

*Міністерство освіти і науки України
Запорізький національний університет
Інженерний навчально-науковий інститут ім. Ю.М. Потєбні*

Кафедра: _____

Практичне заняття 1

з дисципліни Фізика

Закони збереження в механіці

Студента (ки) _____ курсу, групи _____

(прізвище та ініціали)

Викладач _____

(оцінка, дата, підпис)

м. Запоріжжя – 20__ рік

Метою вивчення теми є засвоєння основних понять і законів класичної механіки.

Ключові терміни та поняття: енергія, швидкість, прискорення, маса, шлях, кут, рух.

План самостійного опрацювання теми.

1. Засвоїти поняття кінематика матеріальної точки
2. Засвоїти поняття рівномірний та рівноприскорений поступальний рух.
3. Засвоїти поняття потенціальної та кінетичної енергій силового поля.
4. Засвоїти закони динаміки матеріальної точки.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Швидкість матеріальної точки змінюється за законом $v = (2 + 3t)i + 10t^2 j$, (м/с), i та j - орти осей Ox та Oy . Визначити в момент часу $t = 2$ с після початку руху: 1) модуль переміщення; 2) модуль швидкості; 3) модуль прискорення.

Розв'язання. Швидкість матеріальної точки задана в умові як вектор $v = v_x i + v_y j$. Модуль вектора швидкості дорівнює

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(2 + 3t)^2 + (10t^2)^2}.$$

Компоненти вектора швидкості є похідні за часом від компонентів радіуса-вектора

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j}.$$

Зі співвідношення $v_x = \frac{dx}{dt}$ інтегруванням знаходимо, що

$$x_2 - x_1 = \int_{t_1}^{t_2} v_x dt = \int_0^t (2 + 3t) dt = 2t + \frac{3t^2}{2}.$$

Аналогічно визначається

$$y_2 - y_1 = \int_{t_1}^{t_2} v_y dt = \int_0^t 10t^2 dt = \frac{10t^3}{3}.$$

Модуль переміщення

$$|\Delta \mathbf{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{t^2 \left(2 + \frac{3t}{2}\right)^2 + \left(\frac{10t^3}{3}\right)^2}.$$

Прискорення визначається як похідна вектора швидкості за часом, тобто

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d(2 + 3t)}{dt} \mathbf{i} + \frac{d(10t^2)}{dt} \mathbf{j} = 3\mathbf{i} + 20t\mathbf{j}.$$

Модуль вектора \mathbf{a} визначимо за формулою

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(3)^2 + (20t)^2}.$$

Підставивши числові значення, одержимо:

$$\Delta r = 28,5 \text{ м};$$

$$v = \sqrt{(2 + 3 \cdot 2)^2 + (10 \cdot 2^2)^2} = 40,8 \text{ м/с}; \quad a = \sqrt{9 + (20 \cdot 2)^2} = 40,1 \text{ м/с}^2.$$

Приклад 2. Тіло обертається навколо нерухомої осі за законом $\varphi = A + Bt + Ct^2$, де $A = 10$ рад, $B = 20$ рад/с, $C = -2$ рад/с². Визначити повне прискорення точки, яка міститься на відстані $r = 0,1$ м від осі обертання, для моменту часу $t_1 = 4$ с. Якою є середня швидкість обертання тіла за час $t_2 = 6$ с?

Розв'язання. ω - модуль кутової швидкості тіла; ε - модуль його кутового прискорення. Тоді

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (1)$$

Модуль кутової швидкості ω визначимо, взявши першу похідну від кута

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct.$$

Кутове прискорення визначимо, взявши першу похідну від кутової швидкості за часом

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 2C.$$

Підставляючи значення ω , ε і r у формулу (1), одержуємо

$$a = r \sqrt{(2C)^2 + (B + 2Ct_1)^4} \text{ м/с}^2 = 1,65 \text{ м/с}^2.$$

Звернемо увагу на те, що кутове прискорення є від'ємним, $\varepsilon = 2C = -4$ рад/с². Отже, рух є рівносповільненим, і через деякий час тіло зупиниться, а потім почне обертатися в інший бік з тим самим за модулем, але іншим за знаком кутовим прискоренням.

