

## **ПРАКТИЧНА РОБОТА 4**

### **Використання методів математичної статистики в медичній діагностиці**

Мета роботи:

Оволодіти знаннями про використання математичної статистики в медичній практиці, оволодіти навичками практичного використання методів математичної статистики в медичній діагностиці і терапії.

#### **4.1 Теоретичні відомості**

Математична статистика – наука про математичні методи систематизації і використання статистичних даних для вирішення наукових і практичних завдань.

Припустимо, що необхідно вивчити безліч об'єктів, за якою-небудь ознакою. Це, можна зробити, провівши суцільне спостереження або вибіркоче.

Велика статистична сукупність, з якої відбирається частина об'єктів для дослідження, називається генеральною сукупністю, а безліч об'єктів, відібраних з неї - вибіркою.

Якщо записати в послідовності вимірювань всі значення величини  $X$  у вибірці, то одержимо простий статистичний ряд. Наприклад, зростання чоловіків (см): 171,172,172,168,170,169. . Такий ряд незручний для аналізу, оскільки в ньому немає послідовності зростання (або убутання) значень, зустрічаються і величини, що повторюються. Тому доцільно ранжувати ряд, наприклад, в зростаючому порядку значень і вказати їх повторюваність. Тоді статистичний розподіл вибірки:

$$X_1 < X_2 \dots < X_i \dots < X_k$$

$$n_1 \dots n_2 \dots n_i \dots n_k$$

$$p_1^* = \frac{n_1}{n} \quad p_2^* = \frac{n_2}{n} \quad p_i^* = \frac{n_i}{n} \quad p_k^* = \frac{n_k}{n}$$

де  $X_i$  - спостережувані значення ознаки;  $n_i$  - число спостережень варіанту  $X_i$  (частота);  $p_i$  - відносна частота.

Загальне число об'єктів у вибірці (об'єм вибірки)

$$n = \sum_{i=1}^k n_i$$

Тут  $k$  - варіант. Статистичний розподіл – це сукупність варіантів і відповідних їм частот.

У медичній літературі статистичний розподіл, що складається з варіантів і відповідних їм частот, одержало назву варіаційного ряду.

Разом з дискретним (точковим) статистичним розподілом, використовують безперервний (інтервальний) розподіл:

$$X_0, X_1 \dots X_1, X_2 \dots X_{i-1}, X_i \dots X_{k-1}, X_k$$

$$n_1 \dots n_2 \dots n_i \dots n_k$$

$$p_1^* = \frac{n_1}{n} \dots p_2^* = \frac{n_2}{n} \dots p_i^* = \frac{n_i}{n} \dots p_k^* = \frac{n_k}{n}$$

Тут  $X_{i-1}, X_i$  –  $i$ -й інтервал, в якому поміщено кількісне значення ознаки;  $n_i$  - сума частот варіант, що потрапили в цей інтервал;  $p_i^*$  - сума відносних частот.

## 4.2 Виконання роботи

Задано статистичний розподіл маси новонароджених хлопчиків (кг) і частоти.

2,	2,	2,	3,	3,	3,	3,	3,	3,	3,	3,	3,	3,	4,	4,	4,	4,	4,
7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4
1	2	3	7	8	12	13	10	7	6	5	6	6	5	3	3	2	1

