

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Кафедра фундаментальної та прикладної математики

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ**

**З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**«ІГРОВІ ТА ЕКСПЕРТНІ  
МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ»**

2023– 2024 н. р.

## ВСТУП

Задачею методичних вказівок є вивчення і здобуття Вами навичок використання певних технік і методів, які були б пристосовані до властивостей типових досліджуваних процесів і стали б корисними при прийнятті управлінських рішень.

На перший погляд методичні вказівки містять значну кількість математичних викладок (формул), до яких більшість з Вас не має достатніх навичок (і, можливо, не потребуватиме їх у практичній діяльності). Проте Вам перш за все необхідно сконцентруватися на головних ідеях, закладених в основу методів. Якщо будете добре розуміти логіку методу, Ви зможете самостійно прийняти рішення щодо застосування його у практичній ситуації. Логіка будь-якого методу, як правило, нескладна. Складні математичні оболонки навколо цієї логіки спрямовані перш за все на теоретичне узагальнення, з одного боку, і на більш глибоке дослідження особливих випадків – з іншого. Математичне обґрунтуванням того чи іншого методу призначене для бажаючих піти на крок далі, тобто теоретично обґрунтувавши використання того чи іншого методу, Ви зможете застосувати наявний матеріал для вирішення конкретної практичної задачі.

Великим кроком у розвитку науки стало широке використання комп'ютерної техніки в аналізі досліджуваних явищ. Здійснення такого аналізу вимагає сучасних методів обробки значних масивів статистичних даних. Ці задачі вирішуються за допомогою електронних таблиць, таких як Excel, QuattroPro та ін. В разі потреби, більші можливості статистичного оброблення мають спеціалізовані пакети STATGRAPHICS, SPSS, SAS, STATISTICA тощо.

Особливо значного поширення набув один з найпопулярніших і водночас найпростіших в експлуатації табличний процесор *Microsoft Excel*. За останні роки його популярність ще більше зросла, що пояснюється його органічною інтеграцією в пакет *Microsoft Office*.

У методичних вказівках пояснення суті переважної частини кількісних методів супроводжується графічними ілюстраціями практичного використання для складання прогнозів додаткових можливостей *Microsoft Excel*. Це програмне забезпечення є практично доступним для всіх студентів і дозволяє уникнути майже всіх математичних розрахунків. Засоби *Excel* дають змогу здійснювати автоматичну обробку даних на основі запропонованих їм шаблонів. Участь дослідника зводиться до чіткої постановки задачі, вибору і обґрунтування методу її розв'язання та до правильної оцінки результатів.

## **ЗАГАЛЬНІ ВИМОГИ ЩОДО ВИКОНАННЯ ТА ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТІВ З САМОСТІЙНИХ РОБІТ**

1. До виконання самостійної роботи слід приступати після докладного вивчення відповідного матеріалу по підручниках та методичних вказівках.
2. Самостійні роботи виконують відповідно до сформульованого у методичних вказівках завдання.
3. Перед наданням розв'язку задачі потрібно записати повну її умову.
4. Розв'язання задач потрібно давати докладно, пояснюючи виконання дій.
5. Результати роботи слід оформити у вигляді документу *MS Word*, що має містити:
  - 1) титульну сторінку (обов'язково слід вказати номер варіанту та прізвище виконавця);
  - 2) стислі теоретичні відомості щодо теоретичних основ з постановки розв'язуваної задачі та використовуваного в роботі методу;
  - 3) виконані завдання роботи із наведенням всіх розрахунків (кожне завдання має починатися з нової сторінки);
  - 4) список використаної літератури (на окремій сторінці).
6. Разом із звітом подати **файл із розрахунками в MS Excel**.

# Самостійна робота за змістовим модулем 1.

## МЕТОДИ КОЛЕКТИВНОЇ ЕКСПЕРТНОЇ ОЦІНКИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

**Мета:** з'ясувати сутність методів колективної експертної оцінки в економічному прогнозуванні

**Завдання:** навчитися застосовувати методи колективної експертної комісії та колективної генерації ідей для прийняття обґрунтованих управлінських рішень

### Зміст

- 1.1. Метод колективної експертної комісії
- 1.2. Метод колективної генерації ідей
- 1.3. Завдання для виконання самостійної роботи 1

#### 1.1. Метод колективної експертної комісії

Метод «комісії» передбачає визначення погодженої думки експертів про перспективні напрямки розвитку об'єкта прогнозування.

Перш за все створюється група укладачів прогнозу (робоча група), яка забезпечує підготовку й проведення опитування, обробку матеріалів і аналіз результатів експертної оцінки, а саме:

- уточнює головні напрями розвитку об'єкта;
- будує матрицю, у якій відображена генеральна мета, підцілі та засоби їх досягнення;
- розробляє перелік запитань для експертів, забезпечуючи однозначність їх розуміння;
- здійснює підбір групи експертів.
- проводить опитування й обробку матеріалів;
- визначає остаточний результат опитування, що виводиться або як середнє судження, або як середнє арифметичне, або як середнє зважене значення оцінки.

Кількість експертів може сягати 50-ти, а інколи і 150-ти чоловік, залежно від складності об'єкта прогнозування.

Експерти погоджують свою думку про стан будь-якого процесу (явища, об'єкта в майбутньому або про шляхи і методи досягнення цілей у відкритій дискусії, найчастіше за круглим столом, що дозволяє впливати одному на одного таким чином, щоб компенсувати помилки.

Експертів опитують з метою отримати відповідь на поставлені питання у вигляді оцінок ймовірного варіанту розвитку подій (при цьому найпоширенішою є таблична форма). Питання формують за певною структурно-ієрархічною схемою (від складних до простих, від загальних до поодиноких).

Заповнені експертами таблиці використовують для узагальнень думок з кожного запропонованого питання.

Статистичне опрацювання даних колективної експертної оцінки прогнозів – це сукупність оцінок відносної важливості, поставлених кожним спеціалістом кожному з оцінюваних напрямів досліджень. Оцінки важливості виражають у

балах, вони можуть набувати значень, наприклад, від нуля до одиниці або від нуля до десяти і т.п. Підсумкову оцінку визначають шляхом опрацювання окремих думок експертів.

Припустимо, що у колективному опитуванні взяли участь  $m$  експертів. Вони дали свою оцінку з  $n$  запропонованих для оцінки напрямів досліджень.  $C_{ij}$  – оцінка (у балах)  $i$ -м експертом  $j$ -го напрямку досліджень.

Під час опрацювання матеріалів оцінки важливості з певного питання зводять у таблицю, рядки якої відповідають напрямкам досліджень, а стовпці – експертам (табл. 1.1).

Таблиця 1.1 – Матриця оцінки важливості напрямів досліджень

Напрямки досліджень ( $j$ )	Експерти ( $i$ )			
	1	2	...	$m$
1	$C_{11}$	$C_{21}$	...	$C_{m1}$
2	$C_{12}$	$C_{22}$	...	$C_{m2}$
...	...	...	...	
$n$	$C_{1n}$	$C_{2n}$	...	$C_{mn}$

Статистична обробка даних колективних експертних оцінок здійснюється за такими показниками:

- 1) показники узагальненої думки групи експертів;
- 2) показники ступеня узгодженості думок експертів;
- 3) показник активності експертів;
- 4) показник компетентності експертів.

Розрахунок показників узагальненої думки групи експертів здійснюється через визначення середньостатистичного значення оцінок ( $M_j$ ) та суми рангів оцінок за  $j$ -напрямком ( $S_{Rj}$ ).

Середнє статистичне значення оцінок  $j$ -го напрямку визначається за формулою:

$$M_j = \sum C_{ij} / m_j, \quad (1.1)$$

де  $C_{ij}$  – оцінка відносної важливості (у балах)  $j$ -го напрямку, зроблена  $i$ -им експертом;

$m_j$  – кількість експертів, які приймали участь в оцінці  $j$ -го напрямку.

Для обґрунтування важливості того чи іншого напрямку слід врахувати наступне: чим більше значення  $M_j$ , тим більша важливість розвитку  $j$ -го напрямку.

Сума рангів ( $S_{Rj}$ ) отриманих за  $j$ -им напрямком, визначається наступним чином:

а) проводиться ранжування за спадом оцінок, поданих кожним експертом. При цьому, кожна оцінка описується числом натурального ряду. Число 1 надається максимально можливій оцінці, а  $n$  – мінімальній. Відповідні числа є рангами оцінок  $i$ -го експерта заданим напрямком  $R_{ij}$ . Якщо серед оцінок, даних експертами, є однакові, то їм призначається однаковий ранг, рівний середньому арифметичному відповідних чисел натурального ряду. Такі ранги називають пов'язаними рангами.

б) обчислюється сума рангів, отриманих за  $j$ -им напрямком:

$$S_{Rj} = \sum_{i=1}^{m_j} R_{ij}. \quad (1.2)$$

При порівнянні напрямків за  $S_{Rj}$  найбільш важливим слід вважати напрямок, який характеризується найменшим значенням  $S_{Rj}$ .

Результати розрахунків доцільно подати у вигляді таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Сума рангів, отриманих за даними напрямками розвитку

Напрямки досліджень ( $j$ )	Експерти ( $i$ )										Сума рангів ( $S_{Rj}$ )
	1		2		3		4		5		
	Бали	Ранги	Бали	Ранги	Бали	Ранги	Бали	Ранги	Бали	Ранги	
1											
2											
...											
n											

Показники ступеня узгодженості думок експертів включають розрахунки коефіцієнтів варіації та конкордації.

Коефіцієнт варіації ( $V_j$ ) оцінок, даних  $j$ -му напрямку, визначається за формулою:

$$V_j = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{m_j} (C_{ij} - M_j)^2 / m_j}}{M_j}. \quad (1.3)$$

Чим менше значення  $V_j$ , тим більш узгодженими є думки експертів про відносну важливість  $j$ -го напрямку.

Коефіцієнт конкордації ( $W$ ) є показником ступеня узгодженості думок експертів про відносну важливість сукупності всіх запропонованих для оцінки напрямків розвитку. Розраховується наступним чином:

а) обчислюється середнє арифметичне ( $\overline{S_{Rj}}$ ) з сумарних рангованих оцінок, отриманих за всіма напрямками:

$$\overline{S_{Rj}} = \frac{\sum_{j=1}^n S_{Rj}}{n}, \quad (1.4)$$

де  $n$  – кількість заданих напрямків;

б) обчислюється відхилення ( $d_j$ ) суми рангів від середнього значення, отриманих за  $j$ -им напрямком:

$$(d_j = S_{Rj} - \overline{S_{Rj}}). \quad (1.5)$$

Потім підсумовується сума квадратів різниць  $\sum_{i=1}^n d_j^2$  за всіма напрямками;

в) розраховується показник ( $T_j$ ) пов'язаних (рівневих) рангових оцінок, даних експертами за  $j$ -м напрямком:

$$T_j = \sum_{l=1}^L (t_l^3 - t_l), \quad (1.6)$$

де  $L$  – кількість груп однакових (пов'язаних) рангів;

$t_l$  – кількість пов'язаних рангів в  $l$ -тій групі.

Наприклад, якщо за напрямком є два однаково присвоєних ранги, то

$$L = 1, t_l = 2, \text{ а } T_1 = 2^3 - 2 = 6;$$

якщо за напрямком 2 є три однаково присвоєних ранги, то

$$L = 1, t_l = 3, \text{ а } T_2 = 3^3 - 3 = 24.$$

Якщо всі ранги для напрямку різні, то  $T_i = 0$ .

г) визначається коефіцієнт конкордації:

$$W = \frac{12 \cdot \sum_{j=1}^n d_j^2}{m^2 \cdot (n^3 - n) - m \cdot \sum_{j=1}^n T_j}, \quad (1.7)$$

де  $n$  – кількість напрямків дослідження;

$m$  – загальна кількість експертів, які приймали участь в оцінці всіх напрямків.

Коефіцієнт конкордації змінюється в межах від 0 до 1. Зростання коефіцієнта від 0 до 1 відповідає збільшенню ступеня узгодженості думок експертів.

