

Тема 2: **Класифікація задач прийняття рішень**

План лекції:

1. Класифікація задач прийняття рішень.
2. Класифікація ЗПР в умовах невизначеності і огляд методів їх розв'язання.

1. Класифікація задач прийняття рішень

Нині не існує загальноприйнятої універсальної класифікаційної схеми задач прийняття рішень.

Можна виділити окремі важливі класифікаційні ознаки, а саме:

- 1) кількість цілей операції, що переслідуються однією оперуючою стороною, і що відповідають цілям критеріїв оптимальності;
- 2) наявність або відсутність залежності критерію оптимальності і дисциплінуючих умов від часу;
- 3) наявність випадкових і невизначених чинників, що впливають на результат операції (визначеність - ризик – невизначеність).

За першою класифікаційною ознакою ЗПР діляться на два великі класи:

- одноцільові або однокритеріальні (скалярні) ЗПР;
- багатоцільові або багатокритеріальні (векторні) ЗПР.

За другою класифікаційною ознакою задачі прийняття рішень діляться на два великі класи:

- статичні ЗПР;
- динамічні ЗПР.

У *статичних ЗПР* критеріальна функція і функції обмежень не залежать від часу.

Динамічні задачі відрізняють дві характерні особливості:

- 1) в якості критерію оптимальності в динамічних ЗПР виступає зазвичай не функція, як в статичних ЗПР, а функціонал, залежний від функцій часу, що описують поведінку деяких динамічних об'єктів, що беруть участь в операції;
- 2) у складі дисциплінуючих умов в динамічних ЗПР зазвичай є присутніми так звані диференціальні зв'язки. Вони є диференціальними рівняннями, що описують поведінку динамічних об'єктів, що беруть участь в операції.

За третьою класифікаційною ознакою – «визначеність – ризик – невизначеність» – ЗПР діляться на три великі класи:

- 1) *прийняття рішень в умовах визначеності (детерміновані ЗПР).* Вони характеризуються однозначним, детермінованим зв'язком між прийнятим рішенням і його результатом. Це найбільш простий і найбільш вивчений випадок прийняття рішень, коли відносно кожної стратегії оперуючої сторони заздалегідь, до проведення операції, відомо, що вона незмінно приводить до деякого конкретного результату. У детермінованих ЗПР критерій оптимальності і дисциплінуючі умови залежать тільки від стратегій оперуючої сторони і фіксованих детермінованих неконтрольованих чинників, тобто чинників, повністю відомих оперуючій стороні;
- 2) *прийняття рішень в умовах ризику (стохастичні ЗПР).* В цьому випадку кожна стратегія оперуючої сторони може привести до одного з множини можливих результатів, причому кожен результат має певну вірогідність появи. Передбачається, що особі що приймає рішення ця вірогідність заздалегідь, до проведення операції, повністю відома (в усякому разі, можуть бути визначені з будь-якою потрібною для цілей дослідження мірою точності). У стохастичних ЗПР критерій оптимальності залежить окрім стратегій оперуючої сторони і детермінованих чинників також від фіксованих стохастичних чинників, тобто від випадкових чинників, закони розподілу яких відомі оперуючій стороні. Статистичні характеристики (закони розподілу, математичні очікування, дисперсії і тому подібне) стохастичних чинників, а також значення детермінованих чинників є тією початковою інформацією, яка може бути використана дослідником операції при визначенні оптимальної стратегії.

Перша з приведених назв даного класу ЗПР – «прийняття рішень в умовах ризику» – пов'язана з наступними обставинами. Незважаючи на те, що усі випадкові явища і процеси, супроводжуючі операцію і впливаючі на її результат, є добре вивченими і усі їх необхідні статистичні характеристики є повністю відомими, результат кожної конкретної реалізації операції заздалегідь (до її проведення) є невідомим, випадковим. У цьому сенсі оперуюча сторона завжди ризикує (в більшій чи меншій мірі) отримати не той результат, на який вона орієнтується, обираючи свою оптимальну стратегію з розрахунку на усереднені, статистичні характеристики випадкових чинників;

