РОЗДІЛ 5. КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПРЕСУВАННЯ ПРОФІЛІВ

5.1 Основні рівняння, що описують деформацію металу при пресуванні

Завдання про пресування профілів є одним із завдань теорії обробки металів тиском, що базується на механіці суцільних середовищ. Це означає, що базові рівняння, що описують крайове завдання пресування профілів, не відрізняються від рівнянь більшості інших крайових завдань ОМТ. Особливостями пресування профілів з погляду формулювання крайового завдання можна вважати виражений тривимірний характер формо змінення металу, великі деформації, істотний вплив на деформацію металу теплових процесів у вогнищі деформації. Для повноти викладу приведемо в замкнутому вигляді рівняння і граничні умови, що описують крайове завдання пресування профілів.

Диференціальні рівняння рівноваги (3 рівняння, в яких як невідомі функції входять компоненти тензора напруг σ_{ii}):

$$\sigma_{ij} = 0$$

З урахуванням симетричності тензора напруг, число цих невідомих функцій дорівнює 6. Інерційними навантаженнями в даному випадку нехтуємо.

Співвідношення зв'язку напруженого і деформованого станів (скористаємося теорією пластичного перебігу нестискуваного нелінійно-в'язкого середовища з деформаційним зміцненням):

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij}\sigma_0 + \frac{2T(H,\Lambda,t)}{H}\xi_{ij}$$

де Еіј – тензор Кронекера; уіј – компоненти тензора швидкості деформації; *H* – інтенсивність швидкості деформації здвигу; _0 – середня напруга.

Властивості, реологій металу, визначаються при такій постановці завдання тільки залежністю інтенсивності напруг здвигу *T* від інтенсивності швидкості деформації здвигу *H*, температури *t* і величини накопиченої деформації, яка обчислюється за формулою:

$$\Lambda = \int_{0}^{\tau} H d\tau$$

де _ – час деформації. Основу такого припущення складає гіпотеза єдиної кривої [11, стор. 84-85].

Залежність $T(H, t \Lambda)$ називатимемо кривою, реології матеріалу. Задається вона за наслідками пластометричних випробувань або за літературними даними для конкретного матеріалу і діапазону умов його деформації.

Нелінійність кривої, реології, є серйозною перешкодою для вирішення завдання. При використанні методу кінцевих елементів, а в деяких випадках і методу граничних елементів, для лінеаризації завдання може бути використаний метод гідродинамічних наближень [14], який є аналогом методу січного модуля А.А. Ільюшина стосовно теорії пластичної течії.

У рівняннях зв'язку напруженого і деформованого станів маємо 12 невідомих (компоненти тензорів напруг і швидкостей деформацій), які входять в 6 рівнянь алгебри.

– Рівняння Стоксу, зв'язуючи швидкості перебіг металу Vi і компоненти тензора швидкості деформації уіј (6 рівнянь, в які входять 6 компонент тензора швидкості деформації і 3 компоненти вектора швидкості течії):

$$\xi_{ij} = \frac{1}{2} \left(V_{i,j} + V_{j,i} \right)$$

Таким чином, в цілому маємо 15 невідомих функцій й 15 рівнянь, 9 з яких – диференціальні рівняння в приватних похідних.

Окрім основної системи рівнянь є ще ряд наступних умов, яким повинно задовольняти рішення. Умова постійності об'єму:

$$\delta_{ij}\xi_{ij}=0$$

Граничні умови на поверхні контакту деформуючого інструменту (матриця, внутрішні стінки контейнера, робоча поверхня пуансона) і металу задані у вигляді змішаних умов. У напрямі, нормальному до поверхні контакту швидкість перебігу металу V_n повинна тат рівної швидкості руху інструменту w_n . Цю умову іноді називають умовою непроникності інструменту або умовою обтікання інструменту. Записується воно таким чином:

$$V_n - w_n = 0$$

Інша умова на поверхні контакту металу і деформуючого інструменту пов'язана з дією напруг тертя. Його формулювання розбивається на дві частини, пов'язані з напрямом дії і величиною напруг тертя. У першій частині необхідно забезпечити узгодження напряму швидкості ковзання металу по інструменту V_i і дії напруг тертя у кожній точці контакту. Записується ця умова таким чином:

$$\sigma_{\tau i} = \left| \overrightarrow{\sigma_{\tau}} \right| \frac{\Delta V_i}{\left| \Delta V_i \right|}$$

