ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №4

Розрахунок надійності системи з постійним резервуванням.

Теоретичні відомості

При постійному резервуванні резервні елементи 1,2 з'єднані паралельно з основним (робочим) елементом протягом усього періоду роботи системи. Усі елементи з'єднані постійно, перебудова схеми при відмовах не відбувається, відмовлений елемент не відключається (рис.4.1.).

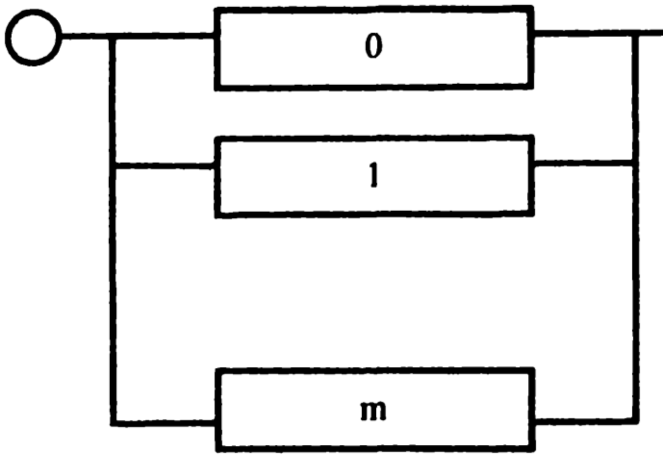


Рис. 4.1

Вірогідність відмови системи qc(t) визначається формулою

$$q_c(t) = \prod_{j=0}^{m} q_j(t), \tag{4.1}$$

де qj(t) - ймовірність відмови j-го елемента. Ймовірність безвідмовної роботи системи

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m} \left[1 - P_j(t)\right], \tag{4.2}$$

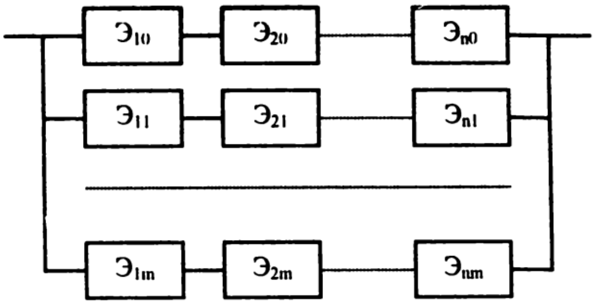
де Pj(t) - ймовірність безвідмовної роботи j-го елемента Якщо Pj(t) =P(t), j = 0, 1, …., m, то

$$\left.\begin{aligned} q_c(t) &= q^{m+1}(t); \\ P_c(t) &= 1 - \left[1 - P(t)\right]^{m+1}. \end{aligned}\right\} \tag{4.3}$$

При експоненціальному законі надійності окремих елементів маємо

$$\left.\begin{aligned} P_j(t) = P(t) = e^{\lambda t};\\ q_c(t) = \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{m+1};\\ P_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{m+1};\\ m_{tc} = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{1+i}. \end{aligned}\right\} \qquad (4.4)$$

Резервування називається загальним, якщо резервується вся система, що складається з послідовного з'єднання n елементів. Схема загального резервування показана на рис.4.2.



Основна ланка містить n елементів. Кількість резервних ланок дорівнює m, тобто кратність резервування дорівнює m. Визначимо кількісні характеристики надійності системи з загальним резервуванням (резервні ланки включені постійно). Запишемо ймовірність безвідмовної роботи j-ої ланки

$$P_j(t) = \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t);\ j = 0, 1, .., m, \qquad (4.5)$$

де Pij(t), j=0,1,2,...m; i=1,2,3,...,n - ймовірність безвідмовної роботи елемента Eij. Ймовірність відмови j-ої ланки

$$q_j(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t). \qquad (4.6)$$

Ймовірність відмови системи з загальним резервуванням

$$q_c(t) = \prod_{j=0}^{m}\left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t)\right]. \qquad (4.7)$$

Ймовірність безвідмовної роботи системи з загальним резервуванням

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m}\left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t)\right]. \qquad (4.8)$$

Спеціальний випадок: основні та резервні ланки мають однакову надійність, тобто

$$P_{ij}(t)=P_i(t). \qquad (4.9)$$

Тоді

$$q_c(t)=\left[1-\prod_{i=1}^{n} P_i(t)\right]^{m+1} \qquad (4.10)$$

$$P_c(t)=1-\left[1-\prod_{i=1}^{n} p_i(t)\right]^{m+1} \qquad (4.11)$$

Розглянемо експоненціальний закон надійності, тобто

$$P_i(t)=e^{-\lambda_i t}. \qquad (4.12)$$

У цьому випадку формули (4.10), (4.11) набудуть вигляду

$$q_c(t)=(1-e^{-\lambda_0 t})^{m+1}, \qquad (4.13)$$

$$P_c(t)=1-(1-e^{-\lambda_0 t})^{m+1}, \qquad (4.14)$$

$$\lambda_0=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i, \qquad (4.15)$$

де λ_0 – інтенсивність відмов ланки, що складається з n елементів.