*Показник активності експертів* ( $K_{ej}$ ) визначається за формулою:

$$K_{aej} = M_j / m. \quad (1.8)$$

Чим більше значення  $K_{aej}$ , тим більш активним є експерт в оцінці  $j$ -го напрямку.

*Оцінка компетентності експертів* ( $K_{кеі}$ ) здійснюється за формулою:

$$K_{kei} = \frac{K_{a.e} + K_{з.n}}{2}, \quad (1.9)$$

де  $K_{a.e}$  – коефіцієнт аргументованості відповіді експерта;

$K_{з.n}$  – коефіцієнт знайомства з проблемою.

Основна перевага методу комісії полягає в тому, що до складу групи входять спеціалісти, які добре обізнані на певній проблематиці, тому їх сукупний обсяг знань перевищує кількість інформації, якою володіє будь-який із спеціалістів групи, інакше кажучи, група спеціалістів виробляє більше “розумової” енергії, ніж один спеціаліст.

Як приклад, розглянемо ситуацію, коли на основі зроблених групою з 9-ти експертів оцінок відносної важливості заданих прогнозних напрямків виробничого, технологічного, інвестиційного, інноваційного, соціального розвитку підприємства необхідно обґрунтувати та обрати найбільш оптимальний, використавши при цьому наступні показники статистичної обробки даних експертного опитування:

- показники узагальненої думки групи експертів;
- показники ступеня узгодженості думок експертів;
- показник активності експертів;
- показник компетентності експертів з кожного прогнозованого напрямку розвитку.

Оцінки важливості всіх 5-ти напрямків розвитку, надані експертами у балах за шкалою від 0 до 100, наведені в табл. 1.3, а коефіцієнти аргументованості відповіді експертів та їх знайомства з проблемою за шкалою від 0 до 1 – в табл. 1.4.

Таблиця 1.3 – Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
виробничий	50	80	70	70	100	65	90	60	70
технологічний	100	60	80	70	80	90	80	90	90
інвестиційний	80	90	70	100	-	60	60	100	80
інноваційний	80	70	-	65	80	50	-	90	100
соціальний	-	50	100	90	70	80	60	70	60

Таблиця 1.4 – Коефіцієнти знайомства з проблемою та аргументованості відповіді експертів

Коефіцієнти	Експерти (m)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. Аргументованість відповіді (K <sub>а.в</sub> )	0,4	0,8	0,5	0,9	0,6	0,9	0,7	0,6	0,3
2. Знайомство з проблемою (K <sub>з.п</sub> )	0,6	0,8	0,7	0,8	0,8	0,9	0,6	0,9	0,8

Показники узагальненої думки групи експертів.

1) Середнє статистичне значення оцінок за формулою 1.1:

$$M_1 = \frac{50 + 80 + 70 + 70 + 100 + 65 + 90 + 60 + 70}{9} = 72,78 ;$$

$$M_2 = \frac{100 + 60 + 80 + 70 + 80 + 90 + 80 + 90 + 90}{9} = 82,22 ;$$

$$M_3 = \frac{80 + 90 + 70 + 100 + 60 + 60 + 100 + 80}{8} = 80 ;$$

$$M_4 = \frac{80 + 70 + 65 + 80 + 50 + 90 + 100}{7} = 76,43 ;$$

$$M_5 = \frac{50 + 100 + 90 + 70 + 80 + 60 + 70 + 60}{8} = 72,5 .$$

2) Результати ранжування за спадом оцінок, поданих кожним експертом, зведені у таблицю 1.5.

Таблиця 1.5 – Ранги для даних напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m), оцінки (C <sub>ij</sub> )																	
	1		2		3		4		5		6		7		8		9	
	бали	ранги	бали	ранги	бали	ранги	бали	ранги	бали	ранги	бали	ранги	бали	ранги	бали	ранги	бали	ранги
Виробничий	50	9	80	3	70	5	70	5	100	1	65	7	90	2	60	8	70	5
Технологічний	100	1	60	9	80	6	70	8	80	6	90	3	80	6	90	3	90	3
Інвестиційний	80	4,5	90	3	70	6	100	1,5	-		60	7,5	60	7,5	100	1,5	80	4,5
Інноваційний	80	3,5	70	5	-		65	6	80	3,5	50	7	-		90	2	100	1
Соціальний	-		50	8	100	1	90	2	70	4,5	80	3	60	6,5	70	4,5	60	6,5



При цьому слід врахувати, що для виробничого напрямку 5-м експертом надано максимальну оцінку у 100 балів. Їй присвоюється ранг 1. Для оцінки 7-го експерта 90 балів присвоюється ранг 2, для оцінки 2-го експерта 80 балів – ранг 3. Оцінка у 70 балів виставлена трьома експертами 3-м, 4-м і 9-м. Ці оцінки, відповідно, займають 4-6 місця, а їх ранг буде рівний середньому арифметичному відповідних чисел

$$\frac{4+5+6}{3} = 5.$$

Для оцінок інших експертів: 65 балів – ранг 7, 60 балів – ранг 8, 50 балів – ранг 9.

Сума рангів, отриманих за кожним напрямком, за формулою 1.2:

$$S_{R_1} = 9 + 3 + 5 + 5 + 1 + 7 + 2 + 8 + 5 = 45;$$

$$S_{R_2} = 1 + 9 + 6 + 8 + 6 + 3 + 6 + 3 + 3 = 45;$$

$$S_{R_3} = 4,5 + 3 + 6 + 1,5 + 7,5 + 7,5 + 1,5 + 4,5 = 36;$$

$$S_{R_4} = 3,5 + 5 + 6 + 3,5 + 7 + 2 + 1 = 28;$$

$$S_{R_5} = 8 + 1 + 2 + 4,5 + 3 + 6,5 + 4,5 + 6,5 = 36.$$

Сума рангів, отриманих за всіма напрямками:

$$S_R = 45 + 45 + 36 + 28 + 36 = 190.$$

*Показники ступеня узгодженості думок експертів.*

1) Коефіцієнт варіації для кожного напрямку за формулою 1.3:

$$V_1 = \frac{\sqrt{((50-72,78)^2 + (80-72,78)^2 + (70-72,78)^2 + \dots + (90-72,78)^2)/9}}{72,78} = 0,2;$$

$$V_2 = \frac{\sqrt{((100-82,22)^2 + (60-82,22)^2 + (80-82,22)^2 + \dots + (90-82,22)^2)/9}}{82,22} = 0,14;$$

$$V_3 = \frac{\sqrt{((80-80)^2 + (90-80)^2 + (70-80)^2 + \dots + (80-80)^2)/8}}{80} = 0,19;$$

$$V_4 = \frac{\sqrt{((80-76,43)^2 + (70-76,43)^2 + (65-76,43)^2 + \dots + (100-76,43)^2)/7}}{76,43} = 0,2;$$

$$V_5 = \frac{\sqrt{((50-72,5)^2 + (100-72,5)^2 + (90-72,5)^2 + \dots + (60-72,5)^2)/8}}{72,5} = 0,22.$$

Таким чином, можна зробити висновок, що найвищий ступінь узгодженості думок експертів отримано при оцінці важливості для підприємства технологічного напрямку розвитку, а найнижчий – при оцінці соціального.

Для розрахунку коефіцієнта конкордації спершу потрібно:

а) за формулою 1.4 знайти середнє арифметичне з сумарних рангованих оцінок, отриманих за всіма напрямками:

$$\overline{S_{Rj}} = \frac{45 + 45 + 36 + 28 + 36}{5} = 38;$$

б) за формулою 1.5 знайти відхилення суми рангів, отриманих за кожним напрямком, від середнього значення:

$$d_1 = 45 - 38 = 7; \quad d_2 = 45 - 38 = 7; \quad d_3 = 36 - 38 = -2;$$

$$d_4 = 28 - 38 = -10; \quad d_5 = 36 - 38 = -2;$$

Сума квадратів різниць за всіма напрямками:

$$\sum_{j=1}^n d_j^2 = 7^2 + 7^2 + (-2)^2 + (-10)^2 + (-2)^2 = 206;$$

в) за формулою 1.6 знайти показник пов'язаних (рівневих) рангових оцінок, даних експертами за кожним напрямком.

За даними табл. 1.5:

- для напрямку 1

$$L=1 (5; 5; 5); t_{11} = 3; T_1 = (3^3 - 3) = 24;$$

- для напрямку 2

$$L=2 (3; 3; 3); (6; 6; 6); t_{12} = 3; t_{13} = 3; T_2 = (3^3 - 3) + (3^3 - 3) = 48;$$

- для напрямку 3

$$L=3 (4,5; 4,5); (1,5; 1,5), (7,5; 7,5), t_{14} = 2; t_{15} = 2; t_{16} = 2;$$

$$T_3 = (2^3 - 2) + (2^3 - 2) + (2^3 - 2) = 18;$$

- для напрямку 4

$$L=1 (3,5; 3,5); t_{17} = 2; T_4 = (2^3 - 2) = 6;$$

- для напрямку 5

$$L=2 (4,5; 4,5), (6,5; 6,5); t_{18} = 2; t_{19} = 2; T_5 = (2^3 - 2) + (2^3 - 2) = 12.$$

Сумарний показник пов'язаних (рівневих) рангових оцінок:

$$\sum_{j=1}^n T_j = 24 + 48 + 18 + 6 + 12 = 108.$$

г) за формулою 1.7 знайти коефіцієнт конкордації:

$$W = \frac{12 \cdot 206}{9^2 \cdot (5^3 - 5) - 9 \cdot 108} = 0,28.$$

Оскільки значення коефіцієнта конкордації далеке від 1, то це свідчить про слабку узгодженість думок експертів.

*Показник активності експертів* (за формулою 1.8):

$$Ka_{e1} = \frac{72,78}{9} = 8,09; \quad Ka_{e2} = \frac{82,22}{9} = 9,14; \quad Ka_{e3} = \frac{80}{8} = 10;$$

$$Ka_{e4} = \frac{76,43}{7} = 10,92; \quad Ka_{e5} = \frac{72,50}{8} = 9,06.$$

Отже, найбільш активним є четвертий експерт, бо показник його активності найвищий.

*Оцінка компетентності кожного з експертів* (за формулою 1.9):

$$Kk_{e1} = \frac{0,4 + 0,6}{2} = 0,5; \quad Kk_{e2} = \frac{0,8 + 0,8}{2} = 0,8; \quad Kk_{e3} = \frac{0,5 + 0,7}{2} = 0,6;$$

$$Kk_{e4} = \frac{0,9 + 0,8}{2} = 0,85; \quad Kk_{e5} = \frac{0,6 + 0,8}{2} = 0,7; \quad Kk_{e6} = \frac{0,9 + 0,9}{2} = 0,9;$$

$$Kk_{e7} = \frac{0,7 + 0,6}{2} = 0,65; \quad Kk_{e8} = \frac{0,6 + 0,9}{2} = 0,8; \quad Kk_{e9} = \frac{0,3 + 0,8}{2} = 0,6.$$

Отже, найбільш компетентним є шостий експерт, показник компетентності якого найвищий.



Як видно з викладеного вище, обчислення показників статистичної обробки даних експертного опитування передбачає здійснення значних обсягів

розрахунків. Їх можна пришвидшити за допомогою *Microsoft Excel*. Найкраще для цієї мети скористатись бібліотекою функцій, об'єднаних в “*Мастер функций*”.

Діалогове вікно “*Мастер функций*” полегшує введення функцій при створенні формул, оскільки воно відображає назву функції, всі її аргументи, містить опис функції і кожного її аргументу, поточний результат розрахунку.

Функції – це певні формули, які виконують обчислення за наперед заданими величинами, що називаються аргументами, в заздалегідь встановленому порядку. Ці функції дозволяють виконати як прості, так і складні розрахунки. Структура функції завжди починається знаком рівності (=), за ним йдуть назва функції, відкрита дужка, список аргументів, розділених комами, закрита дужка.

