

## **ПРАКТИЧНА РОБОТА 2**

### **Використання гістограм в завданнях медичної статистики**

Мета роботи:

Ознайомитися з нормальним законом розподілу випадкових величин (законом Гауса); навчитися будувати графік кривих розподілу по нормальному закону для різних параметрів; навчитися проводити статистичну обробку результатів вимірювань, будувати гістограми на базі цих даних; обгрунтовувати висновки про результати проведених експериментів.

#### **2.1 Теоретичні відомості**

Метою будь-якого експерименту, будь-то медичний, біологічний або фізичний експеримент, є отримання надійних висновків про вимірювані величини або які-небудь функції від них. Ця мета ще не досягається із закінченням вимірювань. Результати вимірювань необхідно піддати ретельному аналізу і провести необхідну математичну обробку. Тільки після цього можливо сформулювати висновки щодо величин, що представляють інтерес. У даній лабораторній роботі ви познайомитеся з одним з методів обробки і графічним представленням експериментальних даних — методом гістограм, широко використовуваним в практиці медичних досліджень.

При вимірюванні якої-небудь величини кілька разів, експериментатор одержує ряд значень, які, як правило, виявляються різними. Цьому є багато причин, наприклад, відхилення від початкових умов експерименту, які можуть бути малі і не піддаватися контролю. Або, наприклад, в клініці лікар вимірює один і той же фізіологічний показник пацієнта кілька разів (температуру, артеріальний тиск, кількість скорочень серця в хвилину і т. п.) і, природно, набуває різного значення цього свідчення. В цьому випадку про результати експерименту говорять як про

випадкові величини.

Випадкова величина — це одне з найважливіших основних понять теорії вірогідності. Розглянемо декілька прикладів. Число космічних частинок, що потрапляють на певну ділянку земної поверхні в одиницю часу піддається значним коливанням залежно від багатьох випадкових обставин.

Розмір ухилення точки попадання снаряда від центру мети визначається великою кількістю різнорідних причин, які носять випадковий характер. В результаті в теорії стрільби вимушені зважати на явище розсіювання снарядів біля центру мети як з випадковими явищами і розглядати вказане відхилення як випадкову величину.

Швидкість молекул газу не залишається незмінною, а змінюється залежно від зіткнень з іншими молекулами. Цих зіткнень дуже багато навіть протягом короткого проміжку часу. Знаючи швидкість молекули в даний момент, не можна з повною визначеністю вказати її значення, наприклад, через 0.001 с. Зміна швидкості молекули носить випадковий характер.

Випадковою величиною є і кількість еритроцитів в мазку крові у полі зору мікроскопа.

З випадковими величинами доводиться мати справу в найрізноманітніших областях науки і техніки, тому важливе завдання вивчення методу дослідження випадкових величин.

Випадковою величиною називається величина, яка в результаті дослідження може приймати те або інше значення; причому невідомо наперед яке саме.

Випадкова величина може бути дискретною, тобто приймати безліч значень, які можна пронумерувати (наприклад, число клітин у полі зору мікроскопа, число пацієнтів у відділенні, кількість показників стану хворого і т.д.) або безперервної, яка може приймати всі значення з деякого інтервалу (незліченна безліч можливих значень, що суцільно заповнюють

деякий проміжок). Безперервними величинами є, наприклад, тривалість інтервалів між зубцями в ЕКГ, значення артеріального тиску, розмір діаметру зіниці і ін. Набутого окремого значення результату вимірювання якого-небудь з вказаних параметрів  $A$  позначимо “ $x$ ”. Наприклад,  $A$  — температура,  $x$  — значення температури:  $x = 36,9^\circ$ .

*Функція щільності розподілу вірогідності.* Нехай  $A$  — деяка безперервна випадкова величина, наприклад, вага новонародженого,  $x$  — значення випадкової величини. Із значенням  $x$  випадкової величини пов'язана функція  $f(x)$  — функція щільності розподілу вірогідності (ЩРВ), така що добуток  $f(x)dx$  пропорційний вірогідності події, що полягає в тому, що значення  $x$  величини  $A$  знаходиться в інтервалі  $[x, x + dx]$ .

Функція ЩРВ має дуже важливе значення. Походження кожного емпіричного розподілу (тобто вид функції  $f(x)$ ) обумовлене сукупністю певних причин. Сукупність причин, що приводять до того або іншого виду  $f(x)$  може бути у кожному випадку інший. Завдання полягає в тому, щоб представити, собі, за рахунок яких причин міг вийти знайдений розподіл, тобто побудувати відповідну математичну або фізичну модель явища. Таким чином, встановлення виду функції  $f(x)$  має велике значення для отримання інформації про процес, що вивчається.

*Нормальний закон розподілу (закон Гауса).* Значне число випадкових явищ, що зустрічаються в природі, може бути описано за допомогою нормального закону розподілу (закону Гауса).

