

3 ПОБУДОВА ТА АНАЛІЗ НЕЛІНІЙНОЇ ЕКОНОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ З ДВОМА ЗМІННИМИ

Якщо модель описується нелінійною функцією, то її потрібно попередньо лінеаризувати, а потім вже проводити необхідний аналіз. Для цього потрібно ввести заміну для отримання рівняння регресії $y_1 = a_0 + a_1x_1$. Аналіз моделі проводиться для заміненних змінних та отриманих до них параметрів моделі.

Прогнозування величини результативної ознаки y при заданому значенні факторної ознаки x , робимо для моделі, для якої найменша *стандартна помилка оцінок параметрів моделі*, які показують відхилення емпіричних значень від лінії регресії.

Розглянемо деякі види функцій та відповідні заміни до них.

1. $y = ae^{bx}$.

Зробимо перетворення: логарифмування обох частин залежності за натуральною основою $\ln y = \ln a + bx$, потім заміну: $y_1 = \ln y$, $x_1 = x$, $a_0 = \ln a$, $a_1 = b$. Отримаємо $y_1 = a_0 + a_1x_1$. Після оцінки параметрів робимо зворотну заміну: $\hat{a}_0 = e^{a_0}$, $\hat{a}_1 = a_1$. Таким чином, будемо мати оцінку моделі: $Y = \hat{a}_0 e^{\hat{a}_1 X}$.

2. $y = ax^b$.

Зробимо перетворення: логарифмування обох частин залежності за натуральною основою $\ln y = \ln a + b \ln x$, потім заміну: $y_1 = \ln y$, $x_1 = \ln x$, $a_0 = \ln a$, $a_1 = b$. Отримаємо $y_1 = a_0 + a_1x_1$. Після оцінки параметрів робимо зворотну заміну: $\hat{a}_0 = e^{a_0}$, $\hat{a}_1 = a_1$. Таким чином, будемо мати оцінку моделі: $Y = \hat{a}_0 X^{\hat{a}_1}$.

3. $\ln y = a + \frac{b}{x}$.

Зробимо заміну: $y_1 = \ln y$, $x_1 = \frac{1}{x}$, $a_0 = a$, $a_1 = b$. Отримаємо $y_1 = a_0 + a_1x_1$. Після оцінки параметрів робимо зворотну заміну: $\hat{a}_0 = a_0$, $\hat{a}_1 = a_1$. Таким чином, будемо мати оцінку моделі: $\ln Y = \hat{a}_0 + \frac{\hat{a}_1}{X}$ або $Y = e^{\hat{a}_0 + \frac{\hat{a}_1}{X}}$.

4. $y = \frac{1}{a + bx}$.

Зробимо перетворення: обертання залежності $\frac{1}{y} = a + bx$, потім заміну: $y_1 = \frac{1}{y}$, $x_1 = x$, $a_0 = a$, $a_1 = b$. Отримаємо $y_1 = a_0 + a_1x_1$. Після оцінки

параметрів робимо зворотну заміну: $\hat{a}_0 = a_0$, $\hat{a}_1 = a_1$. Таким чином, будемо мати оцінку моделі: $Y = \frac{1}{\hat{a}_0 + \hat{a}_1 X}$.

$$5. \quad y = \frac{x}{a + bx}.$$

Зробимо перетворення: обертання залежності та по членне ділення $\frac{1}{y} = \frac{a}{x} + b$, потім заміну: $y_1 = \frac{1}{y}$, $x_1 = \frac{1}{x}$, $a_0 = b$, $a_1 = a$. Отримаємо $y_1 = a_0 + a_1 x_1$. Після оцінки параметрів робимо зворотну заміну: $\hat{a}_0 = a_1$, $\hat{a}_1 = a_0$. Таким чином, будемо мати оцінку моделі: $Y = \frac{X}{\hat{a}_0 + \hat{a}_1 X}$.

$$6. \quad y = \frac{1}{a + be^{-x}}.$$

Зробимо перетворення: обертання залежності $\frac{1}{y} = a + be^{-x}$, потім заміну: $y_1 = \frac{1}{y}$, $x_1 = e^{-x}$, $a_0 = a$, $a_1 = b$. Отримаємо $y_1 = a_0 + a_1 x_1$. Після оцінки параметрів робимо зворотну заміну: $\hat{a}_0 = a_1$, $\hat{a}_1 = a_0$. Таким чином, будемо мати оцінку моделі: $Y = \frac{1}{\hat{a}_0 + \hat{a}_1 e^{-X}}$.

$$7. \quad y = a + bx^2.$$

Зробимо заміну: $y_1 = y$, $x_1 = x^2$, $a_0 = a$, $a_1 = b$. Отримаємо $y_1 = a_0 + a_1 x_1$. Після оцінки параметрів робимо зворотну заміну: $\hat{a}_0 = a_0$, $\hat{a}_1 = a_1$. Таким чином, будемо мати оцінку моделі: $Y = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X^2$.

$$8. \quad y = a + b \ln x.$$

Зробимо заміну: $y_1 = y$, $x_1 = \ln x$, $a_0 = a$, $a_1 = b$. Отримаємо $y_1 = a_0 + a_1 x_1$. Після оцінки параметрів робимо зворотну заміну: $\hat{a}_0 = a_0$, $\hat{a}_1 = a_1$. Таким чином, будемо мати оцінку моделі: $Y = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \ln X$.

$$9. \quad y = a + b\sqrt{x}.$$

Зробимо заміну: $y_1 = y$, $x_1 = \sqrt{x}$, $a_0 = a$, $a_1 = b$. Отримаємо $y_1 = a_0 + a_1 x_1$. Після оцінки параметрів робимо зворотну заміну: $\hat{a}_0 = a_0$, $\hat{a}_1 = a_1$. Таким чином, будемо мати оцінку моделі: $Y = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \sqrt{X}$.

$$10. \quad y = a + b\sqrt[3]{x}.$$

Зробимо заміну: $y_1 = y$, $x_1 = \sqrt[3]{x}$, $a_0 = a$, $a_1 = b$. Отримаємо $y_1 = a_0 + a_1 x_1$. Після оцінки параметрів робимо зворотну заміну: $\hat{a}_0 = a_0$, $\hat{a}_1 = a_1$. Таким чином, будемо мати оцінку моделі: $Y = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \sqrt[3]{X}$.