У тривимірному випадку дана умова не може бути задана в явному вигляді, оскільки швидкість ковзання наперед не відома і підлягає визначенню з рішення. З цієї причини різні автори пропонують алгоритми ітераційного уточнення напряму дії напруги тертя. Ця проблема докладніше буде розглянута далі при рішенні тривимірних задач пресування за допомогою методу кінцевих елементів. У другій частині умови на поверхні контакту у напрямі дії задається ïχ відповідно напруг тертя величина ДО використовуваного закону тертя. Дослідження у області моделювання процесів пресування показали, що якнайкращі результати дає використання закону тертя, одержаного з експериментальних досліджень А.Н. Льованова [21]:

$$\sigma_{\tau} = K_{\Pi} \left[1 - \exp\left(\frac{1,25\sigma_n}{\sigma_s}\right) \right] \tau_s$$

де К_п – константа поверхні; _s – опір металу пластичної деформації на зрушення; _n – нормальна контактна напруга; _s – опір металу пластичної деформації.

Граничні умови на вільних поверхнях задаються в напругах, за відсутності натягнення переднього кінця:

$$\sigma_i = 0$$

При натягненні $\sigma_x = 0$; $\sigma_y = 0$; $\sigma_z = \sigma_{nam}$ (z – напрям пресування).

Строго кажучи, поверхня контакту металу з інструментом і вільна поверхня металу наперед не визначені. При пресуванні профілів це може виявлятися за певних умов у вигляді відходу металу від поверхні робочого поясочка матриці або утворення у тяжини на останній стадії процесу. З цієї причини для визначення, чи знаходиться точка на контакті з деформуючим інструментом, використовують умову відриву – нормальні напруги _*n* на контакті можуть бути такими, що тільки стискають:

_*n*<0

Оскільки умова записана у вигляді нерівності, це породжує певні труднощі, пов'язані з необхідністю додаткового ітераційного процесу по уточненню дійсної поверхні контакту. Вперше той факт, що граничні умови в завданнях ОМТ формулюються у вигляді нерівностей був досліджений В.І. Кузьменко (у тому числі і стосовно процесу пресування [16]).

Крайове завдання пресування профілів має також і варіаційне формулювання. Гідністю її є пониження порядку похідних на одиницю, формулювання завдання у вигляді одного варіаційного принципу, деякі спрощення при задоволенні граничних умов на вільних поверхнях і на поверхнях, на яких задані всі три компоненти швидкості течії. Опускаючи ряд подробиць, істотно важливих для обгрунтування існування варіаційного формулювання, (їх можна знайти в книгах [9]), вкажемо лише один з найбільш поширених варіаційних принципів, вживаних для моделювання пластичної деформації нестискуваних матеріалів – принцип А.А. Маркова:

$$J = \iint_{V} \left(\iint_{0}^{H} T dH \right) dV + \iint_{V} \sigma_{0} \xi_{0} dV - \iint_{F} \sigma_{\tau} v_{\tau} dF$$

де v₋ – повна швидкість ковзання металу по інструменту; F – поверхня контакту інструменту і металу; у₀ – швидкість деформації всебічного

стиснення. У даному варіаційному принципі рішення шукається виходячи з умови стаціонарності функціонала на полях швидкості перебігу *Vi* і середньої напруги _0.

Формулювання крайового теплового завдання буде дане в розділі, присвяченому температурі пресування. Відзначимо тільки, що результати рішення теплової задачі і завдання визначення формо змінення металу істотно зв'язані між собою через криву, реології матеріалу, виділення тепла пластичної деформації і тепла тертя металу при ковзанні по поверхні інструменту. З цієї причини необхідно вирішувати зв'язану термо-в'язкопластичну задачу.