Закон Гауса:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

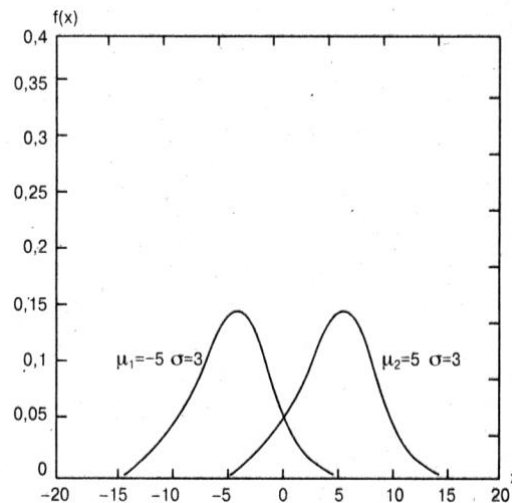
де  $x$  — будь-яке значення величини, що вивчається;  $\mu$  — математичне очікування;  $\sigma$  — середнє квадратичне відхилення.

$$f_{\max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad \text{при } x=\mu.$$

Графік функції  $f(x)$  нормально розподіленої випадкової величини є кривою (малюнки 3.1, 3.2), симетричною щодо осі, що проходить через точку  $x = \mu$  паралельно ординаті. Максимальне значення крива досягає в точці  $x = \mu$ .

Функція має точки перегину при  $x=\mu\pm\sigma$ , вісь абсцис служить для неї асимптотою при  $x\pm\infty$ .

Якщо змінити значення  $\mu$ , а  $\sigma$  залишити постійним, то крива переміщатиметься уздовж осі ОХ, зберігаючи свою форму (малюнок 2.1).



Малюнок 2.1 - Закон Гауса (різні математичні очікування)

Якщо змінити  $\sigma$  — середнє квадратичне відхилення, а  $\mu$  залишити незмінною, то змінюється форма кривої (малюнок 2.2). Параметр  $\sigma$  характеризує не положення, а форму кривої розподілу. Це є характеристика розсіювання. При збільшенні  $\sigma$  максимальна ордината зменшується. Оскільки площа під кривою розподілу завжди повинна залишатися рівній одиниці, то при збільшенні  $\sigma$  крива стає пологішою. Навпаки, при зменшенні  $\sigma$  крива розподілу витягується вгору.

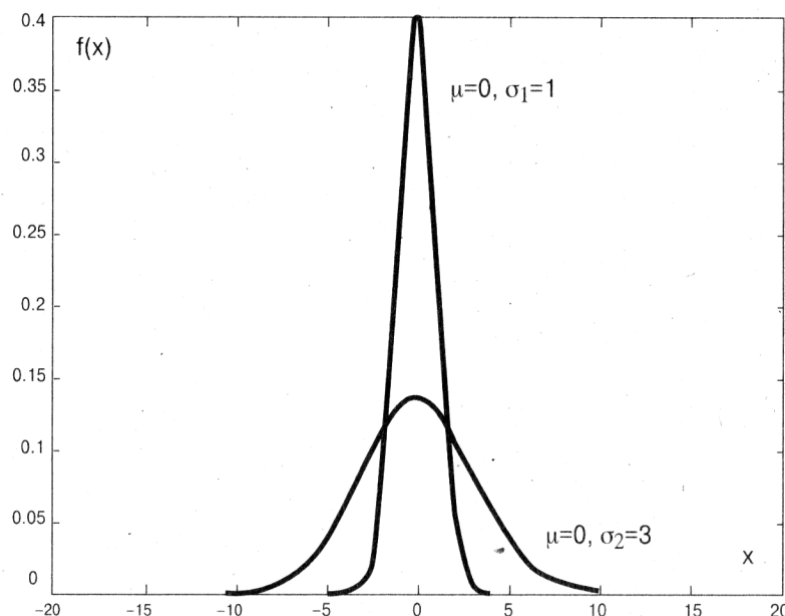
Вірогідність попадання випадкової величини  $A$  в інтервал значень  $x$ , ув'язнений між числами  $x_1$  і  $x_2$ , визначається формулою:

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx,$$

тобто це площа криволінійної трапеції, обмежена зверху функцією  $f(x)$ , знизу — віссю  $x$ , зліва і справа — ординатами, що проходять через точки  $x_1$  і  $x_2$ . Роздвинемо межі відрізка  $[x_1, x_2]$ :  $x_1 \rightarrow -\infty$ ,  $x_2 \rightarrow +\infty$ , тоді

$$P(-\infty < x < +\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1,$$

тобто площа під всією кривою  $f(x)$  повинна залишатися постійною і рівною 1.



