Індивідуальне завдання

1. Довести, що вектори $\bar{a},\bar{b},\bar{c}$ утворюють базис, знайти координати вектора $\bar{d}$ в цьому базисі.

2. Задано базис $(\bar{e}_1,\bar{e}_2,\bar{e}_3)$, вектори якого виражені через орти прямокутної декартової системи координат $(\bar{i}_1,\bar{i}_2,\bar{i}_3)$.

Визначити:

а) праву чи ліву систему координат утворює базис $(\bar{e}_1,\bar{e}_2,\bar{e}_3)$;

б) вектори взаємного базису $\bar{e}^1,\bar{e}^2,\bar{e}^3$;

в) об'єми паралелепіпедів побудованих на векторах основного й взаємного базисів;

г) ко– і контраваріантні компоненти вектора $\bar{a}$;

д) ко– і контраваріантні компоненти метричного тензора.

3. Задано компоненти тензора другого рангу $\hat{A}$ в базисі $(\bar{i}_1,\bar{i}_2,\bar{i}_3)$ й новий базис $(\bar{e}_1,\bar{e}_2,\bar{e}_3)$. Знайти аналогічні за будовою компоненти тензора $\hat{A}$ в новій системі координат.

4. Задано тензор T^{ij} і вектор A_k. Знайти вектор, утворений множенням тензора на вектор із подальшою згорткою за першим індексом тензора й індексом вектора.

5. Задано скалярне поле $u(x_1,x_2,x_3)$ й точки M_0, M.

Знайти:

а) поверхні рівня, що проходять через точки M_0 і M.

б) похідну поля u в точці M_0 в напрямку вектора $\overline{M_0M}$.

в) напрям і швидкість найбільшого зростання поля u в точці M_0.

6. Знайти потік векторного поля $\bar{A}$ через поверхню S. Обчислення провести двома способами: безпосередньо і за теоремою Остроградського - Гауса.

7. Знайти циркуляцію векторного поля $\bar{A}$ уздовж контуру L. Обчислення провести двома способами: безпосередньо і за теоремою Стокса.

8. Переконатися, що векторне поле $\bar{A}$ є потенціальним і знайти його скалярний потенціал.

9. Переконатися, що векторне поле $\bar{A}$ є соленоїдальним і знайти його векторний потенціал.

10. Обчислити в криволінійній системі координат.

11. Обчислити потік векторного поля $\bar{A}$ через поверхню S, в криволінійній системі координат.

12. Обчислити циркуляцію векторного поля $\bar{A}$ уздовж контуру L в криволінійній системі координат.

<u>Зауваження:</u> В задачах 1 - 6 використовуються нижні індекси для позначення декартових координат, тому що в прямокутній декартовій системі координат взаємний базис збігається з основним, коваріантні компоненти вектора збігаються з контраваріантними компонентами, при виконанні роботи допускається замінити декартові координати (x_1, x_2, x_3) на (x, y, z). *В задачах 11-12 циліндричні координати позначені* (r, φ, z), *сферичні –* (ρ, θ, φ).

Варіант 1

1. $\bar{a} = \bar{i}_1,\ \bar{b} = \bar{i}_1 + \bar{i}_2,\ \bar{c} = 2\bar{i}_1 + \bar{i}_3,\ \bar{d} = \bar{i}_1 - \bar{i}_2 + \bar{i}_3$.
2. $\bar{e}_1 = -4\bar{i}_1 + 2\bar{i}_2,\ \bar{e}_2 = 3\bar{i}_1 + 3\bar{i}_2,\ \bar{e}_3 = 2\bar{i}_3,\ \bar{a} = \bar{i}_1 - \bar{i}_2 + 5\bar{i}_3$.
3. $\hat{A} = \left\| a^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{Vmatrix},\ \bar{e}_1 = -4\bar{i}_1 + 2\bar{i}_2,\ \bar{e}_2 = 3\bar{i}_1 + 3\bar{i}_2,\ \bar{e}_3 = 2\bar{i}_3$.
4. $\left\| T^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 7 & 0 & 5 \\ 3 & 4 & 1 \end{Vmatrix},\ \left\| A_k \right\| = \begin{Vmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{Vmatrix}$.
5. $u = \left(x_1^2 - x_2^2 + x_3^2\right)^5\ M_0(1;1;1),\ M(0;1;0)$.
6. $\bar{A} = x_1^2\bar{i}_1 + x_2^2\bar{i}_2 + x_3^2\bar{i}_3,\ S: x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1,\ x_1 = 0, x_2 = 0,\ x_3 = 0$
7. $\bar{A} = \left(x_1^2 + x_3^2\right)\bar{i}_1 - 3x_1x_2\bar{i}_3,\ L: x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1,\ x_3 = \frac{1}{2}$.
8. $\bar{A} = 2x_1x_2\bar{i}_1 + \left(x_1^2 - 2x_2x_3\right)\bar{i}_2 - x_2^2\bar{i}_3$.
9. $\bar{A} = 3x_1x_2^2\bar{i}_1 - \left(x_2^3 + x_3^2x_2\right)\bar{i}_2 + \frac{1}{3}x_3^3\bar{i}_3$.
10. $grad(U)$, де $U = 2\rho^2\cos\varphi(1 - 2\sin\theta)$.
11. $\bar{A} = \frac{1}{\rho}\sin\theta\bar{e}_\rho + b^3\cos\varphi\bar{e}_\theta$ через поверхню сфери $\rho = b$.
12. $\bar{A} = \sin^2 2\varphi\bar{e}_\rho + \rho^2\bar{e}_\varphi$, уздовж кола $\rho = 1,\ \theta = \frac{\pi}{2}$.

Варіант 2

1. $\bar{a} = 3\bar{i}_1 - \bar{i}_2,\ \bar{b} = \bar{i}_1 - \bar{i}_2 + 5\bar{i}_3,\ \bar{c} = 7\bar{i}_1 + 3\bar{i}_2,\ \bar{d} = 4\bar{i}_1 - 2\bar{i}_2 + 5\bar{i}_3$.
2. $\bar{e}_1 = \bar{i}_1,\ \bar{e}_2 = \bar{i}_1 + \bar{i}_2,\ \bar{e}_3 = \bar{i}_1 - \bar{i}_2 + 5\bar{i}_3,\ \bar{a} = 7\bar{i}_1 - 3\bar{i}_2 + 2\bar{i}_3$.
3. $\hat{A} = \left\| a^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 6 & 2 & -5 \\ 8 & -3 & 8 \end{Vmatrix},\ \bar{e}_1 = \bar{i}_1,\ \bar{e}_2 = \bar{i}_1 + \bar{i}_2,\ \bar{e}_3 = \bar{i}_1 - \bar{i}_2 + 5\bar{i}_3$.

4. $\|T^{ij}\| = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{Vmatrix}$, $\|A_k\| = \begin{Vmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{Vmatrix}$.

5. $u = \left(x_1^2 + 2x_2^2 - x_3\right)^3$ $M_0(1;1;2)$, $M(0;0;1)$.

6. $\bar{A} = \left(x_1^2 - x_2^2\right)\bar{i}_1 + 2x_1x_3\bar{i}_2 - x_2\bar{i}_3$, $S: x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{4}x_3 = 1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0$

,

$x_3 = 0$

7. $\bar{A} = \left(x_1^2 + 2x_2x_3\right)\bar{i}_1 + \left(x_2^2 - x_1\right)\bar{i}_3$, $L: x_1^2 + x_2^2 = 4$, $x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$.