5.2 Основні рівняння моделі теплових процесів при пресуванні

Розглянемо постановку завдання теплопровідності стосовно процесу пресування профілів. Основу її складає рівняння нестаціонарної теплопровідності, записане в наступному вигляді:

$$c_{eff}(t)\rho(t)\frac{dt}{d\tau} = div(k(t)grad(t)) + q_{def}$$

де &(t) – щільність металу, кг/м³; t – температура (K); τ – час, c; $\rho(t)$ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/м; $c_{eff}(t)$ – приведена теплоємність (з урахуванням тепла алотропічного перетворення), Дж/кг До; $qr\alpha d$ – потужність пластичної деформації на одиницю об'єму Вт/м³:

$$q_{def} = 0.9\sigma_u \xi_u$$

Граничні умови задаються відповідно до закону конвективного теплообміну (граничні умови третього роду):

$$q_{conv} = \alpha (t - t_{\infty})$$

де q_{conv} – теплова енергія, яка передається через одиницю поверхні за одиницю часу, Вт/м²; D – коефіцієнт теплопередачі, Вт/м²К; t_{∞} – температура навколишнього середовища (у разі контакту металу з інструментом – температура поверхні матриці або контейнера).

На контакті металу, що деформується, з інструментом відбувається виділення тепла унаслідок тертя ковзання металу по інструменту. Потужність, що виділяється в цьому випадку у вигляді тепла визначається виразом:

$$q_{fr} = 0.9\sigma_{\tau}v_{r}$$

При цьому як у разі тепла деформації, так і тепло від тертя ковзання, не вся енергія виділяється у вигляді тепла. Звичайно передбачається, що близько 10% цій енергії переходить в енергію внутрішніх дефектів в металі, а не в теплову енергію. Тепло, що виділяється унаслідок тертя, частково переходить в метал, а частково – в інструмент. Можна приблизно прийняти, що це тепло розподіляється пропорційно абсолютним температурам металу і інструменту в точці їх зіткнення. Таким чином, частина тепла тертя, перехідна в метал запишеться таким чином:

$$q_{fr->met} = \frac{q_{fr}T_{tool}}{T_{met} + T_{tool}}$$

де T_{tool} – абсолютна температура інструменту; *T_{met}* – абсолютна температура металу в конкретній точці контакту з інструментом.

Постановка завдання теплопровідності при пресуванні можлива у варіаційному формулюванні. При цьому дійсне поле температури повинне задовольняти умові мінімуму наступного функціонала:

$$J = \int_{V} \left[\frac{k(t)}{2} \left(\left(\frac{dt}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dt}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dt}{dz} \right)^2 \right) - Qt \right] dV + \int_{S} \frac{\alpha}{2} (t - t_{\infty})^2 dS + \int_{S} q_{fr \to met} t dS$$

де Q – функція, що враховує додаткові тепловиділення:

$$Q = q_{def} + \frac{dt}{d\tau}$$

Останній член виразу пов'язаний з нестаціонарною теплових процесів. При рішенні теплових задач методом кінцевих елементів або варіаційнорізницевим методом, цей член замінюється кінцево-різним аналогом.

В деяких випадках при рішенні теплової задачі пресування розглядають характерну фазу цього процесу. В цьому випадку похідні за часом пропадають, а в рівнянні теплопровідності і у функціоналі з'являються конвективні члени. Проблеми, що з'являються при такому формулюванні і шляху їх рішення будуть далі розглянуті.

5.3 Приклади рішення тестових задач пресування профілів

Як приклад розглянемо стаціонарну фазу процесу пресування різних профілів при чиннику тертя m=0,1. Діаметр контейнера у всіх випадках дорівнює 90 мм. Матеріал – жорстко-в'язкопластичне середовище. Розглянемо пресування прямокутної штаби 20х40 мм. Для цього випадку варіант розташування каналу матриці очевидний, оскільки процес має дві площини симетрії. З цієї причини розглянемо цей варіант як тестовий, вважаючи, що швидкості на виході з вогнища деформації повинні бути строго паралельні осі пресування.