Завантажити “*Мастер функций*” можна різними шляхами:

- 1) натиснути кнопку *Вставка функции*  у рядку формул  над робочим листом (рис. 1.1);
- 2) скористатися меню *Вставка / Функция*;
- 3) натиснути на клавіатурі *SHIFT+F3*.

“*Мастер функций*” (рис. 1.2) містить кілька полів, що дозволяють обрати необхідну функцію. В полі *Поиск функции* можна ввести короткий опис дії, яку потрібно виконати, а потім натиснути *Найти*. Це дозволить знайти одну необхідну функцію або значно звузити перелік можливих.

У полі *Категория* можна задати *Полный алфавитный перечень* всіх функцій, або обмежити вибір якоюсь з категорій (*Финансовые, Дата и Время, Математические, Статистические* та інші), якщо точно відомо, що саме до неї відноситься потрібна функція.

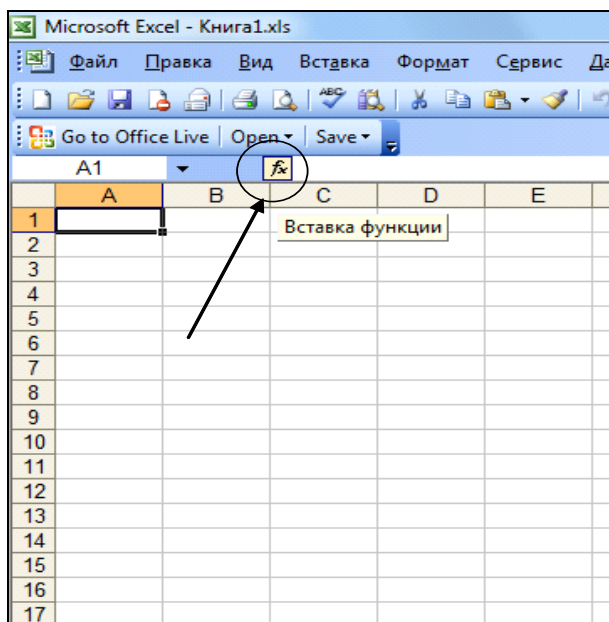


Рисунок 1.1 - Завантаження “*Мастера функций*”

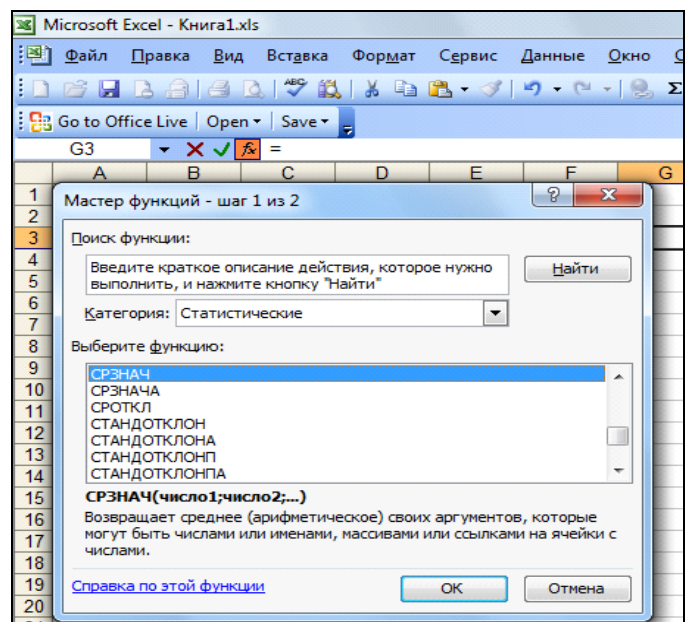


Рисунок 1.2 - Діалогове вікно “*Мастер функций*”

У полі *Выберите функцию* буде відображено список відповідних функцій. Серед них необхідно виділити потрібну та натиснути кнопку *OK*, щоб вставити її у робочий лист і викликати діалогове вікно *Аргументы функции*.

Аргументи – це значення, які використовуються функцією для виконання операції або обчислень. Тип аргументу залежить від конкретної функції. Як

правило аргументи, які використовуються функціями, - це числа, текст, посилання на комірки або імена, логічні значення (правда або неправда), масиви – об’єкти, які використовуються для отримання декількох значень в результаті розрахунків на основі певної формули або для роботи з набором аргументів, розташованих в різних комірках і згрупованих за рядками або графами. У кожному конкретному випадку необхідно використовувати відповідний тип аргументу. Аргументи, виділені жирним шрифтом, є обов’язковими, тому для них необхідно задати значення. Решту аргументів є додатковими; для них передбачені стандартні значення.

При виборі функції можна прочитати присвячену їй довідку, скориставшись посиланням *Справка по этой функции* в нижній частині діалогового вікна “*Мастер функций*”. На початку відповідної довідки приведено *синтаксис* функції, у якому описано значення імен аргументів функції (вони перераховані по порядку). В кінці довідки наведено приклад, який можна скопіювати і вставити в лист для ознайомлення з роботою функції.

Порядок розв’язання поставленої задачі в Microsoft Excel:

1. Створити документ *Microsoft Excel*, в який занести дані з табл. 1.3. До цієї таблиці додати графу “Середнє статистичне значення оцінок  $j$ -го напрямку,  $M_j$ ”.

2. В активованій комірці K4 завантажити “*Мастер функций*”, обрати категорію *Статистические* і використати функцію *СРЗНАЧ* (рис. 1.2) / *ОК*. Обрана функція дозволяє розрахувати середнє арифметичне значення заданого масиву чисел.

3. Відкриється діалогове вікно *Аргументы функции* (рис. 1.3). Оскільки спочатку необхідно визначити середнє значення оцінок виробничого напрямку розвитку, слід зупинитись курсором у полі *Число 1*, а потім обвести діапазон комірок таблиці, в яких наведені оцінки важливості даного напрямку, надані експертами (B4:J4) / *ОК*.

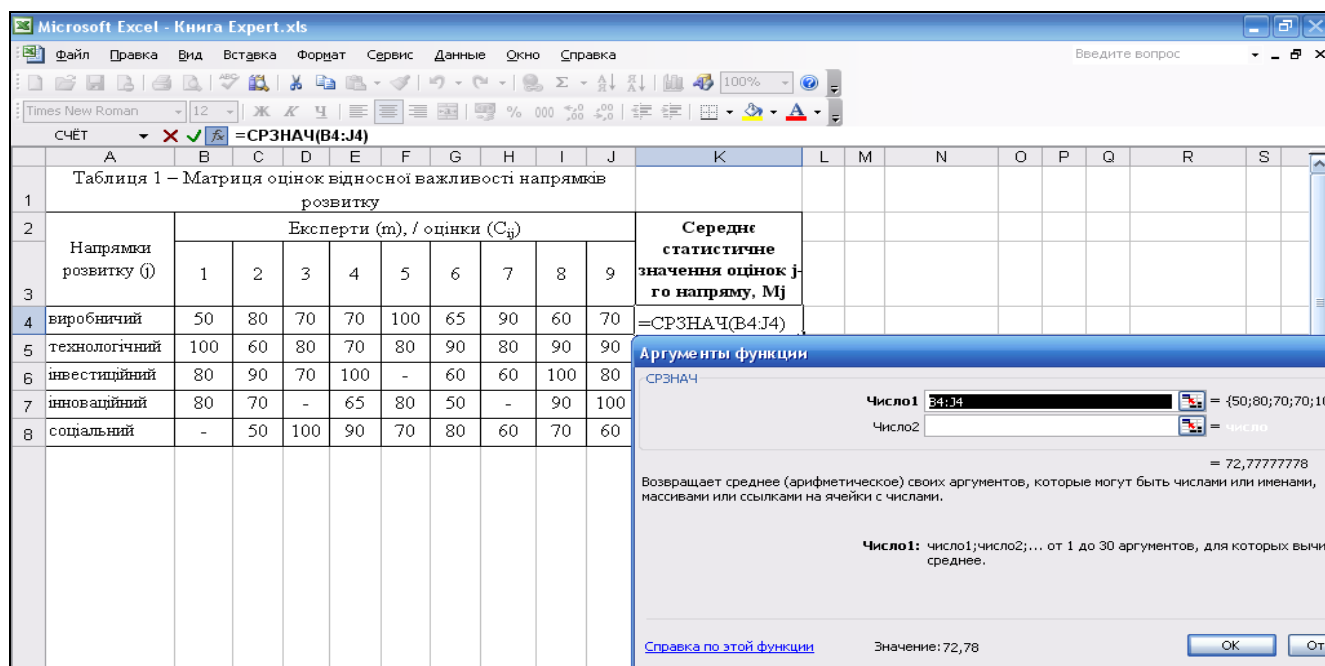


Рисунок 1.3 – Діалогове вікно Аргументы функции

У рядку формул над робочим листом буде відображена формула  
 $=CPЗНАЧ(B4:J4)$

а результати розрахунку (72,78) – в комірці K4.

Для розрахунку середнього значення оцінок інших 4-х напрямків розвитку слід повторити п.2-п.3 в комірках K5 - K8. Такого ж результату можна досягти простішим шляхом, якщо скопіювати записану формулу з комірки K4 в діапазон комірок K5:K8.

4. Занести в *Microsoft Excel* дані табл. 1.4 про коефіцієнти знайомства з проблемою та аргументованості відповідей експертів. До цієї таблиці додати рядок “Коефіцієнт компетентності експертів”. Для обчислення цього показника в активованій комірці B15 слід використати ту ж функцію *CPЗНАЧ*

$$=CPЗНАЧ(B13:B14)$$

а потім після появи в ній першого значення обчисленого показника виділити її та скопіювати записану формулу в діапазон комірок C15:J15 для інших 8-ми експертів (рис. 1.4).

Таблиця 1 – Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку										
Напрямки розвитку (j)	Експерти (m), f оцінки (C <sub>ij</sub> )									Середнє статистичне значення оцінок j-го напрямку, Mj
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
виробничий	50	80	70	70	100	65	90	60	70	72,78
технологічний	100	60	80	70	80	90	80	90	90	82,22
інвестиційний	80	90	70	100	-	60	60	100	80	80,00
інноваційний	80	70	-	65	80	50	-	90	100	76,43
соціальний	-	50	100	90	70	80	60	70	60	72,50

Таблиця 2 – Коефіцієнти знайомства з проблемою та аргументованості відповідей експертів										
Коефіцієнти	Експерти (m)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1. Аргументованості відповіді	0,4	0,8	0,5	0,9	0,6	0,9	0,7	0,6	0,3	
2. Знайомства з проблемою	0,6	0,8	0,7	0,8	0,8	0,9	0,6	0,9	0,8	
<b>Коефіцієнт компетентності експертів</b>	<b>0,5</b>	<b>0,8</b>	<b>0,6</b>	<b>0,85</b>	<b>0,7</b>	<b>0,9</b>	<b>0,65</b>	<b>0,75</b>	<b>0,55</b>	

Рисунок 1.4 – Результати розрахунку коефіцієнта компетентності експертів

5. Побудувати розрахункову таблицю “Сума рангів, отриманих за даними напрямками розвитку” (рис. 1.5). Ранги проставляються самостійно згідно методики, описаної вище. Зокрема, для виробничого напрямку в комірці K20 при максимальній кількості балів проставляється 1, а потім по мірі зменшення балів в комірці O20 – 2, в комірці E20 – 3, в комірках G20, I20, S20 – 5, в комірці M20 – 7, в комірці Q20 – 8, в комірці C20 – 9. Аналогічно для інших напрямків.

6. До останньої таблиці додати:

- графу “Сума рангів” та обчислити цей показник за кожним напрямком та суму рангів за всіма напрямками. Для виробничого напрямку в активованій комірці A27 завантажити “Мастер функций”, обрати категорію *Статистические* і використати функцію *СУММ*, яка дозволяє сумувати всі числа в обраному діапазоні комірок. Оскільки в таблиці вихідних даних комірки з числовими значеннями рангів не згруповані в щільний діапазон, тобто між ними є комірки з іншими даними, у діалоговому вікні *Аргументы функции* слід зупинитись курсором у полі *Число 1* і вказати адресу комірки C20 з рангом оцінки першого експерта, у полі *Число 2* – вказати адресу комірки E20 з рангом оцінки наступного експерта і т.д. Формула матиме вигляд

$$=СУММ(C20;E20;G20;I20;K20;M20;O20;Q20;S20)$$

Її слід скопіювати в діапазон комірок A28:A31 для інших напрямків.