Частота відмов системи із загальним резервуванням .

$$f_c(t)=-\frac{dp_c(t)}{dt}=\lambda_0\cdot(m+1)e^{-\lambda_0 t}\cdot\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^m \qquad (4.16)$$

Інтенсивність відмов системи з загальним резервуванням

$$\lambda_c(t)=\frac{f_c(t)}{p_c(t)}=\frac{\lambda_0(m+1)e^{-\lambda_0 t}\cdot\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^m}{1-\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1}}. \qquad (4.17)$$

Середній час безвідмовної роботи резервованої системи

$$m_{tc}=T_0\sum_{j=0}^{m}\frac{1}{1+j}, \qquad (4.18)$$

де $T_0 = 1/\lambda_0$, - середній час безвідмовної роботи нерезервованої системи.

Розв’язання типових завдань.

Завдання 4.1. Система складається з 10 рівнонадійних елементів, середній час безвідмовної роботи елемента mt = 1000 год. Передбачається, що справедливий експоненційний закон надійності для елементів системи та основна та резервна системи рівнонадійні. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи системи mtc, а також частоту відмов fc(t) та інтенсивність відмов λc(t) у момент часу t = 50 год у наступних випадках:

а) нерезервованої системи,

б) дубльованої системи при постійно увімкненому резерві.

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i ,$$

де λc – інтенсивність відмов системи; λ_i – інтенсивність відмов i - го елемента; n = 10.

$\lambda_i = 1/m_{ti} = 1/1000 = 0{,}001$; $i = 1, 2, \ldots, n$; $\lambda = \lambda_i$;

$\lambda_c = \lambda \cdot n = 0{,}001 \cdot 10 = 0{,}01$ 1/ч;

$m_{tc} = 1/\lambda_c = 100$ ч;

$f_c(t) = \lambda_c(t) \cdot P_c(t)$;

$\lambda_c(50) = \lambda_c$; $P_c(t) = e^{-\lambda ct}$;

$f_c(50) = \lambda_c e^{-\lambda ct} = 0{,}01 \cdot e^{-0{,}01 \cdot 50} \approx 6 \cdot 10^{-3}$ 1/ч;

λ(50) = 0,01 1/год

б)

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} \sum_{j=0}^{m} \frac{1}{1+j}; \quad m=1; \quad m_{tc} = \frac{1}{0{,}01}\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 150 \text{ ч};$$

$$P_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1} \cdot \quad \lambda_0 = \lambda_c = 0{,}01 \text{ 1/ч};$$

$$P_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^2 = 2e^{-\lambda_0 t} - e^{-2\lambda_0 t};$$

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = 2\lambda_0 e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right);$$

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{2\lambda_0\left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)}{2 - e^{-\lambda_0 t}};$$

$f_c(50) \approx 4{,}8 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_c(50) \approx 5{,}7 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

Завдання 4.2. У системі телеуправління застосовано дублювання каналу керування. Інтенсивність відмов каналу $\lambda = 10^{-2}$ 1/год. Розрахувати ймовірність безвідмовної роботи системи Pc(t) при t=10 год, середній час безвідмовної роботи mtc, частоту відмов fc(t), інтенсивність відмов λc(t) системи.

Рішення. У разі n=1; λi=λ; λ_0=nλ=λ; m=1. За формулою (4.14) маємо

$P_c(t)=1-(1-e^{-\lambda t})^2;$

$P_c(10)=1-(1-e^{-0,1})^2.$

$e^{-0,1}=0,9048.$

Тоді

$P_c(10)=1-(1-0,9048)^2 =1-0,0952^2\approx 1-0,01=0,99.$

Визначимо m_{tc}. З формули (4.4) маємо

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{1}\frac{1}{1+i} = \frac{1}{\lambda}\left(1+\frac{1}{2}\right) = 150 \text{ ч.}$$

Визначимо частоту відмов fc(t). Отримаємо

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = 2\lambda \cdot e^{\lambda t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

(ремарка. Ступінь усюди λt)

Визначимо інтенсивність відмов λc(t). Маємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{2\lambda\lambda^{\lambda t}\cdot\left(1-e^{-\lambda t}\right)}{e^{-\lambda t}\left(2-e^{-\lambda t}\right)} = \frac{2\lambda\cdot\left(1-e^{-\lambda t}\right)}{2-e^{-\lambda t}}.$$

Задача 4.3. Нерезервована система управління складається із n = 5000 елементів. Для підвищення надійності системи передбачається провести загальне дублювання елементів. Щоб приблизно оцінити можливість досягнення заданої ймовірності безвідмовної роботи системи Pc(t) = 0,9 при t =10 год., необхідно розрахувати середню інтенсивність відмов одного елемента при припущенні відсутності післядії відмов.