На рис. 5.1, *а* показано векторне поле швидкостей, одержане в результаті рішення. Для спрощення сприйняття вектора показані тільки на торці профілю і показана тільки частина сітки, відповідна області найбільш інтенсивної течії. Для порівняння на рис. 5.1, *б* показано рішення для випадку несиметричного розташування каналу матриці в цьому завданні, по векторній діаграмі видно напрям вигину профілю.



Рисунок 5.1 – Рішення тестової задачі пресування для зміщеного каналу матриці

Практичні завдання звичайно пов'язані з підбором положення каналу матриці для профілю складного перетину. Розглянемо пресування несиметричного куточка. На рис. 5.2 показані варіанти розташування каналу матриці, для яких виконувався розрахунок і векторні діаграми швидкостей на торці профілю (вигляд з боку профілю). Для розташування каналу, відповідного рис. 5.2, *а*, показана інша проекція сітки і векторної діаграми швидкостей (рис. 5.3). Як видно з векторних діаграм, у всіх випадках ми маємо різні поєднання вигину профілю з його крученням.



Рисунок 5.2 – Результати моделювання впливу положення каналу матриці на напрям перебігу кінця профілю

Очевидно, що для багатьох профілів підбором положення каналу матриці не вдасться забезпечити ідеально прямолінійний вихід профілю. У цих випадках, вибравши варіант з мінімальним викривленням профілю, далі можна підбирати інші параметри калібрування чи переходити до іншої схеми пресування (наприклад, багато ниткової). Аналіз таких схем також можливий в рамках даної моделі.

Отримані результати свідчать про можливість підбору оптимального розташування каналу матриці при розробці технології пресування профілів, не виконуючи дорогих промислових експериментів. При цьому структура початкових даних моделі така, що графічна інформація про форму профілю, контейнера і інших елементів калібрування прочитуються у форматі більшості популярних



Рисунок 5.3 – Векторне поле швидкостей на кінці профілю

САD-систем, що значно спрощує роботу з підготовки даних для розрахунку. У поєднанні з автоматичною генерацією сітки, це зводить до мінімуму вимоги до кваліфікації технолога у області чисельних методів.

Використання одержаних рішень можливо також для детального аналізу напружено-деформованого стану металу і прогнозу виникнення браку не тільки по кривизні і скручуванню профілю. Перебіг металу по дзеркалу матриці є одним з результатів розрахунку, для якого можливо зіставлення з експериментальними даними.

Виконаємо розрахунок пресування приведених профілів. У цих розрахунках приймалися наступні умови. Матеріал – жорстко-пластичне середовище Мізеса, чинник тертя прийнятий 0,2. Довжина контейнера складала 100 мм. Моделювалося ізотермічне пресування. Прийняти які те конкретніші умови було неможливе, оскільки ці дані не були приведені в роботі [22].

Зіставлення векторного поля швидкостей перебігу металу по дзеркалу матриці з лініями струму, які видно на залишках пресу, показує якісна відповідність розрахункових і експериментальних даних. Одним з достовірних методів тестування тривимірних моделей може служити отримання за допомогою тривимірної моделі рішення двомірної задачі та зіставлення з двомірним рішенням. Як тестове двомірне рішення виберемо модель на основі МГЭ. Вибір МГЭ для тестування тривимірної моделі обумовлений тим фактом, що МГЭ заснований на абсолютно інших теоретичних

передумовах, чим МКЭ і має з МКЭ мінімум загальних рис. Таким чином, порівняння цих рішень і факт їх збігу в загальній області застосовності буде достовірнішим доказом адекватності тривимірної моделі, чим порівняння з двомірною звичайно-елементною моделлю, яка має багато загальних рис з тривимірною і може містити загальні джерела погрішності. Разом з тим, деякі тести виконані і за допомогою програми FORM2d, яка моделює процеси плоскої і осесиметричної деформації методом кінцевих елементів (програма надана фірмою Квантор-Софтвер для виконання наукових досліджень).