- 3) *прийняття рішень в умовах невизначеності.* У даних ЗПР критерій оптимальності залежить окрім стратегій оперуючої сторони і фіксованих чинників також від невизначених чинників, не підвладних оперуючій стороні і не відомих їй у момент прийняття рішення (чи відомих з недостатньою для ухвалення рішення точністю). В результаті впливу невизначених чинників кожна стратегія оперуючої сторони виявляється пов'язаною з множиною можливих результатів, вірогідність яких або невідомі оперуючій стороні (чи відомі з недостатньою для прийняття рішення точністю), або зовсім не мають сенсу. Перше відповідає

невизначеним чинникам стохастичної природи (тобто недостатньо вивченим стохастичним чинникам, відносно яких відсутня необхідна статистична інформація), друге – невизначеним чинникам нестохастичної природи.

Детерміновані ЗПР і ЗПР в умовах невизначеності можна вважати граничними випадками ЗПР (тобто повне знання і повне незнання). ЗПР, в яких є елемент ризику, займають деяке проміжне положення. Очевидно, що будь-який граничний випадок – це завжди більша або менша ідеалізація реальної ситуації.

Класифікацію ЗПР завершимо зазначенням на **математичний апарат, застосований при вирішенні ЗПР того чи іншого класу.**

Як відомо, *однокритеріальні статичні детерміновані ЗПР* в своїй загальній постановці повністю збігаються із загальною постановкою задачі математичного програмування (МП), що представляє собою галузь, яка бурхливо розвивається в сучасній прикладній математиці. Тому весь арсенал методів, розроблених для розв'язання задач МП, може бути застосований для розв'язання ЗПР даного класу.

Однокритеріальні статичні ЗПР в умовах ризику розв'язуються з використанням методів теорії ймовірностей і математичного програмування. При моделюванні задач цього класу знаходиться широке застосування методів статистичних випробувань (інша назва – метод Монте-Карло).

При розв'язанні *однокритеріальних статичних ЗПР в умовах невизначеності* знаходиться застосування ряд математичних дисциплін: теорія ігор, теорія мінімаксу, теорія статистичних рішень. Вибір тієї чи іншої дисципліни диктується природою невизначених факторів.

При розв'язанні *ЗПР в умовах ризику і невизначеності* знаходять також застосування експертні процедури та методи, серед яких метод безпосереднього ранжування, метод попарних порівнянь.

Динамічні ЗПР, як уже зазначалося, поки знаходять мале застосування навіть в економічних дослідженнях, проте за ними велике майбутнє. В даний час найбільші успіхи досягнуті у вивченні однокритеріальних динамічних ЗПР. *Однокритеріальні динамічні детерміновані ЗПР* є предметом вивчення спеціального розділу класичної математики – варіаційного числення і сучасної прикладної дисципліни – теорії оптимальних систем управління. Вивченням *однокритеріальних стохастичних динамічних ЗПР* займаються сучасні прикладні дисципліни – теорія випадкових процесів і статистична динаміка систем управління. Найменш розробленим в даний час видом динамічних ЗПР є *динамічні ЗПР в умовах невизначеності*. Тут найбільші успіхи досягнуті щодо *динамічних ЗПР в умовах конфліктних невизначеностей*. Ці задачі є предметом вивчення однієї з гілок теорії ігор – теорії диференціальних ігор.

При розв'язанні *динамічних ЗПР в умовах ризику і невизначеності* також знаходять застосування експертні процедури.

Найменш розробленим класом ЗПР є *багатокритеріальні ЗПР*, хоча саме вони повинні мати найбільше застосування в економічних дослідженнях. В даний час теорія багатокритеріальних ЗПР перебуває в стадії становлення. Найбільші успіхи досягнуті тут відносно статичних детермінованих задач. Велике місце багатокритеріальні ЗПР займають в *системному аналізі* – сучасній прикладній дисципліні, предметом вивчення якої є складні технічні та організаційно-економічні системи. У системному аналізі розроблений спеціальний підхід до вивчення багатокритеріальних задач. Широке застосування при розв'язанні багатокритеріальних ЗПР отримали експертні процедури. Зокрема, побудова «дерева цілей» завжди пов'язане з оцінкою відносної важливості цілей за допомогою експертних методів.