Малюнок 2.2 - Закон Гауса (різні дисперсії)

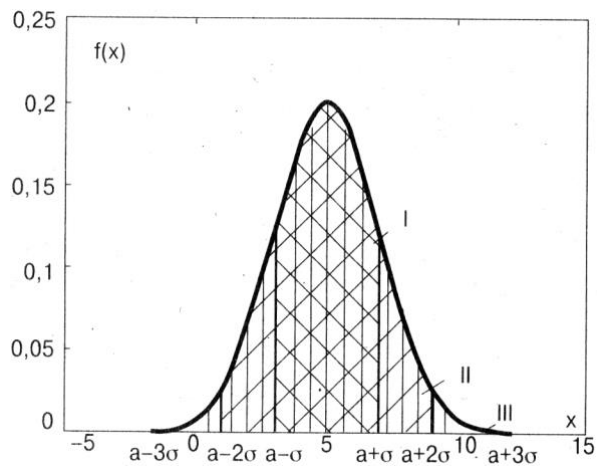
*Правило 3-х сигм.*

Розрахунками підтверджено, що вірогідність попадання нормально розподіленої випадкової величини в інтервал значень (малюнок 2.3):

- I.  $P(\mu - \sigma < x < \mu + \sigma) \cong 68,26\%$ .
- II.  $P((\mu - 2\sigma < x < \mu + 2\sigma) \cong 95,44\%$ .
- III.  $P(\mu - 3\sigma < x < \mu + 3\sigma) \cong 99,72\%$

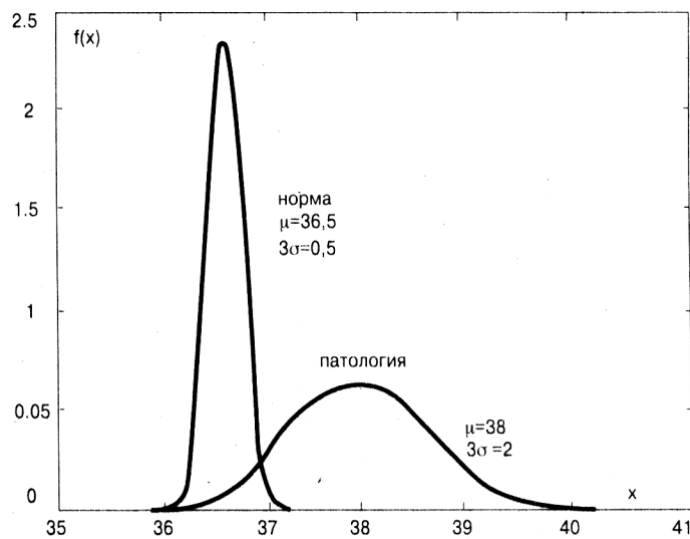
Таким чином, вірогідність того, що відхилення значень нормально розподіленої випадкової величини перевищить  $3d$ , надзвичайно мала, а саме

0,0028. Таку подію можна вважати практично за неможливе. Тому межі  $\mu + 3\sigma$  і  $\mu - 3\sigma$  беруться за межі практично можливих значень нормально розподіленої випадкової величини. Це дозволяє, знаючи середнє квадратичне відхилення і математичне очікування випадкової величини, орієнтовно вказати інтервал її практично можливих значень. Такий спосіб оцінки діапазону можливих значень випадкової величини відомий в математичній статистиці під назвою “правило трьох сигм”.



Малюнок 2.3 - Правило 3-х сигм

*Приклад.* На малюнку 2.4 приведені графіки нормального закону розподілу температури тіла людини в нормі і при патології (наприклад, при захворюванні грипом). Змінюються обидва параметри  $\mu$  і  $\sigma$ .



Малюнок 2.4 - Закон Гауса (зміни  $\mu$  і  $\sigma$ )

### *Графічне зображення статистичного розподілу. Гістограма.*

Для оцінки виду функції розподілу вірогідності за експериментальними даними часто використовують графічний метод, пов'язаний з побудовою гістограми. Він полягає в наступному. Нехай проведено  $n$  вимірювань безперервної випадкової величини  $A$ . Визначемо мінімальне значення випадкової величини  $x_{\min}$ , максимальне —  $x_{\max}$ .

Розіб'ємо інтервал, що містить набутого значення величини  $A$ , на “ $k$ ” інтервалів однакової ширини  $h$ .

Підрахуємо кількість значень випадкової величини (частоту), що потрапили в кожен інтервал  $\Delta x$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ). Одержимо частоти  $m_i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ), кожен частоту поділимо на ширину інтервалу  $\Delta x$ .

Величина  $\frac{m_i}{\Delta x}$  називається щільністю частоти. Потім на кожному

інтервалі  $h$ , слід побудувати прямокутник з підставою  $h$ , і висотою  $\frac{m_i}{\Delta x}$  (або

висотою  $\frac{P_i^*}{\Delta x}$  - щільністю відносної частоти  $P_i^* = \frac{m_i}{n}$ ).

Одержану ступінчасту фігуру, що складається з прямокутників, називають гістограмою. (Гістограма — від грецьких слів “histos” — стовп і “gramma” — запис.)

Завдання. У 20 експериментах безперервна випадкова величина  $A$  приймає значення: 21, 11, 17, 23, 28, 14, 19, 22, 24, 33, 16, 21, 18, 29, 23, 22, 31, 24, 27, 26. Побудувати гістограму частот і гістограму відносних частот.