8. $\bar{A} = x_3x_2^2\bar{i}_1 + 2x_1x_2x_3\bar{i}_2 + x_1x_2^2\bar{i}_3$.

9. $\bar{A} = 2x_2x_3\bar{i}_1 + \left(x_2 + x_3^2x_1\right)\bar{i}_2 + \left(x_1^3 - x_3\right)\bar{i}_3$.

10. $rot(\bar{e}_r)$, де $\bar{e}_r$ - одиничний орт циліндричної системи координат.

11. $\bar{A} = \frac{\sin^4\theta}{\rho^2}\bar{e}_\rho + \frac{\theta\sin\varphi}{\rho^2}\bar{e}_\theta + a^3\rho\bar{e}_\varphi$ через поверхню сфери $\rho = a$.

12. $\bar{A} = \cos^2 2\varphi\bar{e}_r + \left(r^3 + z^3\right)\bar{e}_\varphi + 5r\bar{e}_z$, уздовж кола $r = 1$, $z = 1$.

Варіант 3

1. $\bar{a} = 2\bar{i}_1 + 3\bar{i}_2 - \bar{i}_3$, $\bar{b} = -\bar{i}_3$, $\bar{c} = 5\bar{i}_2 + 2\bar{i}_3$, $\bar{d} = 2\bar{i}_1 + 3\bar{i}_2 + 7\bar{i}_3$.

2. $\bar{e}_1 = -\bar{i}_3$, $\bar{e}_2 = \bar{i}_1 + 5\bar{i}_2$, $\bar{e}_3 = -\bar{i}_1 + \bar{i}_2$, $\bar{a} = 3\bar{i}_1 - 4\bar{i}_2 + 2\bar{i}_3$.

3. $\hat{A} = \|a^{ij}\| = \begin{Vmatrix} -5 & 3 & 10 \\ 8 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -3 \end{Vmatrix}$, $\bar{e}_1 = -\bar{i}_3$, $\bar{e}_2 = \bar{i}_1 + 5\bar{i}_2$, $\bar{e}_3 = -\bar{i}_1 + \bar{i}_2$.

4. $\|T^{ij}\| = \begin{Vmatrix} 1 & 7 & 0 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$, $\|A_k\| = \begin{Vmatrix} 2 \\ 7 \\ -3 \end{Vmatrix}$.

5. $u = \left(x_1^2 + 3x_2 - x_3^2\right)^4$, $M_0(2;-1;0)$, $M(1;1;1)$.

6. $\bar{A} = (x_1 + 3x_2x_3)\bar{i}_1 + (3x_1 - x_3)\bar{i}_2 + (x_1 + x_2)\bar{i}_3$, $S: x_1 - \frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{5}x_3 = 1$,

$x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$.

7. $\bar{A} = x_1x_2\bar{i}_1 - x_1^2\bar{i}_2 + x_2\bar{i}_3$, $L: x_1^2 + x_3^2 = 16$, $x_1 + x_2 = 1$.

8. $\bar{A} = 2x_1x_2\bar{i}_1 + \left(x_1^2 - 2x_2x_3\right)\bar{i}_2 - x_2^2\bar{i}_3$.

9. $\bar{A} = \left(x_1^2 + x_2^2 - x_3\right)\bar{i}_1 + (x_2x_3 - 2x_2x_1)\bar{i}_2 + \frac{1}{2}\left(x_1^2 - x_3^2\right)\bar{i}_3$.

10. $div\left(\rho\bar{e}_\varphi\right)$ в сферичній системі координат.

11. $\bar{A} = r^3\bar{e}_r + \cos\varphi\bar{e}_z$ через поверхню $S:\ z = 0,\ z = 1,\ r = 1$.

12. $\bar{A} = \rho^2\bar{e}_\rho + \rho\cos2\varphi\bar{e}_\theta$ уздовж кола $\rho = 1,\ \varphi = \frac{\pi}{4},\ \varphi = \frac{5\pi}{4}$.

Варіант 4

1. $\bar{a} = \bar{i}_1 - \bar{i}_2 - \bar{i}_3,\ \bar{b} = 2\bar{i}_2 + \bar{i}_3,\ \bar{c} = 7\bar{i}_1 - \bar{i}_3,\ \bar{d} = \bar{i}_1$.
2. $\bar{e}_1 = 2\bar{i}_2 + 6\bar{i}_3,\ \bar{e}_2 = \bar{i}_1 - \bar{i}_2,\ \bar{e}_3 = \bar{i}_1 + 2\bar{i}_3,\ \bar{a} = -7\bar{i}_1 + 6\bar{i}_2 + \bar{i}_3$.
3. $\hat{A} = \left\|a^{ij}\right\| = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 9 \\ 2 & 11 & 0 \\ 5 & 6 & 1 \end{Vmatrix},\ \bar{e}_1 = 2\bar{i}_2 + 6\bar{i}_3,\ \bar{e}_2 = \bar{i}_1 - \bar{i}_2,\ \bar{e}_3 = \bar{i}_1 + 2\bar{i}_3$.
4. $\left\|T^{ij}\right\| = \begin{Vmatrix} -8 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{Vmatrix},\ \left\|A_k\right\| = \begin{Vmatrix} -3 \\ 0 \\ 5 \end{Vmatrix}$.
5. $u = \left(x_1 + x_2^2 - 2x_3^2\right)^7,\ M_0(2;1;1),\ M(0;-1;1)$.
6. $\bar{A} = 4x_1^2\bar{i}_1 - x_2x_3\bar{i}_2 + x_1\bar{i}_3,\ S: x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{6}x_3 = 1,\ x_1 = 0, x_2 = 0$,
$x_3 = 0$.
7. $\bar{A} = x_2\bar{i}_1 + 4x_1x_3\bar{i}_3,\ L: x_1^2 + x_3^2 = 16,\ x_1 + \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{4}x_3 = 1$.
8. $\bar{A} = \left(3x_2x_1^2 - x_2^3\right)\bar{i}_1 + \left(x_1^3 - 3x_1x_2^2\right)\bar{i}_2$.
9. $\bar{A} = \left(x_2^3 + x_3\right)\bar{i}_1 + \left(3x_1x_3 - x_2\right)\bar{i}_2 + \left(x_2^3 + x_3\right)\bar{i}_3$.
10. $rot\left(\bar{e}_\varphi\right)$, де $\bar{e}_\varphi$ - одиничний орт циліндричної системи координат.
11. $\bar{A} = \rho^3\bar{e}_\rho + \cos^2\varphi\bar{e}_\theta$, через поверхню $S:\ \rho = 1$.
12. $\bar{A} = r\bar{e}_r + a^2\sin\varphi\bar{e}_\varphi + z\bar{e}_z$, уздовж контуру $L:\ r = 2,\ z = 5$.

Варіант 5

1. $\bar{a} = 2\bar{i}_1 + 3\bar{i}_2 - \bar{i}_3,\ \bar{b} = 4\bar{i}_2 + 5\bar{i}_3,\ \bar{c} = 8\bar{i}_1,\ \bar{d} = 3\bar{i}_1 + 7\bar{i}_2$.
2. $\bar{e}_1 = 2\bar{i}_2 + 4\bar{i}_3,\ \bar{e}_2 = 6\bar{i}_1 + \bar{i}_2,\ \bar{e}_3 = 3\bar{i}_1 + \bar{i}_2 + 5\bar{i}_3,\ \bar{a} = 7\bar{i}_1 - 6\bar{i}_2 + 9\bar{i}_3$.

