

Лабораторний практикум з Модуля 2

Оптимальність рішень за критерієм Парето

Реальні управлінські рішення, як правило, є багатоцільовими. Виникає проблема узгодження суперечливих цілей. Для вибору оптимального варіанта з безлічі допустимих, використовують принцип оптимальності Парето.

У загальному випадку, завдання визначення ефективних рішень зводиться до *трьох етапів*:

1. Безліч всіх альтернативних рішень зводиться до безлічі допустимих рішень;
2. Безліч допустимих рішень звужується до безлічі ефективних рішень;
3. З безлічі ефективних рішень вибирається єдине оптимальне рішення.

Безліччю ефективних рішень (*оптимальних за критерієм Парето*) називається безліч рішень, в якій неможливо при переході від одного рішення до іншого поліпшити значення одного фактора (показника), не погіршуючи при цьому значень інших чинників.

Нехай маємо безліч допустимих рішень $Y_0 = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$. Група ОПР з d експертів оцінила переваги кожного рішення та привела результат у вигляді функції переваги $f_i(Y_j)$, де i - номер експерта ($i = 1 \dots d$); j - номер рішення з безлічі допустимих рішень ($j = 1 \dots m$).

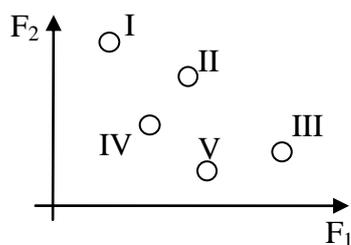
Ефективним рішенням (тобто *оптимальним за принципом Парето*) є таке рішення Y_0 , для якого не існує рішення строго кращого, ніж Y_0 .

Це означає, що всі експерти оцінили рішення Y_0 не гіршим за вирішення Y_j і, принаймні один з них висловився на користь безумовної переваги рішення Y_0 над вирішенням Y_j .

Зауваження: необхідно, щоб перевага в міру зміни кожного фактора змінювалася монотонно, тобто, щоб фактори могли виконувати роль

показників якості. Використовуючи якісні шкали, зручно ранжувати альтернативні рішення за кожним фактором.

Приклад: нехай є безліч альтернативних рішень, якість яких оцінюються двома показниками F_1 та F_2 і позначаються точками на площині. Чим більші значення приймають показники, тим рішення вважаються більш переважним:



Розглянемо наступні пари рішень:

- рішення IV і V не можна порівняти між собою, оскільки за показником F_1 кращим є V, за показником F_2 – IV;

- рішення I, II і III також не можна порівняти між собою;

- рішення II строго краще IV. Значить, оскільки рішення I, II і III непорівнянні між собою, рішення I і III краще IV;

- рішення III строго краще V. Значить, оскільки рішення I, II і III непорівнянні між собою, рішення I і II краще V;

- рішення I, II і III складають безліч ефективних рішень, оскільки при переході від одного рішення до іншого не можна поліпшити значення першого показника, не погіршивши іншого. Крім того, рішення I, II і III не гірше рішення IV, а рішення II строго краще за нього; рішення I, II і III не гірше рішення V, а рішення III строго краще за нього.

Ступінь звуження множини допустимих рішень Y_0 до безлічі ефективних оцінюється коефіцієнтом визначеності вибору γ :

$$\gamma = \frac{m_g - m_0}{m_g - 1}$$

де m_g – кількість рішень у безлічі допустимих рішень (потужність безлічі допустимих рішень);

m_0 – кількість ефективних рішень (потужність множини ефективних рішень).

Коефіцієнт γ показує, на скільки зменшується невизначеність вибору у зв'язку з виділенням великої кількості ефективних рішень з безлічі допустимих, $\gamma \in [0; 1]$:

- якщо $\gamma = 1$ - безліч ефективних рішень містить єдине оптимальне рішення – найбільш сприятливий варіант;

- якщо $\gamma = 0$, ($m_g = m_0$) - всі допустимі рішення є одночасно ефективними; виділення безлічі ефективних рішень нічого не дало з точки зору вибору оптимального рішення

Для подальшого розв'язання задачі вибору оптимальної альтернативи достатньо працювати не з усією безліччю допустимих рішень, а тільки з безліччю рішень, оптимальних за критерієм Парето.

