ЗАСТОСУВАННЯ САПР ДО РОЗРАХУНКУ КОНСТРУКЦІЇ. АНАЛІЗ ТА ВЕРИФІКАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ЗАСТОСУВАННЯ САПР

Розглянемо плоску вісесиметричну задачу для порожнистого циліндра із волокнистого композита під внутрішнім тиском та защемленою зовнішньою циліндричною поверхнею. Розглянемо плосконапружений стан.

Матеріал матриці це каркасна гума 2и8338 з механічними характеристиками $E^* = 4{,}4$ МПа; $\nu^* = 0{,}49$. Матеріал волокна – це поліамідний корд 23КНТС із механічними характеристиками $E^\circ = 1277{,}5$ МПа; $\nu^\circ = 0{,}3$. Внутрішній радіус циліндра $r_1 = 0{,}1$ м, зовнішній радіус циліндра $r_2 = 0{,}15$ м, внутрішній тиск $q = 5$ МПа.

Скористаємося програмним комплексом «МІРЕЛА+», задаємо всі необхідні вихідні данні й проведемо розрахунок при різних регулярних сітках.

Для верифікації результатів розрахунку спочатку перевіряють чи не протирічать результати механічному сенсу задачі, якщо відомий аналітичний або чисельний розв'язок задачі чи її частинного випадку порівнюють з ним. Досліджується збіжність результатів розрахунку при згущенні сіток розбиття, розв'язок вважається адекватним, коли при збільшенні кількості скінченних елементів результат практично не змінюється.

Порівняємо результати чисельних розрахунків вищенаведеної задачі з аналітичним розв'язком.

Загальний аналітичний розв'язок плоскої задачі для однорідного ортотропного матеріалу відомий, для радіальних переміщень маємо:

$$u_r = Ar^{\sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}}} + B\Big/ r^{\sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}}}, \qquad (1)$$

де E_r, E_θ – модулі пружності ортотропного матеріалу в радіальному і тангенціальному напрямі.

Невідомі сталі A та B визначимо з указаних граничних умов ($\sigma_r(r_1) = -q$, $u_r(r_2) = 0$, де r_1, r_2 – внутрішній та зовнішній радіус циліндра, q – внутрішній тиск). У підсумку маємо:

$$u_r = A\left(r^{\sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}}} - r_2^{2\sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}}} \Big/ r^{\sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}}} \right);$$

$$A = \frac{-qr_1^{\sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}}+1}\left(1-\nu_{r\theta}\nu_{\theta r}\right)}{\left(r_2^{2\sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}}}\left(\sqrt{E_r E_\theta} - E_\theta \nu_{r\theta}\right) + r_1^{2\sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}}}\left(\sqrt{E_r E_\theta} + E_\theta \nu_{r\theta}\right) \right)}, \qquad (2)$$

де $\nu_{r\theta}$, $\nu_{\theta r}$ – коефіцієнти Пуассона.

В системі координат армування композиційний матеріал представимо однорідним транстропним матеріалом на основі правила сумішей:

$$E_{1''} = E^*(1-f) + E^\circ f;\ E_{2''} = \frac{E^* E^\circ}{E^* f + E^\circ (1-f)},\ E_{2''} = E_{3''};$$

$$\nu_{1''2''} = \nu^\circ f + \nu^*(1-f);\ \nu_{2''1''} = \frac{E_{2''}}{E_{1''}}\nu_{1''2''};$$

$$G_{2''3''} = G^* \frac{g + f + (1-f)G^*/G^\circ}{g(1-f) + (1+fg)G^*/G^\circ};$$

$$\nu_{2''3''} = \frac{E_{2''}}{2G_{2''3''}} - 1;\ \nu_{2''3''} = \nu_{3''2''}, \qquad (3)$$

де E^*, G^*, ν^* – модуль пружності, модуль зсуву та коефіцієнт Пуассона матеріалу матриці, E°, G°, ν° – модуль пружності, модуль зсуву і коефіцієнт Пуассона матеріалу волокна, $g = 3 - 4\nu^*$, f – об’ємна частка волокна в композиті.