Загальна кількість хлопчиків

$$n = \sum_{i=1}^k n_i = 100$$

Представляємо цей розподіл як безперервний

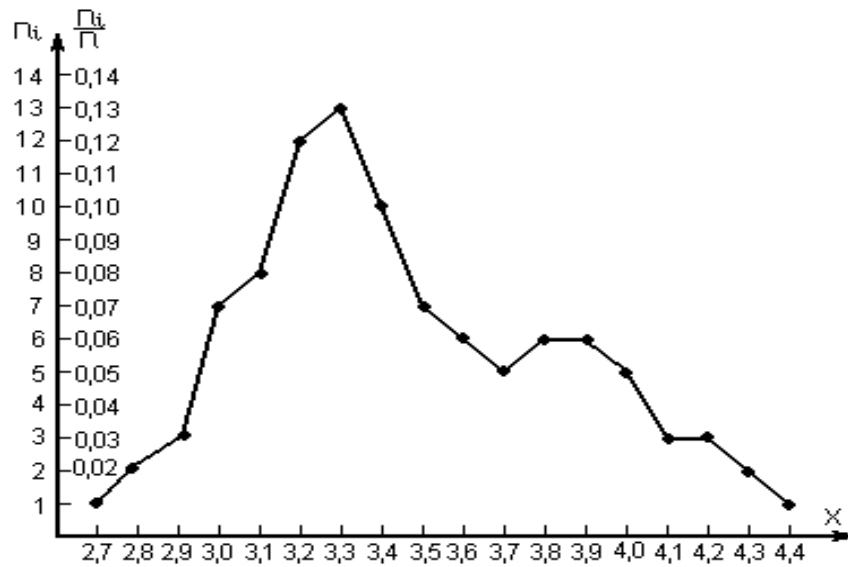
2,65-2,75	2,75-2,85	2,85-2,95	2,95-3,05	3,05-3,15	...
1	2	3	7	8	...

Представимо статистичний розподіл у вигляді полігону і гістограми.

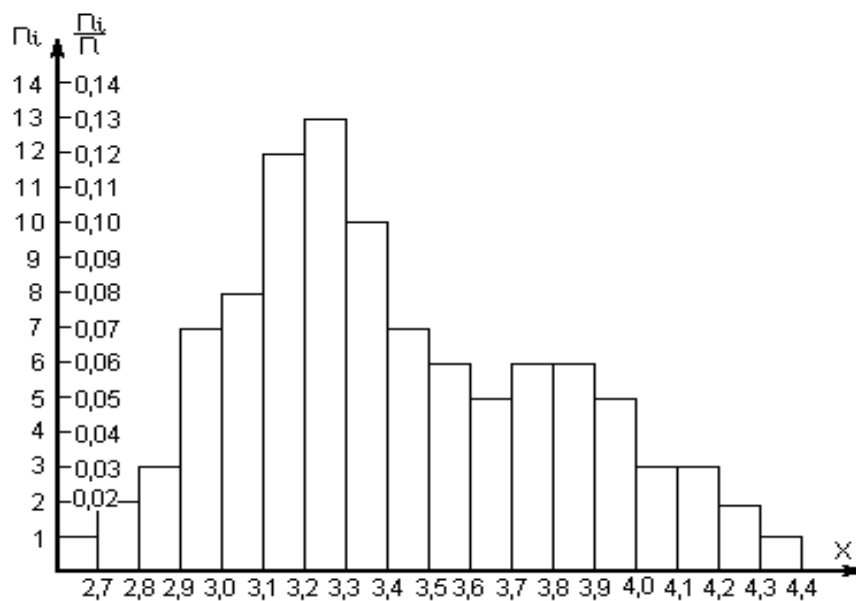
Полігон частот – ламана лінія, відрізки якої сполучають крапки з координатами  $(X_1; n_1)$ ,  $(X_2; n_2)$ , або для полігону відносних частот- з координатами  $(X_1; p_1^*)$ ,  $(X_2; p_2^*)$  (малюнок 4.1).

Гістограма частот – сукупність суміжних прямокутників, побудованих на одній прямій лінії (малюнок 1.2), підстави прямокутників однакові і рівні  $a$ , а висоти рівні відношенню частоти (або відносної частоти) до  $a$ .

$$\frac{n_i}{a} \text{ або } \frac{n_i}{n_a} = \frac{p_i}{a}$$



Малюнок 4.1 - Полігон частот



Малюнок 4.2 - Гістограма частот

Таким чином, площа кожного прямокутника дорівнює відповідно

$$\frac{n_i}{a} a = n_i \text{ або } \frac{p_i^*}{a} a = p_i^* .$$

Отже, площа гістограми частот  $n = \sum_{i=1}^k n_i$ , а площа гістограми

відносних частот

$$\sum_{i=1}^k p_i^* = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i = \frac{n}{n} = 1$$

Розрахуємо моду, медіану і вибіркове середнє.

