Практичні заняття 1-2

Характеристики логічного мислення та прийоми його розвитку

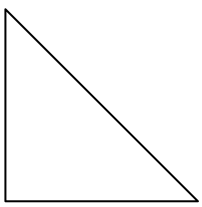
1. Розвиток гнучкості мислення

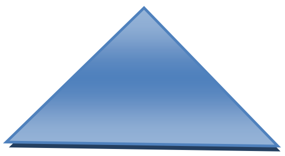
Метою математичної освітньої галузі є розвиток особистості учня через формування математичної компетентності у взаємозв’язку з іншими ключовими компетентностями для успішної освітньої та подальшої професійної діяльності впродовж життя, що передбачає засвоєння системи знань, удосконалення вміння розв’язувати математичні та практичні задачі; **розвиток логічного мислення** та психічних властивостей особистості; розуміння можливостей застосування математики в особистому та суспільному житті.

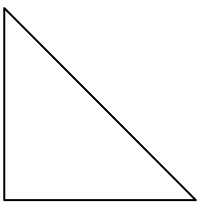
Однією з характеристик логічного мислення є

Гнучкість мислення - вміння орієнтуватись у нестандартних ситуаціях. Про що мріє вчитель математики? Щоб учень не сприймав кожну задачу як абсолютно нову, щоб вмів шукати її зв’язки з пройденим матеріалом та вже розв’язаними задачами.

(приклад з прямокутним трикутником, приклад з об’ємом піраміди з прямим тригранним кутом при вершині).







Людина з гнучким мисленням знаходить нестандартні рішення виникаючих проблем, демонструє здатність зміни дій, переходу від прямих дій до обернених.

В методиці відомий «метод обернених задач». Сутність його полягає в рекомендації **вивчення (*по можливості, одночасного*) прямих і обернених задач,** зокрема, **прямих і обернених теорем.**

Є два ***якісно різних*** види вправ:

1) **Розвивають навички прямолінійного застосування правил,**
2) **Виконання вправ потребує постійного контролю, перевірки відповіді**

Перший вид	**Другий вид**
1. Серія завдань на застосування формули різниці квадратів, наприклад: $a)$ $(2x-5y)(2x+5y)$, $b)$ $(2{,}3x-\sqrt{5}y)(2{,}3x+\sqrt{5}y)$, ………	«Деформований» приклад: $(\ldots-5y)(\ldots+5y)=9a^2-\ldots$
2. Серія завдань на застосування ознак подільності на деяке число, наприклад на 3.	«Деформований» приклад: Якими можуть бути дві останні цифри числа 34121**, щоб воно ділилось на 3?
3. Встановити подільність заданого многочлена на двочлен $x-2$ (за допомогою теореми Безу)	Скласти многочлен третього степеня, який би ділився на двочлен $x-2$.

У **другому випадку процес мислення більш складний, більш змістовний**, а отже краще розвиває здібності учнів (наприклад, навички самоконтролю, який відбувається тут природно, мимовільно). У другому прикладі учень, спираючись на правило, йде більш складним шляхом, зустрічається з елементами комбінаторики (підрахувати, перерахувати,…).+

2. Розвиток творчої активності учнів

Знання будуть міцними, якщо вони здобуті не лише завдяки запам’ятовуванню (механічному), а є продуктом власних роздумів та спроб і закріпились у результаті **самостійної творчої діяльності**.

За знання, які ви отримуєте від інших, платять міддю.
За знання, добуті самостійно – золотом!

Математична творчість – вища форма самостійності мислення учнів.

Більшість математичних вправ часто мало чим можуть сприяти розвитку творчості.

Не кожну самостійну роботу можна назвати творчою. **Творчість означає створення суттєво нового, творча діяльність перш за все носить конструктивний характер. *Новизна відрізняє творчість від ремесла.***

Тести на творчу активність, складені американськими психологами, виявили, що нестандартно мислячих людей серед дорослих – 2%, серед підлітків – 11%, серед 7-річних – 17%, серед 6-літніх – 37%.

Прикладами творчих завдань є:

- ***задачі на виявлення помилок,***
- ***задачі з неповною умовою (невизначені),***
- ***завдання на складання «своїх» прикладів, рівнянь, функцій,***
- ***завдання на складання задач, подібних до даної,***
- ***завдання на складання задач, обернених до даної, …***

Математический опыт учащегося нельзя считать полным, если он не имел случая решить задачу, изобретенную им самим.

Д. Пойа

Приклад (задача на виявлення помилок). Площа квадрата дорівнюєа 0,16 м^2. Якою стане площа, якщо одну сторону квадрата збільшити вдвічі, а другу зменшити на 0,5 м?