Визначимо час до зупинки з умови $\omega(t_{\text{зуп}}) = 0$,

$$\omega(t_{\text{зуп}}) = B + Ct_{\text{зуп}} = 0, \quad t_{\text{зуп}} = 5 \text{ с.}$$

Підставимо цей час у рівняння руху, до зупинки тіло здійснить поворот на кут

$$\varphi(t_{\text{зуп}}) = 10 + 20 \cdot 5 - 2 \cdot 5^2 = 60 \text{ рад.}$$

А за час $t_2 = 6$ с становить

$$\varphi(t_2) = 10 + 20 \cdot 6 - 2 \cdot 6^2 = 58 \text{ рад.}$$

Отже, тіло повернулося у зворотному напрямі на кут

$$\Delta\varphi = \varphi(t_{\text{зуп}}) - \varphi(t_2) = 60 - 58 = 2 \text{ рад.}$$

Загальний кут на який повернеться тіло

$$\varphi = \varphi(t_{\text{зуп}}) + \Delta\varphi = 60 + 2 = 62 \text{ рад.}$$

Середня кутова швидкість за час $t_2 = 6$ с становить

$$\langle \omega \rangle = \varphi / t_2 = 62 / 6 = 10,3 \text{ рад/с.}$$

Приклад 3. Куля масою $m = 20$ г з пружинного пістолета піднялася вертикально вгору на висоту $h = 5$ м. Визначити жорсткість к пружини пістолета, якщо вона була стиснута на $x = 10$ см. Масою пружини і силами тертя нехтувати.

Розв'язання. Зберігається повна енергія системи, яка дорівнює сумі кінетичної і потенціальної енергій. Повна механічна енергія системи в початковому стані (перед пострілом) дорівнює повній енергії в кінцевому стані (коли куля піднялася на висоту її), тобто

$$T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2, \quad (1)$$

де T_1 , T_2 , Π_1 і Π_2 - кінетичні і потенціальні енергії системи в початковому і кінцевому станах.

Кінетичні енергії кулі в початковому і кінцевому станах дорівнюють нулю, тому рівність (1) набуває вигляду

$$П_1 = П_2 \quad (2)$$

Потенціальна енергія стиснутої пружини

$$П_1 = \frac{kx^2}{2}$$

витрачається на приріст потенціальної енергії кулі в полі земного тяжіння.

Приймемо потенціальну енергію нерухомої кулі в полі земного тяжіння на стиснутій пружині рівною нулю. Вибір початку відліку потенціальної енергії є довільним. Фізично спостерігається явище зміни потенціальної енергії, а не її абсолютне значення.

Тоді

$$П_2 = mgh.$$

Дорівнюючи вирази $П_1$ і $П_2$, знайдемо

$$k = \frac{2mgh}{x^2}. \quad (3)$$

Перевіримо, чи надає отримана формула одиницю жорсткості k . Для цього в праву частину формули (3) замість самих величин підставимо одиниці їхнього виміру:

$$\frac{[m][g][h]}{[x]^2} = \frac{1\text{кг} \cdot 1\text{м} \cdot \text{с}^{-2} 1\text{м}}{1\text{м}^2} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Переконавшись, що отримана одиниця є одиницею жорсткості (1 Н/м), зробимо обчислення:

$$k = \frac{2 \cdot 0,02 \cdot 9,81 \cdot 5 \text{ Н}}{(0,1)^2} = 196 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

Варіанти завдань

Варіант 1

1. Початкова швидкість частинки $v_1 = 1i + 3j + 5k$ (м/с), кінцева $v_2 = 2i + 4j + 6k$ (м/с). Визначити: а) приріст швидкості v ; б) модуль приросту швидкості $|\Delta v|$; в) приріст модуля швидкості Δv .

2. Рух двох матеріальних точок виражається рівняннями $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$, $x_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2$, де $A_1 = 20$ м; $A_2 = 2$ м; $B_1 = B_2 = 2$ м/с; $C_1 = 4$ м/с; $C_2 = 0,5$ м/с. У який момент часу t швидкості цих точок будуть однаковими? Визначте швидкості v_1 і v_2 і прискорення a_1 і a_2 точок у цей момент.

3. Колесо обертається з постійним кутовим прискоренням $\varepsilon = 3$ рад/с². Визначити радіус колеса, якщо через $t = 1$ с після початку руху повне прискорення точки на ободі колеса $a = 7,5$ м/с².

Варіант 2

1. Радіус-вектор матеріальної точки змінюється з часом за законом $r = 4t^2i + 3tj + 2k$ (м). Визначити: 1) швидкість точки v ; 2) прискорення точки a ; 3) модуль швидкості точки в момент часу $t = 2$ с.