*Рішення.* Знаходимо серед даних мінімальне і максимальне значення випадкової величини:

$x_{\min} = 11$   $x_{\max} = 33$ . Найпростішим було б розділити різницю  $x_{\max} - x_{\min}$  на рівне число частин. Але часто ця різниця не ділиться без остачі на необхідне число частин. У такому разі весь інтервал дещо розширюється як у бік менших, так і у бік великих значень. У даному завданні зручно вибрати

$\Delta x = 5$ . Тоді логічно розглянути інтервал (10, 35). Одержуємо, що в перший інтервал (10-15) потрапляють всього два значення змінної  $x$ , рівні 11, 14, тобто частота  $m_1=2$ . У другий інтервал (15-20) потрапляють значення змінної  $x$ , рівні 17, 19, 16, 18, з чого виходить  $m_2=4$ . Продовжуючи аналогічні міркування, складемо таблицю, що містить послідовність інтервалів і відповідних їм частот – статистичний інтервальний ряд розподілу:

X	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
M	2	4	8	4	2

У загальному вигляді статистичний інтервальний ряд розподілу має вид таблиці:

Інтервали значень $x$	$(x_0, x_1)$	$(x_1, x_2)$	.	$(x_{k-1}, x_k)$
Частоти $m$	$m_1$	$m_2$	.	$m_k$

Знаючи частоти і величину  $\Delta x$ , знайдемо щільність частот  $\frac{m_i}{\Delta x}$  і

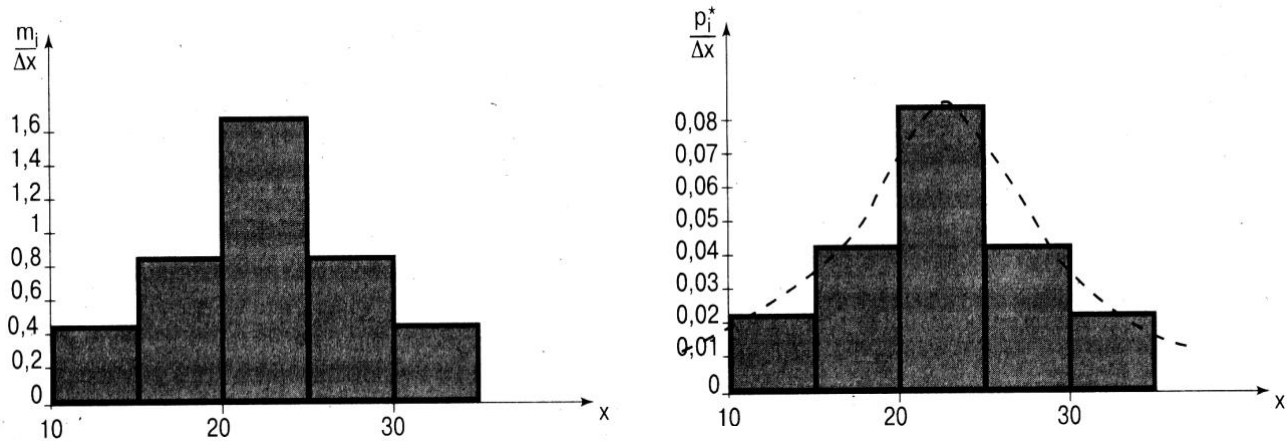
щільності відносних частот –  $\frac{P_i^*}{\Delta x}$ . Наприклад, для 1-го інтервалу щільність

частоти  $\frac{m_i}{\Delta x} = 0,1$ , щільність відносної частоти  $\frac{P_i^*}{\Delta x} = 0,02$ .

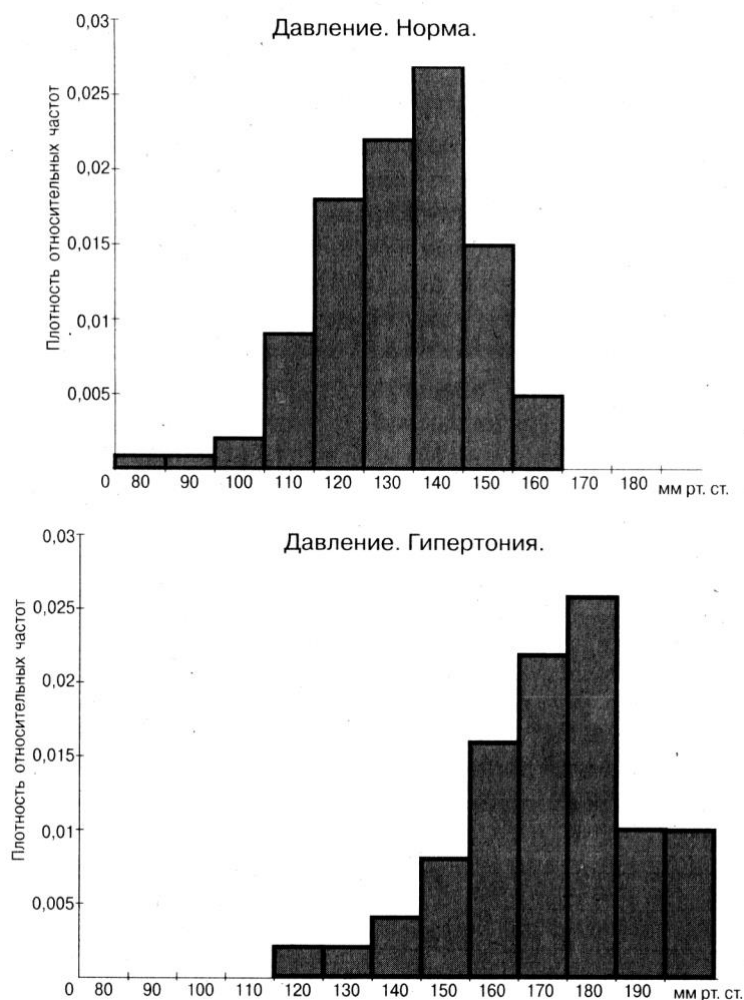
Дані обробки результатів представлені в таблицях:

X	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
$\frac{m_i}{\Delta x}$	0,4	0,8	1,6	0,8	0,4
$\frac{P_i^*}{\Delta x}$	0,02	0,04	0,08	0,04	0,02





Малюнок 2.5 - Гістограма щільності частот і її огинача



Малюнок 2.6 - Гістограма щільності відносних частот і її огинача

Зауваження. Гістограми на малюнку 2.5 і малюнку 2.6 мають один і той же вигляд, що і слід було чекати, виходячи з методу обробки

експериментальних даних. Тому з погляду виду гістограми не має значення, чи представляти дані у вигляді гістограми щільності частот або гістограми щільності відносних частот. Проте для встановлення виду функції щільності розподілу вірогідності (ЩРВ) необхідно користуватися гістограмою щільності відносних частот. Це можна пояснити, розглядаючи граничний випадок, коли об'єм сукупності дуже великої, а інтервал розбиття  $\Delta x$  — малий. Прямокутники гістограм будуть вузькими, і число їх буде велике. Ступінчаста лінія гістограми стане мало відрізнятися від плавної кривої, яка і буде функцією  $y = f(x)$ , вказуючої чому рівна ордината  $y$ , відповідна заданій абсцисі  $x$ . Приблизно передбачуваний вид функції ЩРВ, показаний на малюнку 2.6 пунктирною лінією. Окрім цього представлення експериментальних даних саме у вигляді гістограми щільності відносних частот необхідне, якщо ставиться завдання, наприклад, про порівняння виду розподілів двох або декількох сукупностей. В цьому випадку буває корисним поєднання різних гістограм, а це можливо тільки, якщо розглядається щільність відносних частот, що дозволяє виключити залежність від об'єму вибірки і ширини інтервалу  $\Delta x$ . Так, в клінічній практиці часто доводиться порівнювати різні групи пацієнтів, наприклад: здорові і хворі, такі, що приймають ліки і що не приймають і т.п., причому, кількість пацієнтів в порівнюваних групах, як правило, не однаково (48 здорових і 21 хворий). В цьому випадку для порівняння можна користуватися тільки гістограмою щільності відносних частот. Якщо ж узяти гістограми щільності частот, то висоти стовпців для здорових (48) і хворих (21) будуть свідомо не однакові.

При побудові гістограми вельми важливо правильно вибрати ширину інтервалу  $\Delta x$ . Якщо число інтервалів “ $k$ ” буде мало (ширина інтервалу  $\Delta x$  — велика), слід чекати, що частково інформація про випадкову величину може бути втрачена. З іншого боку, якщо “ $k$ ” буде

дуже велике ( $\Delta x$  — мало), обробка результатів вимірювань буде дуже трудомісткою, не даючи при цьому істотного виграшу інформації. Практика показує, що раціональним є вибір числа інтервалів “k” залежно від об'єму вибірки за допомогою таблиці:

Об'єм вибірки (n)	25-40	40-60	60-100	100-200	200
Число інтервалів (k)	5-6	6-8	7-10	8-12	10-15

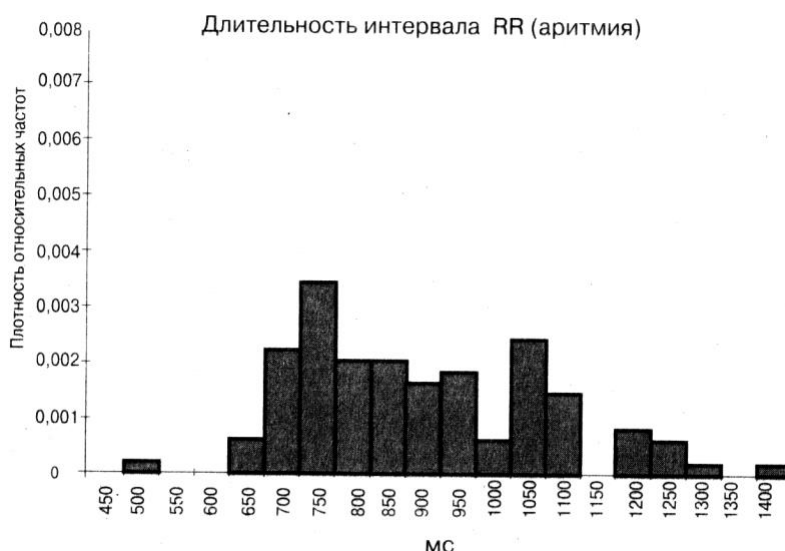
Для наочнішого порівняння декількох гістограм (наприклад, при порівнянні фізіологічних даних в нормі і при патології) їх необхідно будувати одну під іншою в одному масштабі як по горизонтальній, так і по вертикальній вісі.