Для розрахунку суми рангів за всіма напрямками в активованій комірці A32 також можна використати функцію *СУММ*, тільки в даному випадку нема потреби вносити адреси кожної комірки окремо, достатньо зупинитись курсором у полі *Число 1* діалогового вікна *Аргументы функции*, а потім обвести в таблиці діапазон комірок A27:A31

$$=СУММ(A27:A31)$$

Для розрахунку середнього арифметичного сум рангів оцінок, отриманих за всіма напрямками, в активованій комірці C33 слід використати функцію

$$=СРЗНАЧ(A27:A31)$$

- графу “Коефіцієнт варіації”.

Розрахунок коефіцієнта варіації передбачає послідовне виконання цілого комплексу математичних розрахунків: знаходження різниці між усіма експертними оцінками заданого напрямку та середнім статистичним значенням всіх оцінок, піднесення кожної різниці до квадрату та сумування результатів, ділення суми на число експертів, знаходження кореня квадратного з результату, а потім його ділення на середнє статистичне значення оцінок. В *Excel* можна виконати всі ці дії окремо в зазначеному порядку, проте результату буде досягнуто швидше, якщо зразу повністю ввести формулу (1.3). Для цього спочатку слід використати функцію *КВАДРОТКЛ*, яка дозволяє обчислити суму квадратів відхилень заданого обсягу даних від їх середнього значення (у нашому випадку – суму квадратів різниць між експертними оцінками та середнім статистичним значенням всіх оцінок); потім функцію *СЧЕТ*, яка обчислює кількість чисел у списку аргументів (її використання в даному розрахунку пояснюється тим, що для різних напрямків є різна кількість експертних оцінок, а функція *СЧЕТ* дозволяє в обраному діапазоні комірок виділити лише ті, що містять цифровий матеріал) та функцію *КОРЕНЬ*, яка дозволяє обчислити значення кореня квадратного заданого числа.

Для розрахунку коефіцієнта варіації виробничого напрямку розвитку в активованій комірці B27 слід завантажити “Мастер функций” та вибрати функцію *КВАДРОТКЛ*, в діалоговому вікні якої *Аргументы функции* зупинитись курсором у полі *Число 1* і обвести діапазон комірок таблиці B4:J4 та натиснути *OK*, потім зупинитися в стрічці формули, де поставити знак ділення “/” і знову

завантажити “Мастер функций” та використати функцію СЧЕТ (в діалоговому вікні Аргументы функции слід зупинитись курсором у полі Число 1 і обвести діапазон комірок таблиці В4:J4, тоді ОК), далі зупинитися в стрічці формули та взяти в дужки вже введену формулу (КВАДРОТКЛ(В4:J4)/СЧЁТ(В4:J4)), тоді в тій же стрічці формули після знаку “=” використати функцію КОРЕНЬ (“Мастер функций”, категорія Математические). В стрічці формули буде запис =КОРЕНЬ((КВАДРОТКЛ(В4:J4)/СЧЁТ(В4:J4))), після якого поставити знак ділення “/” і вказати комірку К4. Формула для обчислення коефіцієнта варіації в активованій комірці В27 матиме вигляд

$$=КОРЕНЬ((КВАДРОТКЛ(В4:J4)/СЧЁТ(В20:J20)))/К4$$

Для інших напрямків розвитку скопіювати формулу в діапазон комірок В28:В31.

Таблиця 3 – Сума рангів, отриманих за даними напрямками розвитку																		
Напрямки розвитку (i)	Експерти (j), / оцінки (С <sub>ij</sub> )																	
	1		2		3		4		5		6		7		8		9	
	бали	ранги	бали	ранги	бали	ранги	бали	ранги	бали	ранги	бали	ранги	бали	ранги	бали	ранги	бали	ранги
виробничий	50	9	80	3	70	5	70	5	100	1	65	7	90	2	60	8	70	5
технологічний	100	1	60	9	80	6	70	8	80	6	90	3	80	6	90	3	90	3
інвестиційний	80	4,5	90	3	70	6	100	1,5	-	-	60	8	60	7,5	100	1,5	80	5
інноваційний	80	3,5	70	5	-	-	65	6	80	3,5	50	7	-	-	90	2	100	1
соціальний	-	-	50	8	100	1	90	2	70	4,5	80	3	60	6,5	70	4,5	60	7
Сума рангів, S <sub>ij</sub>	45	0,20	7	49	24	8,09												
Коефіцієнт варіації, V <sub>i</sub>	45	0,14	7	49	48	9,14												
Відхилення (d <sub>j</sub> ) суми рангів, отриманих за j-им напрямком	36	0,19	-2	4	18	10,00												
Показник (T) пов'язаних (рівневих) рангових оцінок, даних експертами за кожним напрямком	28	0,20	-10	100	6	10,92												
Коефіцієнт активності експертів	36	0,22	-2	4	12	9,06												
Середнє арифм. рангів оцінок	190		206	108														
Коефіцієнт кореляції			38															
			0,28															

Рисунок 1.5 – Результати розрахунку важливості заданих прогнозних напрямків розвитку підприємства

- графу “Відхилення (d<sub>j</sub>) суми рангів, отриманих за j-им напрямком” та обчислити цей показник для всіх напрямків за формулою (1.5). Для цього треба виділити діапазон комірок С27:С31, обраних для виведення результатів розрахунків, і в першу комірку виділеного діапазону С27 ввести таку формулу масиву:

$$=A27:A31-C33$$

та виконати клавішну комбінацію CTRL + SHIFT + ENTER. У рядку формул для всього діапазону комірок Е3:Е11 з’явиться запис

$$\{=A27:A31-C33\},$$

а розраховані значення  $d_j$  будуть відображені у діапазоні комірок C27:C31 таблиці.

- графу “ $d_j^2$ ”. Для знаходження цього показника в комірці D27 слід записати формулу

$$=C27^2$$

та скопіювати її в діапазон комірок D28 : D31. Знак  $^$  в *Excel* дозволяє обчислити степінь певного числа. Показник степені проставляється після цього знаку.

Для знаходження підсумку за цим стовпцем в активованій комірці D32 використати функцію

$$=СУММ(D27:D31)$$

- графу “Показник ( $T_j$ ) пов’язаних (рівневих) рангових оцінок, даних експертами за кожним напрямком”, та розрахувати цей показник, використовуючи методику, описану вище.

Для цього слід записати формули:

в комірці E27

$$=3^3-3$$

в комірці E28

$$=3^3-3+3^3-3$$

в комірці E29

$$=2^3-2+2^3-2+2^3-2$$

в комірці E30

$$=2^3-2$$

в комірці E31

$$=2^3-2+2^3-2$$

Для розрахунку підсумку за цим стовпцем в активованій комірці E32 записати

$$=СУММ(E27:E31)$$

- графу “Коефіцієнт активності експертів”. У цій графі в активованій комірці F27 слід записати формулу

$$=K4/СЧЁТ(B4:J4)$$

та скопіювати її в діапазон комірок F28 : F31.

Для розрахунку коефіцієнта конкордації в активованій комірці C34 необхідно ввести формулу

$$=(12*D32)/(9^2*(5^3-5)-9*E32)$$

## 1.2. Метод Дельфі

Максимальне усунення зазначених вище недоліків досягається при використанні *методу Дельфі* – одного з найбільш поширених на сьогодні методів експертного прогнозування, який був розроблений відомим експертом Олафом Хельмером, математиком за фахом. У методі Дельфі поєднуються творчий підхід до вирішення проблеми і достатня точність прогнозу. Свою назву метод одержав від давньогрецького міста Дельфі, що прославилося своїми провісниками.

Метод Дельфі – це спосіб експертного прогнозування, який ґрунтується на зведенні, систематизації та оцінці думок групи експертів, отриманих шляхом їх письмового опитування, на предмет оцінки майбутніх кількісних та якісних



показників розвитку певної проблеми. До основних характеристик методу Дельфі належать наступні особливості, що відрізняють його від звичайних методів групової взаємодії експертів:

- використання формально ідентичних анкет для опитування;
- анонімність експертів та їх відповідей;
- визначення середньостатистичної відповіді опитаної групи експертів;
- інформування учасників про результати опитування та середньостатистичну відповідь;
- повторне опитування.

Метод передбачає декілька етапів. Перш за все формулюється мета, яку передбачається досягти в результаті дослідження. Виходячи з поставленого завдання розробляється опитувальна форма для групи експертів. Підбір групи експертів здійснюється відповідно до характеру і тематики досліджуваної проблеми.

На наступному етапі проводяться анонімні анкетні опитування фахівців обраної галузі знань (як правило, це група від п'яти до десяти експертів). Анонімність полягає в тому, що в ході проведення процедури – експертної оцінки прогнозованого явища чи об'єкта – учасники експертної групи невідомі один одному. При цьому взаємодія членів групи при заповненні анкет цілком усувається.

Отримані анкетні дані піддаються статистичній обробці, в результаті якої формується діапазон думок експертів, що відображає їхній колективний погляд на обрану проблему.

Статистична характеристика результатів групової відповіді передбачає визначення показників, котрі дозволяють виявити наскільки відповідь кожного експерта відповідає точці зору більшості експертів: так званих “медіани” – середнього значення, та “квартилей” – величини довірчого інтервалу розкиду відповідей.

Медіана ділить упорядкований ряд значень прогнозного показника, отриманих від експертів, на дві рівні частини, а квартилі відсікають значення, віддалені від країв ряду на  $\frac{1}{4}$ . Прийнято вважати, що медіана характеризує узагальнену думку групи експертів, а квартилі відсікають значення, які знаходяться за межами інтервалу довіри.

Звичайно після першого опитування спостерігається значний розкид думок. Тому процедура методу припускає проведення ще 3-4-х опитувань, напередодні яких кожного експерта знайомлять з підсумками попереднього опитування, але не для того, щоб створити на нього тиск, а щоб експерт міг одержати додаткову інформацію про предмет опитування. При цьому експертів, оцінки яких не потрапили в інтервал довіри, просять детально обґрунтувати свою точку зору.

Ідеально опитування повторюється до співпадання думок всіх експертів, реально – до одержання найбільш вузького діапазону думок.

Метод Дельфі є ефективним, оскільки він дає змогу ліквідувати низку труднощів, пов'язаних з роботою колективної експертної комісії. Разом з тим йому також притаманні недоліки. Зокрема, проведення декількох етапів опитувань все ж не завжди дозволяє достатньо зблизити позиції експертів, разом з

тим значно розтягуючи процедуру в часі. Звуження та групування окремих оцінок може відбуватися за двома полярними напрямками, результатом чого можуть бути дві протилежні тенденції. Недоліком цього методу також є неможливість врахування впливу організаторів опитування на експертів при складанні анкет. Окрім цього, загальна тенденція може сформуватись не на основі незалежних інтуїтивних оцінок, а в результаті пристосування думок окремих експертів до середньої оцінки.

*Як приклад використання методу Дельфі* можна розглянути складання прогнозу рівня попиту на товар А із запрошенням 10-ти експертів. Кожен експерт отримав анкету з описом товару і прогнозованого ринку збуту. Експертам запропоновано дати собі індивідуальну самооцінку в балах в діапазоні від 0 до 10 та оцінити рівень попиту на товар А у відсотках в діапазоні від 0 до 100. Кожен експерт працював самостійно і анонімно. Після 1-го туру від експертів були отримані наступні результати (табл. 1.6).

Таблиця 1.6 – Результати експертної самооцінки та оцінки рівня попиту на товар А

Номер експерта	Коефіцієнт самооцінки, бали	Рівень попиту (індивідуальна оцінка експерта), %
1	10	90
2	8	100
3	10	75
4	7	80
5	8,8	90
6	10	100
7	6,6	80
8	8,5	80
9	7,4	60
10	9,9	80

На основі даних табл. 1.6 аналітична група проводить розрахунок низки показників.

