

Практичні заняття 3-4

Алгебраїчні методи геометрії (векторний, координатний)

Розв'язати афінних задач

- 1) Довести, що коли точка B лежить між точками A і C , тоді, коли $AC = AB + BC$.
- 2) Довести, що середня лінія трикутника паралельна основі та дорівнює її половині.
- 3) В паралелограмі $ABCD$ з вершини B проведено пряму, яка перетинає сторону AD в точці E і ділить її у відношенні 1:2. В якому відношенні BE ділить діагональ AC ?
- 4) В паралелограмі $ABCD$ на сторонах доно точки E та F так, що $(CE, D) = 2$, $(BF, C) = -3$. В якому відношенні пряма EF ділить діагональ AC ?
- 5) В трикутнику ABC проведено медіану AD . На продовженні сторони BC задано таку точку E , що $BC = CE$, а на стороні AC – точку F , що $AF = FC$. В якому відношенні пряма EF ділить сторону AB і медіану AD ?
- 6) Через зовнішню точку E трикутника ABC проведено пряму d , паралельну стороні AC , яка перетинає BC в точці H і $CH:HB = 2:1$. Відомо також, що $AD:DB = 1:3$, де D - точка перетину EC з AB . Нехай F - точка перетину d з AB . Знайти відношення $EF:FH$, $AD:DF$, $ED:DC$.
- 7) Дано паралелограм $ABCD$ і пряма d , паралельну стороні AD . Нехай AB і d перетинаються в точці E , CD і d - в точці F , BD і d - в точці G , AC і d - в точці H , BD і AC – в точці O , причому $AE:EB = 2:1$ знайти відношення $EG:GH$, $GH:HF$, $BG:GO$, $GO:OD$.
- 8) Довести, що бісектриси внутрішніх кутів трикутника перетинаються в одній точці.

Розв'язання метричних задач

- 1) Довести, що коли $AC = AB + BC$, тоді точка B лежить між точками A і C .

2) Довести, що коли кут C трикутника ABC тупий, то має місце нерівність $\cos 2A + \cos 2B - \cos 2C > 1$.

Вказівка. Скористаємось очевидною нерівністю $\overline{CA} \cdot \overline{CB} < 0$ або $(\overline{OA} - \overline{OC})(\overline{OB} - \overline{OC}) < 0$.

3) Дана прямокутна трапеція $ABCD$, кут A - прямий. Висота AB дорівнює 5, $AD = 5, BC = 3$. На сторонах BC та CD вибрано точки E та F так, що $\frac{BE}{EC} = \frac{2}{1}$, $CF = FD$. Відрізки AE та BF перетинаються в точці O . Знайти площу чотирикутника $AOFD$.

Вказівка. Введемо прямокутну систему координат з центром в точці A і осями AD і AB . Координати точки O мають вигляд $\left(\frac{8}{5}, 4\right)$.

4) Довести першу ознаку рівності трикутників.

5) Довести другу ознаку рівності трикутників.

6) Довести третю ознаку рівності трикутників.

7) Довести, що коли гіпотенуза і гострий кут одного прямокутного трикутника відповідно дорівнюють гіпотенузі і гострому куту іншого прямокутного трикутника, то ці трикутники рівні між собою.

8) Довести, що коли гіпотенуза і катет одного прямокутного трикутника відповідно дорівнюють гіпотенузі і катету іншого прямокутного трикутника, то ці трикутники рівні.

9) Довести, що бісектрисою кута є множина точок, рівновіддалених від сторін кута.

10) Довести, що кути при основі рівнобедреного трикутника рівні між собою. Чи вірна обернена теорема?

11) Довести, що медіана рівнобедреного трикутника є його бісектрисою і висотою.

12) Довести, що зовнішній кут трикутника більший за кожен внутрішній, не суміжний з ним.

13) Довести, що у трикутнику проти більшої сторони лежить більший кут. Чи вірна обернена теорема?