2. Якір електродвигуна, який має частоту обертання $n = 50$ с⁻¹, після викання струму зробив $N = 628$ обертів і зупинився. Визначити кутове прискорення ε якоря.

3. Платформа з піском загальною масою $M = 2$ т розміщена на рейках на горизонтальній ділянці шляху. У пісок попадає снаряд масою $m = 8$ кг і застряє в ньому. Зневажаючи тертям, визначити, з якою швидкістю буде рухатися платформа, якщо снаряд падає зверху вниз під кутом $\alpha = 30^\circ$ до горизонту зі швидкістю $v = 450$ м/с.

Варіант 3

1. Матеріальна точка рухається уздовж прямої так, що її прискорення лінійно зростає і за перші $t = 10$ с досягає значення $a = 5$ м/с². Визначити наприкінці десятої секунди: 1) швидкість точки; 2) пройдений точкою шлях.

2. Колесо автомашини обертається рівносповільнено. За час $t = 2$ хв во-

но змінило частоту обертання від 240 до 60 хв⁻¹. Визначити: 1) кутове прискорення колеса; 2) число повних обертів, зроблених колесом за цей час.

3. Куля масою $m = 10$ г, яка летить горизонтально з швидкістю $v = 0,5$ км/с, попадає в підвішений на тросах ящик з піском масою $M = 6$ кг і застряє в ньому. Визначити висоту h , на яку підніметься такий балістичний маятник, відхилившись після удару.

Варіант 4

1. Рівняння прямолінійного руху тіла має вигляд $x = At + Bt^2 + Ct^3$ ($A = 2$ м/с, $B = 3$ м/с², $C = 4$ м/с³). Записати вирази для швидкості і прискорення. Визначити для моменту часу $t = 2$ с після початку руху: 1) шлях, який пройшло тіло; 2) швидкість; 3) прискорення.

2. Точка рухається по колу радіусом $R = 15$ см з постійним тангенціальним прискоренням a_t . Наприкінці четвертого оберту після початку руху лінійна швидкість точки $v = 15$ см/с. Визначити нормальне прискорення a_n точки через $t = 16$ с після початку руху.

3. Куля масою $m = 10$ г, яка летить горизонтально, попадає в підвішений на тросах довжиною $l = 1$ м ящик з піском масою $M = 1,5$ кг і застряє в ньому. Такий балістичний маятник відхилився після удару на кут $\varphi = 30^\circ$. Визначити швидкість кулі.

Варіант 5

1. З вишки кинули камінь у горизонтальному напрямку. Через проміжок часу $t = 2$ с камінь упав на землю на відстані $s = 40$ м від підстави вишки. Визначити початкову v_0 і кінцеву v швидкості каменю.

2. Диск радіусом $R = 10$ см обертається навколо нерухомої осі так, що залежність кута повороту радіуса диска від часу задається рівнянням $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($B = 1$ рад/с, $C = 1$ рад/с², $D = 1$ рад/с³). Визначити для точок на ободі диска наприкінці другої секунди після початку руху: 1) тангенціальне прискорення a_t ; 2) нормальне прискорення a_n ; 3) повне прискорення a .

3. Куля масою $m = 10$ г, яка летить горизонтально зі швидкістю $v = 200$

м/с, попадає в підвішений на тросах довжиною $l = 1$ м ящик з піском масою $M = 1,5$ кг і застряє в ньому. Визначити кут відхилення φ такого балістичного маятника.

Варіант 6

1. Радіус-вектор матеріальної точки змінюється з часом за законом $r = Ati + Btj + Ck$, де $A = 2$ м/с²; $B = 5$ м/с; $C = 3$ м. Визначити: 1) швидкість точки v ; 2) прискорення точки a ; 3) модуль швидкості точки v у момент часу $t = 4$ с.

2. Диск обертається навколо нерухомої осі так, що залежність кута повороту радіуса диска від часу задається рівнянням $\varphi = At^2$ ($A = 0,5$ рад/с²). Визначити наприкінці другої секунди після початку руху: 1) кутову швидкість диска; 2) кутове прискорення диска; 3) для точки, яка знаходиться на відстані 80 см від осі обертання, тангенціальне a_t , нормальне a_n і повне a прискорення.

3. Куля масою $m = 10$ г, яка летить горизонтально з швидкістю $v = 0,6$ км/с, попадає в мішок з піском масою $M = 10$ кг, який висить на довгому тросі і застряє в ньому. Визначити: 1) висоту на яку підніметься мішок, відхилившись після удару; 2) частку кінетичної енергії кулі, витрачену на пробивання піску.