Середньогрупова самооцінка ( $\overline{Co}$ ) розраховується за формулою:

$$\overline{Co} = \frac{\sum_{i=1}^n Co_i}{n}, \quad (1.10)$$

де  $Co_i$  – індивідуальна самооцінка  $i$ -го експерта в балах;

$n$  – кількість експертів в аналітичній групі.

$$\overline{Co} = \frac{10+8+10+7+8,8+10+6,6+8,5+7,4+9,9}{10} = 8,62.$$

Середнє значення попиту або проста оцінка ( $\overline{\Pi}$ ) розраховується за формулою:

$$\overline{\Pi} = \frac{\sum_{i=1}^n \Pi_i}{n}, \quad (1.11)$$

де  $\Pi_i$  – оцінка попиту подана  $i$ -м експертом у відсотках.

$$\overline{\Pi} = \frac{90+100+75+80+90+100+80+80+60+80}{10} = 83,5\%.$$

Середьозважена оцінка розраховується за формулою:

$$\overline{W_o} = \frac{\sum_{i=1}^n C o_i \cdot \Pi_i}{\sum_{i=1}^n \Pi_i} . \quad (1.12)$$

$$\overline{W_o} = \frac{10 \cdot 90 + 8 \cdot 100 + 10 \cdot 75 + 7 \cdot 80 + 8,8 \cdot 90 + 10 \cdot 100 + 6,6 \cdot 80 + 8,5 \cdot 80 + 7,4 \cdot 60 + 9,9 \cdot 80}{10 + 8 + 10 + 7 + 8,8 + 10 + 6,6 + 8,5 + 7,4 + 9,9} = 84,1\%$$

Для знаходження медіани потрібно записати рангований ряд від найменшої оцінки до найбільшої

60, 75, 80, 80, 80, 80, 90, 90, 100, 100.

Медіана в даному випадку при парному числі експертів розраховується як середньоарифметичне значення з двох суміжних оцінок, які стоять посередині рангового ряду, за формулою

$$Me = \frac{80 + 80}{2} = 80 .$$

Інтервал довіри розраховується наступним чином:

а) визначається мінімальна оцінка з набору експертизи (в даному прикладі 60%) та максимальна оцінка (100%);

б) визначається кuartиль як різниця між максимальною та мінімальною оцінками, розділеними на чотири:

$$K = \frac{100 - 60}{4} = 10\% .$$

в) визначаються нижня та верхня межа довірчого інтервалу:

$$\text{Верхня межа} = \text{Максимальна оцінка} - \text{Кuartиль}; \quad (1.13)$$

$$\text{Нижня межа} = \text{Мінімальна оцінка} + \text{Кuartиль}. \quad (1.14)$$

Отже, межі довірчого інтервалу:

$$\text{верхня} - 100 - 10 = 90\%;$$

$$\text{нижня} - 60 + 10 = 70\% .$$

Всі отримані результати пропонуються на розгляд експертам. Якщо експерти вважають за доцільне відкоригувати свою думку, то вони передають свої корективи аналітичній групі. На їх основі аналітична група розраховує нові результати за тим алгоритмом, який розглянутий вище. Підсумкова узагальнена думка є основою для прогнозу за рівнем попиту на даний товар А.

Для розв'язання поставленої задачі за допомогою *Microsoft Excel* необхідно:

1. Створити документ *Microsoft Excel*, в який занести дані таблиці 1.6 (рис. 1.6).

2. В активованій комірці C14 обчислити середньогрупову самооцінку за формулою

$$=CPЗНАЧ(B2:B11)$$

3. В активованій комірці C15 розрахувати середнє значення попиту за формулою

$$=CPЗНАЧ(C2:C11)$$

4. Додати до таблиці графу “Коефіцієнт самооцінки\*Рівень попиту”. В активованій комірці D2 записати формулу

$$=B2*C2$$

Скопіювати комірку D2 на діапазон комірок D3 : D11.

5. Для знаходження підсумку за цим стовпцем в активованій комірці D12 використати функцію

$$=СУММ(D2:D11)$$

6. Знайти підсумок коефіцієнтів самооцінки: в активованій комірці B12 використати функцію

$$=СУММ(B2:B11)$$

7. Розрахувати середьозважену оцінку в активованій комірці C16 за формулою

$$=D12/B12$$

8. Записати рангований ряд в комірці C18 та суміжні оцінки, які стоять посередині рангового ряду, в комірках B19 і C19.

9. Розрахувати медіану в комірці C21 за формулою

$$=СРЗНАЧ(B19:C19)$$

10. Розрахувати інтервал довіри у такому порядку:

- визначити мінімальну оцінку з набору експертизи (в даному прикладі 60% - G19) та максимальну оцінку (100% - G20);

- обчислити кватиль як різницю між максимальною та мінімальною оцінками, розділеними на чотири: в активованій комірці C22 записати формулу:

$$=(G20-G19)/4$$

- визначати нижню та верхню межі довірчого інтервалу. Для розрахунку нижньої межі в активованій комірці H16 записати формулу

$$=G19+C22$$

Для розрахунку верхньої межі в активованій комірці H15 записати формулу

$$=G20-C22$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
	Номер експерта	Коефіцієнт самооцінки, бали	Рівень попиту (індивідуальна оцінка експерта), %	Коефіцієнт самооцінки * Рівень попиту				
1	1	10	90	900				
2	2	8	100	800				
3	3	10	75	750				
4	4	7	80	560				
5	5	8,8	90	792				
6	6	10	100	1000				
7	7	6,6	80	528				
8	8	8,5	80	680				
9	9	7,4	60	444				
10	10	9,9	80	792				
11								
12		<b>86,2</b>		<b>7246</b>				
13								
14		Середньогрупова самооцінка	8,62		<b>Область довіри:</b>			
15		Середнє значення попиту, %	83,5		<b>Верхня межа, %</b>		90	
16		Середьозважена оцінка, %	84,1		<b>Нижня межа, %</b>		70	
17								
18		Рангований ряд : 60, 75, 80, 80, 80, 80, 80, 90, 90, 100, 100						
19	Суміжні оцінки, які стоять посередні рангового ряду	80	80		Мінімальна оцінка		60	
20					Максимальна оцінка		100	
21		Медіана	80					
22		Кватиль	10					

Рисунок 1.6 – Статистичне опрацювання експертних оцінок при прогнозуванні методом Дельфі

### 1.3. Завдання для виконання самостійної роботи 1

1. (Для варіантів 1-10). На основі зроблених групою експертів оцінок відносної важливості заданих прогнозованих напрямків виробничого, технологічного, інвестиційного, інноваційного, соціального розвитку підприємства, обґрунтуйте й оберіть найоптимальніший, використавши при цьому такі показники статистичного опрацювання даних експертного опитування:

- ✓ показники узагальненої думки групи експертів;
- ✓ показники ступеня узгодженості думок експертів;
- ✓ показники активності експертів;
- ✓ показники компетентності експертів з кожного прогнозованого напрямку розвитку.

#### Варіант 1

Таблиця 1.7 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	50	80	70	70	100	65	90	60	70
Технологічний	100	60	80	70	80	90	80	90	90
Інвестиційний	80	90	70	100	-	60	60	100	80
Інноваційний	80	70	-	65	80	50	-	90	100
Соціальний	-	50	100	90	70	80	60	70	60

Таблиця 1.8 Коефіцієнти знайомства з проблемою та аргументованості відповідей експертів

Коефіцієнти	Експерти (m <sub>j</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. Аргументованість відповіді (K <sub>ia</sub> )	0,4	0,8	0,5	0,9	0,6	0,9	0,7	0,6	0,3
2. Знайомство з проблемою (K <sub>is</sub> )	0,6	0,8	0,7	0,8	0,8	0,9	0,6	0,9	0,8

#### Варіант 2

Таблиця 1.9 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	80	70	90	70	-	60	90	60	80
Технологічний	-	60	80	100	80	90	80	80	90
Інвестиційний	100	90	70	60	90	60	-	100	60
Інноваційний	50	70	-	80	80	50	70	90	100
Соціальний	70	50	100	90	70	80	80	70	80

Таблиця 1.10 Коефіцієнти знайомства з проблемою та аргументованості відповідей експертів

Коефіцієнти	Експерти (m <sub>j</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. Аргументованість відповіді (K <sub>ia</sub> )	0,5	0,7	0,6	0,8	0,6	0,7	0,7	0,9	0,3
2. Знайомство з проблемою (K <sub>is</sub> )	0,5	0,5	0,7	0,8	0,8	0,7	0,6	0,9	0,7

### Варіант 3

Таблиця 1.11 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	-	50	100	90	70	80	80	70	60
Технологічний	70	60	70	75	65	100	80	90	90
Інвестиційний	90	70	-	60	80	50	-	90	100
Інноваційний	80	90	70	100	-	60	60	100	80
Соціальний	50	80	80	70	100	85	90	60	70

Таблиця 1.12. Коефіцієнти знайомства з проблемою та аргументованості відповідей експертів

Коефіцієнти	Експерти (m <sub>j</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. Аргументованість відповіді (K <sub>ia</sub> )	0,9	0,8	0,6	0,9	0,6	0,8	0,8	0,6	0,8
2. Знайомство з проблемою (K <sub>iz</sub> )	0,4	0,8	0,7	0,4	0,8	0,6	0,6	0,7	0,5

### Варіант 4

Таблиця 1.13 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	90	80	70	70	100	70	9	60	70
Технологічний	80	60	80	70	80	90	80	90	90
Інвестиційний	70	90	70	100	-	60	60	100	80
Інноваційний	90	70	-	60	80	50	-	90	100
Соціальний	30	50	100	90	70	80	80	70	60

Таблиця 1.14 Коефіцієнти знайомства з проблемою та аргументованості відповідей експертів

Коефіцієнти	Експерти (m <sub>j</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. Аргументованість відповіді (K <sub>ia</sub> )	0,7	0,8	0,7	0,8	0,8	0,9	0,6	0,9	0,8
2. Знайомство з проблемою (K <sub>iz</sub> )	0,5	0,8	0,5	0,8	0,6	0,9	0,7	0,6	0,4

### Варіант 5

Таблиця 1.15 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	80	60	70	70	100	70	90	60	70
Технологічний	-	80	100	90	70	80	80	70	60
Інвестиційний	70	90	70	100	-	60	60	100	80
Інноваційний	90	70	50	60	80	50	-	90	100
Соціальний	100	50	80	70	80	90	70	80	90

Таблиця 1.16 Коефіцієнти знайомства з проблемою та аргументованості відповідей експертів

Коефіцієнти	Експерти (m <sub>j</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. Аргументованість відповіді (K <sub>1a</sub> )	0,3	0,6	0,7	0,5	0,8	0,6	0,6	0,3	0,4
2. Знайомство з проблемою (K <sub>1b</sub> )	0,8	0,8	0,6	0,7	0,6	0,9	0,7	0,5	0,4

### Варіант 6

Таблиця 1.17 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	100	60	80	60	80	90	80	90	90
Технологічний	50	80	70	70	100	65	90	60	70
Інвестиційний	80	90	70	100	-	60	60	100	80
Інноваційний	80	70	-	65	80	50	-	90	100
Соціальний	90	50	100	90	70	80	60	70	60

Таблиця 1.18 Коефіцієнти знайомства з проблемою та аргументованості відповідей експертів

Коефіцієнти	Експерти (m <sub>j</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. Аргументованість відповіді (K <sub>1a</sub> )	0,5	0,7	0,5	0,9	0,6	0,9	0,7	0,6	0,3
2. Знайомство з проблемою (K <sub>1b</sub> )	0,6	0,8	0,7	0,8	0,8	0,8	0,6	0,9	0,8

### Варіант 7

Таблиця 1.19 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	70	70	90	70	80	80	90	60	80
Технологічний	70	60	80	100	80	90	80	80	90
Інвестиційний	100	90	70	60	90	60	100	100	60
Інноваційний	50	70	90	80	80	50	70	90	100
Соціальний	70	50	100	90	70	80	80	70	80