На малюнку 2.7 представлені для порівняння гістограми, побудовані на підставі зміряних значень артеріального тиску у жінок в нормі і з діагнозом “гіпертонічна хвороба”. Видно, що зміщується значення  $\mu$ . тоді як  $\sigma$  майже не змінюється.



Малюнок 2.7 - Зміна параметрів гістограми (тиск крові)

На малюнку 2.8 представлені гістограми, одержані на основі вимірювання тривалості 100 інтервалів RR електрокардіограми у здорової людини і у хворого з діагнозом “аритмія”. Видно, що  $\mu$  майже не змінюється, тоді як при аритмії істотно зростає  $\sigma$ .



Малюнок 2.8 - Зміна параметрів гистограми (ЕКГ-діагностика)

*Вирівнювання (згладжування) статистичних рядів.* При обробці статистичного матеріалу часто доводиться вирішувати питання про те, як підібрати для даного статистичного ряду теоретичну криву розподілу, що виражає лише істотні риси статистичного матеріалу, але не випадковості, пов'язані з недостатнім об'ємом експериментальних даних. Таке завдання називається завданням вирівнювання (згладжування) статистичних рядів.

Завдання згладжування полягає в тому, щоб підібрати теоретичну плавну криву розподілу, що з тієї або іншої точки зору найкращим чином описує даний статистичний розподіл.

Допустимо величина  $A$  підкоряється нормальному закону. Тоді завдання згладжування переходить в завдання про раціональний вибір параметрів  $\mu$  і  $\sigma$  в законі Гауса. З теорії відомо, що перш за все необхідно обчислити середнє вибіркоче значення ( $\bar{x}_B$ ) для безперервної випадкової величини по формулі:

$$\bar{x}_B = \frac{m_1 \cdot x_1^* + m_2 \cdot x_2^* + \dots + m_k \cdot x_k^*}{m_1 + m_2 + \dots + m_k} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k m_i x_i^* \quad (2.1)$$

де  $m_1 + m_2 + \dots + m_k$  – частоти у відповідних інтервалах,  $x_1^* + x_2^* + \dots + x_k^*$  – середини інтервалів, які обчислюються за формулами:

$$x_1^* = \frac{x_0 + x_1}{2}, x_2^* = \frac{x_1 + x_2}{2}, \dots, x_k^* = \frac{x_{k-1} + x_k}{2}$$

Термін “вибіркове” означає, що середнє значення обчислюється по даній групі (наприклад, по групі хворих, що включає 22 пацієнти), званою вибіркою.

Окрім середнього вибіркового значення випадкову величину характеризують параметром, що показує наскільки широко розкидані окремі значення випадкової величини щодо середнього значення, так званім вибірковим середнім квадратичним відхиленням  $\sigma_B$ .

$$\begin{aligned} \sigma_B &= \sqrt{\frac{m_1(x_1^* - \bar{x}_B)^2 + m_2(x_2^* - \bar{x}_B)^2 + \dots + m_k(x_k^* - \bar{x}_B)^2}{m_1 + m_2 + \dots + m_k}} = \\ &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k m_i(x_i^* - \bar{x}_B)^2}{n}} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Пояснимо сказане прикладом.

Користуючись даними вищезгаданої таблиці, обчислити  $\bar{x}_B$  і  $\sigma_B$ .

Обчислимо середини інтервалів:  $x_1=12,5$ .,  $x_5=32,5$ .

Підставляючи знайдені значення і відповідні частоти у формули (2.1), (2.2), одержуємо:

$$\bar{x}_B = 22,5.$$

$$\sigma_B = 5,5$$

Напишемо вираз нормального закону в цьому випадку:

$$f(x) = \frac{1}{5,5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-22,5)^2}{2 \cdot 5,5^2}}.$$

Побудуємо на одному графіку і гістограму, і вирівнюючу її криву (малюнок 2.6).

## 2.2 Виконання роботи

Всі завдання виконуються на ПК за допомогою пакету “Excel”.

Завдання 1. Проведіть аналіз кривих розподілу випадкової величини по нормальному закону.