На рис. 2 представлено класифікаційне «дерево» ЗПР, що відповідає виділеним вище класифікаційним ознакам.

Очевидно, що будь-яка реальна ЗПР може задовольняти одночасно декільком з перерахованих вище класифікаційних ознак, тобто являти собою комбінацію з розглянутих класів ЗПР. Віднесення реальної задачі прийняття рішення до одного з класів розглянутої класифікації завжди являє собою певну ідеалізацію реальної задачі і визначається точкою зору і інформованістю дослідника.

Завершуючи загальний огляд ЗПР, необхідно вказати на принципову відмінність в складності проблем, супутніх розв'язанню ЗПР різних класів.

З точки зору характеру супутніх проблем ЗПР можна розділити на дві групи: до першої слід віднести однокритеріальні детерміновані (статичні і динамічні) ЗПР, а до другої – стохастичні ЗПР, ЗПР в умовах невизначеності і багатокритеріальні ЗПР (статичні і динамічні).

Однокритеріальні детерміновані ЗПР є принципово більш простими, ніж всі інші ЗПР. Дійсно, в цих задачах результат – результат операції і його оцінка – єдиний критерій оптимальності – пов'язані детермінованою залежністю з причиною – стратегією оперуючої сторони. Принцип оптимальності в цих задачах очевидний: оптимальним є таке рішення (стратегія), яке максимізує (мінімізує) значення критерію оптимальності. Тому при вирішенні зазначених ЗПР виникають проблеми тільки формально-математичного характеру, теоретичні та обчислювальні. Концептуальних проблем тут немає.

Навпаки, при розв'язанні *стохастичних ЗПР, ЗПР в умовах невизначеності та багатокритеріальних ЗПР* виникають насамперед концептуальні проблеми, а вже потім формально-математичні. Тут складність виникає перш за все на «рівні ідей» і полягає в тому, що в цих задачах не ясний, не очевидний сам принцип оптимальності. Зазначена проблема знаходить своє вираження в питанні: яке рішення слід вважати оптимальним у ЗПР в умовах ризику, невизначеності та в багатокритеріальних ЗПР? І тільки після того, як буде вирішена ця проблема, тобто як буде сформульований і формалізований принцип оптимальності, можна приступити до вирішення проблем формально-математичного характеру,

пов'язаних з пошуком оптимального розв'язку в сенсі сформульованого принципу оптимальності.

Зазначена проблема вибору принципу оптимальності стосовно однокритеріальних ЗРП в умовах ризику і невизначеності може бути образно названа *проблемою «детермінізації» задачі*. В результаті вирішення цієї проблеми стохастична і невизначена картина реальної операції замінюється деякою її детермінованою схемою, для якої вже вирішується задача оптимізації в зазначеному вище очевидному розумінні принципу оптимізації: оптимальний розв'язок повинен приносити екстремальне значення критерію оптимальності.

Та ж проблема вибору принципу оптимальності стосовно детермінованих багатокритеріальних ЗРП може бути названа *проблемою «скаляризації»*. В результаті вирішення цієї проблеми багатокритеріальна постановка вихідної ЗРП, відповідна до певної складної багатоцільової операції, зводиться до деякої однокритеріальної схеми, для якої потім розв'язується задача оптимізації (в зазначеному вище очевидному розумінні принципу оптимальності).

Проблеми «детермінізації» і «скаляризації» можуть виникати при вирішенні ЗРП як порізно, так і спільно в залежності від поєднання в задачі ознак «ризик – невизначеність – багатокритеріальність».

Обидві зазначені проблеми мають одну об'єктивно існуючу причину, яку можна сформулювати у вигляді наступного твердження:

||| практично реалізовані можуть бути лише обчислювальні схеми для
||| однокритеріальних детермінованих оптимізаційних задач.

Всі інші оптимізаційні процедури обов'язково містять в собі певний суб'єктивний елемент, пов'язаний з формулюванням принципу оптимальності.

Очевидно, що ступінь суб'єктивізму може бути істотно знижена за рахунок застосування експертних процедур при виборі принципу оптимальності.