Таблиця 1.20 Коефіцієнти знайомства з проблемою та аргументованості відповідей експертів

Коефіцієнти	Експерти (m <sub>j</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. Аргументованість відповіді (K <sub>1a</sub> )	0,55	0,6	0,6	0,8	0,65	0,7	0,7	0,9	0,35
2. Знайомство з проблемою (K <sub>1b</sub> )	0,5	0,55	0,7	0,8	0,8	0,7	0,6	0,9	0,7

### Варіант 8

Таблиця 1.21 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	60	50	100	90	70	80	80	70	60
Технологічний	70	60	70	75	65	100	80	90	90
Інвестиційний	90	70	60	60	80	50	70	90	100
Інноваційний	80	90	70	100	90	60	60	100	80
Соціальний	50	80	80	70	100	85	90	60	70

Таблиця 1.22. Коефіцієнти знайомства з проблемою та аргументованості відповідей експертів

Коефіцієнти	Експерти ( $m_j$ )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. Аргументованість відповіді ( $K_{ia}$ )	0,9	0,8	0,6	0,9	0,6	0,8	0,8	0,6	0,8
2. Знайомство з проблемою ( $K_{iz}$ )	0,45	0,8	0,7	0,55	0,8	0,6	0,6	0,7	0,7

### Варіант 9

Таблиця 1.23 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти ( $m_j$ ), оцінки ( $C_{ij}$ )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	90	80	80	70	100	70	90	60	70
Технологічний	80	60	80	70	80	90	80	90	90
Інвестиційний	70	90	70	100	50	60	60	100	80
Інноваційний	90	70	50	60	80	50	60	90	100
Соціальний	30	50	100	90	70	80	80	70	60

Таблиця 1.24 Коефіцієнти знайомства з проблемою та аргументованості відповідей експертів

Коефіцієнти	Експерти ( $m_j$ )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. Аргументованість відповіді ( $K_{ia}$ )	0,7	0,8	0,7	0,8	0,8	0,9	0,6	0,9	0,8
2. Знайомство з проблемою ( $K_{iz}$ )	0,7	0,8	0,8	0,8	0,6	0,9	0,7	0,6	0,6

### Варіант 10

Таблиця 1.25 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти ( $m_j$ ), оцінки ( $C_{ij}$ )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	60	60	70	70	100	70	90	60	70
Технологічний	80	80	100	90	70	80	80	70	60
Інвестиційний	70	90	70	100	80	60	60	100	80
Інноваційний	90	70	50	60	80	50	80	90	100
Соціальний	100	50	80	70	80	90	70	80	90

Таблиця 1.26 Коефіцієнти знайомства з проблемою та аргументованості відповідей експертів

Коефіцієнти	Експерти ( $m_j$ )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. Аргументованість відповіді ( $K_{ia}$ )	0,45	0,6	0,7	0,55	0,8	0,6	0,6	0,35	0,45
2. Знайомство з проблемою ( $K_{iz}$ )	0,8	0,8	0,6	0,7	0,6	0,9	0,7	0,5	0,45



2. **(Для варіантів 11-20).** Для складання прогнозу рівня попиту на товар А запрошено 6 експертів. Кожен експерт отримав анкету з описом товару і прогнозованого ринку збуту. Експертам запропоновано дати собі індивідуальну самооцінку в балах в діапазоні від 0 до 10 та оцінити рівень попиту на товар А у відсотках в діапазоні від 0 до 100. Кожен експерт працював самостійно і анонімно. Після 1-го туру від експертів були отримані наступні результати (табл. 1.27, 1.28, 1.29, 1.30, 1.31, 1.32, 1.33, 1.34, 1.35, 1.36).

### Варіант 11

Таблиця 1.27 – Результати експертної самооцінки та оцінки рівня попиту на товар А

Номер експерта	Коефіцієнт самооцінки, бали	Рівень попиту (індивідуальна оцінка експерта), %
1	10	90
2	8	100
3	9,5	75
4	7,5	80
5	8,8	90
6	10	100

### Варіант 12

Таблиця 1.28 – Результати експертної самооцінки та оцінки рівня попиту на товар А

Номер експерта	Коефіцієнт самооцінки, бали	Рівень попиту (індивідуальна оцінка експерта), %
1	9	90
2	8,5	80
3	10	75
4	7,5	80
5	10	100
6	7,5	75

### Варіант 13

Таблиця 1.29 – Результати експертної самооцінки та оцінки рівня попиту на товар А

Номер експерта	Коефіцієнт самооцінки, бали	Рівень попиту (індивідуальна оцінка експерта), %
1	9	80
2	8,5	75
3	9	85
4	10	80
5	10	100
6	7	75

### Варіант 14

Таблиця 1.30 – Результати експертної самооцінки та оцінки рівня попиту на товар А

Номер експерта	Коефіцієнт самооцінки, бали	Рівень попиту (індивідуальна оцінка експерта), %
1	7	90
2	6,5	65
3	9,5	75
4	7,5	80
5	8	90
6	7,5	100

### Варіант 15

Таблиця 1.31 – Результати експертної самооцінки та оцінки рівня попиту на товар А

Номер експерта	Коефіцієнт самооцінки, бали	Рівень попиту (індивідуальна оцінка експерта), %
1	9	90
2	9	80
3	8	75
4	7,5	80
5	10	100
6	7,5	75

### Варіант 16

Таблиця 1.32 – Результати експертної самооцінки та оцінки рівня попиту на товар А

Номер експерта	Коефіцієнт самооцінки, бали	Рівень попиту (індивідуальна оцінка експерта), %
1	10	80
2	8	75
3	9	85
4	8	80
5	10	100
6	8	80

### Варіант 17

Таблиця 1.33 – Результати експертної самооцінки та оцінки рівня попиту на товар А

Номер експерта	Коефіцієнт самооцінки, бали	Рівень попиту (індивідуальна оцінка експерта), %
1	9,5	90
2	8,5	95
3	9,5	75
4	7,5	80
5	8,8	90
6	10	100

### Варіант 18

Таблиця 1.34 – Результати експертної самооцінки та оцінки рівня попиту на товар А

Номер експерта	Коефіцієнт самооцінки, бали	Рівень попиту (індивідуальна оцінка експерта), %
1	7,5	90
2	8,5	80
3	6	75
4	7,5	80
5	10	80
6	7,5	75

### Варіант 19

Таблиця 1.35 – Результати експертної самооцінки та оцінки рівня попиту на товар А

Номер експерта	Коефіцієнт самооцінки, бали	Рівень попиту (індивідуальна оцінка експерта), %
1	9	80
2	8,5	75
3	9	85
4	9	80
5	9,5	90
6	7	75

## Варіант 20

Таблиця 1.36 – Результати експертної самооцінки та оцінки рівня попиту на товар А

Номер експерта	Коефіцієнт самооцінки, бали	Рівень попиту (індивідуальна оцінка експерта), %
1	7	90
2	8	65
3	9	75
4	7,5	80
5	9,5	90
6	10	100

3. (Для варіантів 21-30). На основі зроблених групою експертів оцінок відносної важливості заданих прогнозованих напрямків виробничого, технологічного, інвестиційного, інноваційного, соціального розвитку підприємства, обґрунтуйте й оберіть найоптимальніший, використавши при цьому такі показники статистичного опрацювання даних експертного опитування: 1) показники узагальненої думки групи експертів; 2) показники ступеня узгодженості думок експертів; 3) показники активності експертів з кожного прогнозованого напрямку розвитку.

## Варіант 21

Таблиця 1.37 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	60	90	70	70	100	65	90	60	70
Технологічний	100	80	80	70	80	90	80	90	90
Інвестиційний	80	90	70	100	80	60	60	100	80
Інноваційний	80	70	65	65	80	50	85	90	100
Соціальний	75	50	100	90	70	80	60	70	60

## Варіант 22

Таблиця 1.38 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	60	70	90	70	85	60	90	60	80
Технологічний	85	60	80	100	80	90	80	80	90
Інвестиційний	100	90	70	60	90	60	95	100	60
Інноваційний	50	70	95	80	80	50	70	90	100
Соціальний	70	95	100	90	70	80	80	70	80

## Варіант 23

Таблиця 1.39 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	85	65	100	90	70	80	80	70	60
Технологічний	70	60	70	75	65	100	80	90	90
Інвестиційний	90	70	75	60	80	50	95	90	100
Інноваційний	80	90	70	100	85	60	60	100	80
Соціальний	50	80	80	70	100	85	90	60	70

## Варіант 24

Таблиця 1.40 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	90	80	75	70	100	70	9	60	70
Технологічний	80	60	80	70	80	90	80	90	90
Інвестиційний	75	90	70	100	75	60	60	100	80
Інноваційний	90	70	95	60	80	50	95	90	100
Соціальний	30	50	100	90	70	80	80	70	60

## Варіант 25

Таблиця 1.41 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	80	95	70	70	100	70	90	60	70
Технологічний	85	80	100	90	70	80	80	70	60
Інвестиційний	70	90	70	100	85	60	60	100	80
Інноваційний	90	70	50	60	80	75	85	90	100
Соціальний	100	50	80	70	80	90	70	80	90

## Варіант 26

Таблиця 1.42 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	95	85	80	60	80	90	80	90	90
Технологічний	50	80	70	70	100	65	90	60	70
Інвестиційний	80	90	70	100	95	60	60	100	80
Інноваційний	80	70	90	65	80	50	100	90	100
Соціальний	90	55	100	90	70	80	60	70	60

## Варіант 27

Таблиця 1.43 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	80	85	90	70	80	80	90	85	80
Технологічний	70	60	90	100	80	90	80	80	90
Інвестиційний	100	90	70	60	90	60	100	100	60
Інноваційний	65	70	90	80	80	50	70	90	100
Соціальний	70	50	100	90	70	80	80	70	80

## Варіант 28

Таблиця 1.44 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	55	95	100	90	70	80	80	70	60
Технологічний	70	60	85	75	65	100	80	90	90
Інвестиційний	90	100	60	60	80	50	70	90	100
Інноваційний	80	90	70	100	90	60	60	100	80
Соціальний	50	80	80	90	100	85	90	60	70

## Варіант 29

Таблиця 1.45 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	90	80	80	70	100	70	90	60	70
Технологічний	85	60	80	70	80	90	80	90	90
Інвестиційний	75	90	70	100	50	60	60	100	80
Інноваційний	90	85	50	60	80	50	60	90	100
Соціальний	45	50	100	90	70	80	80	70	60

## Варіант 30

Таблиця 1.46 Матриця оцінок відносної важливості напрямків розвитку

Напрямки розвитку (j)	Експерти (m <sub>j</sub> ), оцінки (C <sub>ij</sub> )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Виробничий	80	95	70	70	100	70	90	60	70
Технологічний	80	80	100	90	70	80	80	70	60
Інвестиційний	70	90	85	100	80	60	60	100	80
Інноваційний	90	70	75	85	80	50	80	90	100
Соціальний	100	65	80	70	80	90	70	80	90

## Самостійна робота за змістовим модулем 2.

### МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ІГОР В ЗМІШАНИХ СТРАТЕГІЯХ. ЗВЕДЕННЯ МАТРИЧНОЇ ГРИ ДО ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

**Мета:** з'ясувати сутність розв'язання матричної гри із використанням методів лінійного програмування

**Завдання:** навчитися застосовувати методи лінійного програмування до розв'язання задач теорії ігор в змішаних стратегіях

#### Зміст

- 2.1. Зведення матричної гри до задачі лінійного програмування
- 2.2. Приклад зведення матричної гри до задачі лінійного програмування
- 2.3. Завдання для виконання самостійної роботи

#### 2.1. Зведення матричної гри до задачі лінійного програмування

Нехай є матрична гра з матрицею  $A = (a_{ij})_{m \times n}$ .

Позначимо:

$p^* = (p_1, \dots, p_i, \dots, p_m)$  – оптимальна змішана стратегія гравця А;

$q^* = (q_1, \dots, q_j, \dots, q_n)$  – оптимальна змішана стратегія гравця В.