Розглянемо завдання пресування прямокутної штаби розміром 10х100 мм з прямокутного контейнера завдовжки 200 мм і перетином 100х200 мм. При цьому з достатньо високою точністю можна вважати деформацію плоскою і виконати моделювання цього процесу як за допомогою тривимірної моделі, так і за допомогою двомірної, побудованої на основі МГЭ. Оскільки найбільшу точність МГЭ має при моделюванні перебігу лінійно-в'язкого середовища, зупинимося в приведених нижче прикладах на цій моделі

чину в'язкості 1 МПа/с. Виключимо також погрішність завдання граничних умов, прийнявши величину чинника тертя рівну нулю. Розглядатимемо два варіанти пресування, що відрізняються положенням каналу щодо осі симетрії контейнера. На рис. 5.4, *a* і Рис. 5.4, *б* показані ці варіанти і величина зсуву каналу щодо осі симетрії. Радіус закруглення переходу в канал матриці 3 мм, довжина поясочка 1 мм. Розглянемо рішення даної задачі методом граничних елементів.

На рис. 5.5 показано розподіл швидкостей Vx і Vz, уздовж осі AB відповідно до рис. 5.4. Варіанти 1 і 2 відповідають рис. 5.4, *a* і 5.4, *б*. Напрям пресування співпадає з віссю Z. З векторів швидкостей на рис. 5.4 і відповідних кривих на рис. 5.5 видно зменшення поперечної швидкості перебігу металу у міру наближення каналу до центральної осі контейнера.



Рисунок 5.4 – Векторне поле швидкостей, одержане при моделюванні плоского завдання пресування методом граничних елементів

На рис. 5.6 показане розподіл середньої напруги уздовж осі АВ. Цей розподіл практично не залежить від положення каналу.



Рисунок 5.5 – Зміна швидкості перебіг металу уздовж осі пресування, одержаний за допомогою МГЭ для двох варіантів розташований



Рисунок 5.6 – Зміна середньої напруги уздовж осі пресування, одержана за допомогою МГЭ для двох варіантів розташування каналу

Розглянемо рішення цієї ж задачі за допомогою розробленої програми тривимірного моделювання. На рис. 5.5 показана розрахункові звичайноелементні сітки, відповідні варіантам 1 (рис. 5.7, а) і 2 (рис. 5.7, б).



Рисунок 5.7 – Сітки кінцевих елементів, використані для моделювання за допомогою тривимірної моделі

Розподіл швидкості уздовж осі пресування, одержані в результаті рішення тривимірних задач показані на рис. 5.8 і рис. 5.9. В цілому, можна відзначити хорошу відповідність розподілів швидкості, одержаних різними методами. Так, для варіанту 1 по величині V_x на відстані 100 мм від площини матриці у бік вільного кінця різниця складає 5%. Для варіанту 2 ця ж величина рівна 12%. Проте, це максимальні значення відхилень, зміряні у області їх максимального посилення за рахунок руху вільного кінця значної довжини як жорсткого цілого.

У решті областей середовища, що деформується, різниця менша. По величині V, в усіх точках різниця між рішеннями нехтує мала. По величині середньої напруги відносна різниця між рішеннями не перевищує 4% за винятком зони різкого збільшення напруг при вході в канал матриці. Це збільшення дуже слабке виражено на рішенні, одержаному за допомогою МГЭ і виразно видно на тривимірній моделі (рис. 5.9). Це пояснюється тим, що тривимірний генератор сітки автоматично істотно згущує сітку в поясочку, тоді як в гранично-елементній моделі на осі пресування сітка не була достатньо густою для моделювання цього локального ефекту



Рисунок 5.8 – Зміна швидкості металу уздовж осі пресування, одержана за допомогою тривимірної моделі



