

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 8

Тема: Прогнозування розвитку економічних процесів адаптивними моделями короткострокового прогнозування

Ціль: Набуття навичок прогнозування розвитку економічних процесів різної природи на основі АР-моделей короткострокового прогнозування.

Завдання: Зробити короткостроковий прогноз розвитку досліджуваного економічного процесу.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Для швидкого виявлення неадекватності моделі реальному процесу, що необхідне для внесення відповідних змін до моделі прогнозування, Р. Браун розробив спосіб аналізу прогнозуючої системи, що полягає в підрахунку величини слідкуючого контрольного сигналу. Слідкуючий контрольний сигнал K_t за Р.Брауном визначається як відношення суми помилок прогнозування e_t та величини їх згладженого абсолютного значення:

$$K_t = \frac{\sum_{i=0}^t e_i}{(1-\gamma)\bar{e}_{t-1} + \gamma|e_t|}, \quad (1)$$

де $0 < \gamma < 1$ – постійна згладжування.

Якщо значення рівнів контрольного сигналу перевищує критичні, то необхідним є додаткове дослідження або зміна моделі. Отже, *слідкуючий контрольний сигнал* (K_t) є мірою неадекватності моделі реальному процесу, яку можна використовувати для автоматичного регулювання параметра адаптації моделі.

Д.Трігг запропонував таку просту модифікацію правила Брауна: слідкуючий контрольний сигнал K_t визначити як згладжену суму помилок прогнозування \bar{e}_t , поділену на величину їх згладженого (середнього) абсолютного значення MAD_t , тобто:

$$K_t = \frac{\bar{e}_t}{MAD_t}, \quad (2)$$

$$\bar{e}_t = \gamma \cdot |e_t| + (1-\gamma) \cdot \bar{e}_{t-1}, \quad MAD_t = \gamma \cdot |e_t| + (1-\gamma) \cdot MAD_{t-1}. \quad (3)$$

Величина MAD_t також є мірою варіації рівнів ряду. Її зв'язок з середнім квадратичним відхиленням визначається співвідношенням $\sigma_t \cong 1,25 \cdot MAD_t$.

З моделі (3.34) очевидно, що $MAD_t \geq \bar{e}_t$, тому значення контрольного сигналу K_t знаходиться в інтервалі $[-1;1]$. Критичні значення $K_t^{крит}$ залежать від величини параметра згладжування і міри полінома прогнозу моделі (табл. 1).

Таблиця 1

Критичне значення $K_t^{крит}$ для прогнозу по експоненціальній середній

Припустимий рівень похибки, %	$\gamma=0,1$	$\gamma=0,2$	$\gamma=0,3$	$\gamma=0,4$	$\gamma=0,5$
10	0,35	0,5	0,63	0,72	0,82
5	0,42	0,58	0,71	0,80	0,88
2	0,48	0,66	0,79	0,87	0,92
1	0,53	0,71	0,82	0,92	0,94

Якщо на певному кроці виявиться, що абсолютне значення контрольного сигналу більше за критичне, то прогноз моделі є неадекватним реальним процесам. В цьому випадку необхідно збільшити параметр згладжування. Якщо це не призведе до поліпшення прогнозу впродовж декількох наступних кроків, то необхідно змінити модель прогнозування. Якщо ж прогнозуюча система виявиться настільки неадекватною досліджуваному процесу, що всі помилки будуть одного знаку, то контрольний сигнал $K_t \rightarrow \pm 1$ (вийти за ці межі він не може).

Д. Тригг, А. Ліч запропонували модифікувати прогнозуючі системи, що використовують експоненціальне згладжування, за допомогою зміни швидкості реакції залежно від величини контрольного сигналу. У простій моделі це еквівалентно регулюванню параметра згладжування α . Найбільш очевидний спосіб змусити систему автоматично реагувати на розбіжність прогнозів і фактичних даних – це збільшення α , щоб надати більшої вагомості останнім даним і, таким чином, забезпечити швидше пристосування моделі до нової ситуації. Після того, як система пристосується необхідно знову зменшити величину α для фільтрації шуму. Простий спосіб досягнення такої адаптивної швидкості реакції полягає у виборі:

$$\alpha_t = |K_t|, \quad (4)$$

де K_t – слідкуючий контрольний сигнал.

У.Чоу запропонував для реалізації ідеї адаптації прогнозів використовувати одночасно три прогнози, які будуються на основі експоненціальної середньої при різних значеннях параметра α . В термінах чутливості моделі їх можна інтерпретувати як прогнози, зроблені для слабо-, середньо-, високочутливих моделях.