Стратегія  $p^*$  гравця А гарантує йому вигреш (за теоремою 3), не менший ціни гри  $V$ , незалежно від вибору стратегії  $B_j$  гравцем В.

Це можна записати у вигляді:

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} p_i \geq V, \quad j = \overline{1, n}, \quad (2.1)$$

$$p_1 + p_2 + \dots + p_m = 1, \quad p_i \geq 0. \quad (2.2)$$

Аналогічно, стратегія  $q^*$  гравця В гарантує йому програш, не більший ціни гри  $V$ , незалежно від вибору стратегії  $A_i$  гравцем А, тобто:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} q_j \leq V, \quad i = \overline{1, m}, \quad (2.3)$$

$$q_1 + q_2 + \dots + q_n = 1, \quad q_j \geq 0. \quad (2.4)$$

Оскільки елементи платіжної матриці відповідно до теореми 5 можна завжди зробити позитивними, то і ціна гри  $V > 0$ .

Перетворимо системи (2.1) і (2.3), розділивши обидві частини кожного нерівності на додатне число  $V$ :

$$\sum_{i=1}^m \frac{a_{ij} p_i}{V} \geq 1, \quad j = \overline{1, n},$$

$$\sum_{j=1}^n \frac{a_{ij} q_j}{V} \leq 1, \quad i = \overline{1, m},$$

Введемо нові позначення

$$\begin{cases} \frac{p_i}{V} = x_i, & i = \overline{1, m}, \\ \frac{q_j}{V} = y_j, & j = \overline{1, n}, \end{cases}$$

при підстановці яких в (2.1)-(2.4) отримуємо 2 системи:

$$\text{а) } \begin{cases} \sum_{i=1}^m a_{ij} x_i \geq 1, & j = \overline{1, n}, \\ x_1 + x_2 + \dots + x_m = \frac{1}{V}, & x_i \geq 0, \quad i = \overline{1, m}. \end{cases} \quad (2.5)$$

$$(2.6)$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} y_j \leq 1, & i = \overline{1, m}, \\ y_1 + y_2 + \dots + y_n = \frac{1}{V}, & y_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}. \end{cases} \quad (2.7)$$

$$(2.8)$$

У випадку а) перший гравець прагне знайти такі значення  $x_i$  та, отже,  $p_i$ , щоб ціна гри  $V$  була максимальною. Тому рішення першої задачі зводиться до знаходження таких невід'ємних значень  $p_i$  ( $i = \overline{1, m}$ ), при яких

$$\sum_{i=1}^m p_i \rightarrow \min .$$

Аналогічно, у випадку б) другий гравець прагне знайти такі значення  $y_j$  та, отже,  $q_j$ , щоб ціна гри  $V$  була найменшою. Тому рішення другої задачі зводиться до знаходження таких невід'ємних значень  $q_j$  ( $j = \overline{1, n}$ ), при яких

$$\sum_{j=1}^n q_j \rightarrow \max .$$

Отже, фактично в (2.6) і (2.8) ми отримуємо цільові функції відповідно для систем (2.5) і (2.7):

$$\text{а) } f(x) = x_1 + x_2 + \dots + x_m = \frac{1}{V} \rightarrow \min , \quad (2.9)$$

$$\text{б) } f(y) = y_1 + y_2 + \dots + y_n = \frac{1}{V} \rightarrow \max . \quad (2.10)$$

Таким чином, ми отримали двоїсті одна одній задачі лінійного програмування:

$$\begin{aligned} \text{а) } f(x) &= x_1 + x_2 + \dots + x_m = \frac{1}{V} \rightarrow \min, \\ \sum_{i=1}^m a_{ij} x_i &\geq 1, \quad j = \overline{1, n}, \\ x_i &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \text{б) } f(y) &= y_1 + y_2 + \dots + y_n = \frac{1}{V} \rightarrow \max. \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} y_j &\leq 1, \quad i = \overline{1, m}, \\ y_j &\geq 0, \quad j = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Розв'язавши пару взаємодвоїстих симетричних задач (2.11) та (2.12), знайдемо

$$V = \frac{1}{\sum_{i=1}^m x_i^*} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n y_j^*}; \quad p_i = V \cdot x_i^* \quad (i = \overline{1, m}), \quad q_j = V \cdot y_j^* \quad (j = \overline{1, n}),$$

за допомогою яких визначаємо рішення гри

$$(p^*, q^*, V) = ((p_1, \dots, p_i, \dots, p_m), (q_1, \dots, q_j, \dots, q_n), V).$$

## 2.2. Приклад зведення матричної гри до задачі лінійного програмування

Знайти рішення гри, яка визначається матрицею

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

*Розв'язання:*

Перевіримо гру на наявність сідлової точки:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \min_j a_{ij} \\ A &= \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \left| \begin{array}{l} 1 \\ 1 \end{array} \right. \Rightarrow \alpha = \max_i \alpha_i = 1 \\ \beta_j &= \max_i a_{ij} \quad \begin{array}{ccc} 3 & 4 & 3 \end{array} \\ &\quad \downarrow \\ \beta &= \min_j \beta_j = 3 \end{aligned}$$

Отже,  $\alpha \leq V \leq \beta$ , тобто  $1 \leq V \leq 3$ .

Оскільки  $\alpha \neq \beta$ , то рішення гри потрібно шукати в змішаних стратегіях.



Складемо задачі лінійного програмування (ЗЛП) для кожного гравця:

<p>для гравця А:</p> $f(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 + 4x_2 \geq 1 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	<p>для гравця В:</p> $f(y) = y_1 + y_2 + y_3 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} 3y_1 + y_2 + 2y_3 \leq 1 \\ y_1 + 4y_2 + 3y_3 \leq 1 \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0 \end{cases}$
--	--

Приведемо їх до канонічного вигляду:

$f(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_5 = 1 \\ x_i \geq 0, i = \overline{1,5} \end{cases}$	$f(y) = y_1 + y_2 + y_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 3y_1 + y_2 + 2y_3 + y_4 = 1 \\ y_1 + 4y_2 + 3y_3 + y_5 = 1 \\ y_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$
---	--

При приведенні до канонічної формі з'являються додаткові змінні  $x_3, x_4, x_5, y_4, y_5$ . Для встановлення взаємозв'язків між ними подумки впишемо їх у вихідну матрицю:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & y_4 & 0 \\ 1 & 4 & 3 & 0 & y_5 \\ x_3 & 0 & 0 \\ 0 & x_4 & 0 \\ 0 & 0 & x_5 \end{pmatrix}$$

Встановлюючи взаємозв'язки між змінними прямої та двоїстої до неї задачі, отримаємо наступні:

$$\begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ y_4 & y_5 & y_1 & y_2 & y_3 \end{array}$$

Знаючи взаємозв'язки між змінними, достатньо розв'язати одну з задач. Наприклад, розв'язуємо задачу з  $y$ -ками.

Для розв'язання цієї задачі скористаємося симплекс-методом.

Бз	Вб	В	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	y <sub>3</sub>	y <sub>4</sub>	y <sub>5</sub>
			1	1	1	0	0
y <sub>4</sub>	0	1	3	1	2	1	0
y <sub>5</sub>	0	1	1	4	3	0	1
ЦФ		0	-1	-1	-1	0	0

Бз	Вб	В	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$
			1	1	1	0	0
$y_1$	1	1/3	1	1/3	2/3	1/3	0
$y_5$	0	2/3	0	11/3	7/3	-1/3	1
ЦФ		1/3	0	-2/3	-1/3	1/3	0

Бз	Вб	В	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$
			1	1	1	0	0
$y_1$	1	3/11	1	0	5/11	4/11	-1/11
$y_2$	1	2/11	0	1	7/11	-1/11	3/11
ЦФ		5/11	0	0	1/11	3/11	2/11

Таким чином, отримали оптимальний план:

$$y^* = (y_1^*, y_2^*, y_3^*, y_4^*, y_5^*) = \left( \frac{3}{11}, \frac{2}{11}, 0, 0, 0 \right)$$

$$f(y^*) = \frac{5}{11}$$

Відповідно до встановлених зв'язків між додатковими змінними, маємо:

$$x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*) = \left( \frac{3}{11}, \frac{2}{11}, 0, 0, \frac{1}{11} \right)$$

$$f(x^*) = \frac{5}{11}$$

Тоді знаходимо:

$$V = \frac{1}{f(x^*)} = \frac{1}{f(y^*)} = \frac{11}{5};$$

$$p_i = V \cdot x_i^* \quad (i = \overline{1,2}),$$

$$q_j = V \cdot y_j^* \quad (j = \overline{1,3}),$$

$$\begin{cases} p_1 = \frac{11}{5} \cdot \frac{3}{11} = \frac{3}{5} \\ p_2 = \frac{11}{5} \cdot \frac{2}{11} = \frac{2}{5} \end{cases} \quad \begin{cases} q_1 = \frac{11}{5} \cdot \frac{3}{11} = \frac{3}{5} \\ q_2 = \frac{11}{5} \cdot \frac{2}{11} = \frac{2}{5} \\ q_3 = \frac{11}{5} \cdot 0 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Тоді: } p^* = (p_1, p_2) = \left( \frac{3}{5}, \frac{2}{5} \right), \quad q^* = (q_1, q_2, q_3) = \left( \frac{3}{5}, \frac{2}{5}, 0 \right).$$

Відповідь: Рішення гри з матрицею А:

$$(p^*, q^*, V) = \left( \left( \frac{3}{5}, \frac{2}{5} \right), \left( \frac{3}{5}, \frac{2}{5}, 0 \right), \frac{11}{5} \right)$$

**Приклад:** Знайти рішення гри, яка визначається матрицею.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -3 & 4 & -5 \\ 4 & -5 & 6 \end{pmatrix}.$$

*Розв'язання:*

Щоб не мати справу з матрицею, в якій є від'ємні елементи, скористаємося теоремою 5: додамо до кожного елементу матриці число 5 та отримаємо матрицю виду

$$A' = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 9 \\ 2 & 9 & 0 \\ 9 & 0 & 11 \end{pmatrix}.$$

Ціна гри отриманої матриці відповідно до теореми 5 збільшиться на 5 одиниць (тобто  $V' = V + 5$ ), а оптимальні змішані стратегії  $p^*$  та  $q^*$  залишаться незмінними.

Перевіримо гру на наявність сідлової точки:

$$\begin{array}{l} \alpha_i = \min_j a_{ij} \\ \beta_j = \max_i a_{ij} \end{array} \quad \begin{array}{l} \left( \begin{array}{ccc} 7 & 2 & 9 \\ 2 & 9 & 0 \\ 9 & 0 & 11 \end{array} \right) \left| \begin{array}{l} 2 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right. \\ \hline \qquad \qquad \qquad 9 \quad 9 \quad 11 \end{array} \Rightarrow \alpha = \max_i \alpha_i = 2$$
$$\Downarrow$$
$$\beta = \min_j \beta_j = 9$$

Отже,  $\alpha \leq V \leq \beta$ , тобто  $2 \leq V \leq 9$ .

Оскільки  $\alpha \neq \beta$ , то рішення гри потрібно шукати в змішаних стратегіях.