Приклад (невизначена задача). Знайти сторони трикутника, якщо відомо, що вони відносяться як 5:4:3.

Приклад. Подати вираз $6x^2$ у вигляді добутку двох множників.

Переважна кількість учнів надасть відповіді $2x \cdot 3x$, $6 \cdot x^2$, $6x^2 \cdot 1$. **Але чи буде такими відповідями задоволений вчитель, який має на меті розвиток творчої активності учнів?**

Звичайно, ні. Він обов'язково поставить запитання:

- А чи можна, щоб у відповіді з'явились дробові числа? Від'ємні числа? Ірраціональні числа? (з'являться пропозиції $12x^2 \cdot \frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}x \cdot 4x$, $(-2x)\cdot(-3x)$,
- А чи можна, щоб в одному з множників був x^3? (з'явиться, наприклад, пропозиція $\frac{3}{2}x^3 \cdot 4x^{-1}$),
- А чи можна, щоб в одному з множників був x^k? (з'явиться, наприклад, пропозиція $\frac{3}{2}x^k \cdot 4x^{2-k}$),
- А як в загальному вигляді записати два множники, щоб всі наведені добутки можна було б з нього отримати? (нарешті з'явиться добуток $\left(nx^{2-k}\right)\cdot\left(\frac{6}{n}x^k\right)$).

Цей приклад показує, які можливості відкриваються перед учнями для творчої діяльності (***учитель ставлячи вміло запитання створює умови для розвитку творчості***). +

3. Види теорем. Необхідні та достатні умови. Формулювання та доведення (або спростування) обернених тверджень

Чи є правильною аргументація учнів?

- **якщо квадрат однієї сторони трикутника дорівнює сумі квадратів двох інших сторін, то за теоремою Піфагора трикутник є прямокутним,**
- **коренями квадратного рівняння** $x^2+2x-3=0$ **за теоремою Вієта є числа -3 та 1.**

Означення. Якщо має місце теорема $A \Rightarrow B$, то умова B називається *необхідною* для A, а умова A *достатньою* для B. Якщо ж поряд з теоремою $A \Rightarrow B$ має місце і обернена теорема $B \Rightarrow A$, то кожна з умов A та B буде одночасно *необхідною і достатньою* для іншої. У цьому випадку пишуть $A \Leftrightarrow B$ і називають теорему критерієм або ознакою та при її формулюванні використовують зв'язку «необхідно і достатньо» або «тоді і тільки тоді», або «якщо і тільки якщо».

Приклади. 1) В теоремі «Якщо трикутник рівнобедрений (*A*), то кути при його основі рівні між собою (*B*)» умова *A* є достатньою для умови *B*, а умова *B* – необхідною для *A*. Зауважимо, що має місце теорема «Якщо в трикутнику два кути рівні між собою (*B*), то цей трикутник рівнобедрений (*A*)», тобто теорема, обернена до даної. Отже, кожна з умов *A* та *B* є необхідною та достатньою для іншої.

2) В теоремі «Якщо число a ділиться на чотири (*A*), то a є парним (*B*)» умова *A* є достатньою для *B*, а *B* – необхідною для *A*. Обернена до цієї теорема не має місця.

1. У сучасному курсі шкільної планіметрії пропонується 72 теореми, серед яких 23 у 7 класі, 32 у 8 класі, 17 у 9 класі.

2. У курсі планіметрії пропонуються лише прямі і обернені теореми, причому у відношенні 9:1 для усіх аналізованих підручників.

Для побудови **оберненої теореми (**або **задачі на доведення)**, бажано пряму задачу сформулювати у вигляді імплікації: $A \Rightarrow B$ «Якщо *A*, то *B*». Тоді обернена має вигляд $B \Rightarrow A$. Саме доведення оберненої теореми може викликати труднощі, ***але це не є причиною не ставити такі завдання***.

Пряма теорема	**Обернена теорема**
1. Добуток двох парних чисел є парним числом.	
2. Сума всіх внутрішніх кутів трикутника дорівнює 180 градусів.	
3. Паралельні прямі, які перетинають сторони заданого кута, відтинають на кожній стороні пропорційні відрізки.	
4. **Якщо трикутник рівнобедрений, то кути при його основі рівні між собою.**	
5.Якщо пряма, проведена на площині через основу похилої, перпендикулярна до її проекції, то вона перпендикулярна до самої похилої.	

6. **У рівнобедреному трикутнику висоти, проведені до бічних сторін, рівні між собою.**	.
7. **У рівнобедреному трикутнику бісектриси, проведені до бічних сторін, рівні між собою.**	
8. Якщо у трапеції провести діагоналі, то прилеглі до бічних сторін трикутники рівновеликі.	

