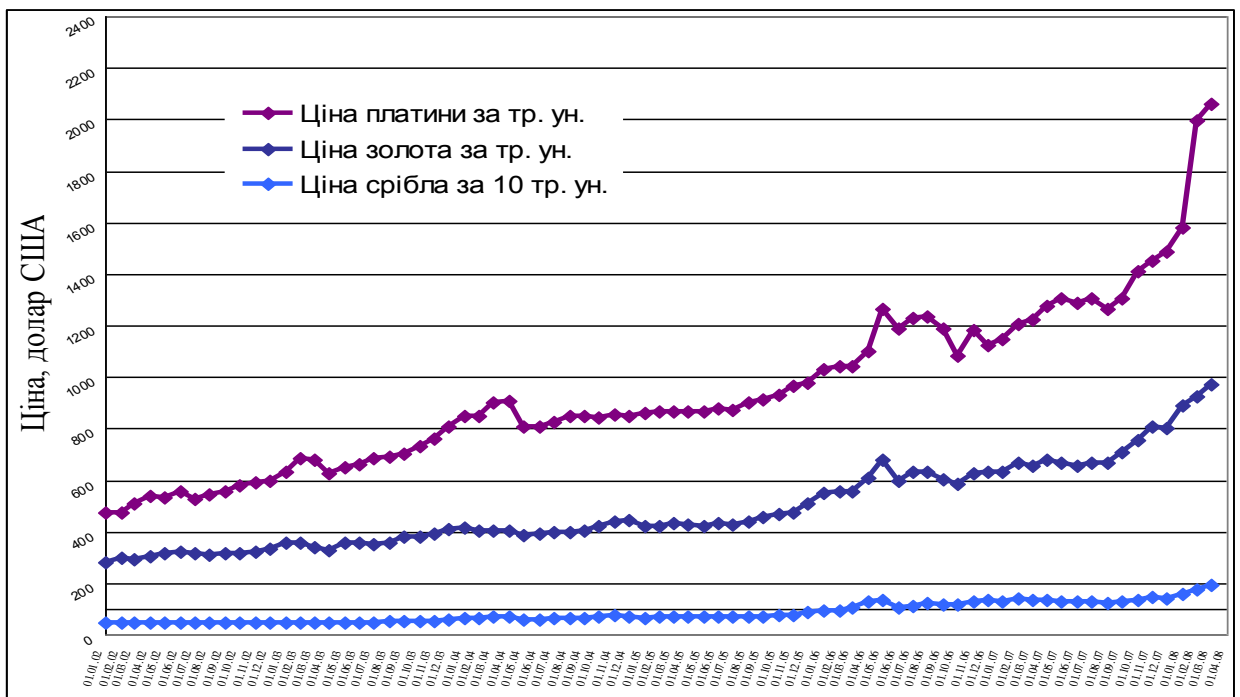


Рисунок Д3.5 – Динаміка світових цін на дорогоцінні метали (в USD) (помісячно) за період із січня 2002 р. по березень 2008 р.

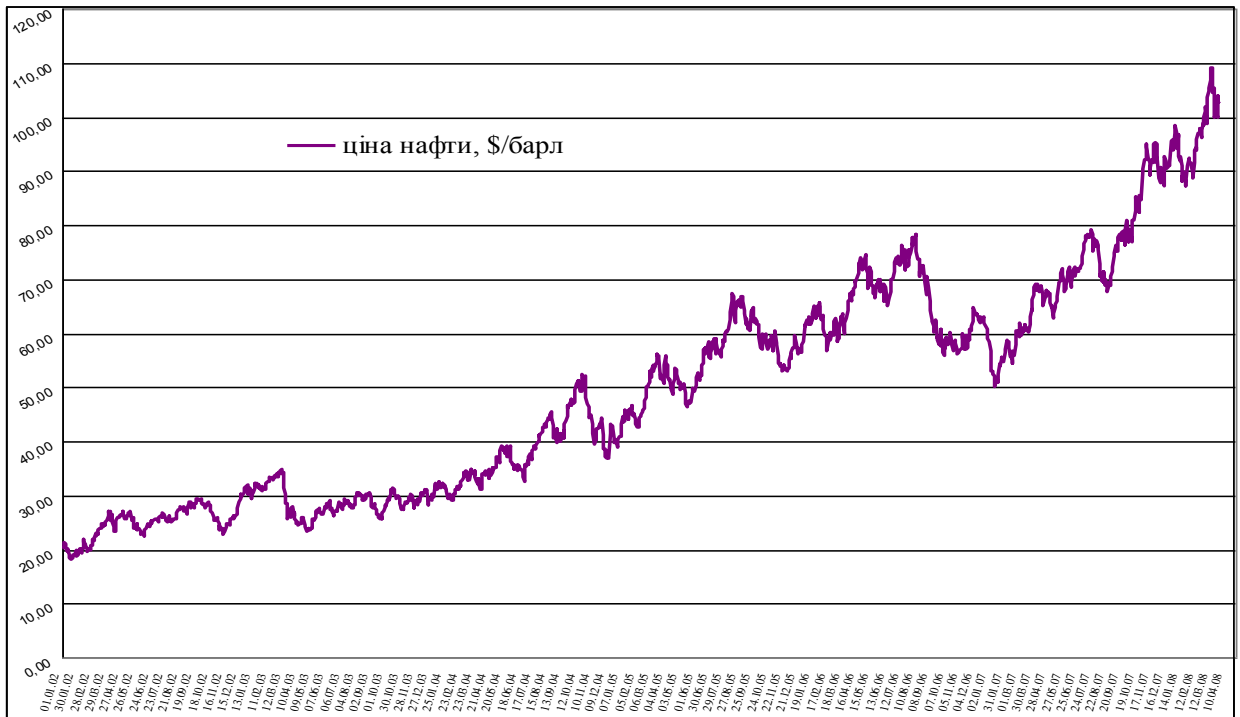


Рисунок Д3.6 – Динаміка світових цін на нафту (в USD) – (поденно) за період із січня 2002 р. по березень 2008 р.



Рисунок Д3.7 – Динаміка котирування EUR/USD (поденно) за період із січня 2002 р. по березень 2008 р.

Наукове видання

МАКСИШКО Наталія Костянтинівна

**МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІКИ
МЕТОДАМИ ДИСКРЕТНОЇ
НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ
Монографія**

Науковий редактор Перепелиця В.О.

ISBN 978-966-375-148-1

Видавництво «Поліграф»
Свід. Серії ДК № 551

Оператор І. Польнікова

Підписано до друку 14.05.2009
формат 62x84 1/16. Папір офсетний. Друк різнографічний.
Гарнітура Georgia. Умовн.-друк.арк. 26.00. Тираж 300 прим.
Замов. № 0-364.