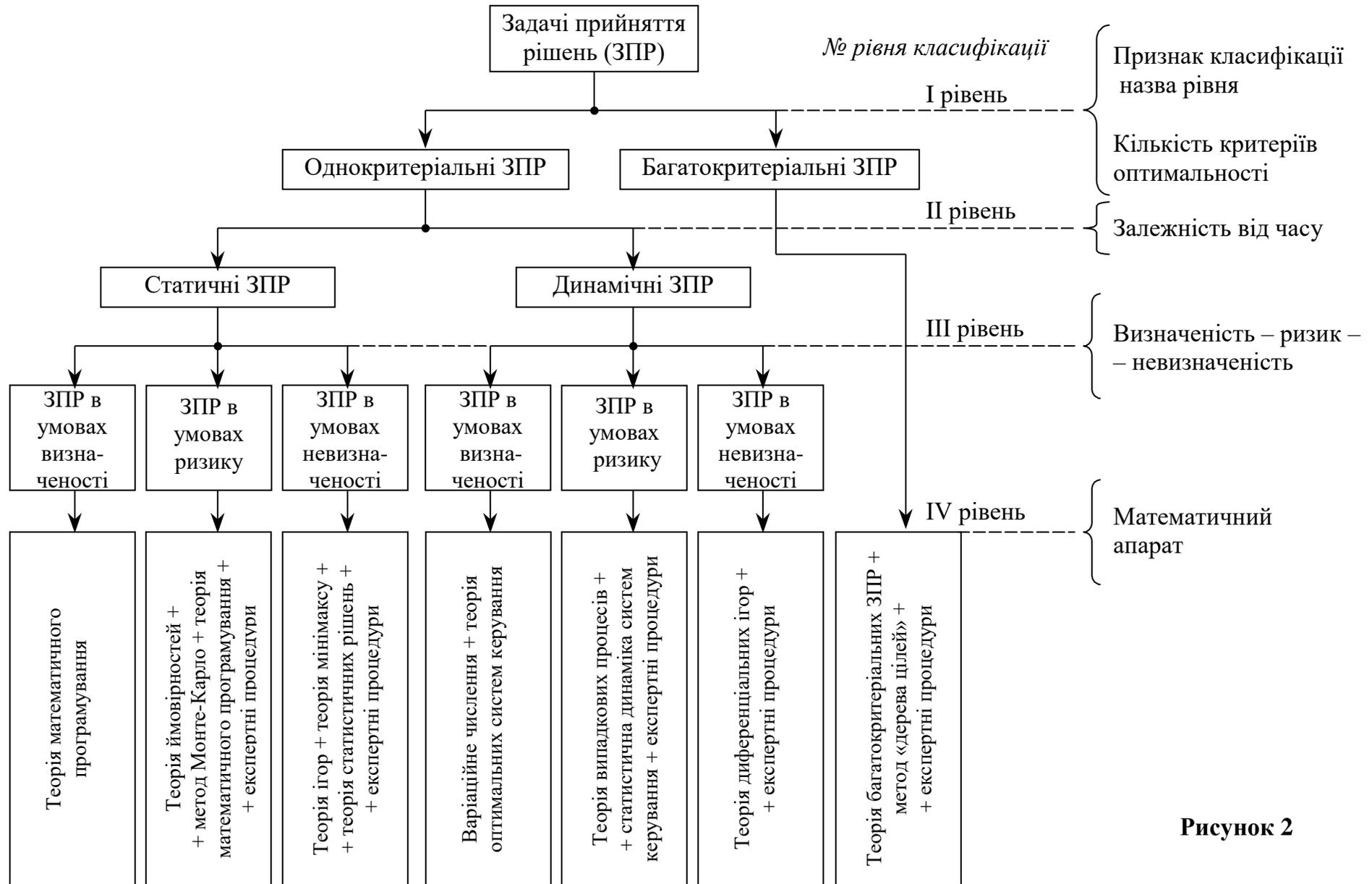


Рисунок 2

2. Класифікація ЗПР в умовах невизначеності і огляд методів їх розв'язання

Задача прийняття рішень в умовах невизначеності визначалася раніше як задача вибору оптимальної стратегії в операції, результат якої крім стратегій оперуючої сторони і ряду фіксованих факторів (детермінованих або стохастичних, або тих і інших разом) залежить також від деяких невизначених факторів, невіддільних оперуючій стороні і невідомих їй в момент прийняття рішення.