У.Чоу використовував таку схему визначення трійки параметрів:

$$\alpha_1 = \alpha - h; \quad \alpha_2 = \alpha; \quad \alpha_3 = \alpha + h; \quad h = 0,05. \quad (5)$$

Основним вважається прогноз з середнім значенням α , тобто α_2 . Саме цей прогноз умовно вважається "фактичним". Якщо на певному етапі за заданим критерієм оцінки прогнозу (мінімальна поточна абсолютна помилка; мінімальна середня помилка за останні k кроків; мінімум середньозваженої помилки) один з крайніх прогнозів є кращим, то відбувається автоматична зміна параметрів $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$. При цьому модель з найкращим значенням на цьому кроці стає основною і на її основі надалі будується прогноз на наступний період.

Нехай у момент часу t найкращим є прогноз при значеннях \tilde{q}_{t-1} та $\tilde{\alpha}$. Тоді прогноз на наступний період розраховується так:

$$\hat{y}_{t+1}^i = q_t^i = \tilde{\alpha}^{(i)} y_t + (1 - \tilde{\alpha}^{(i)}) \tilde{q}_{t-1}, \quad \tilde{\alpha}^{(i)} = \tilde{\alpha} + ih, \quad i \in [-1; 0; 1]. \quad (6)$$

де h - крок зміни параметрів $\tilde{\alpha}$ (може мінятися залежно від ситуації).

У початковий момент часу центральне значення параметра α довільне. Як свідчить практика краще обрати його 0,2.

Використання даного методу корегування ваг знижує помилку прогнозу в середньому на 10%.

Головний недолік представлених методів в тому, що вони розглядають часовий ряд ізольовано від інших явищ, і якщо навіть є додаткова інформація, вона може бути використана дослідником лише шляхом регулювання швидкості адаптації. Крім того, точність прогнозів помітно падає при довгостроковому прогнозуванні.

Завдання

Зробити короткостроковий прогноз реалізації соняшника на основі АР-моделей. Для цього:

1) відповідно до варіанту індивідуального завдання (табл. 2) спрогнозувати реалізацію соняшника використовуючи модель експоненціального згладжування. Для корегування ваг при розрахунку моделі використати методи Трігга-Ліча та Чоу.

Для моделі Трігга-Ліча: $\bar{e}_0 = \frac{\sum_{t=1}^3 e_t}{3}$ при значенні в моделі Брауна $\alpha = 0,5$;

$MAD_{t-1} = \frac{\sum_{t=1}^3 |e_t|}{3}$ при значенні в моделі Брауна $\alpha = 0,5$; $\gamma = 0,35$.

2) графічно порівняти вихідний часовий ряд і ряди прогнозних значень реалізації соняшника, отримані за різними методами коригування ваг;

3) зробити висновок стосовно точності моделювання (обґрунтувати вибір методу корегування ваг який дає найбільш точний варіант для даного часового ряду);

4) зробити прогноз на 1 крок вперед із використанням обраного у попередньому пункті методу корегування ваг;

5) інтерпретувати отриманий кількісний результат.

Хід роботи

Модель Брауна і тренд будуємо так, як в лабораторній роботі 2. Визначаємо оптимальні вагові коефіцієнти і тип лінії тренда. Абсолютні відхилення розраховуються як різницю між фактичними даними і трендом.

Розраховуємо:

експоненціальне згладжування помилок

$$\bar{e}_t = j|e_t| + (1-j) \cdot \bar{e}_{t-1} \quad (1)$$

згладжене абсолютне відхилення

$$MAD_T = j \cdot |e_t| + (1-j) \cdot MAD_{t-1} \quad (2)$$

слідкуючий контрольний сигнал

$$\theta_t = \frac{\bar{e}_t}{MAD_t} \quad (3)$$

j – параметр згладжування, $j=0,9$.

За згладженими даними будуємо тренд. Підбираємо такі параметри згладжування λ і β і тип лінії тренду, таким чином, щоб коефіцієнт апроксимації R^2 був найбільшим. Чим він більший, тим краще дані моделі описують фактичні дані.

Найбільший коефіцієнт апроксимації дорівнює 0,69 при $\lambda = 0,9$ і $\beta = 0,1$ і типі лінії тренда - поліном другого ступеня.