Мода ( $M_0$ ) рївна варіанті, якїї відповідає найбільша частота. У розподїлі

$$M_0 = 3,3 \text{ кг}$$

Медіана ( $Me$ ) рївна варіанті, яка розташована у серединї статистичного розподїлу. Вона дїлить статистичний ряд на двї рївні частини. При парному числі варіант за медіану приймають середнє значення з двох центральних варіант.

$$Me = 3,4 \text{ кг}$$

Вибіркова середня ( $X_B$ ) визначається як середнє арифметичне значення варіант статистичного ряду:

$$\bar{X}_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k X_i n_i$$

або

$$\bar{X}_B = \sum_{i=1}^k X_i p_i^*$$

$$X_B = \frac{2.7 \cdot 1 + 2.8 \cdot 2 + 2.9 \cdot 3 + \dots + 4.3 \cdot 2 + 4.4 \cdot 1}{100} = 3.468 \text{ кг.}$$

Вибіркова дисперсія – середнє арифметичне квадратів відхилення варіант від їх середнього значення:

$$\sigma_B^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X}_B)^2$$

Квадратний корїнь з вибіркової дисперсії називають вибірковим середнім квадратичним відхиленням:

$$\sigma_B = \sqrt{\sigma_B^2}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{(2,7 - 3,468)^2 + (2,8 - 3,468)^2 + \dots + (4,3 - 3,468)^2 + (4,4 - 3,468)^2}{100} = ;$$

$$= 0,1513 \text{ кг}^2$$

$$\sigma_B = \sqrt{0,1513 \text{ кг}^2} = 0,3896 \text{ кг}$$

Розрахуємо виправлену вибірккову дисперсію:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} \sigma_B^2$$

$$s^2 = \frac{100}{99} \cdot 0,1513 = 1,5181 \text{ 1,2321.}$$

Задаємо довірчу вірогідність  $=0,95$ . З таблиці 4.1 знаходимо для заданих значень  $p=0,95$  і  $n=100$  коефіцієнт Стьюдента  $t_{0,95;100} = 2$ .

Визначаємо інтервал:

$$\bar{X}_B - t \frac{s}{\sqrt{n}} \angle \mu \angle \bar{X}_B + t \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$3,47 - 2 \cdot \frac{1,5181}{\sqrt{100}} \angle \mu \angle 3,47 + 2 \cdot \frac{1,5181}{\sqrt{100}}$$

або  $3,166 \text{ кг} \angle \mu \angle 3,77 \text{ кг}$ .

Зробити висновки за результатами роботи.

Таблиця 4.1 - Коефіцієнти Стьюдента

n	p											
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99
2	0,16	0,33	0,51	0,73	1,00	1,38	2,0	3,1	6,3	12,7	31,8	63,7
3	13	29	45	62	0,82	1,06	1,3	1,9	2,9	4,3	7,0	9,9
4	13	28	42	58	77	0,98	1,3	1,6	2,4	3,2	4,5	5,8
5	13	27	41	57	74	94	1,2	1,5	2,1	2,8	3,7	4,6
6	13	27	41	56	73	92	1,2	1,5	2,0	2,6	3,4	4,0
7	13	27	40	55	72	90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,1	3,7
8	13	26	40	55	71	90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,0	3,5
9	13	26	40	54	71	90	1,1	1,4	1,9	2,3	2,9	3,4