3. $\hat{A} = \left\| a^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 2 & 3 & 9 \\ 7 & 0 & 8 \\ 5 & 6 & 11 \end{Vmatrix}$, $\bar{e}_1 = 2\bar{i}_2 + 4\bar{i}_3$, $\bar{e}_2 = 6\bar{i}_1 + \bar{i}_2$, $\bar{e}_3 = 3\bar{i}_1 + \bar{i}_2 + 5\bar{i}_3$.

4. $\left\| T^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 1 & 7 & -10 \\ 3 & 2 & 8 \\ 0 & 3 & 4 \end{Vmatrix}$, $\left\| A_k \right\| = \begin{Vmatrix} 7 \\ 2 \\ 4 \end{Vmatrix}$.

5. $u = \left(x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 \right)^4$, $M_0(1;0;0)$, $M(0;1;0)$.

6. $\bar{A} = (2x_1 - 3x_2)\bar{i}_1 + (7x_1 - x_3)\bar{i}_2$, $S: \frac{1}{4}x_1 + x_2 + 2x_3 = 1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$.

7. $\bar{A} = (6x_2 - x_3)\bar{i}_1 + (5x_1 + x_3)\bar{i}_2 + (x_1 - x_2)\bar{i}_3$, $L: x_1^2 + \frac{1}{4}x_2^2 = 1$, $x_2 + 2x_3 = 1$.

8. $\bar{A} = \left(3x_2 x_1^2 x_3 \right)\bar{i}_1 + \left(x_1^3 x_3 \right)\bar{i}_2 + \left(x_2 x_1^3 \right)\bar{i}_3$.

9. $\bar{A} = \left(7x_2 - x_1^2 x_3 \right)\bar{i}_1 + \left(2x_1 x_2 x_3 - x_2^3 \right)\bar{i}_2 + 3x_2^3 x_3 \bar{i}_3$.

10. $div\left(r^2 \bar{e}_\varphi \right)$, де $\bar{e}_\varphi$ - одиничний орт циліндричної системи координат.

11. $\bar{A} = r^2 \cos^2 \varphi \bar{e}_r + z\bar{e}_z$, через поверхню $S:\ z = 0$, $z = 2$, $r = 2$.

12. $\bar{A} = \rho \bar{e}_\rho + \frac{\cos^2 \theta + 5\sin^3 \varphi}{\rho} \bar{e}_\varphi$ уздовж контуру $L:\ \rho = 2$, $\theta = \frac{\pi}{4}$.

Варіант 6

1. $\bar{a} = -\bar{i}_1 + \bar{i}_2 - 3\bar{i}_3$, $\bar{b} = 3\bar{i}_2 + 5\bar{i}_3$, $\bar{c} = 2\bar{i}_3$, $\bar{d} = -\bar{i}_1 + 4\bar{i}_2$.

2. $\bar{e}_1 = i_1 - \bar{i}_2 + 3\bar{i}_3$, $\bar{e}_2 = -\bar{i}_1$, $\bar{e}_3 = \bar{i}_2 + 4\bar{i}_3$, $\bar{a} = 3\bar{i}_2 + 8\bar{i}_3$.

3. $\hat{A} = \left\| a^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 5 & -5 & 0 \\ -7 & -1 & 1 \end{Vmatrix}$, $\bar{e}_1 = i_1 - \bar{i}_2 + 3\bar{i}_3$, $\bar{e}_2 = -\bar{i}_1$, $\bar{e}_3 = \bar{i}_2 + 4\bar{i}_3$.

4. $\left\| T^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 6 \end{Vmatrix}$, $\left\| A_k \right\| = \begin{Vmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{Vmatrix}$.

5. $u = \left(x_1^2 - x_2^2 - 2x_3 \right)^3$, $M_0(1;0;0)$, $M(2;1;1)$.

6. $\bar{A} = (3x_1 + x_2)\bar{i}_1 - 2x_3 x_1 \bar{i}_2 + (6x_1 - x_2)\bar{i}_3$, $S: x_1 - x_2 - 5x_3 = 1$, $x_1 = 0$,

$x_2 = 0$, $x_3 = 0$.

7. $\bar{A} = (2x_3 - x_1)\bar{i}_1 + (7x_2 + x_1)\bar{i}_2 - 3x_3\bar{i}_3$, $L: x_1^2 + 9x_2^2 = 1$, $x_1 + x_3 = 2$.

8. $\bar{A} = 2x_1(x_2 + x_3)\bar{i}_1 + (x_1^2 + x_2^2)\bar{i}_2 + (x_1^2 + x_3^2)\bar{i}_3$.

9. $\bar{A} = (x_1^4 + x_2^4)\bar{i}_1 + (x_2x_3 + x_3^2)\bar{i}_2 - \left(4x_1^3x_3 + \dfrac{x_3^2}{2}\right)\bar{i}_3$.

10. $rot(z\bar{e}_r)$, де $\bar{e}_r$ - одиничний орт циліндричної системи координат.

11. $\bar{A} = \sqrt{r^3}\bar{e}_r + \bar{e}_\varphi + z^3\bar{e}_z$, через поверхню $S: z = -1$, $z = 1$, $r = 1$.

12. $\bar{A} = \rho^5\bar{e}_\rho + \dfrac{\sin\varphi}{\rho^2}\bar{e}_\theta$ уздовж контуру $L: \rho = 2$, $\theta = \dfrac{\pi}{6}$.

Варіант 7

1. $\bar{a} = \bar{i}_1 + 2\bar{i}_2 + 3\bar{i}_3$, $\bar{b} = -\bar{i}_2 + 4\bar{i}_3$, $\bar{c} = 7\bar{i}_3$, $\bar{d} = \bar{i}_1 + \bar{i}_2$.

2. $\bar{e}_1 = -\bar{i}_1 + 2\bar{i}_2$, $\bar{e}_2 = 3\bar{i}_1$, $\bar{e}_3 = 4\bar{i}_3$, $\bar{a} = -5\bar{i}_1 + 6\bar{i}_2 - 9\bar{i}_3$.

3. $\hat{A} = \left\| a^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & 8 & 9 \end{Vmatrix}$, $\bar{e}_1 = -\bar{i}_1 + 2\bar{i}_2$, $\bar{e}_2 = 3\bar{i}_1$, $\bar{e}_3 = 4\bar{i}_3$.

4. $\left\| T^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{Vmatrix}$, $\left\| A_k \right\| = \begin{Vmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{Vmatrix}$.

5. $u = (2x_1^2 + x_2^2 - x_3)^6$, $M_0(1;1;3)$, $M(0;2;3)$.

6. $\bar{A} = (4x_1 + x_3)\bar{i}_1 - (3x_2 + x_1)\bar{i}_2 + (x_2 + 3x_3)\bar{i}_3$, $S: x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -2$,
$x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$.

7. $\bar{A} = x_2^2\bar{i}_1 + (x_1 - x_3)\bar{i}_2 + x_1^2\bar{i}_3$, $L: x_1^2 + x_2^2 = 4$, $x_1 + 3x_3 = -1$.