Внаслідок впливу невизначених факторів кожної конкретної стратегії оперуючій стороні відповідає не єдиний, як в детермінованому випадку, а множина можливих результатів.

Конкретна реалізація результату операції для кожної стратегії оперуючої сторони визначається конкретною реалізацією невизначених факторів (а також, звичайно, конкретною реалізацією фіксованих стохастичних факторів, якщо в даній операції вони входять до складу фіксованих факторів, що впливають на результат операції).

Підкреслимо принципову відмінність між фіксованими стохастичними факторами і невизначеними факторами. І ті і інші чинники призводять до розкиду в можливих результатах операції при багаторазовій реалізації однієї і тієї самої стратегії оперуючої сторони в аналогічних умовах проведення операції. У цьому полягає їх схожість між собою на відміну від детермінованих чинників.

Різниця ж між фіксованими стохастичними факторами і невизначеними факторами полягає в тому, що відносно перших дослідник операції в своєму розпорядженні має всю повноту статистичної інформації; цієї інформації достатньо для визначення ймовірностей появи можливих результатів операції і прийняття рішення про вибір оптимальної «в середньому» стратегії.

У цьому сенсі **фіксовані стохастичні чинники** є факторами, повністю вивченими дослідником операції. Щодо невизначених факторів дослідник операції подібною інформацією не володіє.

У подальшому викладі для простоти і визначеності домовимося розглядати в основному ЗПР в умовах невизначеностей в спрощеному, «чистому» вигляді, тобто «очищеними» від впливу фіксованих стохастичних чинників. Це дозволить нам приділити основну увагу вивченню впливу невизначених факторів. Звичайно, подібні ЗПР являють собою певну ідеалізацію реальних операцій, результати яких зазвичай залежать від усіх видів факторів.

Отже, далі в основному розглядаються задачі вибору оптимальних стратегій в операціях, результат яких залежить від стратегій оперуючої сторони, фіксованих детермінованих чинників і невизначених факторів.

У таких задачах кожній стратегії оперуючої сторони відповідає множина можливих результатів, які визначаються конкретними реалізаціями невизначених факторів.

Відносно ймовірностей різних реалізацій результатів операції можливі два випадки:

- 1) ймовірності можливих результатів операції не мають фізичного сенсу;
- 2) ймовірності можливих результатів операції мають фізичний зміст, але або зовсім невідомі досліднику операції, або відомі з недостатньою для прийняття рішень точністю.

Перше відповідає невизначеним факторам нестохастичної природи, які не можуть бути описані в термінах теорії ймовірностей. Друге відповідає факторам зі стохастичною (ймовірнісною) природою, невизначеність щодо яких обумовлена їх недостатньою вивченістю.

Відповідно до характеру причини, що викликає невизначеність нестохастичної природи, можна виділити дві групи факторів:

- 1) *стратегічні невизначеності* – невизначені фактори, що з'являються за рахунок участі в операції кількох оперуючих сторін, тобто розумних, активно діючих учасників операції, які переслідують різні (незбіжні) цілі. Невизначеність тут обумовлена тим, що кожна з діючих сторін змушена приймати рішення в умовах, коли їй невідомі майбутні дії (стратегії), які будуть зроблені в процесі проведення операції іншими її учасниками. Звідси впливає і назва цих факторів.
- 2) *концептуальні невизначеності* – невизначені фактори, супутні прийняттю особливо складних рішень, що мають довготривалі і далекосяжні наслідки, і пов'язані з нечіткими уявленнями оперуючої сторони про свої власні цілі і цілі інших учасників операції, про свої і чужі можливості щодо досягнення цілей, про майбутні шляхи розвитку і т.п., а також фактори, пов'язані з труднощами кількісної оцінки ступеня досягнення особливо складних, неформалізованих цілей, що мають лише якісний опис. Подібні невизначеності часто зустрічаються в економічних і особливо в соціально-економічних дослідженнях.