Приклад використання критерію Парето при проведенні багатовимірного порівняльного аналізу

Для розв'язання поставленої задачі спочатку виконують процедуру парного порівняння, а потім за допомогою методу медіан знаходять оптимальне рішення.

Розглянемо процедуру знаходження безлічі ефективних рішень (множини Парето) на наступному прикладі - є 17 різних підприємств, діяльність яких оцінюється п'ятьма показниками (табл. 2.2), значення яких переведені в ранги. Менший ранг відповідає кращому показнику.

Таблиця 2.2

Підприємство	Продуктивність праці	Рентабельність	Ліквідність	Собівартість продукції	Фондо-віддача
Підприємство 1	5	3	6	3	10
Підприємство 2	8	7	7	7	5
Підприємство 3	10	2	3	2	9
Підприємство 4	6	10	8	10	7
Підприємство 5	1	5	2	5	2
Підприємство 6	12	16	16	16	16

Продовження табл. 2.2					
Підприємство	Продуктивність праці	Рентабельність	Ліквідність	Собівартість продукції	Фондо-віддача
Підприємство 7	15	6	10	6	13
Підприємство 8	7	15	15	15	11
Підприємство 9	9	14	9	14	6
Підприємство 10	11	1	5	1	4
Підприємство 11	4	13	12	13	8
Підприємство 12	2	12	4	12	3
Підприємство 13	17	9	14	9	15
Підприємство 14	16	17	17	17	17
Підприємство 15	13	4	13	4	14
Підприємство 16	3	8	1	8	1
Підприємство 17	14	11	11	11	12

Для знаходження безлічі Парето скористаємося методом прямого перебору: вибираємо рішення Y_i та послідовно порівнюємо його з усіма іншими рішеннями; якщо рішення $Y_i > Y_j$ (строго краще) за якимось чинником, то рішення Y_j не може бути ефективним та виключається з безлічі ефективних рішень. Таке порівняння проводиться для всіх пар рішень:

	1*	2	3*	4	5*	6	7	8	9	10*	11	12	13	14	15	16*	17
1						1	1	1					1	1	1		1
2						1			1				1	1			1
3						1	1						1	1	1		1
4						1		1						1			1
5		1		1		1	1	1	1		1	1	1	1			1
6														1			
7													1	1			
8						1								1			
9						1								1			
10						1	1						1	1	1		1
11						1		1						1			
12						1		1	1		1			1			
13																	
14																	
15													1	1			
16				1		1		1	1		1		1	1			1
17														1			

Якщо рішення і (горизонтальне) строго краще рішення j (вертикальне), то відповідна клітка таблиці вважається зайнятою. До множини Парето будуть належати ті рішення, стовпці яких не мають зайнятих клітин. Для розглянутого прикладу - це підприємства №1, №3, №5, №10 і № 16.

Для пошуку множини Парето другої групи підприємств викреслимо підприємства першої групи з матриці парних порівнянь, отримаємо:

	2*	4*	6	7*	8	9	11	12*	13	14	15*	17
2			1			1			1	1		1
4			1		1					1		1
6										1		
7									1	1		
8			1							1		
9			1							1		
11			1		1					1		
12			1		1	1	1			1		
13												
14												
15									1	1		
17										1		

Таким чином, множина Парето другої групи підприємств включає в себе підприємства №2, №4, №7, №12 і №15.

Викреслимо з отриманої матриці парних порівнянь безліч ефективних рішень:

	6	8	9*	11*	13*	14	17*
6						1	
8	1					1	
9	1					1	
11	1	1				1	
13							
14							
17						1	

Тобто, множина Парето третьої групи підприємств включає в себе підприємства №9, №11, №13 і № 17.