8. $\bar{A} = (x_1^3 - 8)\bar{i}_1 + 2x_2x_3\bar{i}_2 + x_2^2\bar{i}_3$.

9. $\bar{A} = x_2^2x_3^3\bar{i}_1 + (x_1^2x_2 - x_2^2x_3)\bar{i}_2 + (x_3^2x_2 - x_1^2x_3)\bar{i}_3$.

10. $div(\rho\bar{e}_\varphi)$, де $\bar{e}_\varphi$ - одиничний орт сферичної системи координат.

11. $\bar{A} = \bar{e}_r + r^3\cos^3\varphi\bar{e}_\varphi + (r + z^2\cos\varphi)\bar{e}_z$, $S: z = 0$, $z = 1$, $r = 1$.

12. $\bar{A} = \dfrac{\bar{e}_\theta}{\rho} + \dfrac{\cos\theta}{\rho^3}\bar{e}_\varphi$ уздовж контуру $L: \rho = 1$, $\theta = \dfrac{\pi}{3}$.

Варіант 8

1. $\bar{a} = 2\bar{i}_1 + 3\bar{i}_2$, $\bar{b} = \bar{i}_1 - \bar{i}_2$, $\bar{c} = \bar{i}_3$, $\bar{d} = \bar{i}_1 + 4\bar{i}_2 - \bar{i}_3$.

2. $\bar{e}_1 = 4\bar{i}_1$, $\bar{e}_2 = 2\bar{i}_2$, $\bar{e}_3 = \bar{i}_1 - \bar{i}_3$, $\bar{a} = 10\bar{i}_1 + \bar{i}_2 - 17\bar{i}_3$.

3. $\hat{A} = \left\| a^{ij} \right\| = \left\| \begin{matrix} 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 5 & 6 & 0 \end{matrix} \right\|$, $\bar{e}_1 = 4\bar{i}_1$, $\bar{e}_2 = 2\bar{i}_2$, $\bar{e}_3 = \bar{i}_1 - \bar{i}_3$.

4. $\left\| T^{ij} \right\| = \left\| \begin{matrix} 1 & 7 & 10 \\ 2 & 6 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \end{matrix} \right\|$, $\left\| A_k \right\| = \left\| \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 8 \end{matrix} \right\|$.

5. $u = \left(x_1 + x_2^2 + 2x_3^2 \right)^2$ $M_0(0;0;0)$, $M(-2;1;1)$.

6. $\bar{A} = (3x_2 - x_1)\bar{i}_1 + (x_2 - x_3)\bar{i}_2 + x_2^2\bar{i}_3$, $S: 3x_1 - 4x_2 + x_3 = 1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$.

7. $\bar{A} = (2x_1 + x_2)\bar{i}_1 + x_3\bar{i}_2 + (x_1 - x_2)\bar{i}_3$, $L: x_3^2 + x_2^2 = 1$, $x_1 + x_2 + x_3 = 1$.

8. $\bar{A} = x_1^4\bar{i}_1 + \dfrac{x_3^2}{2}\bar{i}_2 + x_3x_2\bar{i}_3$.

9. $\bar{A} = \left(3x_1^2x_2 + x_3 \right)\bar{i}_1 + \left(x_3^2 - x_1^2 \right)\bar{i}_2 - 6x_1x_2x_3\bar{i}_3$.

10. $rot(\theta\bar{e}_\rho)$, де $\bar{e}_\rho$ - одиничний орт сферичної системи координат.

11. $\bar{A} = 5a^2\bar{e}_r + \dfrac{\cos\varphi}{z^2}\bar{e}_\varphi$, через поверхню $S:\ z = 1,\ z = 2,\ r = 1$.

12. $\bar{A} = \rho^2\bar{e}_\rho + \rho\cos\theta\bar{e}_\varphi$ уздовж контуру $L:\ \rho = 1,\ \theta = \dfrac{\pi}{6}$.

Варіант 9

1. $\bar{a} = 2\bar{i}_2 + 3\bar{i}_3$, $\bar{b} = 3\bar{i}_2 + 4\bar{i}_3$, $\bar{c} = \bar{i}_1 + \bar{i}_2$, $\bar{d} = 2\bar{i}_1 - 2\bar{i}_3$.

2. $\bar{e}_1 = 2\bar{i}_2$, $\bar{e}_2 = \bar{i}_1 + \bar{i}_2$, $\bar{e}_3 = \bar{i}_2 - \bar{i}_3$, $\bar{a} = 12\bar{i}_2 - 9\bar{i}_3$.

3. $\hat{A} = \left\| a^{ij} \right\| = \left\| \begin{matrix} 7 & 0 & 7 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 4 \end{matrix} \right\|$, $\bar{e}_1 = 2\bar{i}_2$, $\bar{e}_2 = \bar{i}_1 + \bar{i}_2$, $\bar{e}_3 = \bar{i}_2 - \bar{i}_3$.

4. $\left\| T^{ij} \right\| = \left\| \begin{matrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{matrix} \right\|$, $\left\| A_k \right\| = \left\| \begin{matrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{matrix} \right\|$.

5. $u = \left(3x_1 + x_2^2 + x_3^2 \right)^3$ $M_0(0;1;0)$, $M(-2;-2;1)$.

6. $\bar{A} = (6x_2x_1)\bar{i}_1 + (3x_1 - 7x_2)\bar{i}_2 + \bar{i}_3$, $S: x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 1$, $x_1 = 0$,
$x_2 = 0$,

$x_3 = 0$.

7. $\bar{A} = (x_1 - 3x_3)\bar{i}_1 + (2x_2 + x_1)\bar{i}_2 + 6x_1\bar{i}_3$, $L: x_1^2 + x_2^2 = x_3^2$, $x_3 = 2$.

8. $\bar{A} = \frac{1}{3}x_1x_2^3\bar{i}_1 + \frac{x_1^2x_2^2}{2}\bar{i}_2 + x_3^4\bar{i}_3$.

9. $\bar{A} = (x_1^2 + x_2^2)\bar{i}_1 + (x_3^2 + x_1^2)\bar{i}_2 - 2x_1x_3\bar{i}_3$.

10. $rot(\varphi\bar{e}_\theta)$, де $\bar{e}_\theta$ - одиничний орт сферичної системи координат.

11. $\bar{A} = a^2\sin\varphi\bar{e}_r + z\bar{e}_z$, через поверхню $S:\ z = 0,\ z = 3,\ r = 4$.

12. $\bar{A} = (5\cos\varphi + \rho^2\sin\theta)\bar{e}_\theta + \rho^2\sin 2\theta\bar{e}_\varphi$ уздовж контуру $L:\ \rho = 2$, $\theta = \frac{\pi}{3}$.

Варіант 10

1. $\bar{a} = 3\bar{i}_2 + \bar{i}_3$, $\bar{b} = \bar{i}_2 - 3\bar{i}_3$, $\bar{c} = \bar{i}_1 - \bar{i}_2 - \bar{i}_3$, $\bar{d} = -\bar{i}_1 + 3\bar{i}_2 + 5\bar{i}_3$.

2. $\bar{e}_1 = \bar{i}_3$, $\bar{e}_2 = 3\bar{i}_2$, $\bar{e}_3 = -\bar{i}_1 + \bar{i}_2$, $\bar{a} = 15\bar{i}_1 + 8\bar{i}_2 - 7\bar{i}_3$.