Рішення. Імовірність безвідмовної роботи системи при загальному дублюванні та рівнонадійних елементах дорівнює

$P_c(t)=1-(1-e^{-\lambda nt})^2$

або

$P_c(t)=1-[1-P^n(t)]^2,$

де

$P(t)=e^{-\lambda t}$.

Тут $P(t)$ – вірогідність безвідмовної роботи одного елемента.

Так як повинно бути

$1-[1-P^n(t)]^2 \geq 0,9$,

то

$$p(t) \geq \left(1-\sqrt{0,1}\right)^{1/n}$$

Розклавши $\left(1-\sqrt{0,1}\right)^{1/n}$ у ряд за ступенем $1/n$ та нехтуючи складовими вищого ступеня малості, отримаємо

$$\left(1-\sqrt{0,1}\right)^{1/5000} \approx 1-\frac{1}{5000}\sqrt{0,1} = 1-6,32 \cdot 10^{-5}$$

Враховуючи, що $P(t)=\exp(-\lambda t) \approx 1-\lambda t$, отримаємо

$1-\lambda t \geq 1-6,32*10^{-5}$

або

$\lambda \leq (6,32*10^{-5})/t=(6,32*10^{-5})/10=6,32*10^{-6}$ 1/год.

Завдання для самостійного вирішення.

Задача 4.4. Приймач складається із трьох. блоків: УВЧ, УПЧ та УНЧ. Інтенсивності відмов цих блоків відповідно дорівнюють: $\lambda_1= 4*10^{-4}$ 1/год; $\lambda_2= 2,5*10^{-4}$ 1/год; $\lambda_3= 3*10^{-4}$ 1/год. Потрібно розрахувати ймовірність безвідмовної роботи приймача при $t=100$ год для наступних випадків:

а) резерв відсутній;

б) є загальне дублювання приймача загалом.

Завдання 4.5. Для зображеної на рис.4.3. логічної схеми системи визначити $P_c(t)$, m_{tc}, $f_c(t)$, $\lambda_c(t)$. Тут резерв навантажений, відмови незалежні.

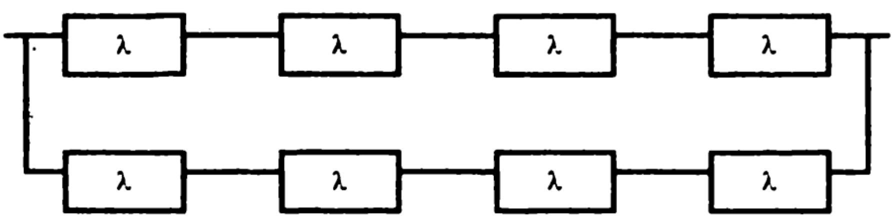


Рис. 4.3

Завдання 4.6. У радіопередавачі, що складається з трьох рівнонадійних каскадів ($n = 3$), застосовано загальне постійне дублювання всього радіопередавача.

Інтенсивність відмов каскаду дорівнює $\lambda = 5 * 10^{-4}$ 1 / год. Визначити Pc(t), m_{tc}, fc(t), λc(t) радіопередавача з дублюванням.

Завдання 4.7. Для зображеного на рис.4.4. логічної схеми системи визначити інтенсивність відмов λc(t). Тут резерв навантажений, відмови незалежні.

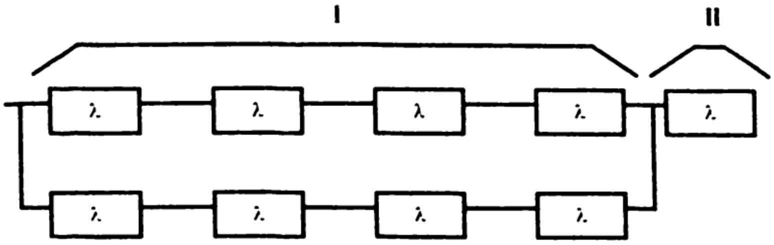


Рисунок 4.4

Завдання 4.8. Радіоелектронна апаратура складається із трьох блоків I, II, III. Інтенсивності відмов цих трьох блоків відповідно дорівнюють: $\lambda 1$, $\lambda 2$, $\lambda 3$. Потрібно визначити можливість безвідмовної роботи апаратури Pc(t) для наступних випадків:

а) резерв відсутній;

б) є дублювання радіоелектронної апаратури загалом.