10	13	26	40	54	70	88	1,1	1,4	1,9	2,3	2,8	3,3
11	13	26	40	54	70	88	1,1	1,4	1,8	2,2	2,8	3,2
12	13	26	40	54	70	87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,1
13	13	26	40	54	70	87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,1
14	13	26	39	54	69	87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,0
15	13	26	39	54	69	87	1,1	1,3	1,8	2,1	2,6	3,0
16	13	26	39	54	69	87	1,1	1,3	1,8	2,1	2,6	2,9
17	13	26	39	54	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,6	2,9
18	13	26	39	53	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,6	2,9
19	13	26	39	53	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,6	2,9
20	13	26	39	53	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,9
21	13	26	39	53	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8
22	13	26	39	53	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8
23	13	26	39	53	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8
24	13	26	39	53	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8
25	13	26	39	53	69	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8
26	13	26	39	53	68	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8
27	13	26	39	53	68	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8
28	13	26	39	53	68	86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,8
29	13	26	39	53	68	86	1,1	1,3	1,7	2,0	2,5	2,8
30	13	26	39	53	68	85	1,1	1,3	1,7	2,0	2,5	2,8
40	13	26	39	53	68	85	1,1	1,3	1,7	2,0	2,4	2,7
60	13	25	39	53	68	85	1,1	1,3	1,7	2,0	2,4	2,7
120	13	25	39	53	68	85	1,1	1,3	1,7	2,0	2,4	2,6
до	13	25	39	52	67	84	1,1	1,3	1,7	2,0	2,3	2,6

Варіанти завдань:

1. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,5.

33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
1	2	5	7	27	23	16	10	5	2	2

2. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,8.

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	2	2	3	4	5	3	2	1	1	1	1

3. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,95.

52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1	1	1	2	2	3	4	5	4	2	2	1

4. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,7

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	1	2	2	2	3	3	4	5	5	6	6

5. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,6.

1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0
1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1

6. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,5.

1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
1	2	2	3	4	5	3	2	1	1	1	1

7. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,4.

0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,21	0,22	0,23	0,24	0,25	0,26
1	1	1	2	2	2	3	2	1	1	1	1

8. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,3.

100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111
1	3	5	7	18	8	6	4	3	2	2	1

9. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,2.

1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3
1	9	11	15	20	20	14	8	8	7	6	1

10. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,1.

0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,11	0,12	0,13	0,14
1	1	1	1	2	1	1	1	1	1



11.Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,95.

48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58
1	7	23	39	54	61	34	20	11	10	6

12.Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,8.

52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1	2	2	3	4	5	3	2	1	1	1	1

13.Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,7.

0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
1	9	11	15	20	20	14	8	8	7	6	1

14.Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,9.

4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	2	2	3	3	3	3	2	2	2	2	1

15.Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,6.

2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
1	1	1	2	5	8	14	8	8	6	4	2

16.Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,4.

89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
1	1	2	2	2	2	4	5	3	2	1	1

17.Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,9.

0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17
1	7	10	20	10	10	2

18.Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,1.

3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4,0	4,1	4,2
1	1	2	2	2	2	4	5	3	2	1	1

19.Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,3.

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	1	2	2	2	2	4	5	3	2	1	1

20.Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,4.

52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1	1	1	2	2	3	4	5	4	2	2	1

21. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,3.

27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
1	3	7	9	10	15	20	20	10	15	9	1

22. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,2.

52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1	1	1	2	2	3	4	5	4	2	2	1

23. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,1.

5,21	5,22	5,23	5,24	5,25	5,26	5,27	5,28	5,29	5,30	5,31	5,32
1	4	6	14	20	20	20	15	10	5	4	1

24. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,2.

7,0	7,1	7,2	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1
1	2	2	2	4	5	2	1	3	4	2	1

25. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,5.

52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
1	2	2	2	4	5	2	1	3	4	2	1

26. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,95.

32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
1	2	2	4	4	4	5	3	2	1	1	1

27. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,8.

27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
1	2	2	2	4	5	2	1	3	4	2	1

28. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,7.

0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
1	1	2	2	3	3	4	3	3	2	2	1

29. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,4.

27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

1	1	2	3	4	7	10	4	3	2	2	1
---	---	---	---	---	---	----	---	---	---	---	---

30. Задано статистичний розподіл. Довірча вірогідність 0,1.

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1

### 4.3 Контрольні питання

1. Статистичний ряд. Статистичний розподіл вибірки, безперервний розподіл.
2. Полігон частот, гістограма частот, графічне уявлення.
3. Поняття мода, медіана, вибіркова середня, вибіркова дисперсія.
4. Довірчий інтервал. Знаходження довірчого інтервалу.