3. $\hat{A} = \left\|a^{ij}\right\| = \begin{Vmatrix} 3 & 8 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{Vmatrix}$, $\bar{e}_1 = \bar{i}_3$, $\bar{e}_2 = 3\bar{i}_2$, $\bar{e}_3 = -\bar{i}_1 + \bar{i}_2$.

4. $\left\|T^{ij}\right\| = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & -6 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{Vmatrix}$, $\left\|A_k\right\| = \begin{Vmatrix} 1 \\ 1 \\ 7 \end{Vmatrix}$.

5. $u = (4x_1 - x_2^2 - x_3^2)^4$ $M_0(1;-2;0)$, $M(2;0;3)$.

6. $\bar{A} = (2x_1 + 3x_3)\bar{i}_1 + (x_1 - x_2)\bar{i}_2 + (x_3 - 3x_2)\bar{i}_3$, $S: x_1 + 3x_2 + x_3 = 1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$.

7. $\bar{A} = (x_1 + x_3)\bar{i}_1 - 3x_1\bar{i}_2 - 2x_3\bar{i}_3$, $L: x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 9$, $x_2 = 2$.

8. $\bar{A} = (x_1^2 + x_2)\bar{i}_1 + (x_1 - 1)\bar{i}_2 + (x_3^3 - 1)\bar{i}_3$.

9. $\bar{A} = x_1^2x_2x_3\bar{i}_1 + (x_3^2 - x_1^2)\bar{i}_2 + (x_2^2 - x_1x_2x_3^2)\bar{i}_3$.

10. $div(r\cos\varphi\bar{e}_z)$, де $\bar{e}_z$ - одиничний орт циліндричної системи координат.

11. $\bar{A} = \frac{r^2}{b^2}\bar{e}_r + \frac{\sin 2\varphi}{z}\bar{e}_\varphi$, через поверхню $S:\ z = 1,\ z = 3,\ r = 4$.

12. $\bar{A} = \rho\bar{e}_\varphi + \cos^5 2\varphi\bar{e}_\rho$, уздовж контуру $L:\ \rho = 1,\ \theta = \frac{5\pi}{6}$.

Варіант 11

1. $\bar{a} = 2\bar{i}_1 + \bar{i}_2$, $\bar{b} = -\bar{i}_1 + \bar{i}_2 + \bar{i}_3$, $\bar{c} = \bar{i}_3$, $\bar{d} = 3\bar{i}_1 - 5\bar{i}_2 + \bar{i}_3$.
2. $\bar{e}_1 = -3\bar{i}_1 + \bar{i}_3$, $\bar{e}_2 = \bar{i}_2 + 2\bar{i}_3$, $\bar{e}_3 = 4\bar{i}_1$, $\bar{a} = 6\bar{i}_1 - 2\bar{i}_2 + \bar{i}_3$.
3. $\hat{A} = \left\| a^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \end{Vmatrix}$, $\bar{e}_1 = -3\bar{i}_1 + \bar{i}_3$, $\bar{e}_2 = \bar{i}_2 + 2\bar{i}_3$, $\bar{e}_3 = 4\bar{i}_1$.
4. $\left\| T^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 5 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}$, $\left\| A_k \right\| = \begin{Vmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{Vmatrix}$.
5. $u = \left(2x_1^2 - x_2^2 - x_3^2\right)^3$ $M_0(1;1;0)$, $M(0;1;1)$.
6. $\overline{A} = x_1\bar{i}_1 + 2x_2^2\bar{i}_2 + x_3^2\bar{i}_3$, $S: x_1 - x_2 + 2x_3 = 1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$
7. $\overline{A} = \left(2x_1 + 3x_3^2\right)\bar{i}_2 - \left(3x_1 + x_2\right)\bar{i}_3$, $L: x_1^2 + x_2^2 = 1$, $x_3 = \frac{1}{2}$.
8. $\overline{A} = \left(x_1^2 + x_2 + x_3\right)\bar{i}_1 + \left(x_1 + x_2^2 + x_3\right)\bar{i}_2\left(x_1 + x_2 - x_3^2\right)\bar{i}_3$.
9. $\overline{A} = \left(x_1^2 + x_3\right)\bar{i}_1 + \left(x_1 + x_2^2 x_3\right)\bar{i}_2 - \left(2x_1x_3 + x_3^2 x_2\right)\bar{i}_3$.
10. $grad(U)$, де $U = 2\rho^3 \sin\varphi\left(1 + \sin^2\theta\right)$.
11. $\overline{A} = \sin\theta\bar{e}_\rho + 2\cos^3\varphi\bar{e}_\theta$ через поверхню сфери $\rho = 1$.
12. $\overline{A} = \cos^2 3\varphi\bar{e}_\rho + \rho^3\bar{e}_\theta + \bar{e}_\varphi$ уздовж кола $\rho = 1$, $\theta = \frac{\pi}{4}$.

Варіант 12

1. $\bar{a} = 2\bar{i}_1 + \bar{i}_2$, $\bar{b} = \bar{i}_1 - \bar{i}_2 - \bar{i}_3$, $\bar{c} = \bar{i}_1 + 2\bar{i}_2$, $\bar{d} = \bar{i}_1 + 8\bar{i}_2 + 2\bar{i}_3$.
2. $\bar{e}_1 = \bar{i}_2$, $\bar{e}_2 = \bar{i}_1 + \bar{i}_3$, $\bar{e}_3 = \bar{i}_1 - \bar{i}_2$, $\bar{a} = 2\bar{i}_1 - 11\bar{i}_2 - \bar{i}_3$.
3. $\hat{A} = \left\| a^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \end{Vmatrix}$, $\bar{e}_1 = \bar{i}_2$, $\bar{e}_2 = \bar{i}_1 + \bar{i}_3$, $\bar{e}_3 = \bar{i}_1 - \bar{i}_2$.
4. $\left\| T^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$, $\left\| A_k \right\| = \begin{Vmatrix} 1 \\ -2 \\ 6 \end{Vmatrix}$.
5. $u = \left(x_1^2 - x_2^2 + 3x_3^2\right)^3$ $M_0(0;2;1)$, $M(1;3;1)$.
6. $\overline{A} = \left(2x_1x_2\right)\bar{i}_1 - \left(x_1 + x_3\right)\bar{i}_2 + x_3^2\bar{i}_3$, $S: x_1 + x_2 - x_3 = 1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$.

7. $\overline{A}=\left(x_2^2-x_3^2\right)\bar{i}_1+\left(x_2^2-x_1^2\right)\bar{i}_2,\ L: x_1^2+x_2^2=1,\ 2x_1+x_2+x_3=1.$

8. $\overline{A}=\left(x_1+x_3x_2\right)\bar{i}_1+x_1x_3\bar{i}_2+\left(x_1x_2+x_3\right)\bar{i}_3.$

9. $\overline{A}=x_1x_3\bar{i}_1+\left(x_3+x_2x_3\right)\bar{i}_2-x_3^2\bar{i}_3.$

10. $rot\left(\bar{e}_r+r\bar{e}_\varphi\right)$, в циліндричній системі координат.

11. $\overline{A}=\dfrac{\sin^2\theta}{\rho}\bar{e}_\rho+\dfrac{\cos\varphi}{\pi}\bar{e}_\theta-\rho^2\bar{e}_\varphi$ через поверхню сфери $\rho=3$.

12. $\overline{A}=\cos\varphi\bar{e}_r+(r-z)\bar{e}_\varphi+z\bar{e}_z$, уздовж кола $r=1,\ z=1$.