Невизначені фактори стохастичної природи мають і іншу поширену назву – природні невизначеності. *Природні невизначеності* – це невизначені фактори, що з'являються із-за недостатньої вивченості оперуючою стороною «природи», пов'язаної з даною операцією. Під словом «природа» в ТПР розуміють всю сукупність обставин, в умовах яких доводиться приймати рішення. Сюди можна віднести невідомі характеристики деяких процесів, пов'язаних з протіканням операції, або невідомі властивості об'єктів, що беруть участь в операції, а також невідомі зовнішні умови виконання операції.

ЗПР в умовах дії невизначених стратегічних факторів можна назвати *багатосторонніми ЗПР*, оскільки результат відповідних операцій залежить від діяльності декількох оперуючих сторін. Розбіжність цілей оперуючих сторін багатосторонньої операції створює конфлікт між її учасниками, інакше, - конфліктну ситуацію прийняття рішень. Звідси йде ще одна назва подібних ЗПР-ЗПР в умовах конфліктної ситуації або, інакше, *конфліктні ЗПР*.

Конфліктні ЗПР можна поділити на однорівневі і багаторівневі.

В *однорівневих ЗПР* учасники операції не пов'язані ніякими формами підпорядкування, вони діють на одному рівні влади. Їх дії пов'язані лише тим, що вони беруть участь в одній операції і зацікавлені в тому чи іншому її кінці.

Багатосторонні багаторівневі задачі прийняття рішень виникають в складних системах управління, що мають ієрархічну структуру. Для таких систем характерна наявність декількох рівнів управління, в яких нижчі підпорядковані вищим, але в той же час володіють деякими правами щодо прийняття самостійних рішень.

Цілі нижчих рівнів управління не завжди повністю відповідають цілям вищих рівнів. Це і породжує *багатосторонні багаторівневі ЗПР (ієрархічні ЗПР)*.

Однорівневі конфліктні ЗПР можуть бути як антагоністичними, так і неантагоністичні. *Антагоністична ЗПР* пов'язана з операцією, в якій стикаються інтереси двох сторін, що переслідують прямо протилежні цілі. Очевидно, що багаторівневі ЗПР не є антагоністичними: дослідження ситуацій прямої непокори і протидії нижчестоящих керівників вищим не є предметом математичної теорії прийняття рішень.

Звернемося до **огляду математичного апарату**, що вживається для розв'язання різних ЗПР в умовах невизначеності.

Життєва необхідність аналізу конфліктних ситуацій і прийняття рішень в умовах невизначеності, що створюється активними діями кількох учасників операцій, викликала до життя спеціальний математичний апарат – теорію ігор та теорію мінімаксу (максиміну). Ці дисципліни вивчають однорівневі конфлікти. Ієрархічні ЗПР є найменш вивченим класом конфліктних ЗПР.

Теорію ігор зазвичай визначають як математичну теорію конфліктних ситуацій. Це досить загальне визначення теорії ігор призвело до досить поширеної в даний час помилки. Багато хто вважає, що будь-яка конфліктна ситуація може бути формалізована в термінах теорії ігор, тобто представлена у вигляді гри і розв'язана методами теорії ігор. При цьому забувають про те, що методи теорії ігор розроблені стосовно специфічних конфліктних ситуацій, таких, які мають властивість багаторазової (а в теорії – нескінченної) повторюваності. *Задачі теорії ігор* – вироблення рекомендацій щодо вибору раціонального способу дій учасників багаторазово повторюваного конфлікту.

На відміну від теорії ігор *теорія мінімаксу* застосовує математичний апарат, який може бути використаний для розв'язання ЗПР в конфліктних антагоністичних ситуаціях, які реалізуються обмежене число разів або всього один раз та призводять до важких й тривалих наслідків.

Стосовно до таких ситуацій, рекомендації теорії ігор втрачають свій сенс. Наврядчи при вивченні ситуації такого роду можна скористатися рекомендаціями теорії ігор, отриманими в припущенні багаторазового повторення конфліктної ситуації в однакових умовах.