Для цього:

1) Запишіть закон Гауса для заданих параметрів  $\mu$  і  $\sigma$   
2) Побудуйте графіки (виберіть масштаб, відкладіть по осях величини і одиниці їх вимірювання). Зробіть висновок про вплив  $\mu$  і  $\sigma$  на положення і форму кривої розподілу.

3) Обчисліть інтервал  $3\sigma$ , куди потрапляють практично всі випадкові величини. Покажіть його на графіку.

Варіанти зміни  $\mu$  і  $\sigma$  представлені в таблицях:

а)

$\mu$	25	25	25
$\sigma$	2	5	10

б)

$\mu$	10	25	50
$\sigma$	2	2	2

в)

	мг/л	г/л
Жінки	140	6,6
Чоловіки	158	6,8

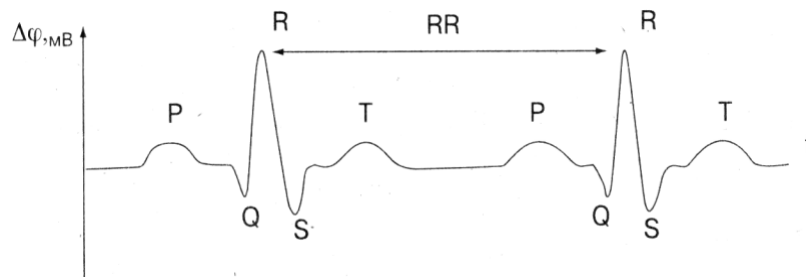
У таблиці в) вказано вміст гемоглобіну в крові.

Завдання 2. Побудуйте і проаналізуйте гістограми щільності відносних частот. Проведіть їх вирівнювання, вважаючи закон розподілу нормальним.

*Варіанти даних вимірювання тривалості інтервалів RR.*

Нагадаємо, що ЕКГ представляє залежність миттєвих значень

різниці потенціалів між певними крапками на тілі людини (проекції інтегрального електричного вектора серця — ІЕВС) на одне з відведень від часу (малюнок 2.9), на малюнку 2.9 відмічена тривалість інтервалу RR.



Малюнок 2.9 - Вид ЕКГ

а) Норма

Вимірювання тривалості 100 інтервалів RR (у мс) по ЕКГ здорової людини приведені нижче.

RR (мс):

787	801	869	923	872	764	822
943	868	918	881	771	827	907
843	826	826	763	775	873	883
887	896	802	816	925	854	857
764	802	839	822	831	762	755
841	836	799	824	799	773	757
743	819	788	792	752	732	769
864	777	816	734	757	850	805
798	755	807	741	764	799	775
743	780	799	823	757	815	748
778	790	734	788	832	801	728
706	718	744	827	730	753	775
845	791	755	828	773	793	821
730	740	749	808	829	894	824
773	746					

б) Аритмія

Вимірювання тривалості 100 інтервалів RR (у мс) по ЕКГ хворого з діагнозом “Аритмія” приведені нижче.

RR (мс):

676	793	827	734	955	730	489
1051	1074	846	757	921	856	785
741	1020	805	875	712	1036	928

861	802	844	715	743	651	1075
902	668	948	727	681	774	698
876	1268	980	861	748	819	637
1085	753	756	773	772	1086	1376
881	950	854	902	718	646	1156
1200	1016	1028	660	715	809	1025
812	946	882	742	911	797	1078
1249	691	697	1047	1034	690	789
1046	760	1075	843	844	681	743
1175	903	856	725	1018	741	1209
1001	723	631	1169	708	739	690
1219	985					

Аритмія виникає в результаті мерехтіння передсердя (мерехтіння шлуночків несумісні з життям, і потрібні термінові реанімаційні заходи, включаючи дефібриляцію), при якому загальна систола передсердя замінена збудженням і скороченням окремих груп м'язових волокон. При мерехтінні передсердя шлуночкові скорочення аритмічні. Частина серцевих скорочень, при слабкому наповненні шлуночків, неефективні, тобто супроводжуються відсутністю пульсової хвилі. В результаті цього число серцевих скорочень буде більше, ніж число пульсових хвиль (дефіцит пульсу). Негативна дія на кровообіг при аритмії обумовлена зменшенням наповнення шлуночків, а також порушенням шлуночкового ритму.

#### в) Синусова тахікардія

Вимірювання тривалості 100 інтервалів RR (у мс) по ЕКГ хворого з діагнозом "Синусова тахікардія" (хворий на 6-у добу після нейрохірургічного втручання) приведені нижче: RR (мс):

500	492	492	496	496	496	500
496	496	492	496	496	492	496
492	492	492	492	492	488	488
492	492	492	492	492	488	492
492	492	488	492	488	488	492
492	488	488	488	488	488	488
488	492	488	492	488	488	488
492	492	492	492	492	492	492
492	496	492	492	496	496	496
496	496	496	496	496	496	492



496	488	492	488	496	492	492
492	492	492	496	496	496	492
492	496	492	496	488	488	488
484	484	484	488	488	488	492
488	484					

Синусова тахікардія в умовах патології зустрічається при інтоксикаціях, неврастенії і т.д. Синусова тахікардія супроводжується збільшенням числа скорочень серця від 90 і більш в хвилину.