Пряма теорема	**Обернена теорема**
1.Добуток двох парних чисел є парним числом.	Будь-яке парне число є добутком двох парних чисел. **невірна** (наведення контрприкладу)
2.Сума всіх внутрішніх кутів трикутника дорівнює 180 градусів.	**Якщо** сума трьох кутів дорівнює 180 градусів, **то** вони є внутрішніми кутами трикутника. **невірна** (наведення контрприкладу)
3.Паралельні прямі, які перетинають сторони заданого кута, відтинають на кожній стороні пропорційні відрізки.	**Якщо** на сторонах кута відкласти пропорційні відрізки і через їх кінці провести прямі, **то** ці прямі будуть паралельними. **невірна** (наведення контрприкладу)
4.Якщо трикутник рівнобедрений, то кути при його основі рівні між собою.	**Якщо** два кути трикутника рівні між собою**, то** він рівнобедрений**.**
5.Якщо пряма, проведена на площині через основу похилої,	**Якщо** пряма, проведена на площині через основу похилої,

перпендикулярна до її проекції, то вона перпендикулярна до самої похилої.	перпендикулярна до похилої, **то** вона перпендикулярна до проекції похилої.
6.У рівнобедреному трикутнику висоти, проведені до бічних сторін, рівні між собою.	**Якщо** у трикутнику дві висоти рівні між собою, **то** він рівнобедрений.
7. У рівнобедреному трикутнику бісектриси, проведені до бічних сторін, рівні між собою.	**Якщо** у трикутнику дві бісектриси рівні між собою, **то** він рівнобедрений.
8.Якщо у трапеції провести діагоналі, то прилеглі до бічних сторін трикутники рівновеликі.	**Якщо** в опуклому чотирикутнику АВСД проведено діагоналі АС та ВД (О-точка їх перетину) і трикутники АОД та ВОС рівновеликі, **то** цей чотирикутник є трапецією з основами АВ та СД.

Зауваження. У всіх випадках крім 7 (теорема Штейнера-Лемуса), обернені теореми можна розглядати (формулювати, доводити або спростовувати) **одночасно з прямими** (***на одному уроці!***).

Увага! Наступні теореми вірні, але вони не є оберненими до 2 і 3 відповідно:

2bis. Якщо сума трьох кутів дорівнює 180 градусів, **то** ці кути є внутрішніми кутами ***деякого*** трикутника. (або «то ***існує трикутник***, внутрішні кути якого дорівнюють даним кутам»).

3 bis. Якщо на сторонах кута ***від його вершини*** відкласти пропорційні відрізки і через їхні кінці провести прямі, **то** ці прямі будуть паралельними.+

4. Поняття доведення математичних тверджень. Методи доведення математичних тверджень в шкільному курсі математики

5. Про STEM-освіту

“Ми живемо в світі, який не розбитий на дисципліни (чи предмети): цей світ включає в себе прояви кількох областей досліджень (науки), фактично акумульованих через обставини повсякденного життя”

Jonathan W. Gerlach, консультант з STEM-навчання

В Україні за останні роки STEM набув неабиякої популярності, щоправда цей підхід не завжди розуміють правильно. **Важливо пам’ятати, що справжні заняття STEM – це, насамперед, навчальний процес, а не шоу.**

STEM-образование является неотъемлемой частью концепции Новой украинской школы (НУШ), ведь оно нацелено не только на получение знаний, но и на развитие компетенций. Среди компетенций НУШ, пересекающихся с целями STEM:

- Развитие логического и математического мышления;
- Понимание природы и технологий с позиции точных наук;
- Образованность в информационно-коммуникационных технологиях, умение их использовать;
- Способность креативно мыслить и выражать творческие способности.

Одна из основных задач STEM-образования – развитие у школьников системного мышления. Именно поэтому среди STEM-упражнений часто можно найти мультидисциплинарные, например, проектирование теплицы или работы светофоров на перекрестке. Сочетая различные науки и взгляды на реальность, STEM-образование учит детей жить в мире, который стремительно развивается, легко и быстро адаптироваться к новым технологиям и трендам.

Приклад. При вивченні теми «Побудова перерізів многогранників площиною» застосування динамічного середовища Geogebra допоможе:

- Отримати якісне зображення;
- Продемонструвати залежність форми перерізу від розташування січної площини;
- Продемонструвати покрокове виконання побудов (за допомогою інструменту Протокол);
- Економити час (а отже розглянути більшу кількість задач);
- Зберегти увагу учнів, їх зацікавленність предметом.

Залишиться лише продумати, де зустрічаються перерізи (архітектура, будівництво,…) і ми отримаємо приклад реалізації елементів STEM-освіти.