Варіант 13

1. $\bar{a}=-\bar{i}_3,\ \bar{b}=\bar{i}_1+\bar{i}_3,\ \bar{c}=2\bar{i}_2,\ \bar{d}=\bar{i}_1+3\bar{i}_2+4\bar{i}_3.$

2. $\bar{e}_1=\bar{i}_2,\ \bar{e}_2=\bar{i}_1+2\bar{i}_3,\ \bar{e}_3=-\bar{i}_1+\bar{i}_2,\ \bar{a}=4\bar{i}_1-3\bar{i}_2+\bar{i}_3.$

3. $\hat{A}=\left\|a^{ij}\right\|=\begin{Vmatrix}1&2&3\\-2&0&1\\1&1&-1\end{Vmatrix},\ \bar{e}_1=\bar{i}_2,\ \bar{e}_2=\bar{i}_1+2\bar{i}_3,\ \bar{e}_3=-\bar{i}_1+\bar{i}_2.$

4. $\left\|T^{ij}\right\|=\begin{Vmatrix}1&2&0\\7&0&4\\0&1&1\end{Vmatrix},\ \left\|A_k\right\|=\begin{Vmatrix}1\\1\\-1\end{Vmatrix}.$

5. $u=\left(x_1^2-x_2+x_3^2\right)^5,\ M_0(2;4;1),\ M(3;5;2).$

6. $\overline{A}=x_3\bar{i}_1+\left(x_1^2+x_3\right)\bar{i}_2+\left(x_1x_2\right)\bar{i}_3,\ \ S: x_1-2x_2+x_3=1,\ x_1=0,\ x_2=0,$
$x_3=0.$

7. $\overline{A}=2x_1x_3\bar{i}_1-x_2\bar{i}_2+x_3\bar{i}_3,\ \ L: x_1^2+x_2^2=4,\ x_1+x_2+x_3=1.$

8. $\overline{A}=\left(2x_1x_2+x_1^2\right)\bar{i}_1+\left(x_1^2-2x_2x_3+x_2\right)\bar{i}_2-\left(x_2^2+x_3^2\right)\bar{i}_3.$

9. $\overline{A}=\left(3x_1-x_2^2\right)\bar{i}_1+\left(x_2x_3-2x_2\right)\bar{i}_2+\left(x_1^3-x_3+1\right)\bar{i}_3.$

10. $div\left(r\cos\varphi\bar{e}_\varphi+z^2\sin\varphi\bar{e}_z\right)$ в циліндричній системі координат.

11. $\overline{A}=r\sin\varphi\bar{e}_r+z\bar{e}_\varphi$ через поверхню $S:\ z=0,\ z=1,\ r=1.$

12. $\overline{A}=\rho\bar{e}_\rho+\rho^2\sin\varphi\bar{e}_\theta+\bar{e}_\varphi$ уздовж кола $L:\ \rho=1,\ \varphi=\dfrac{\pi}{2},\ \varphi=\dfrac{3\pi}{4}.$

Варіант 14

1. $\bar{a} = \bar{i}_1 + \bar{i}_2 - \bar{i}_3$, $\bar{b} = 2\bar{i}_2 - \bar{i}_3$, $\bar{c} = 4\bar{i}_1$, $\bar{d} = \bar{i}_1 + \bar{i}_3$.
2. $\bar{e}_1 = \bar{i}_2 + 7\bar{i}_3$, $\bar{e}_2 = \bar{i}_1$, $\bar{e}_3 = \bar{i}_1 + \bar{i}_3$, $\bar{a} = \bar{i}_1 + 2\bar{i}_2 + 3\bar{i}_3$.
3. $\hat{A} = \left\| a^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{Vmatrix}$, $\bar{e}_1 = \bar{i}_2 + 7\bar{i}_3$, $\bar{e}_2 = \bar{i}_1$, $\bar{e}_3 = \bar{i}_1 + \bar{i}_3$.
4. $\left\| T^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 1 \end{Vmatrix}$, $\left\| A_k \right\| = \begin{Vmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{Vmatrix}$.
5. $u = \left(x + x_2^2 + x_3^2 \right)^3$, $M_0(-1;1;1)$, $M(0;-2;3)$.
6. $\bar{A} = x_2^2 \bar{i}_1 - x_1 x_2 x_3 \bar{i}_2 + x_3^2 \bar{i}_3$, $S: x_1 + 3x_2 + x_3 = 1$, $x_1 = 0, x_2 = 0$, $x_3 = 0$.
7. $\bar{A} = x_1 \bar{i}_1 + x_3 \bar{i}_3$, $L: x_2^2 + x_3^2 = 9$, $x_1 + x_2 + x_3 = 0$.
8. $\bar{A} = \left(3x_2 x_1^2 + x_2^3 - x_1^2 \right)\bar{i}_1 + \left(x_1^3 + 3x_1 x_2^2 \right)\bar{i}_2 + \left(x_3^3 + 1 \right)\bar{i}_3$.
9. $\bar{A} = \left(x_1 x_2^2 + x_2 \right)\bar{i}_1 + \left(x_1 x_3 - x_2 \right)\bar{i}_2 + \left(x_3 - x_3 x_2^2 \right)\bar{i}_3$.
10. $rot\left(\bar{e}_\rho + \rho \bar{e}_\varphi \right)$.
11. $\bar{A} = r\bar{e}_\varphi + \sin^2 2\varphi \bar{e}_z$, через поверхню $S:\ z = -1,\ z = 1,\ r = 2$.
12. $\bar{A} = \rho \bar{e}_\rho + \bar{e}_\theta + a^2 \cos\varphi \bar{e}_\varphi$, уздовж контуру $L:\ \rho = a$, $\theta = \dfrac{\pi}{6}$.

Варіант 15

1. $\bar{a} = \bar{i}_1 + \bar{i}_2 - \bar{i}_3$, $\bar{b} = \bar{i}_2 + 5\bar{i}_3$, $\bar{c} = -\bar{i}_1$, $\bar{d} = 3\bar{i}_1 + 5\bar{i}_3$.
2. $\bar{e}_1 = \bar{i}_2 - \bar{i}_3$, $\bar{e}_2 = 2\bar{i}_1 + \bar{i}_2$, $\bar{e}_3 = 3\bar{i}_1 + \bar{i}_2 - \bar{i}_3$, $\bar{a} = \bar{i}_1 - 6\bar{i}_2 + 2\bar{i}_3$.
3. $\hat{A} = \left\| a^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 7 & 0 & 2 \\ 5 & 6 & 0 \end{Vmatrix}$, $\bar{e}_1 = \bar{i}_2 - \bar{i}_3$, $\bar{e}_2 = 2\bar{i}_1 + \bar{i}_2$, $\bar{e}_3 = 3\bar{i}_1 + \bar{i}_2 - \bar{i}_3$.
4. $\left\| T^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 8 \\ 0 & 3 & 2 \end{Vmatrix}$, $\left\| A_k \right\| = \begin{Vmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{Vmatrix}$.
5. $u = \left(x_1^2 - x_2^2 + 2x_3^2 \right)^4$, $M_0(1;0;0)$, $M(0;1;1)$.
6. $\bar{A} = \left(x_1^2 - 3x_2 \right)\bar{i}_1 + \left(-x_1 + 6x_3 \right)\bar{i}_3$, $S: x_1 + x_2 + 2x_3 = -1$, $x_1 = 0, x_2 = 0$, $x_3 = 0$
7. $\bar{A} = \left(2x_1 - 3x_2 \right)\bar{i}_1 + \left(4x_1 + x_3 \right)\bar{i}_2 + \left(3x_1 - 5x_2 \right)\bar{i}_3$, $L: x_1^2 + x_2^2 = 1$, $x_2 + x_3 = 1$.