Складемо задачі лінійного програмування (ЗЛП) для кожного гравця:

для гравця А:

$$f(x) = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min ,$$
$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 9x_3 \geq 1 \\ 2x_1 + 9x_2 \geq 1 \\ 9x_1 + 11x_3 \geq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

для гравця В:

$$f(y) = y_1 + y_2 + y_3 \rightarrow \max ,$$
$$\begin{cases} 7y_1 + 2y_2 + 9y_3 \leq 1 \\ 2y_1 + 9y_2 \leq 1 \\ 9y_1 + 11y_3 \leq 1 \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0 \end{cases}$$

Приводимо їх до канонічного вигляду:

$$f(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 9x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 9x_2 - x_5 = 1 \\ 9x_1 + 11x_3 - x_6 = 1 \\ x_i \geq 0, i = \overline{1,6} \end{cases}$$

$$f(y) = y_1 + y_2 + y_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 7y_1 + 2y_2 + 9y_3 + y_4 = 1 \\ 2y_1 + 9y_2 + y_5 = 1 \\ 9y_1 + 11y_3 + y_6 = 1 \\ y_j \geq 0, j = \overline{1,6} \end{cases}$$

При приведенні до канонічної форми з'являються додаткові змінні  $x_4, x_5, x_6, y_4, y_5, y_6$ . Для встановлення взаємозв'язків між ними подумки впишемо їх у вихідну матрицю:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 9 \\ 2 & 9 & 0 \\ 9 & 0 & 11 \end{pmatrix} \begin{matrix} y_4 & 0 & 0 \\ 0 & y_5 & 0 \\ 0 & 0 & y_6 \end{matrix}$$
$$\begin{matrix} x_4 & 0 & 0 \\ 0 & x_5 & 0 \\ 0 & 0 & x_6 \end{matrix}$$

Встановлюючи взаємозв'язки між змінними прямої та двоїстої до неї задачі, отримаємо наступні:

$$\begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ y_4 & y_5 & y_6 & y_1 & y_2 & y_3 \end{matrix}$$

Знаючи взаємозв'язки між змінними, достатньо розв'язати одну з задач. Наприклад, розв'язуємо задачу з  $y$ -ками.

Для розв'язання цієї задачі скористаємося симплекс-методом.

Бз	Бб	В	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	y <sub>3</sub>	y <sub>4</sub>	y <sub>5</sub>	y <sub>6</sub>
			1	1	1	0	0	0
y <sub>4</sub>	0	1	7	2	9	1	0	0
y <sub>5</sub>	0	1	2	9	0	0	1	0
y <sub>6</sub>	0	1	9	0	11	0	0	1
ЦФ		0	-1	-1	-1	0	0	0

Бз	Бб	В	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	y <sub>3</sub>	y <sub>4</sub>	y <sub>5</sub>	y <sub>6</sub>
			1	1	1	0	0	0
y <sub>4</sub>	0	2/9	0	2	4/9	1	0	-7/9
y <sub>5</sub>	0	7/9	0	9	-22/9	0	1	-2/9
y <sub>1</sub>	1	1/9	1	0	11/9	0	0	1/9
ЦФ		1/9	0	-1	2/9	0	0	1/9

Бз	Бб	В	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	y <sub>3</sub>	y <sub>4</sub>	y <sub>5</sub>	y <sub>6</sub>
			1	1	1	0	0	0
y <sub>4</sub>	0	4/81	0	0	80/81	1	-2/9	-2/81
y <sub>2</sub>	1	7/81	0	1	-22/81	0	1/9	1/9
y <sub>1</sub>	1	1/9	1	0	11/9	0	0	1
ЦФ		16/81	0	0	-4/81	0	1/9	7/81

Бз	Бб	В	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	y <sub>3</sub>	y <sub>4</sub>	y <sub>5</sub>	y <sub>6</sub>
			1	1	1	0	0	0
y <sub>3</sub>	1	1/20	0	0	1	81/80	-9/40	-59/80
y <sub>2</sub>	1	1/10	0	1	0	11/40	1/20	-9/40
y <sub>1</sub>	1	1/20	1	0	0	-99/80	11/40	81/80
ЦФ		1/5	0	0	0	1/20	1/10	1/20

Таким чином, отримали оптимальний план:

$$y^* = (y_1^*, y_2^*, y_3^*, y_4^*, y_5^*, y_6^*) = \left( \frac{1}{20}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}, 0, 0, 0 \right)$$

$$f(y^*) = \frac{1}{5}$$

Відповідно до встановлених зв'язків між додатковими змінними, маємо:

$$x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*, x_5^*, x_6^*) = \left( \frac{1}{20}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}, 0, 0, 0 \right)$$

$$f(x^*) = \frac{1}{5}$$

Тоді знаходимо:

$$V' = \frac{1}{f(x^*)} = \frac{1}{f(y^*)} = 5;$$

$$p_i = V' \cdot x_i^* \quad (i = \overline{1,3}), \quad q_j = V' \cdot y_j^* \quad (j = \overline{1,3}),$$

$$\begin{cases} p_1 = 5 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{4} \\ p_2 = 5 \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{2} \\ p_3 = 5 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} q_1 = 5 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{4} \\ q_2 = 5 \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{2} \\ q_3 = 5 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{Тоді: } p^* = (p_1, p_2, p_3) = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right), \quad q^* = (q_1, q_2, q_3) = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right).$$

Отже, рішення гри з матрицею  $A'$ :

$$(p^*, q^*, V') = \left( \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right), \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right), 5 \right)$$

Відповідь: Рішення гри з матрицею  $A$  (у якій  $V = V' - 5$ ):

$$(p^*, q^*, V) = \left( \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right), \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right), 0 \right)$$

### 2.3. Завдання для виконання самостійної роботи

1. Розв'яжіть матричну гру (визначить ціну гри та оптимальні стратегії гравців А і В.) з заданою платіжною матрицею  $A$  шляхом зведення матричної гри до задачі лінійного програмування.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 6 & 5 \\ 2 & 5 & k & 3 \end{pmatrix}_{3 \times 4}$$

( $k$  – номер студента у журналі).

Зауваження: Розрахунки можна виконати за допомогою пакету *MS Excel*.

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Макроекономічне прогнозування та його принципи. Національна економіка : навч. посіб. / [В. І. Мельникова, О. П. Мельникова, Т. В. Сідлярчук та ін.]. – 2-ге вид. перероб. та доп. – К. : Центр учбової літератури, 2014. – 248 с.
2. Кулявець В. О. Прогнозування соціально-економічних процесів: Навчальний посібник / В. О. Кулявець. – К.: Кондор, 2009. – 194 с.
3. Моделі і методи соціально-економічного прогнозування : підручник / В. М. Геєць, Т. С. Клебанова, О. І. Чкернак та ін. – 2-е вид., виправ. – Харків : ВД «ІНЖЕК», 2015. – 396 с.
4. Домарадзька Г. С. Прогнозування і макроекономічне планування : Навч. посібник / Г. С. Домарадзька, Т. М. Гладун, Р. В. Фещур. – Львів : «Магнолія – 2006», 2014. – 211 с.
5. Семяновський В. М. Прогнозування соціально-економічних процесів: Опорний конспект лекцій / В. М. Семяновський. – К.: КНТЕУ, 2016. – 85 с.
6. Басовский Л. Е. Прогнозирование и планирование в условиях рынка : учеб. пособие / Л. Е. Басовский. – М. : ИНФРА – М, 2013. – 260 с.
7. Кузык Б. Н. Прогнозирование и стратегическое планирование социально-экономического развития / Б. Н. Кузык, В. И. Кушлин, Ю. В. Яковец. – М.: ЗАО Изд-во «Экономика», 2013. – 427 с.
8. Планування та прогнозування в умовах ринку. – Навчальний посібник / під ред. д.ф.н., проф. В. Г. Воронкової. – К. : ВД «Професіонал», 2013. – 608 с.
9. Присенко Г. В. Прогнозування соціально-економічних процесів: навчальний посіб. / Г. В. Присенко, Є. І. Равікович – К. : КНЕУ, 2015. – 378 с.
10. Владимирова Л. П. Прогнозирование и планирование в условиях рынка: Учеб. пособие / Л. П. Владимирова. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. – 400 с.
11. Пашута М. Т. Прогнозування та програмування економічного і соціального розвитку: Навч. Посіб / М. Т. Пашута. — К.: Центр навч. л-ри, 2015.
12. Мінченко М. В., Чижов Л. П., Фролков А. В. Планування та прогнозування соціально-економічного розвитку регіонів: Підручник / М. В. Мінченко., Л. П. Чижов., А. В. Фролков. – Суми: Університетська книга, 2014. – 442 с.
13. Боровиков В. STATISTICA. Искусство анализа данных на компьютере: Для профессионалов : навчальний посібник / В. Боровиков. – 2 изд. – СПб. : Питер, 2013 – 688 с.
14. Грабовецький Б. Є. Економічне прогнозування і планування : навчальний посібник / Б. Є. Грабовецький. – Київ : Центр навчальної літератури, 2013. – 188 с.
15. Костина Н. И., Алексеев А. А. Финансовое прогнозирование в экономических системах: Учеб. пособие для вузов / Н. И. Костина, А. А. Алексеев – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012. – 285 с.
16. Царев В. В. Внутрифирменное планирование / В. В. Царев. – С-Пб.: Питер, 2012. – 496 с.
17. Клебанова Т.С. Методы прогнозирования : учебное пособие / Т.С. Клебанова, В.В. Иванов, Н.А. Дубовина. – Харьков : Изд. ХГЭУ, 2012. – 372 с.

18. Бестужев-Лада И. В., Наместникова Г. А. Социальное прогнозирование: – М.: Педагогическое общество России, 2012. – 392 с.
19. Глівенко С. В., Соколова М. О., Теліженко О. М. Економічне прогнозування / С. В. Глівенко., М. О. Соколова, О. М. Теліженко. – Суми: Університетська думка, 2011. – 207 с.
20. Єріна А. М. Статистичне моделювання та прогнозування / А. М. Єріна. – К.: КНЕУ, 2011. – 170 с.
21. Сулим М. В. Основи роботи з пакетом MS Excel'97 / М. В. Сулим. – Львів: Коопосвіта, 2011. – 196 с.
22. Макроекономічне моделювання та короткострокове прогнозування / За ред. к.е.н. І. В. Крючкової. – Харків : Форт, 2011. – 336 с.
23. Галушак М. П., Кужда Т. І. Оцінювання соціально-економічних факторів інноваційного розвитку підприємства на основі прогнозування з інтервалом довіри / М. П. Галушак, Т. І. Кужда // Галицький економічний вісник. – Тернопіль: П.П. Созанський А.М., 2010. – № 2. – С. 102-108.
24. Галушак М. П., Галушак О. Я., Кужда Т. І. Оцінювання факторів інноваційного розвитку підприємств за допомогою кореляційно-регресійного підходу / М. П. Галушак, О. Я. Галушак., Т. І. Кужда // Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету ім. В. Гнатюка Серія: економіка. Зб. наук. праць. – Тернопіль: ТДПУ ім. В.Гнатюка, 2007. – № 21. – С. 160-163.
25. Кужда Т. Retail Sales forecasting with application the Multiple Regression // Соціально-економічні проблеми та держава. – Вип.1 (6). – 2012 . – С. 91-101 Режим доступу: <http://sepd.tntu.edu.ua/images/stories/pdf/2012/12ktibrm.pdf>.
26. Лиса О. І. Аналіз методів статистичного прогнозування соціально-економічних явищ / О. І. Лиса // Соц.-екон. пробл. сучас. періоду України. Пробл. розв. пром. вир-ва регіону: зб. наук. пр. – 2009. – Вип. 4. – С. 250-259.
27. G. Elliott., C. Granger., A. Timmermann Handbook of Economic Forecasting / Elliot G., Granger C., Timmermann A. – North Holland. – 2016. – p. 1070.
28. Michael P. Clements, David F. Hendry The Oxford Handbook of Economic Forecasting / Clements Michael P., Hendry David F. – Oxford University Press. – 2011. – p. 624.
29. Michael P. Clements, David F. Hendry A. Companion to Economic Forecasting / P. Clements Michael, F. David, A. Hendry. – Wiley. – 2012 – 616 p.
30. David F. Hendry, Neil R. Ericsson. Understanding Economic Forecasts / Hendry David F., Ericsson Neil R. – MIT Press. – 2013 – 225 p.
31. David E. Rapach, Mark E. Wohar Forecasting In The Presence Of Structural Breaks And Model Uncertainty / Rapach David E., Wohar Mark E. – Emerald Group Publishing. – 2008. – 661 p.
32. William A. Barnett. Nonlinear Econometric Modeling in Time Series: Proceedings of the Eleventh International Symposium in Economic Theory / William A. Barnett, David F. Hendry, Svend Hylleberg, Timo Teräsvirta, Dag Tjøstheim, Allan Würtz. – Cambridge University Press. – 2010. – 240 p.