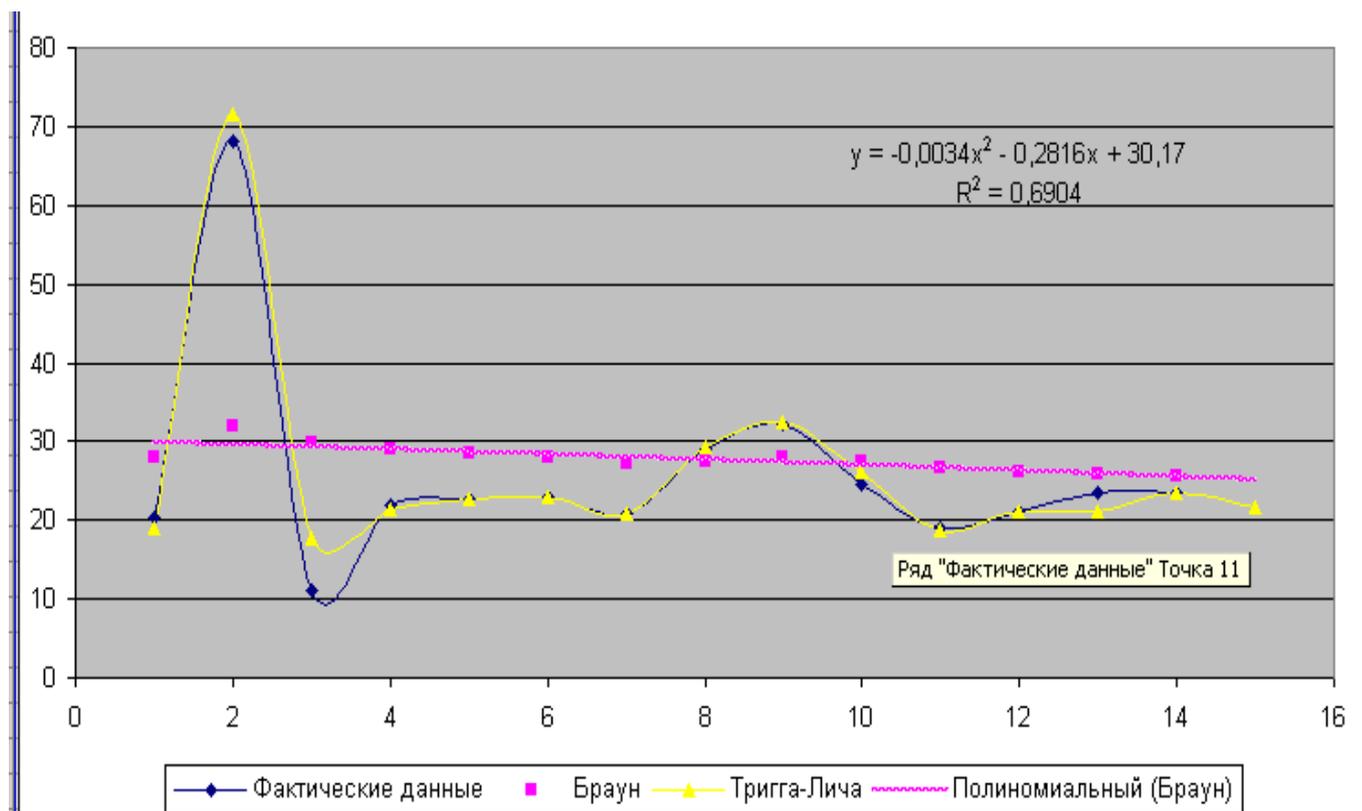
Використовуючи рівняння лінії тренду здійснюємо прогноз на кілька періодів вперед, копіюємо отримані значення в ряд фактичних даних.

Розраховуємо прогноз, використовуючи модель Трігга - Лічча і контрольний сигнал:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{t+1} &= |\theta_t| \cdot y_t + (1-|\theta_t|) \cdot \hat{y}_{t-1} \\ 0 &\leq |\theta_t| \leq 1 \end{aligned} \quad (4)$$

При використанні контрольного слідкуючого сигналу модель Тригга - Лічча значно краще описує сезонність і фактичні дані, ніж модель Брауна, тому,що враховує сезонність , тому прогноз по ній більш достовірний.