8. $\overline{A}=\left(x_2+x_1^2x_3\right)\overline{i}_1+\left(x_1+3x_2^3\right)\overline{i}_2+\left(2x_3+\dfrac{x_1^3}{3}\right)\overline{i}_3.$

9. $\overline{A}=\left(x_2+x_1^2x_3\right)\overline{i}_1+\left(x_1x_2x_3-x_1^4\right)\overline{i}_2-\dfrac{3}{2}x_1x_3^2\overline{i}_3.$

10. $div\left(\rho^2\overline{e}_\theta\right)$

11. $\overline{A}=r^3\sin 2\varphi\overline{e}_r+\cos\varphi\overline{e}_z$, через поверхню S: $z=0$, $z=1$, $r=4$.

12. $\overline{A}=\overline{e}_\rho+\dfrac{\sin^2 3\varphi}{\rho}\overline{e}_\theta$ уздовж контуру L: $\rho=1$, $\theta=\dfrac{\pi}{3}$.

Варіант 16

1. $\overline{a}=-2\overline{i}_1+3\overline{i}_2-\overline{i}_3$, $\overline{b}=3\overline{i}_2+5\overline{i}_3$, $\overline{c}=2\overline{i}_1$, $\overline{d}=-\overline{i}_2+4\overline{i}_3$.
2. $\overline{e}_1=i_1-\overline{i}_2+\overline{i}_3$, $\overline{e}_2=\overline{i}_2$, $\overline{e}_3=\overline{i}_2+4\overline{i}_3$, $\overline{a}=2\overline{i}_1+3\overline{i}_2$.
3. $\hat{A}=\left\|a^{ij}\right\|=\begin{Vmatrix}1&2&-3\\1&-1&0\\-3&-1&1\end{Vmatrix}$, $\alpha=\left\|\alpha_i^{k'}\right\|=\begin{Vmatrix}1&1&4\\-1&2&0\\1&0&1\end{Vmatrix}$.
4. $\left\|T^{ij}\right\|=\begin{Vmatrix}3&1&1\\0&-2&1\\1&0&6\end{Vmatrix}$, $\left\|A_k\right\|=\begin{Vmatrix}1\\3\\3\end{Vmatrix}$.
5. $u=\left(x_1^2+2x_2^2-x_3\right)^4$, $M_0(1;0;0)$, $M(1;1;1)$.
6. $\overline{A}=(x_1+x_2)\overline{i}_1-x_3x_1\overline{i}_2+(x_1+x_2)\overline{i}_3$, $S: x_1+x_2-x_3=1$, $x_1=0$, $x_2=0$,

   $x_3=0$.
7. $\overline{A}=(x_3-2x_1)\overline{i}_1+(x_2+7x_1)\overline{i}_2+x_3\overline{i}_3$, $L: x_1^2+x_2^2=4$, $x_1+x_1+x_3=1$.
8. $\overline{A}=2x_1(x_2+x_3)\overline{i}_1+\left(x_1^2+x_2^2\right)\overline{i}_2+\left(x_1^2+2x_3\right)\overline{i}_3.$
9. $\overline{A}=\left(2x_1x_2+x_3^2\right)\overline{i}_1+\left(x_2x_3-x_2^2\right)\overline{i}_2-\left(x_2^3+\dfrac{x_3^2}{2}\right)\overline{i}_3.$
10. $rot\left(r\overline{e}_\varphi+\varphi\overline{e}_z\right)$.
11. $\overline{A}=\overline{e}_r+\overline{e}_\varphi+r^2\overline{e}_z$, через поверхню S: $z=0$, $z=1$, $r=3$.
12. $\overline{A}=\rho^2\overline{e}_\rho+\cos\theta\overline{e}_\varphi$ уздовж контуру L: $\rho=1$, $\theta=\dfrac{\pi}{3}$.

Варіант 17

1. $\bar{a} = \bar{i}_1 + 3\bar{i}_2 + 4\bar{i}_3$, $\bar{b} = -\bar{i}_2 + 2\bar{i}_3$, $\bar{c} = -\bar{i}_3$, $\bar{d} = 2\bar{i}_1 + \bar{i}_3$.
2. $\bar{e}_1 = -\bar{i}_1 - \bar{i}_2$, $\bar{e}_2 = 2\bar{i}_1$, $\bar{e}_3 = 4\bar{i}_3$, $\bar{a} = \bar{i}_1 + 6\bar{i}_2 - 2\bar{i}_3$.
3. $\hat{A} = \left\| a^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \end{Vmatrix}$, $\alpha = \left\| \alpha_i^{k'} \right\| = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{Vmatrix}$.
4. $\left\| T^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{Vmatrix}$, $\left\| A_k \right\| = \begin{Vmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{Vmatrix}$.
5. $u = \left(3x_1^2 + 2x_2^2 - x_3\right)^3$, $M_0(1;1;4)$, $M(0;0;0)$.
6. $\bar{A} = (x_1 + 2x_3)\bar{i}_1 - (2x_2 + x_1)\bar{i}_2 + (3x_2 - x_3)\bar{i}_3$, $S: x_1 - x_2 - 2x_3 = -1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$
7. $\bar{A} = 2x_1\bar{i}_1 + (x_1 + x_2)\bar{i}_2 + x_3^2\bar{i}_3$, $L: x_1^2 + x_2^2 = 1$, $x_2 + x_3 = 1$.
8. $\bar{A} = \left(x_1^2 - x_2\right)\bar{i}_1 + (6x_2x_3 - x_1)\bar{i}_2 + \left(3x_2^2 + x_3^2\right)\bar{i}_3$.
9. $\bar{A} = 3x_2^3x_3\bar{i}_1 + \left(2x_1x_2 - 5x_3\right)\bar{i}_2 + \left(x_3^2x_2 - 2x_1x_3\right)\bar{i}_3$.
10. $div\left(\rho\bar{e}_\theta + \cos\varphi\bar{e}_\varphi\right)$.
11. $\bar{A} = \bar{e}_r + 3r^2\bar{e}_\varphi + \left(r + z^2\right)\bar{e}_z$, через поверхню $S:\ z = 0$, $z = -1$, $r = 1$.
12. $\bar{A} = \rho\bar{e}_\rho + \dfrac{\bar{e}_\theta}{\rho^2} + \dfrac{\sin\theta}{\rho}\bar{e}_\varphi$ уздовж контуру $L:\ \rho = 1$, $\theta = \dfrac{\pi}{3}$.