Завдання 4.9.Схема розрахунку надійності виробу показано на рис. 4.5. Передбачається, що є справедливим експоненційний закон надійності для елементів виробу. Інтенсивності відмов елементів мають значення: $\lambda 1 = 0{,}3 * 10^{-3}$ 1 / год; $\lambda 2 = 0{,}7 * 10^{-3}$ 1 / год. Потрібно знайти ймовірність безвідмовної роботи виробу протягом часу t = 100 годин, середній час безвідмовної роботи виробу, частоту відмов та інтенсивність відмов у момент часу t = 100 год.

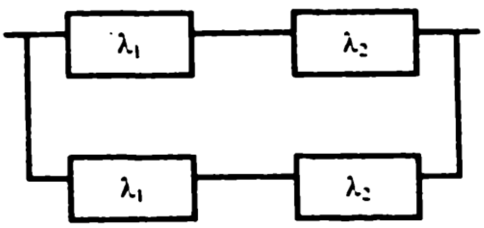


Рисунок 4.5

Завдання 4.10. У телевізійному каналі зв'язку, що складається з приймача та передавача, застосовано загальне дублювання. Передавач і приймач мають інтенсивність відмов $\lambda п=2*10^{-3}$ 1/год, $\lambda пр=1*10^{-3}$ 1/год, відповідно. Схема каналу представлена на рис.4.6. Потрібно визначити можливість безвідмовної роботи каналу Pc(t), середній час безвідмовної роботи m_{tc}, частоту відмов fc(t), інтенсивність відмов λc(t).

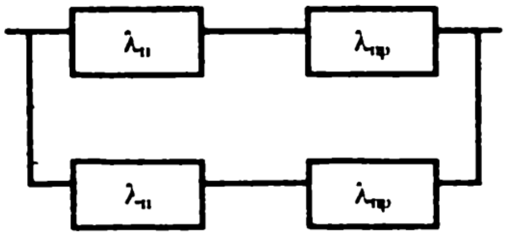


Рисунок 4.6

Завдання 4.11. Схема розрахунку надійності виробу наведено на рис.4.7. Передбачається, що є справедливим експоненційний закон надійності для елементів виробу. Потрібно визначити інтенсивність відмов виробу, якщо інтенсивності відмов елементів мають значення $\lambda 1$, $\lambda 2$.

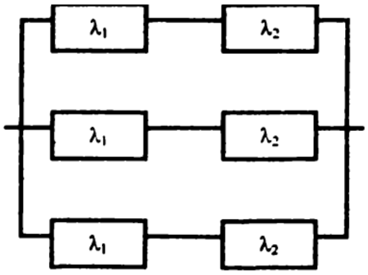


Рисунок 4.7

Завдання 4.12. Нерезервована система управління складається із n = 4000 елементів. Відома необхідна можливість безвідмовної роботи системи Рс(t) = 0,9 при t = 100 год. Необхідно розрахувати допустиму середню інтенсивність відмов одного елемента, вважаючи елементи рівнонадійними, для того щоб приблизно оцінити досягнення заданої ймовірності безвідмовної роботи за відсутності профілактичних оглядів у таких випадках: а) резервування відсутнє;
б) застосовано загальне дублювання.

Завдання 4.13. Пристрій обороту складається з трьох однакових блоків. Імовірність безвідмовної работи пристрою Ру(ti) протягом (0, ti) має бути не менше 0,9. Визначити, якою має бути можливість безвідмовної роботи кожного блоку протягом (0, ti) для випадків:
а) резерв відсутній;
б) є пасивне загальне резервування з постійним навантаженням всього пристрою загалом;
в) є пасивне роздільне резервування з постійним навантаженням по блокам.

Завдання 4.14. Обчислювач складається з двох блоків, з'єднаних послідовно і що характеризуються відповідно інтенсивностями відмов $\lambda 1 = 120{,}54 \cdot 10^{-6}$ 1/год та

$\lambda 2=185,66*10^{-6}$ 1/год. Виконано пасивне загальне резервування з незмінним навантаженням усієї системи (блоки 1 та 2) (див. рис.4.8). Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи Pc(t) обчислювача, середній час безвідмовної роботи m_{tc}, частоту відмов fc(t) та інтенсивність відмов λc(t) обчислювача. Визначити Pc(t) при t = 20 год.

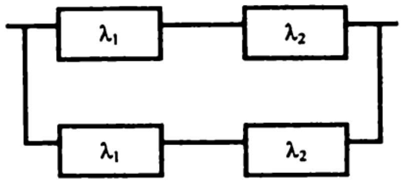


Рисунок 4.8