G=	0,9	Браун	Тренд	E(t) тренд	E^A	E~	K	Y Тригга-Лича
L=	0,1	28,788			1,679267	1,679267		33,13333333
1	20,21	27,9302	33,4383	-13,2283	-11,7375	10,73172	-1,09372	18,99876345
2	68,07	31,94418	31,3802	36,6898	31,84707	29,73553	1,071011	71,55457321
3	11,12	29,861762	29,5437	-18,4237	-13,3966	15,03051	-0,8913	17,68953498
4	21,8	29,055586	27,9288	-6,1288	-6,85558	7,673076	-0,89346	21,36206907
5	22,74	28,424027	26,5355	-3,7955	-4,10151	4,458665	-0,9199	22,62962227
6	23	27,881624	25,3638	-2,3638	-2,53757	2,72968	-0,92962	22,97393356
7	20,96	27,189462	24,4137	-3,4537	-3,36209	3,298846	-1,01917	20,9213918
8	29,03	27,373516	23,6852	5,3448	4,474111	4,356585	1,026977	29,24874388
9	32,26	27,862164	23,1783	9,0817	8,620941	8,194505	1,052039	32,4167034
10	24,5	27,525948	22,893	1,607	2,308394	2,897005	0,796821	26,10850927
11	18,9	26,663353	22,8293	-3,9293	-3,30553	3,264678	-1,01251	18,80979635
12	21,2	26,117018	22,9872	-1,7872	-1,93903	2,071598	-0,93601	21,04704744
13	23,6	25,865316	23,3667	0,2333	0,016067	0,22162	0,072497	21,23212798
14	23,5	25,628784	23,9678	-0,4678	-0,41941	0,399634	-1,04949	23,61224533
15	21,8		24,7905	-2,9905	-2,73339	2,500016	-1,09335	21,63082742



Обсяг реалізації соняшника, т

Табл. 2

Період Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	21,14+ N/10	66,57	11,63	22,60	23,78	24,30	21,92	32,72	31,55	19,90	24,30	16,60	19,00	18,90
2	18,38	63,41+ N/10	10,11	22,00	20,68	23,50	19,06	27,05	30,05	22,20	16,60	18,90	21,30	21,20
3	20,21	68,07	11,12+ N/10	21,80	22,74	23,00	20,96	29,03	32,26	24,50	18,90	21,20	23,60	23,50
4	19,77	69,14	10,87	21,20+ N/10	22,24	23,00	20,50	29,49	32,77	38,60	23,00	35,30	37,70	37,60
5	21,17	65,71	11,64	19,70	23,82+ N/10	19,50	21,95	28,03	31,14	41,60	16,00	38,30	40,70	40,60
6	19,87	61,80	10,93	18,90	22,35	18,90+ N/10	20,61	26,36	29,29	54,50	18,90	51,20	53,60	53,50
7	18,68	61,97	10,27	18,10	21,02	18,90	19,37+ N/10	26,43	29,37	58,60	23,00	55,30	57,70	57,60
8	20,27	65,39	11,15	17,40	22,80	16,60	21,02	27,89+ N/10	30,99	19,10	23,50	15,80	18,20	18,10
9	21,02	57,73	11,56	17,30	23,65	16,00	21,80	24,62	27,36+ N/10	20,60	15,00	17,30	19,70	19,60
10	18,62	61,55	10,24	16,60	20,95	15,00	19,31	26,25	29,17	25,10+ N/10	19,50	21,80	24,20	24,10
11	31,55	37,26	17,35	56,10	35,49	74,00	32,72	11,90	17,66	26,60	61,00+ N/10	23,30	25,70	25,60
12	30,05	38,78	16,53	55,30	33,81	69,00	27,05	13,32	18,38	20,50	66,30	17,40+ N/10	19,40	19,40
13	32,26	42,64	17,74	52,00	36,29	68,00	29,03	14,43	20,21	22,80	58,60	19,70	21,70+ N/10	21,70
14	32,77	41,71	18,02	51,20	36,87	66,30	29,49	13,54	19,77	25,10	57,00	22,00	24,00	24,00+ N/10
15	31,14+ N/10	44,67	17,13	39,10	35,03	65,00	28,03	16,65	21,17	39,20	65,00	36,10	38,10	38,10
16	29,29	41,93+ N/10	16,11	38,30	32,95	61,00	26,36	15,76	19,87	42,20	68,00	39,10	41,10	41,10
17	29,37	39,41	16,15+ N/10	36,10	33,04	60,90	26,43	18,87	18,68	55,10	60,90	52,00	54,00	54,00
18	30,99	42,77	17,04	35,30+ N/10	34,86	59,50	27,89	19,98	20,27	59,20	59,50	56,10	58,10	58,10
19	27,36	44,35	15,05	24,10	30,78+ N/10	58,60	24,62	18,09	21,02	19,70	74,00	16,60	18,60	18,60
20	29,17	39,29	16,04	23,30	32,82	57,00+ N/10	26,25	19,22	18,62	21,20	69,00	18,10	20,10	20,10

N – номер студента за списком в журналі академічної групи.