Викреслимо з отриманої матриці парних порівнянь безліч ефективних рішень:

	6	8*	14
6			1
8	1		1
14			

Множина Парето четвертої групи підприємств включає в себе підприємство №8.

	6*	14
6		1
14		

Множина Парето п'ятої групи підприємств включає в себе підприємство № 6. Відповідно, залишилося підприємство № 14 - це множина Парето шостої групи.

Таким чином, процедура порівняння за методом Парето призводить до наступного результату:

$$(1, 3, 5, 10, 16) \succsim (2, 4, 7, 12, 15) \succsim (9, 11, 13, 17) \succsim (8) \succsim (6) \succsim (14)$$

Завдання для самостійного виконання

За вихідними даними (табл. 2.3) провести багатовимірний порівняльний аналіз результатів господарської діяльності підприємств: сформулювати безліч підприємств, ефективних за критерієм Парето. З підприємств, що залишилися, виділити безліч Парето другого, третього рівня і так далі. За результатами оцінки розрахувати коефіцієнт визначеності вибору, зробити висновки.

Як варіант завдання береться підприємство, відповідне порядковому номеру студента в журналі. Як база порівняння береться 9 наступних підприємств. Наприклад: Студент №13 порівнює показники діяльності підприємства №13 з показниками діяльності підприємств №14-22.

Таблиця 2.3

Варіанти завдання

Підприємство	Коефіцієнти			Рентабельність, %		Коеф. фін. незалежності	Частка власного оборотного капіталу в сумі поточних активів, %
	Фін. напруженість	Ліквідність	Оборотність	Продажу	Капіталу		
1	0,320	1,8	3,2	25	22	0,75	16
2	0,059	2,3	1,8	15	29	0,50	24
3	0,640	0,8	2,2	22	31	0,45	12
4	0,630	1,2	3,0	10	33	0,45	19
5	0,159	1,6	2,1	9	24	0,42	38
6	0,125	2,0	2,5	30	20	0,55	26
7	0,600	1,8	1,9	33	4	0,57	45
8	0,460	1,5	2,8	35	25	0,55	25
9	0,321	1,1	3,4	12	35	0,62	39
10	0,123	1,2	3,3	29	29	0,34	34
11	0,226	1,0	1,9	31	14	0,77	12
12	0,500	1,7	2,2	33	17	0,68	30
13	0,198	1,4	2,7	24	23	0,58	0
14	0,500	0,9	2,0	20	7	0,48	10
15	0,450	0,8	3,6	14	29	0,65	27
16	0,450	2,2	1,4	6	14	0,50	15
17	0,420	1,8	1,6	15	17	0,34	34
18	0,558	2,3	2,7	27	23	0,33	50
19	0,570	1,1	2,7	16	5	0,30	41
20	0,105	1,6	3,5	20	21	0,72	35
21	0,240	1,4	3,5	3	10	0,36	10
22	0,160	2,0	1,9	16	27	0,52	14
23	0,190	1,9	1,8	27	15	0,70	33
24	0,240	1,7	1,4	35	34	0,64	30
25	0,150	1,8	1,1	29	20	0,26	44
26	0,487	1,5	2,5	14	14	0,45	15
27	0,480	1,7	3,6	17	12	0,25	21
28	0,330	1,8	2,8	23	18	0,37	28
29	0,400	0,8	2,4	5	29	0,50	7
30	0,160	0,9	1,7	22	31	0,45	11
31	0,230	1,1	0,8	30	33	0,45	16
32	0,098	2,3	1,3	14	24	0,42	24
33	0,105	1,8	1,6	27	20	0,55	31
34	0,197	1,4	1,8	30	4	0,57	25
35	0,600	1,6	1,7	10	17	0,40	12
36	0,479	1,8	1,1	8	9	0,53	47
37	0,324	1,7	0,8	11	10	0,66	42
38	0,424	1,1	1,5	24	27	0,69	38
39	0,120	0,8	0,9	25	15	0,48	19
40	0,158	2,3	2,7	30	34	0,42	28
Напрямок оптимізації	↓	↑	↑	↑	↑	↑	↑