Варіант 18

1. $\bar{a} = -\bar{i}_1 + 3\bar{i}_2$, $\bar{b} = \bar{i}_1 + 2\bar{i}_2$, $\bar{c} = -\bar{i}_3$, $\bar{d} = \bar{i}_1 + 4\bar{i}_2 - \bar{i}_3$.
2. $\bar{e}_1 = 2\bar{i}_1$, $\bar{e}_2 = -\bar{i}_2$, $\bar{e}_3 = \bar{i}_2 + 2\bar{i}_3$, $\bar{a} = 2\bar{i}_1 + \bar{i}_2 - 7\bar{i}_3$.
3. $\hat{A} = \left\| a^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$, $\alpha = \left\| \alpha_i^{k'} \right\| = \begin{Vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$.
4. $\left\| T^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 1 & 7 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \end{Vmatrix}$, $\left\| A_k \right\| = \begin{Vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Vmatrix}$.
5. $u = \left(x_2^2 + x_2^2 - 2x_3^2\right)^2$ $M_0(1;0;0)$, $M(1;1;1)$.
6. $\bar{A} = (2x_1 - 4x_3)\bar{i}_1 + (x_1 + x_2)\bar{i}_2 + x_3\bar{i}_3$, $S: 2x_1 - x_2 + x_3 = 1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$

7. $\bar{A}=(-x_1+x_2)\bar{i}_1+x_2\bar{i}_2+(x_3-2x_2)\bar{i}_3,\ L: x_1^2+x_3^2=1,$
$x_1+2x_2+x_3=2$.

8. $\bar{A}=(x_1^3+2x_2)\bar{i}_1+\frac{1}{2}(4x_1+x_3^2)\bar{i}_2+x_3x_2\bar{i}_3.$

9. $\bar{A}=(2x_1^2x_2+3x_2)\bar{i}_1+(3x_3^2-2x_1^2)\bar{i}_2-4x_1x_2x_3\bar{i}_3.$

10. $rot(\sin\theta\bar{e}_\rho+\rho\bar{e}_\varphi).$

11. $\bar{A}=2\bar{e}_r+\frac{z}{r^2}\bar{e}_\varphi,\ S:\ z=-1,\ z=2,\ r=3.$

12. $\bar{A}=\rho^3\bar{e}_\theta+\rho\sin 2\theta\bar{e}_\varphi,\ L:\ \rho=2,\ \theta=\frac{\pi}{6}.$

Варіант 19

1. $\bar{a}=2\bar{i}_2+3\bar{i}_3,\ \bar{b}=-\bar{i}_2-\bar{i}_3,\ \bar{c}=5\bar{i}_2,\ \bar{d}=-2\bar{i}_1+\bar{i}_3.$

2. $\bar{e}_1=-\bar{i}_2,\ \bar{e}_2=\bar{i}_1+\bar{i}_2,\ \bar{e}_3=-\bar{i}_2+\bar{i}_3,\ \bar{a}=3\bar{i}_1-4\bar{i}_3.$

3. $\hat{A}=\|a^{ij}\|=\begin{Vmatrix}1&0&1\\3&2&1\\7&0&4\end{Vmatrix},\ \alpha=\|\alpha_i^{k'}\|=\begin{Vmatrix}1&0&1\\2&3&0\\0&5&1\end{Vmatrix}.$

4. $\|T^{ij}\|=\begin{Vmatrix}1&-1&1\\2&3&0\\1&0&0\end{Vmatrix},\ \|A_k\|=\begin{Vmatrix}1\\-1\\2\end{Vmatrix}.$

5. $u=\left(x_1^2+\frac{x_2^2}{4}+x_3^2\right)^3\ M_0(0;2;0),\ M(0;0;2).$

6. $\bar{A}=(6x_2+x_1)\bar{i}_1+(3x_1x_2+1)\bar{i}_2+x_3\bar{i}_3,\ S: x_1+x_2-\frac{x_3}{3}=1,\ x_1=0,$
$x_2=0,\ x_3=0$

7. $\bar{A}=(3x_1+x_2^2)\bar{i}_1+(2x_2x_1+x_2^3)\bar{i}_2+(x_1+2x_3)\bar{i}_3,\ L: x_2^2+x_3^2=x_1^2,$
$x_1=-1.$

8. $\bar{A}=\frac{1}{3}(x_1x_2^3+x_1^2)\bar{i}_1+\frac{1}{2}(x_2+x_1^2x_2^2)\bar{i}_2-x_3^3\bar{i}_3.$

9. $\bar{A}=(x_1^3+x_2^3)\bar{i}_1+(x_3^2x_1^2+x_2)\bar{i}_2-(x_3+3x_1^2x_3)\bar{i}_3.$

10. $rot(\sin\varphi\bar{e}_\rho+\rho\bar{e}_\theta).$

11. $\bar{A}=3\sin\varphi\bar{e}_r+r\bar{e}_\varphi$, через поверхню $S:\ z=0,\ z=-3,\ r=2.$

12. $\bar{A}=(2\sin\varphi+\sin\theta)\bar{e}_\rho+\rho^2\bar{e}_\varphi$ уздовж контуру $L:\ \rho=2,\ \theta=\frac{\pi}{2}.$

Варіант 20

1. $\bar{a} = 5\bar{i}_2 + \bar{i}_3$, $\bar{b} = -\bar{i}_2 + 3\bar{i}_3$, $\bar{c} = \bar{i}_1 + \bar{i}_2 + \bar{i}_3$, $\bar{d} = -\bar{i}_1 + 3\bar{i}_2 + 5\bar{i}_3$.

2. $\bar{e}_1 = \bar{i}_2$, $\bar{e}_2 = 3\bar{i}_3$, $\bar{e}_3 = -\bar{i}_1 - 2\bar{i}_2$, $\bar{a} = 3\bar{i}_1 + 2\bar{i}_2 - 7\bar{i}_3$.

3. $\hat{A} = \left\| a^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{Vmatrix}$, $\alpha = \left\| \alpha_i^{k'} \right\| = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$.

4. $\left\| T^{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{Vmatrix}$, $\left\| A_k \right\| = \begin{Vmatrix} 6 \\ 1 \\ 3 \end{Vmatrix}$.

5. $u = \left(x_1^2 + x_2^2 - 3x_3^2 \right)^2$ $M_0(1;2;1)$, $M(0;0;0)$.

6. $\bar{A} = (-x_1 + 3x_2)\bar{i}_1 + (3x_1 + x_2)\bar{i}_2 + 2x_3\bar{i}_3$, $S: x_1 + x_2 + \dfrac{x_3}{3} = 1$,
$x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$

7. $\bar{A} = (x_1 - 3x_2)\bar{i}_1 - (3x_1 - x_2)\bar{i}_2 - 2x_3\bar{i}_3$, $L: x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$, $x_3 = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

8. $\bar{A} = \left(x_1^2 + 2x_2x_3 \right)\bar{i}_1 + (5x_2 + 2x_1x_3)\bar{i}_2 + \left(3x_3^2 + 2x_2x_1 \right)\bar{i}_3$.

9. $\bar{A} = \left(x_1^2 + x_2x_3 \right)\bar{i}_1 + \left(2x_3^2 - x_1x_2 \right)\bar{i}_2 + \left(3x_2^2 - x_1x_3 \right)\bar{i}_3$.

10. $div\left(z^2 \sin\varphi \bar{e}_\varphi \right)$.

11. $\bar{A} = \dfrac{r^2}{4}\bar{e}_r + \dfrac{\sin 3\varphi}{r^2}\bar{e}_z$, через поверхню $S:\ z = -1$, $z = 2$, $r = 2$.

12. $\bar{A} = \rho^3 \sin\theta \bar{e}_\varphi + \cos 6\varphi \bar{e}_\theta$ уздовж контуру $L:\ \rho = 2$, $\theta = \dfrac{2\pi}{3}$.