Для вісесиметричної задачі можливі три випадки армування:

– в тангенціальному напрямі, тоді у формулах (1), (2) необхідно прийняти $E_r = E_{2''}$, $E_\theta = E_{1''}$, $\nu_{r\theta} = \nu_{2''1''}$, $\nu_{\theta r} = \nu_{1''2''}$;

– в осьовому напрямі, тоді у формулах (1), (2) необхідно прийняти $E_r = E_{2''}$, $E_\theta = E_{3''}$, $\nu_{r\theta} = \nu_{2''3''}$, $\nu_{\theta r} = \nu_{3''2''}$;

– в радіальному напрямі, тоді у формулах (1), (2) необхідно прийняти $E_r = E_{1''}$, $E_\theta = E_{2''}$, $\nu_{r\theta} = \nu_{1''2''}$, $\nu_{\theta r} = \nu_{2''1''}$.

Результати розрахунку при різних сітках дискретизації показують стійку збіжність до аналітичного розв’язку. Аналітичні та чисельні результати при сітці дискретизації 10×21×3 наведені в таблиці 1.

Представлена похибка чисельних результатів $\varepsilon = \frac{u_n - u_a}{u_a} 100\%$ (u_a – аналітичний розв’язок, u_n – чисельний розв’язок).

Не враховуючи граничних випадків (f = 0 та f = 1), найменші значення переміщень отримуємо при радіальному армуванні, найбільші – при осьовому. Це пояснюється тим, що при радіальному армуванні радіальне навантаження сприймають більш жорсткі волокна, а при осьовому – менш жорсткий матеріал матриці. Тангенціальне армування дає проміжний результат.

Результати розрахунку показують, що запропонований підхід дає хороше узгодження з аналітичними розв’язками. Похибка розрахунків, як правило, не перевищує 1 %. При f = 0 похибка складає близько 8 %. Це пов’язано з тим, що матеріал при такому f є гумою і стає слабкостисливим. Для врахування слабкої стисливості необхідне застосування спеціальних підходів. Одним із них є моментна схема скінченного елемента для слабкостисливих матеріалів.

Таблиця 1. – Переміщення внутрішньої точки циліндра

f	Армування					
	тангенціальне		радіальне		осьове	
	Формула (1), м	МСЕ, м (похибка, %)	Формула (1), м	МСЕ, м (похибка, %)	Формула (1), м	МСЕ, м (похибка, %)
0	$4{,}093\times10^{-2}$	$3{,}759\times10^{-2}$ (-8,16 %)	$4{,}093\times10^{-2}$	$3{,}759\times10^{-2}$ (-8,16 %)	$4{,}093\times10^{-2}$	$3{,}759\times10^{-2}$ (-8,16 %)
0,2	$1{,}401\times10^{-2}$	$1{,}392\times10^{-2}$ (-0,64 %)	$7{,}810\times10^{-4}$	$7{,}821\times10^{-4}$ (0,26 %)	$3{,}629\times10^{-2}$	$3{,}631\times10^{-2}$ (0,06 %)
0,4	$8{,}539\times10^{-3}$	$8{,}444\times10^{-3}$ (-1,12 %)	$3{,}940\times10^{-4}$	$3{,}948\times10^{-4}$ (0,20 %)	$2{,}694\times10^{-2}$	$2{,}696\times10^{-2}$ (0,07 %)
0,6	$5{,}684\times10^{-3}$	$5{,}634\times10^{-3}$ (-0,88 %)	$2{,}640\times10^{-4}$	$2{,}640\times10^{-4}$ (0,00 %)	$1{,}720\times10^{-2}$	$1{,}721\times10^{-2}$ (0,06 %)
0,8	$3{,}493\times10^{-3}$	$3{,}477\times10^{-3}$ (-0,46 %)	$1{,}980\times10^{-4}$	$1{,}983\times10^{-4}$ (0,15 %)	$8{,}203\times10^{-3}$	$8{,}207\times10^{-3}$ (0,05 %)
1	$1{,}550\times10^{-4}$	$1{,}539\times10^{-4}$ (-0,71 %)	$1{,}550\times10^{-4}$	$1{,}539\times10^{-4}$ (-0,71 %)	$1{,}550\times10^{-4}$	$1{,}539\times10^{-4}$ (-0,71 %)