Рисунок 5.9 – Зміна середньої напруги уздовж осі пресування, одержана за допомогою тривимірної моделі

Для більшої переконливості тестування виконаємо порівняння результатів розрахунку по розробленій моделі з розрахунком за програмою FORM2d у області застосовності останньої. Умови виконання розрахунків наступні. Пресований матеріал - технічно чистий алюміній з добавкою 1% магнію. Висота поясочка 5 мм, чинник тертя 0,5. Висота і ширина контейнера 100 мм. Ширина штаби 10 мм. На жаль, програма FORM2d не дозволяє побудувати графік розподілу швидкості, з цієї причини обмежимося порівнянням одержаних полів і форми вільного кінця. На рис. 5.10 показана форма вільного кінця і деформована координатна сітка (рис. 5.10, *a)* і поле швидкості *Vx* (рис. 5.10, б). На рис. 5.11 показане рішення аналогічної тривимірної задачі і також поле швидкості Vv. Зіставлення цих рішень між собою також показує як якісний, так і кількісний збіг результатів.



Рисунок 5.10 – Результати моделювання за допомогою програми F0RM2d процесу пресування в умовах плоского деформованого стану: а - форма вільного кінця і деформована координатна сітка; б - поле швидкості V_x



Рисунок 5.11 – Результати тривимірного моделювання пресування в умовах плоского деформованого стану металу

У даному прикладі виявляються особливості пресування при малій висоті контейнера, що має місце в фазах завершення пресування. Зокрема, відбувається віддзеркалення металу від поясочка матриці і вигин профілю в напрямі, протилежному напряму вигину на рис. 5.4. Для детального аналізу цього процесу був проведений додатковий розрахунок, в якому канал матриці був зміщений від осі симетрії ще на 30 мм. Одержана картина деформації і поле швидкостей у напрямі пресування показані на рис. 5.12. Ефект віддзеркалення виявляється в тому, що не дивлячись на явне прагнення металу згинатися убік від осі симетрії (про що свідчить відрив металу від каналу матриці, виділений на рис. 5.12), завдяки дії поясочка на протилежній стороні профілю, вигин відбувається в протилежному напрямі.



Рисунок 5.12 – Розрахунок за допомогою програми F0RM2d процесу відшаровування металу від стінок робочого поясочка

Оскільки попередні тести показали достатньо високу достовірність рішення тривимірної задачі при моделюванні лінійно-в'язкого середовища, подальшим етапом тестування є аналіз рішення для реальних властивостей реологій металу при тривимірній течії. На цьому етапі тестування неможливо використовувати порівняння з іншими рішеннями у області застосовності останніх, оскільки існуючі теоретичні моделі вирішити таке тестове завдання не в змозі. З цієї причини скористаємося результатами експериментального дослідження процесу багатоканального пресування, опублікованими в роботі. Відповідно до умов експерименту, приведених в цих роботах, розглянемо процес пресування штаби з циліндрового контейнера. Схема розташування, номери і розміри каналів показані на рис. 5.13 за даними роботи. Пресований матеріал - свинець, що володіє властивостями, реологій, наближеними до жорстко-пластичного середовища. Крива, реології використовуваного свинцю, приведена в книзі [15]. Умови тертя - гладка шліфована поверхня матриці з мастилом. Чинник тертя для цих умов прийнятий 0,1. Швидкість пресування 1 мм/с. Калібруючи поясочки відсутні. Розглянуті два варіанти пресування - з розташуванням каналів по центру матриці і розташування, зміщене уздовж ряду каналів на величину 19 мм.



Рисунок 5.13 – Схема розташування каналів при експериментальному дослідженні багатоканального пресування

Зіставлення теоретичних і експериментальних даних дозволяє зробити наступні висновки.

• При реальних властивостях реологій пресованого матеріалу модель вірно передбачає зміну розподілу швидкостей закінчення при зсуві каналів по дзеркалу матриці.

• Модель досить добре змоделювала процес багатоканального пресування.