Варіант 7.

1. Диск обертається навколо нерухомої осі так, що залежність кута повороту радіуса диска від часу задається рівнянням $\varphi = At^2$ ($A = 0,1$ рад/с²). Визначити повне прискорення a точки на ободі диска наприкінці другої секунди після початку руху, якщо лінійна швидкість цієї точки в цей момент $v = 0,4$ м/с.

2. Матеріальна точка масою $m = 2$ кг рухається під дією деякої сили F відповідно до рівняння $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, де $C = 1$ м/с². $D = -0,2$ м/с³. Визначити значення цієї сили в моменти часу $t_1 = 2$ с і $t_2 = 5$ с. У який момент часу сила дорівнює нулеві?

3. Куля масою $m_1 = 10$ кг, яка рухається зі швидкістю $v_1 = 4$ м/с, зіштовхується з кулею масою $m_2 = 4$ кг, швидкість v_2 якої дорівнює 12 м/с. Вважаючи удар центральним і абсолютно непружним, визначити швидкість v куль після удару в двох випадках: 1) мала куля наздоганяє велику кулю, яка рухається в тім же напрямку; 2) кулі рухаються назустріч одна одній.

Варіант 8.

1. Диск радіусом $R = 10$ см обертається так, що залежність лінійної швидкості точок, які лежать на ободі диска, від часу задається рівнянням $v = At$ ($A = 0,3$ м/с). Визначити момент часу, для якого вектор повного прискорення a утворить з радіусом колеса кут $\varphi = 45^\circ$.

2. Обчислити роботу A , яку виконує на шляху $s = 12$ м рівномірно зростаюча сила, якщо на початку шляху сила $F_1 = 10$ Н, наприкінці шляху $F_2 = 46$ Н.

3. Пружина жорсткістю $k = 10$ кН/м була стиснута на $x_1 = 4$ см. Яку потрібно виконати роботу A , щоб стиснення пружини збільшити до $x_2 = 8$ см?

Варіант 9

1. Тіло рухається прямолінійно. Залежність шляху, який пройшло тіло, від часу задається рівнянням $s = Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($C = 0,1$ м/с², $D = 0,03$ м/с³). Визначити: 1) через який проміжок часу після початку руху прискорення a тіла буде дорівнювати 2 м/с²; 2) середнє прискорення $\langle a \rangle$ тіла за цей проміжок часу.

2. Диск радіусом $R = 10$ см обертається так, що залежність кута повороту радіуса диска від часу задається рівнянням $\varphi = At + Bt^3$ ($A = 2$ рад/с, $B = 4$ рад/с³). Визначити для точок на ободі колеса: 1) нормальне прискорення a_n , у момент часу $t = 2$ с; 2) тангенціальне прискорення a_τ для цього ж моменту; 3) кут повороту φ_1 за якого повне прискорення утворює з радіусом колеса кут $\alpha = 45^\circ$.

3. Тіло, падаючи з деякої висоти, у момент зіткнення з Землею має імпульс $p = 100$ кг·м/с і кінетичну енергію $T = 500$ Дж. Визначити: 1) з якої ви-

соти тіло падало; 2) масу тіла.

Варіант 10

1. Рух матеріальної точки задано рівнянням: $r(t) = A(i \cos \omega t + j \sin \omega t)$, де $A = 0,5$ м; $\omega = 5$ рад/с. Накреслити траєкторію точки. Визначити модуль швидкості $|v|$ і модуль нормального прискорення a_n .

2. Диск радіусом обертається навколо нерухомої осі так, що залежність кута повороту радіуса диска від часу задається рівнянням $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($B = 1$ рад/с, $C = 1$ рад/с, $D = 1$ рад/с. визначити для точок, які відстоять від осі обертання на 8 см, наприкінці третьої секунди після руху: 1) тангенціальне прискорення a_t ; 2) нормальне прискорення a_n ; 3) повне прискорення a .

3. Маховик обертається за законом, який виражається рівнянням $\varphi = A + Bt + Ct^2$, де $A = 2$ рад; $B = 32$ рад/с; $C = -4$ рад/с². Визначити середню потужність $\langle N \rangle$, яка розвивається силами, що діють на маховик при його обертанні, до зупинки, якщо його момент інерції $J = 100$ кг·м².