Теорія мінімаксу є достатньо молодого галуззю математики, що знаходиться на стадії розвитку.

Перейдемо до розгляду методів розв'язання ЗПР в умовах природних невизначеностей, які називаються також часто ЗПР в умовах невідомого стану природи. Математичним апаратом рішення цих задач є *теорія статистичних рішень*.

Для *теорії статистичних рішень* часто використовують інші, більш образні назви, наприклад «*теорія статистичних ігор*» або «*теорія ігор з природою*».

Щоб підкреслити відмінність теорії статистичних ігор від власне теорії ігор, яка займається конфліктними ситуаціями, для найменування останньої іноді використовують поняття «*теорія стратегічних ігор*», яке прямо вказує на наявність в операції кількох активних учасників, які застосовують свої власні стратегії.

У теорії статистичних рішень зазвичай розглядаються два випадки:

- 1) коли операція є такою, що не представляється можливим проведення будь-яких експериментів з метою уточнення значень ймовірностей можливих результатів операції;

Цей випадок є найбільш важким. Тут рішення приймаються на підставі різних критеріїв оптимальності, сформульованих в теорії статистичних рішень. Вибір того чи іншого критерію є концептуальною проблемою. Відповідні ЗПР часто називають *статистичними іграми без експериментів*.

- 2) коли проведення експериментів є можливим.

У цьому випадку, у зв'язку з тим, що всякий експеримент має вартість, виникає питання, скільки і яких експериментів доцільно вжити для уточнення ймовірностей можливих результатів. На ці запитання відповідає *теорія планування експериментів*, яка є основним змістом теорії статистичних рішень. Відповідні ЗПР часто називають *статистичними іграми з експериментами*.

Підкреслимо тут принципову відмінність ЗПР в умовах конфліктної ситуації від інших видів ЗПР в умовах невизначеності.

З конфліктними ЗПР зазвичай пов'язують два припущення:

- 1) для кожної оперуючої сторони багатосторонньої операції є відомими як цілі, так і весь набір можливих стратегій всіх інших учасників операції;
- 2) оскільки кожен учасник багатосторонньої операції є розумним і активно діючим, то визначальним в його поведінці є прагнення до максимально можливого досягнення власних цілей.

Обидва ці припущення визначають і одночасно спрощують підходи до прийняття рішень в конфліктних ЗПР. На них будуються, зокрема, теорія ігор і теорія мінімаксу.

У зазначеному сенсі ЗПР в умовах «природних» невизначеностей є принципово більш складними. Тут другим учасником операції є «природа». Однак природу не можна розглядати як розумного, активно діючого учасника операції; їй не можна приписати ніяких свідомо поставлених цілей, до здійснення яких вона прагне. Тим самим невизначеність виступає тут в більш «важкій» формі.

Однак природа розвивається і «діє» відповідно до своїх об'єктивно існуючих законів. У людини є можливість поступово вивчати ці закони, зокрема за допомогою спеціальних експериментів, і тим самим знижувати ступінь невизначеності. У цьому – ключ до розв'язання ЗПР в умовах «природних» невизначеностей.

Найбільш складний клас ЗПР в умовах невизначеностей складають *ЗПР в умовах дії невизначених факторів концептуального характеру*. Ці задачі можна також назвати ЗПР в умовах невизначених цілей і можливостей. Тут невизначеність виступає в найбільш важкій формі.

Для розв'язання ЗПР в умовах невизначеності концептуального характеру в даний час математичний апарат розроблений слабо. Тут розв'язання задачі виливається насамперед в чисто концептуальну проблему, спрямовану на розкриття невизначеності щодо концепцій (цілей і можливостей їх досягнення). Ця проблема вирішується, з використанням експертних евристичних процедур, зокрема з використанням методу «дерева цілей».

Проведеному огляду ЗПР в умовах невизначеності і методів їх розв'язання відповідає класифікаційна схема («дерево») на рис. 3. Оскільки побудоване класифікаційне «дерево» відноситься до класу неупорядкованих за рівнями, то класифікаційні ознаки (або назви рівнів) в ньому проставлені лише на окремих рівнях.