г) Шлуночкова екстрасистолія

Вимірювання тривалості 100 інтервалів RR в мсек по ЕКГ хворого з діагнозом “Шлуночкова екстрасистолія” (хворий на 6-у добу після нейрохірургічного втручання) Приведені нижче.

RR (мс):

720	724	720	420	1004	728	724
728	728	440	1044	752	748	740
740	728	1096	776	736	740	740
424	1096	760	728	744	736	744
736	732	736	748	748	748	728
736	732	748	736	736	736	736
736	728	720	404	1028	716	704
700	692	688	676	680	688	696
708	708	704	708	716	724	720
712	724	720	728	416	1028	720
716	724	732	1452	732	716	728
720	724	740	744	748	744	732
744	420	1080	740	724	728	736
736	728	744	748	744	748	752
760	764					

Екстрасистолія характеризується передчасним збудженням і скороченням серця в результаті появи додаткового місця підвищеної збудливості в серцевому м'язі. Уточнення локалізації місця збудження (передсердя, шлуночки) можливо тільки при електрокардіографічному, дослідженні. Після такого передчасного скорочення черговий імпульс, що виникає в синусовому вузлі, не реалізується, і тому слідує довша пауза, яку хворі нерідко відчувають як “завмирання”, перебої в роботі серця.

Екстрасистоли можуть виникати при всіх органічних захворюваннях серця, перш за все при ішемічній хворобі, пороках і т.д., але можуть спостерігатися і без органічної патології, перш за все при неврастенії.

Всі гістограми щільності відносних частот в завданнях а-г необхідно побудувати в одному масштабі, один під одним.

Обчисліть середнє вибіркоче значення  $\bar{x}_B$  і вибіркоче середнє квадратичне відхилення  $\sigma_B$ . Проведіть згладжування гістограм за допомогою функцій нормального розподілу.

Для порівняння даних деяких серцевих аритмій з даними в нормі заповните таблицю:

Вид серцевої аритмії	Мінімальне значення $x_{\min}$	Максимальне значення $x_{\max}$	Величина інтервалу $\Delta x$	Середнє значення $\bar{x}_B$	Середнє квадратичне відхилення $\sigma_B$	Частота ритму серця $Z = \frac{1}{x_B}$	Закон Гауса для конкретних параметрів
Норма							
Аритмія							
Синусова тахікардія							
Шлуночкова екстрасистолія							

Зробіть висновок.

*Варіанти, даних вимірювання артеріального тиску:*

Дані про систолічному тиску крові  $x$  (мм рт.ст.), у 100 практично здорових жінок у віці 60—69 років приведені нижче. Побудувати гістограму щільності відносних частот. Обчислити  $\bar{x}_B$ ,  $\sigma_B$ .

$x$  (мм рт.ст.): 121 152 81 101 134 142 73 159 112  
 113 127 126 95 101 135 137 143 133 98 102 132 133  
 136 129 115 111 106 109 134 131 118 113 122 150 141

136	136	106	110	124	125	134	139	111	114	138	148	151
120	130	131	141	115	122	128	132	140	143	144	154	131
140	120	123	140	145	146	116	147	148	156	112	125	135
149	105	119	121	142	116	119	128	137	137	144	107	113
123	127	139	124	126	139	139	125	130	127	127		

Вказівка. Для виконання завдання рекомендується прийняти  $x_0=70$ ,  $x_k=160$ , число інтервалів = 9.

б) гіпертонічна хвороба

Значення артеріального тиску крові  $x$  (мм рт.ст.) у 50 жінок у віці 60-69 років з діагнозом “гіпертонічна хвороба” складають:

192	185	171	119	172	186	193	126	173
187	194	145	149	151	152	144	173	194
137	187	175	166	156	153	175	196	161
162	165	176	154	164	159	177	182	161
165	179	172	158	148	464	169	171	157
162	178	163	173					

Використовуючи ПК, одержати гістограму щільності відносних частот і розрахувати  $\overline{x}_B$ ,  $\sigma_B$ .

Вказівка. Рекомендується вибрати  $x_{\min}=110$ ,  $x_{\max}=200$ ,  $n=7$ . Гістограму (б) слід побудувати під гістограмою завдання (а), використовуючи числову вісь з тим же початком і масштабною одиницею, що і в завданні (а).

Порівняти результати, одержані в завданні б) з результатами завдання а). Висновок записати в звіт.

### 2.3 Контрольні питання

1. Поняття дискретної і безперервної випадкової величини (привести приклади).
2. Поняття частоти, щільності частоти, відносної частоти, щільності відносної частоти, випадкової величини.
3. Статистична вірогідність випадкової події.
4. Функція щільності розподілу вірогідності.

5. Що називається статистичним інтервальним рядом розподілу?
6. Що називається гістограмою?
7. Формули для обчислення середнього вибіркового значення і вибіркового середнього квадратичного відхилення безперервної випадкової величини?