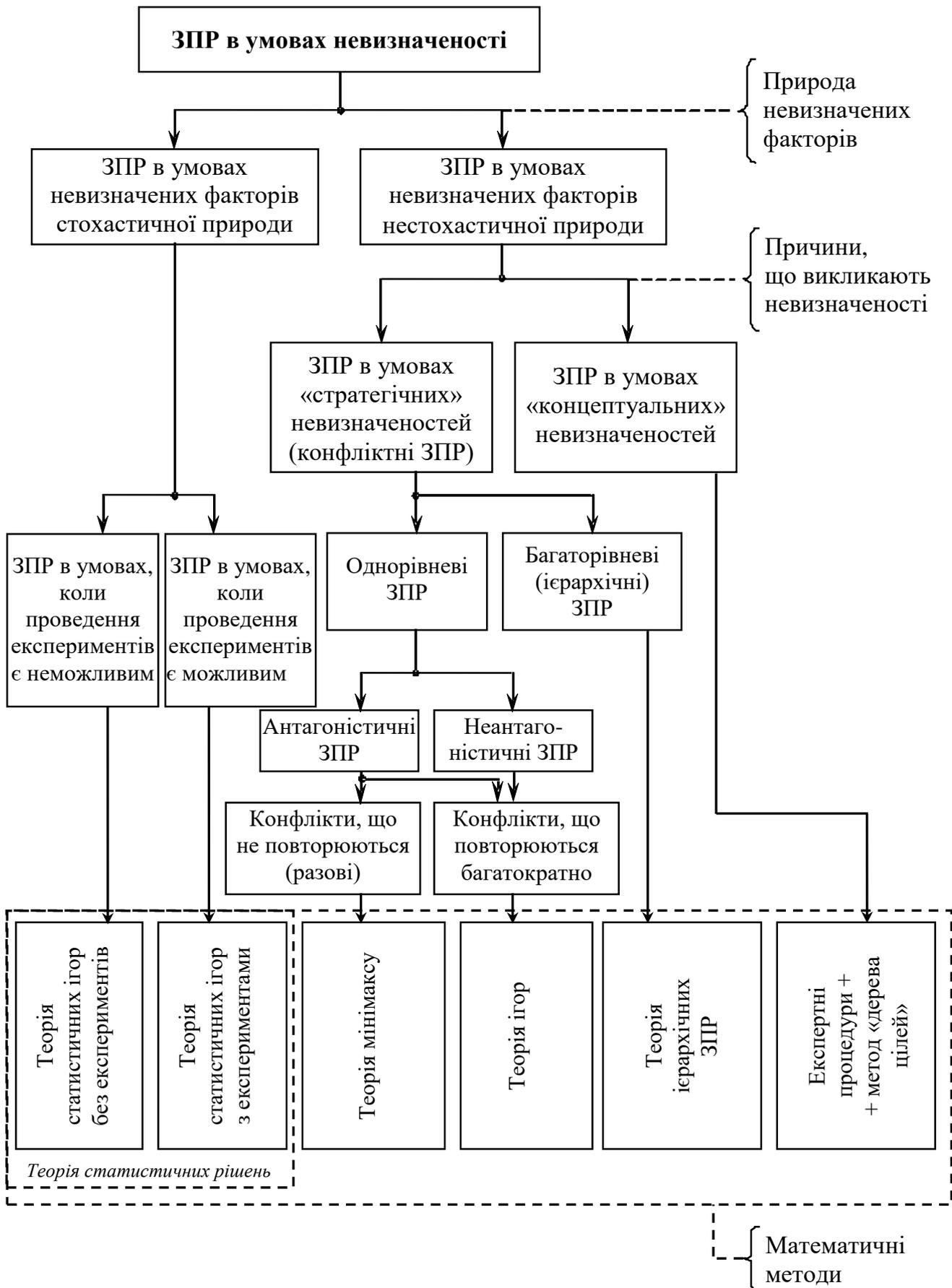


Рисунок 3 – Класифікаційна схема ЗПР в умовах невизначеності